этому условию удовлетворяют два значения c_1, c_2, первое из которых можно трактовать в рассматриваемой задаче как локальный минимум, второе — как локальный максимум. В целом данная структура гамильтониана, как и в [4], указывает на некорректность постановки задачи оптимизации круглых пластинок при вынужденных колебаниях с функционалом качества (6) без ограничений на варьируемую функцию. Это относится и к задачам оптимизации с функционалом качества общего вида (4), поскольку структура гамильтониана (5) по отношению к исследованному случаю (7) имеет еще более сложный характер.

Список литературы: 1. *Brozka Z.* Plyty kołowe o rownomiernes wytrzymalosci pod obcidzeniem osiowo symetrycznym.— «Archiwum Budowy Maszyn», 1954, vol. 1, z. 3, p. 48—52. 2. *Аристов М. В., Троицкий В. А.* Упругая кольцевая пластинка минимального веса.— «Механика твердого тела», 1975, № 3, с. 130—138. 3. *Olhoff N.* Optimal design of vibrating circular plates.— «Intern. I. Solids and structures», 1970, vol. 6, No. 1, p. 139—156. 4. *Гринев В. Б., Филиппов А. П.* Об оптимальных круглых пластинках.— «Механика твердого тела», 1977, № 7, с. 131—137. 5. Математическая теория оптимальных процессов. М., «Наука», 1969. 384 с. Авт.: *Л. С. Понтрягин, В. Б. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе* и др. 6. *Гринев В. Б., Филиппов А. П.* Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам. Киев, «Наукова думка», 1975. 287 с.

УДК 62—501.7

Б. П. ГЕРАСИМЕНКО, канд. техн. наук,
Л. В. ШИПУЛИНА, канд. техн. наук,
Э. Г. ЧАЙКА, канд. техн. наук, В. Ю. БАБИЛО,
Н. Г. ПРОЩИН, И. Н. БОНДАРЕНКО,
Ю. Ф. БОРИСЕНКО

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ГИРОТЕОДОЛИТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ

Для решения многих практических задач необходимо знать направление истинного меридиана. Гиротеодолит является одним из приборов, материализующих на объекте направление меридиана. Для обеспечения требуемых точностных характеристик период прецессионных колебаний гиротеодолита доводят до нескольких единиц — десятков минут. Ввиду значительного периода прецессионных колебаний гиротеодолита определение направления меридиана по обычной методике (трем точкам реверсий) — длительный процесс. С появлением быстродействующих ЦВМ появилась возможность уменьшить время определения меридиана в результате усложнения алгоритмов вычислений.

В работе для определения направления меридиана используем метод динамической фильтрации Калмана, который базируется на методе максимального правдоподобия при следующих условиях*: закон распределения ошибок измерений считается нормальным; используется линейная математическая модель исследуемой системы; вся совокупность измерений может быть представлена в виде последовательности взаимно некоррелированных групп.

Метод динамической фильтрации Калмана широко используется при решении прикладных задач ввиду практических преимуществ его по сравнению с методом наименьших квадратов: счет распадается на ряд повторяющихся однотипных вычислений по рекуррентным формулам; нет необходимости запоминать большой объем измерительной информации; оценку вектора состояния определяем в темпе поступления информации.

Система рекуррентных формул фильтра Калмана представляется следующими зависимостями:

$$\hat{q}_i = \hat{q}'_i + K_i(\tilde{d}_i - A_i\hat{q}'_i); \quad K_i = P'_i A_i^T \left[R_i + A_i P'_i A_i^T\right]^{-1};$$

$$P'_i = M_i P_{i-1} M_i^T; \quad P_i = P'_i - K_i A_i P'_i,$$

где $\hat{q}_{i-1}$, $\hat{q}_i$ — оценка вектора состояния в моменты времени t_{i-1}, t_i; $\hat{q}'_i$ — прогноз оценки вектора состояния по значению оценки на предыдущем шаге; M_i — матрица перехода, связывающая системы в момент времени t_i, t_{i-1}; A_i, d_i — матрица и вектор измерений в момент времени t_i; R_i — корреляционная матрица ошибок измерений; P_{i-1}, P_i — корреляционные матрицы ошибок оценок в моменты t_{i-1}, t_i; P'_i — корреляционная матрица ошибок прогноза; K_i — весовая матрица фильтра. В случае применения рекуррентных формул динамической фильтрации Калмана необходимо оперировать с линейной или линеаризованной моделью системы.

Движение чувствительного элемента гиротеодолита при пренебрежении высокочастотными нутационными колебаниями может быть описано следующей системой уравнений:

$$\dot{q}_1 = q_2; \quad \dot{q}_2 = -2nq_2 - k_1^2 \sin q_1 + A \sin(\omega t + \varphi). \qquad (1)$$

Здесь q_1, q_2 — отклонение и скорость отклонения чувствительного элемента гиротеодолита от плоскости меридиана; k_1 — частота недемпфированных прецессионных колебаний; A, ω — амплитуда и частота наложенных колебаний; n — коэффициент демпфирования.

Измерения, получаемые из гиротеодолита, целесообразно представить в виде $\tilde{d}_i = q_1 + \xi + v_i$, где ξ — систематическая ошибка; v_i — случайная помеха. Необходимо расширить систему (1),

---

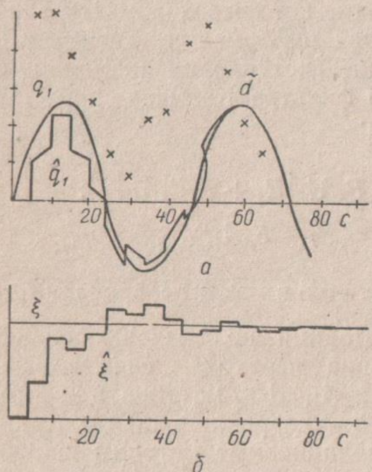
* Эльясберг П. Е. Определение движения по результатам измерений. М., «Наука», 1976. 410 с.

дополнив ее уравнением относительно постоянной систематической ошибки:

$$\dot{q}_1 = q_2; \quad \dot{q}_2 = -2nq_2 - k_1^2 \sin q_1 + A \sin(\omega t + \varphi); \quad \dot{\xi} = 0. \qquad (2)$$

Расширенной системе уравнений (2) соответствует линеаризованная модель

$$\dot{y}_1 = y_2; \quad \dot{y}_2 = -2ny_2 - k_1^2 \cos q_1 y_1; \quad \dot{y}_3 = 0$$



с матрицей коэффициентов

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_1^2 \cos q_1 & -2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Вектор состояния системы, матрица и вектор измерений в момент времени t_i соответственно равны

$$\hat{q}_i = \begin{bmatrix} q_{1i} \\ q_{2i} \\ \xi_i \end{bmatrix}; \quad A = [1 \ 0 \ 1];$$

$$\tilde{d}_i = A\hat{q}_i + v_i.$$

Матрица дисперсий ошибок начальных оценок может быть принята некоррелированной

$$P_0 = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} \end{bmatrix}$$

с приближенными значениями дисперсий p_{11}, p_{22}, p_{33}. Оценка вектора состояния $\hat{q}_0$ в начальный момент времени является произвольной в заданном диапазоне значений.

Ниже приводится алгоритм вычислений по рекуррентным формулам динамической фильтрации для системы (1).

1. Интегрируя уравнения (2) на один шаг Δt по значению вектора состояния $\hat{q}_{i-1}$, определяем прогноз вектора состояния $\hat{q}_i$.

2. Матрицу перехода вычисляем по линеаризованной модели

$$M_i = I + F_i \Delta t + F_i^2 \frac{\Delta t^2}{2} + \ldots,$$

где в матрицу F_i (3) подставляется вектор состояния $\hat{q}_{i-1}$ в момент времени t_{i-1}.

3. Корреляционная матрица ошибок прогноза $P_i' = M_i P_{i-1} M_i^T$.

4. Весовая матрица $K_i = P_i' A^T \left[R_i + AP_i' A^T\right]^{-1}$.

5. Оценка вектора состояния $\hat{q}_i = \hat{q}'_i + K_i(\hat{d}_i - A\hat{q}'_i)$.

6. Корреляционная матрица ошибок оценок в момент t_i $P_i = P'_i - K_i A P'_i$.

Результаты расчета движения чувствительного элемента гиротеодолита по рекуррентным формулам приведены на рисунке, где указаны фактические измерения и процесс вычисления оценки вектора состояния. Из рисунка видно, что процесс вычисления оценки вектора состояния имеет сходящийся характер.

Таким образом, использование рекуррентных формул динамической фильтрации позволяет определять систематическую ошибку прибора за восемьдесят секунд.

УДК 62—83

Ю. И. ЗАЙЦЕВ

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ЧАСТОТНОГО ПУСКА АСИНХРОННОГО ПРИВОДА

Большое значение для развития и совершенствования тиристорных систем управления имеют работы [1—3] и др. К числу нерешенных в первую очередь относится вопрос об оптимальном с точки зрения быстродействия частотном управлении процессом пуска асинхронного привода для обнаружения резервов повышения его производительности.

Расчетную схему асинхронного привода, состоящего из двигателя, механизма передач и исполнительного органа, можно представить в виде трехмассовой системы, уравнения движения которой с учетом электромагнитных явлений в двигателе имеют вид [1]

$$\dot\Psi_{x1} = U_m - \alpha'_s\Psi_{x1} + \alpha'_s k_r\Psi_{x2} + \omega_0\Psi_{y1};\quad \dot\Psi_{y1} = -\alpha'_s\Psi_{y1} +$$

$$+ \alpha'_s k_r\Psi_{y2} - \omega_0\Psi_{x1};\quad \dot\Psi_{x2} = -\alpha'_r\Psi_{x2} + \alpha'_r k_s\Psi_{x1} + (\omega_0 - \omega)\Psi_{y2};$$

$$\dot\Psi_{y2} = -\alpha'_r\Psi_{y2} + \alpha'_r k_s\Psi_{y1} - (\omega_0 - \omega)\Psi_{x2};\quad \dot\omega = \frac{c_1}{I_1}(\varphi_2 - \varphi_1/p) +$$

$$+ \frac{3}{2}p^2\frac{k_r}{\sigma L_s I_1}(\Psi_{x2}\Psi_{y1} - \Psi_{x1}\Psi_{y2});\quad \dot\omega_2 = c_2/I_2(\varphi_3 - \varphi_2) +$$

$$+ c_1/I_2(\varphi_1/p - \varphi_2);\quad \dot\omega_3 = c_2/I_3(\varphi_2 - \varphi_3) - M_c/I_3;$$

$$\dot\varphi_1 = \omega;\quad \dot\varphi_2 = \omega_2;\quad \dot\varphi_3 = \omega_3. \qquad (1)$$

Здесь Ψ_{ij} — проекция вектора полного потокосцепления Ψ на синхронные координатные оси асинхронного двигателя (АД); U_m — амплитуда первой гармонии фазного напряжения на статоре двигателя; ω_0 — синхронная скорость вращения; $\omega = \dot\varphi_1$ — электрическая угловая скорость вращения ротора; I_1 — момент инер-