УДК 621.91:536.2

Ю.Г. Кравченко, канд. техн. наук, С.Т. Пацера, канд. техн. наук, Дніпро,
Н.В. Крюкова, Харків, Україна

# ТЕМПЕРАТУРА НА ПОВЕРХНІ РІЗАЛЬНОГО КЛИНА ПРИ КВАДРАТИЧНОМУ РОЗПОДІЛІ ТЕПЛОВОЇ ГУСТИНИ

*Наведено розрахунок температурного поля на напівплощині клина з боковою адіабатичною стороною і квадратичним розподілом густини смугового безперервного джерела теплоти, отримана формула середнього значення температури.*

*Ключові слова: густина джерела теплоти, інтегральний перехід, критерій Фур'є, температурне поле, середня температура*

*Приведен расчет температурного поля на полуплоскости клина с боковой адиабатического стороной и квадратичным распределением плотности полосового непрерывного источника теплоты, получена формула среднего значения температуры.*

*Ключевые слова: плотность источника теплоты, интегральный переход, критерий Фурье, температурное поле, средняя температура*

*The calculation of the temperature field on the half-plane of the wedge with the lateral adiabatic side and the quadratic distribution of the density of the strip continuous heat source is carried out, the formula for the average temperature is obtained.*

*Key words: heat source density, integral transition, Fourier criterion, temperature field, average temperature*

## Вступ

Розрахунки температури на передній і задній поверхнях леза ґрунтуються на температурних полях контактних поверхонь леза від безперервних і швидкорухомих джерел теплоти та на розподілі теплових потоків із зони різання [1, 2].

Визначення температурного поля на контактних поверхнях леза ускладнене адіабатичністю бокових сторін леза і нерівномірним розподілом дотичних напружень (теплової густини).

Одним із напрямків рішення цієї задачі є визначення спочатку температурних полів від смугових безперервних джерел (СБД) теплоти для різального клина по довжині і ширині контакту зі стружкою (або заготовкою), а потім – від приведеного температурного поля для контактної поверхні леза методом суперпозиції (накладання) температурних полів від обох СБД.

В теплофізиці різання наявність адіабатичних поверхонь враховується застосуванням відбитих (фіктивних) джерел за допомогою парних функцій $f(\psi)$ в межах $-1<\psi<1$ ($\psi$ – відносний розмір контакту), які одночасно при умові однакових характеру залежності і площі епюри напружень можуть бути замінниками прийнятих основних трикутникової і рівномірно-трикутникової функцій [2, 3] розподілу густини джерела теплоти.

Такою симетричною функцією вибрана $f(\psi)=1-\psi^2$, яка по середньому значенню (площі епюри контактних напружень) $\int_0^1 \left(1-\psi^2\right) d\psi = 0,667$ займає проміжне положення між трикутниковим $\int_0^1 \left(1-\psi\right) d\psi = 0,5$ і рівномірно-трикутниковим $\int_0^{0,5} d\psi + \int_{0,5}^1 \left(1-\psi\right) d\psi = 0,75$ розподілом.

Формула для рівномірного розподілу густини виведена в роботі [4].

Мета роботи – отримати розрахункову формулу температури для СБД з функцією розподілу теплової густини $f(\psi)=1-\psi^2$.

Постановка задачі

Основою для розрахунків служив відомий вираз [5, 6] для температури (подвоїної) лінійного миттєвого джерела (ЛМД) теплової енергії $Q_{лм}\left(Дж/м\right)$ на поверхні напівобмеженого тіла ( $z=z_1=0$, $-\infty < y < +\infty$ )

$$Q_{лм} = \frac{Q_{лм}}{2\pi\lambda\tau} exp\left[-\frac{\left(x-x_1\right)^2}{4\omega\tau}\right], \tag{1}$$

де $\lambda$ і $\omega$ – коефіцієнти тепло- і температуропровідності; $\tau$ – час спостереження температури після імпульсу теплоти; $x_1$ – абсциса ЛМД по осі $x$.

Тіло нескінченного уздовж осі $y$ різального клина обмежене двома напівплощинами $xy$ і $yz$. В напрямку сходу стружки на смузі $0 < x_1 < l$ діє джерело теплоти тертя з розподілом густини $q_x = q_0\left[1-\left(x_1/l\right)^2\right]$, напівплощина $yz$ – адіабатична. Симетрично діючому джерелу введено на смузі $-l < x_1 < 0$ відбите джерело для перетворення форми клину в напівобмежене тіло.

При розрахунку використано розкладення інтегральної показникової функції для малих значень $t$ в числовий ряд [6, 7]

$$-E_i(-t) = \int_t^{\infty} e^{-s} \cdot \frac{ds}{s} = -c - ln\ t - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{t^n}{n \cdot n!} \qquad (2)$$

з постійною Ейлера $c = 0,5772$.

Рішення виконувалося по другому напрямку розрахунку [4] шляхом двох інтегральних переходів від ЛМД до СБД.

**Основний зміст**

Рішення складається із двох частин.

1. Розрахунок температурного поля.

У загальному вигляді температура СБД дорівнює

$$Q_{сб(l)} = \int_{-l}^{l} f(x_1) \int_0^{\tau} Q_{лм} \cdot d\tau_i \,. \qquad (3)$$

1.1. Переходи від ЛМД. Із виразу $Q_{сб}$ (3) спочатку інтегруванням $Q_{лм}$ (1) по $\tau_i$ розраховуємо температуру від лінійного безперервного джерела (ЛБД) з питомою енергією $q_{лб}$ (Вт/м) [5, 6]

$$Q_{лб} = \frac{q_{лб}}{2\pi\lambda} \int_0^{\tau} exp\left[ -\frac{(x-x_1)^2}{4\omega(\tau-\tau_i)} \right] \frac{d\tau_i}{\tau-\tau_i} \,. \qquad (4)$$

Тут $\tau_i$ – момент часу імпульсу теплоти; $\tau$ – момент часу фіксації температури; $\tau-\tau_i$ – час поширення теплоти від *i*-го імпульсу.

Застосовуємо підстановку $\frac{(x-x_1)^2}{4\omega(\tau-\tau_i)} = s$, звідки $\tau-\tau_i = \frac{(x-x_1)^2}{4\omega s}$, $d\tau_i = \frac{(x-x_1)^2 \cdot ds}{4\omega s^2}$, межі $s_1 = \frac{(x-x_1)^2}{4\omega\tau}$ з $\tau_i = 0$ і $s_2 = \infty$ з $\tau_i = \tau$. Відповідно отримуємо

$$Q_{лб} = \frac{q_{лб}}{2\pi\lambda} \int_{\frac{(x-x_1)^2}{4\omega\tau}}^{\infty} e^{-s} \cdot \frac{ds}{s} \qquad (5)$$

Потім згідно $Q_{сб}$ (3) і $Q_{лб}$ (5) при $f(x_1) = 1-(x_1/l)^2$ для можливості урахування діючого і відбитого джерел з густиною $q_{сб} = q_0\left[1-\left(\frac{x_1}{l}\right)^2\right]$ (Вт/м$^2$) в межах $-l < x_1 < l$ визначаємо

$$Q_{сб} = \frac{q_{сб}}{2\pi\lambda}\int_{-l}^{l}\left[1-\left(\frac{x_1}{l}\right)^2\right]\left(\int_{\frac{(x-x_1)^2}{4\omega\tau}}^{\infty} e^{-s}\frac{ds}{s}\right)dx_1 . \qquad (6)$$

Вводимо заміну $\frac{(x-x_1)^2}{4\omega\tau}=p$, знаходимо $x_1 = x-\sqrt{4\omega\tau\cdot p}$,

$dx_1 = -\sqrt{4\omega\tau}\cdot 0,5\cdot p^{-0,5}\cdot dp$ і переходимо до безмірних параметру $\psi=\frac{x}{l}$

і критерію Фур'є $Fo=\frac{\omega\cdot\tau}{l^2}$: $\sqrt{\omega\tau}=l\cdot\sqrt{Fo}$; $\psi_1=\psi-2\sqrt{Fo}\cdot p^{0,5}$;

$\psi_1^2=\psi^2-4\psi\cdot\sqrt{Fo}\cdot p^{0,5}+4Fo\cdot p$; $p_1=\frac{(x+l)^2}{4\omega\tau}=\frac{(1+\psi)^2}{4Fo}$ при $x_1=-l$ і

$p_2=\frac{(x-l)^2}{4\omega\tau}=\frac{(\psi-1)^2}{4\cdot Fo}$ при $x_1=l$.

Внутрішній інтеграл $Q_{сб}$ (6), зважаючи на малі значення $1/Fo$ і відповідно $p$, замінюємо числовим рядом (2) при $n=1$

$$-E_i(-p)=-c-ln\ p+p .$$

В цілому вираз $Q_{сб}$ (6) набуває вигляд

$$Q_{сб}=\frac{q_0\cdot l\sqrt{Fo}}{2\cdot\pi\lambda}\int_{\frac{(\psi-1)^2}{4Fo}}^{\frac{(1+\psi)^2}{4Fo}}\left(1-\psi^2+4\psi\cdot\sqrt{Fo}\cdot p^{0,5}-4Fo\cdot p\right)\left(-c-ln\ p+p\right)p^{-0,5}\cdot dp \qquad (7)$$

з підінтегральною функцією

$$\left.\begin{aligned} Fp = &\left(1-\psi^2\right)\left(-c\cdot p^{0,5}-p^{0,5}ln\ p+p^{0,5}\right)+\\ &+4\psi\sqrt{Fo}\left(-c-ln\ p+p\right)+\\ &+4Fo\left(c\cdot p^{0,5}+p^{0,5}ln\ p-p^{1,5}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

1.2. Інтегрування складових функції $Fp$ (8). Кожен інтеграл суми $Fp$ (8) обчислюється окремо [8, 9] без постійних множників.

$$I_{11}=\int_{p_2}^{p_1} p^{-0,5}dp=2p^{0,5}\Bigg|_{\frac{(\psi-1)^2}{4Fo}}^{\frac{(1+\psi)^2}{4Fo}}=\frac{2}{\sqrt{Fo}}$$

$$I_{12}=\int_{p_2}^{p_1} p^{-0,5}ln\ p\ dp=2\left[p^{0,5}ln\ p-2p^{0,5}\right]_{p_2}^{p_1}=$$

$$=\frac{2}{\sqrt{Fo}}\left[(1+\psi)ln(1+\psi)+(1-\psi)ln(1-\psi)-(ln\ 4Fo+2)\right].$$

$$I_{13}=\int_{p_2}^{p_1} p^{0,5}\ dp=p\frac{1,5}{1,5}\Big|_{p_2}^{p_1}=\frac{2}{3}\frac{(1+\psi)^3-(\psi-1)^3}{(4Fo)^{1,5}}=\frac{1+3\psi^2}{6\cdot Fo^{1,5}}.$$

$$I_{21}=\int_{p_2}^{p_1} dp=p\ \Big|_{p_2}^{p_1}=\frac{\psi}{\sqrt{Fo}}.$$

$$I_{22}=\int_{p_2}^{p_1} ln\ p\ dp=\left[p\cdot ln\ p-p\right]_{p_2}^{p_1}=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{Fo}}\left[(1+\psi)^2 ln(1+\psi)-(1-\psi)^2 ln(1-\psi)-2\psi(ln\ 4Fo+1)\right].$$

$$I_{23}=\int_{p_2}^{p_1} p\ dp=p\frac{2}{2}\Big|_{p_2}^{p_1}=\frac{1}{2}\frac{(1+\psi)^4-(1-\psi)^4}{(4\cdot Fo)^2}=\frac{\psi(1+\psi^2)}{4\cdot Fo^2}.$$

$$I_{31}=\int_{p_2}^{p_1} p^{0,5}\ dp=I_{13}=\frac{1+3\psi^2}{6\cdot Fo^{1,5}}.$$

$$I_{32}=\int_{p_2}^{p_1} p^{0,5}ln\ p\ dp=\left[\frac{2}{3}p^{1,5}ln\ p-\frac{4}{9}p^{1,5}\right]_{p_2}^{p_1}=$$

$$=\frac{1}{6\cdot Fo^{1,5}}\left[-(1+3\psi^2)(2,053+ln\ Fo)+(1+\psi)^3 ln(1+\psi)+(1-\psi)^3 ln(1-\psi)\right].$$

$$I_{33}=\int_{p_2}^{p_1} p^{1,5}\ dp=p\frac{2,5}{2,5}\Big|_{p_2}^{p_1}=\frac{2}{5}\frac{(1+\psi)^5-(1-\psi)^5}{(4\cdot Fo)^{2,5}}=\frac{1+10\psi^2+5\psi^4}{40\cdot Fo^{2,5}}.$$

1.3. Отримання розрахункового виразу. Після групування і математичних спрощень значень інтегралів від $F$ (8) получаємо систему складових:

$$I_1' = \frac{2\left(1-\psi^2\right)}{\sqrt{Fo}}\left[-c-\left(1+\psi\right)ln\left(1+\psi\right)-\left(1-\psi\right)ln\left(1-\psi\right)+\left(ln\,4\cdot Fo+2\right)+\frac{1+3\psi^2}{12\cdot Fo}\right];$$

$$I_2' = \frac{2\psi}{\sqrt{Fo}}\left[-2c\cdot\psi-\left(1+\psi\right)^2 ln\left(1+\psi\right)+\left(1-\psi\right)^2 ln\left(1-\psi\right)+2\psi\left(ln\,4Fo+1\right)+\frac{\psi\left(1+\psi^2\right)}{4\cdot Fo^2}\right];$$

$$I_3' = \frac{2}{3\sqrt{Fo}}\left[-\left(1+3\psi^2\right)\left(-c+2{,}053+ln\,Fo\right)+\left(1+\psi\right)^3 ln\left(1+\psi\right)+\left(1-\psi\right)^3 ln\left(1-\psi\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{3\left(1+10\psi^2+5\psi^4\right)}{20\cdot Fo}\right].$$

Вихідними даними для розрахунку максимального значення густини $q_0$ при $x_1=0$ (6) на основі величини $q_c=\tau_c\cdot v$ служили середнє значення контактних напружень $\tau_\gamma$ на передній або $\tau_\alpha$ на задній поверхнях леза [10] і швидкість тертя *v*.

Поправочний коефіцієнт $k_q$ на приведене значення $q_0=k_q\cdot q_c$ визначався через середнє значення функцій рівномірного $f_p=\int_0^1 d\psi=1$ і квадратичного $f_k=\int_0^1\left(1-\psi^2\right)d\psi=0{,}667$ розподілів із співвідношення

$$k_q=f_p/f_k=1{,}5. \qquad (9)$$

В підсумку замість $Q_{сб}$ (7) маємо пошуковий вираз

$$Q_{сб}=\frac{k_q\cdot q_c\cdot l}{\pi\cdot\lambda}\cdot U_\psi \text{ при } U_\psi=I_1+I_2+I_3, \qquad (10)$$

де $I_1=\left(1-\psi^2\right)\left[2{,}809+ln\,Fo+\dfrac{1+3\psi^2}{12\cdot Fo}+L_1\right]$

з $L_1=-\left(1+\psi\right)ln\left(1+\psi\right)-\left(1-\psi\right)ln\left(1-\psi\right)$,

$$I_2=\psi\left[2\psi\left(1{,}809+ln\,F_0+\frac{1+\psi^2}{4\cdot Fo}\right)+L_2\right]$$

з $L_2 = -\left(1+\psi\right)^2 ln\left(1+\psi\right) + \left(1-\psi\right)^2 ln\left(1-\psi\right)$,

$$I_3 = \frac{1}{3}\left[ -\left(1+3\psi^2\right)\left(1,476 + ln\ Fo\right) - \frac{3\left(1+10\psi^2+5\psi^4\right)}{20\cdot Fo} + L_3 \right]$$

з $L_3 = -\left(1+\psi\right)^3 ln\left(1+\psi\right) + \left(1-\psi\right)^3 ln\left(1-\psi\right)$.

2. Визначення середньої температури

Густина теплообміну між тілами тертя найбільш точно визначається через середнє значення температурних полів контактної поверхні рухомого і безперервного (постійного) джерел.

2.1. Інтегрування початкових функцій температурного поля. Середнє значення окремих функцій $I_i$ (10) обчислювалося за формулою

$$I_i = \frac{1}{\psi_{\max} - \psi_{\min}} \int_{\psi_{\min}}^{\psi_{\max}} I\left(\psi\right) d\psi = \int_0^1 f\left(\psi\right) d\psi.$$

1. $\int_0^1 ln\left(1+\psi\right) d\psi = 2\cdot ln\ 2 - 1 = 0,386$
2. $\int_0^1 ln\left(1-\psi\right) d\psi = -1$
3. $\int_0^1 \psi\cdot ln\left(1+\psi\right) d\psi = 0,25$
4. $\int_0^1 \psi\cdot ln\left(1-\psi\right) d\psi = -0,75$
5. $\int_0^1 \psi^2\cdot ln\left(1+\psi\right) d\psi = 0,184$
6. $\int_0^1 \psi^2\cdot ln\left(1-\psi\right) d\psi = -0,611$
7. $\int_0^1 \psi^3\cdot ln\left(1+\psi\right) d\psi = 0,146$
8. $\int_0^1 \psi^3\cdot ln\left(1-\psi\right) d\psi = -0,521$

2.2. Отримання розрахункової формули роздільним інтегруванням складових функцій $I_i$ (10).

1. $\int_0^1 \left(1-\psi^2\right)\left(2,809 + ln\ Fo\right) d\psi = 0,667\left(2,809 + ln\ Fo\right)$

$$\int_0^1 \left(1-\psi^2\right)\frac{1+3\psi^2}{12\cdot Fo} d\psi = 0,089\cdot Fo^{-1}$$

$$\int_0^1 \left(1-\psi^2\right)\cdot L_1\ d\psi = -0,146$$

$$I_{C1} = 1,726 + 0,667\cdot ln\ Fo + 0,089\cdot Fo^{-1}$$

2. $$\int_0^1 2\psi^2\left(1,809+ln\ Fo\right)d\psi=1,206+0,667\cdot ln\ Fo$$

$$\int_0^1 2\psi^2\cdot\frac{1+\psi^2}{4\cdot Fo}\,d\psi=0,267\cdot Fo^{-1}$$

$$\int_0^1 \psi\cdot L_2\cdot d\psi=-0,813$$

$$I_{C2}=0,393+0,667\cdot ln\ Fo+0,267\cdot Fo^{-1}$$

3. $$\frac{1}{3}\int_0^1 -\left(1,476+ln\ Fo\right)\left(1+3\psi^2\right)d\psi=-0,667\left(1,476+ln\ Fo\right)$$

$$\frac{1}{3}\int_0^1 -\frac{3}{20\cdot Fo}\left(1+10\psi^2+5\psi^4\right)d\psi=-0,267\cdot Fo^{-1}$$

$$\frac{1}{3}\int_0^1 L_3\cdot d\psi=0,591$$

$$I_{C3}=-0,393-0,667\cdot ln\ Fo-0,267\cdot Fo^{-1}$$

Сума $I_{C1}+I_{C2}+I_{C3}$ становить середнє значення функції температурного поля

$$U_{\psi c}=1,726+0,667\cdot ln\ Fo+0,089\cdot Fo^{-1} \qquad (11)$$

Відповідно середня температура від $Q_{сб}$ (10) на основі середнього значення густини $q_c$ з приведеним коефіцієнтом форми джерела $k_q$ (9) і функції $U_{\psi c}$ (11) дорівнює

$$Q_{cc}=\frac{k_q\cdot q_c\cdot l}{\pi\cdot\lambda}\cdot U_{\psi c}\,. \qquad (12)$$

Апроксимація аналітичних функцій

1. Квадратичний розподіл густини. Застосування громіздкого виразу функції $U_\psi$ (10) утруднено трудомісткістю обчислення.

Розрахунки показали,що функція $U_\psi$ (10) має симетричний розподіл з максимальним при $\psi=0$ і мінімальним при $\psi=-1$ і 1 значенням, містить постійну складову $0,667\cdot ln\ Fo$ та включає доданок з множником $Fo^{-1}$:

| $\psi$ | 0 | -0,5 і 0,5 | -1 і 1 |
|---|---|---|---|
| $U_\psi-0,667\cdot ln\ Fo$ | $2,417+0,033\cdot Fo^{-1}$ | $1,838+0,071\cdot Fo^{-1}$ | $0,726+0,2\cdot Fo^{-1}$ |

Для практичних умов різання значення $\left(0,03-0,2\right)\cdot Fo^{-1}$ наближається до нуля і ним можна знехтувати.

Наприклад: 1) $Fo^{-1}=0,055\cdot 10^{-3}$ при точінні сталі 45 (швидкість $v$ = 2 м/с, товщина зрізу $a=0,25\cdot 10^{-3}$, коефіцієнт усадки стружки $k=2$) твердим сплавом Т15К6 (коефіцієнт температуропровідності $\omega=10\cdot 10^{-6}$ м$^2$/с) при довжині контакту стружки з лезом $l=1\cdot 10^{-3}$ м і періоді стійкості $\tau=1800$ с ($Fo=18000$);
2) $Fo^{-1}=0,028\cdot 10^{-3}$ при точінні сталі 12Х18Н9Т ($v$ = 1 м/с, $a=0,31\cdot 10^{-3}$ м, $k=1,8$) твердим сплавом ВК8 ($\omega=24,6\cdot 10^{-6}$ м$^2$/с при $l=1,11\cdot 10^{-3}$ м і $\tau=1800$ с ($Fo=35900$).
Апроксимація даних $U_{\psi}$ (10) при $0<\psi<1$ дозволила отримати емпіричну залежність

$$U_{ek}=0,73+0,667\cdot ln\,Fo+1,69\left(1-\psi^{1,44}\right). \tag{13}$$

Середнє значення $U_e$ (13) після інтегрування $1,69\int_0^1\left(1-\psi^{1,44}\right)d\psi=0,997$ дорівнює

$$U_{ec}=1,727+0,667\cdot ln\,Fo. \tag{14}$$

Адекватність формул $U_{\psi c}$ (11) і $U_{ec}$ (14) вказує на високу точність апроксимації виразу $U_{\psi}$ (10).

2. Рівномірний розподіл густини. Із роботи [4]маємо без складової з відношенням $1/Fo\to 0$ дві вихідні формули температурного поля

$$Q_{сб}=\frac{q_{сб}\cdot l}{\pi\cdot\lambda}\left[2,809+ln\,Fo-\left(1+\psi\right)ln\left(1+\psi\right)-\left(1-\psi\right)ln\left(1-\psi\right)\right] \tag{15}$$

і його середнього значення

$$Q_{cc}=\frac{q_{сб}\cdot l}{\pi\cdot\lambda}\left(2,423+ln\,Fo\right). \tag{16}$$

Аналогічно $U_{ek}$ (13) функцію температурного поля $Q_{сб}$ (15) виразимо ступеневою залежністю $U_{\psi}-ln\,Fo=1,423+1,386\left(1-\psi^{x}\right)$, середнє значення якої дорівнює

$U_\psi - \ln F_0 = 1,423 + 1,386\int_0^1\left(1-\psi^x\right)d\psi = 1,423 + 1,386\left(1-\frac{1}{x+1}\right) = 2,423$ і звідки $x = 2,591$. В результаті отримуємо

$$U_{ep} = 1,42 + \ln Fo + 1,39\left(1-\psi^{2,59}\right). \qquad (17)$$

Відповідність виразів функцій (15) і (17) підтверджується високою збіжністю даних порівняльних розрахунків:

| $\psi$ | 0 | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $U_\psi - \ln Fo$ (15) | 2,809 | 2,746 | 2,548 | 2,177 | 1,423 |
| $U_{ep} - \ln Fo$ (17) | 2,81 | 2,77 | 2,58 | 2,15 | 1,42 |

Таким чином була виконана заміна складних аналітичних функцій $U_\psi$ (10) і (15) на прості емпіричні $U_e$ (13) і (17).

## Висновки

1. Отримано вираз температурного поля для СБД з квадратичним розподілом теплової густини на поверхні різального клина.
2. Температурне поле описується спадною функцією з максимальним значенням на межі з адіабатичною стороною.
3. Виведена формула середнього значення температурного поля.
4. Для квадратичного і рівномірного розподілів густини визначені компактні емпіричні залежності температурного поля від критерія Фур'є і відносної ширини СБД.

**Список використаних джерел:** **1.** *Резников А.Н.* Теплофизика резания. – М.: Машиностроение,1969. – 288 с. **2.** *Силин С.С.* Методы подобия при резании металлов. – М.: Машиностроение,1979. – 152 с. **3.** *Кравченко Ю.Г., Крюкова Н.В.* Контактна температура стружки від швидкорухомого джерела тертя з лезом. – Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2016. – Вып. 86. – С. 57-61. **4.** *Кравченко Ю.Г.* Распределение контактной температуры на режущем клине. –Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2010. – Вып. 78. – С. 88-96. **5.** *Рыкалин Н.Н.* Расчеты теплових процес сов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. – 296 с. **6.** *Карслоу Г.С., Егер Д.К.* Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 488 с. **7.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / *Г. Корн, Т. Корн* – Изд. Четвертое. – М.: Наука, 1977. – 832 с. **8.** *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М.: Наука, 1978. – 224 с. **9.** *Брычков Ю.А., Маричев О.И., Прудников А.П.* Таблицы неопределенных интегралов: Справочник.– М.: Наука, 1986. – 192 с. **10.** *Кравченко Ю.Г., Дербаба В.А., Крюкова Н.В.* К вопросу эмпирического определения напряжений и коэффициентов трения при стружкообразовании. – Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2015. – Вып. 85. – С. 137-148.

**Bibliography (transliteratrated):** **1**. *Reznikov A.N.* Teplofizika rezanija. – M.: Mashinostroenie,1969. – 288 s. **2.** *Silin S.S.* Metody podobija pri rezanii metallov. – M.: Mashinostroenie,1979. – 152 s.

**3.** *Kravchenko Ju.G., Krjukova N.V.* Kontaktna temperatura struzhki vid shvidkoruhomogo dzherela tertja z lezom. – Rezanie i instrument v tehnologicheskih sistemah: Mezhdunar. nauch.-tehn. sb. – Har'kov: NTU «HPI», 2016. – Vyp. 86. – S. 57-61. **4**. *Kravchenko Ju.G.* Raspredelenie kontaktnoj temperatury na rezhushhem kline. –Rezanie i instrument v tehnologicheskih sistemah: Mezhdunar. nauch.-tehn. sb. – Har'kov: NTU «HPI», 2010. – Vyp. 78. – S. 88-96. **5**. *Rykalin N.N.* Raschety teplovih proces sov pri svarke. – M.: Mashgiz, 1951. – 296 s. 6. *Karslou G.S., Eger D.K.* Teploprovodnost' tverdyh tel. – M.: Nauka, 1964. – 488 s. **7**. Spravochnik po matematike dlja nauchnyh rabotnikov i inzhenerov / *G. Korn, T. Korn* – Izd. Chetvertoe. – M.: Nauka, 1977. – 832 s. **8**. *Dvajt G.B.* Tablicy integralov i drugie matematicheskie formuly. – M.: Nauka, 1978. – 224 s. **9**. *Brychkov Ju.A., Marichev O.I., Prudnikov A.P.* Tablicy neopredelennyh integralov: Spravochnik.– M.: Nauka, 1986. – 192 s. **10**. *Kravchenko Ju.G., Derbaba V.A., Krjukova N.V.* K voprosu jempiricheskogo opredelenija naprjazhenij i kojefficientov trenija pri struzhkoobrazovanii. – Rezanie i instrument v tehnologicheskih sistemah: Mezhdunar. nauch.-tehn. sb. – Har'kov: NTU «HPI», 2015. – Vyp. 85. – S. 137-148.