

ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МАШИН

УДК 519.651: 517.518.45: 623.52

Танченко А.Ю., канд. техн. наук; Веретельник О.В.

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ИЗМЕНЯЕМОЙ ВО ВРЕМЕНИ И ПЕРЕМЕЩАЕМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ НАГРУЗКИ

Введение. Множество процессов характеризуются подвижной изменяемой составляющей активного нагружения – начиная от перемещения активного тела-объекта (снаряда, машины, тележки) и заканчивая распространением ударной волны. Во всех случаях процесс изменяется во времени и пространстве, причем можно явно выделить зону активного влияния и ту часть пространства, на которую еще не переместилась нагрузка. Таким образом, существует граница раздела активной и пассивной зон процесса нагружения. Данная граница раздела несет резкий качественный и количественный скачок: так, скажем, при движении снаряда по орудийному стволу давление вдоль этой границы резко изменяется от нуля до сотен мегапаскалей. С другой стороны, процессы внутренней баллистики довольно хорошо изучены и получены зависимости изменения давления от действия пороховых газов внутри канала ствола по мере продвижения снаряда [1-3] (рис. 1).

Подобный график (изменения давления) наглядно демонстрирует рост и падение давления в зависимости от развития процесса сгорания пороховых газов. Однако, он никоим образом не характеризует динамическую составляющую процесса стрельбы – возможность возникновения колебательного процесса вследствие прохождения "бегущей" нагрузки [4].

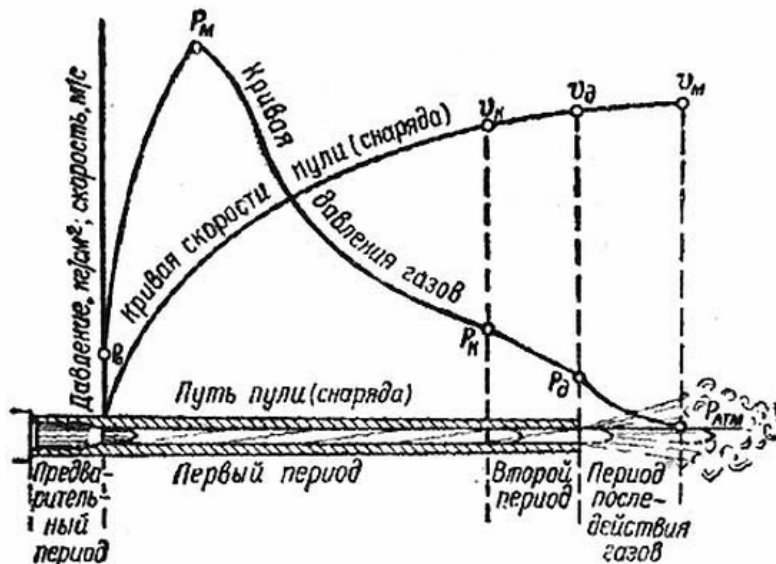


Рис. 1. Графики зависимостей изменения давления, действующего на дно снаряда в канале ствола и набора им скорости под воздействием пороховых газов

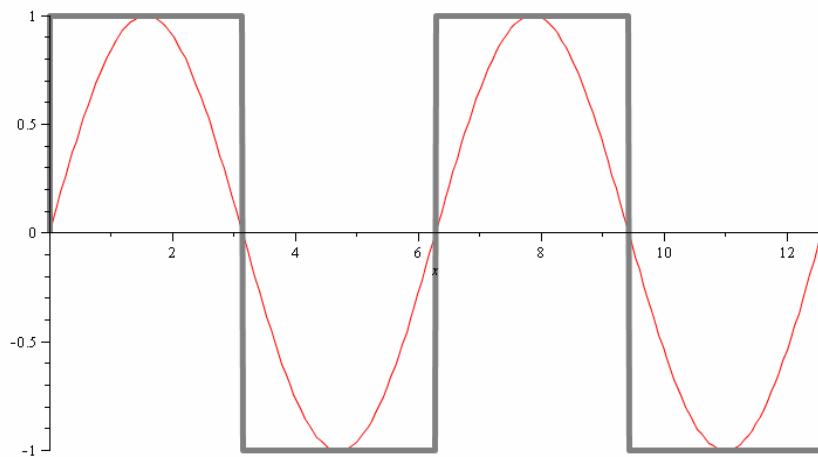
Цель данной работы – развитие методов моделирования изменяемой во времени и перемещаемой в пространстве нагрузки на основе модификации Фурье-преобразования ступенчатых функций с привлечением ядра Фейера.

© А.Ю. Танченко, 2014

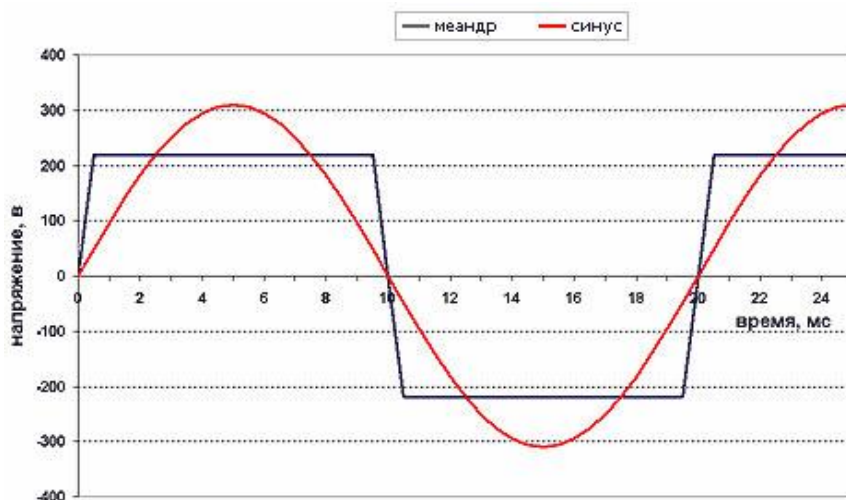
Постановка задачі. Рассмотрим задачу на примере действия пороховых газов на поверхность канала ствола.

Подвижную нагрузку от действия пороховых газов можно представить в виде суперпозиции двух функций: самого распределения величины давления вдоль ствола и некоторой функции, отвечающей за инициацию процесса приложения давления, т.е. псевдологической функции с результатом "да" либо "нет". Примером такой функции может быть дельта-функция, которая обращается в ноль везде, за исключением активной точки. Однако в данном случае дельта-функция не подходит для описания динамики изменения давления, поскольку процесс после инициации остается в активной фазе, т.е. давление после приложения остается остаточным в той области, до которой оно уже переместилось. Таким образом, здесь хорошо подходят "ступенчатые" функции типа Хевисайда, которые характеризуются интересующим нас логическим элементом ("1" либо "0") и некоторой продолжительностью импульса. Примерами таких функций могут быть $\text{signum}(\sin(x))$ либо $|x|/x$ – рис. 2а.

В случае отсутствия резкого скачка на границе раздела двух зон, вернее наличия некоторого наклонного участка, характерного для инерционных, индукционных характеристик процесса, в линейном приближении могут быть применены трапецевидные опорные импульсы – меандры, либо любые другие, характеризующие величину нарастания (угасания) процесса – рис. 2б.



а



б

Рис. 2. Графики ступенчатой функции (а) и меандра (б), полученные на основе периодической

Сложность в данном случае будет заключаться в аналитическом описании "опорного" импульса, но всегда может быть применен универсальный механизм Фурье-преобразования. С другой стороны, в случае Фурье-преобразования ступенчатых функций на первый план могут выйти паразитные изменения в наиболее значимых для аппроксимации местах – областях смены зон моделируемого процесса. Порой даже удержание довольно значительного количества членов ряда (десятки и сотни) не в полной мере улучшает картину описания ступенчатого изменения – рис. 3. Из представленных графиков видно, что вблизи излома имеет место существенное отклонение от заданной ступенчатой траектории, которое, при классическом разложении, практически неустранимо и характеризуется величиной локального отклонения порядка 10–15% (рисунок 3 д). Кроме того, рост числа удерживаемых членов ряда, направленный на повышение точности описания исходной функции, сам по себе может стать инициатором паразитного колебательного процесса, который обусловлен лишь математическим аппаратом аппроксимации и ничем более. Особенно опасна подобная аппроксимация при использовании такой функции в качестве кинематической нагрузки.

Однако, существует метод, позволяющий нивелировать паразитные искажения получаемого графика: для этого предлагается выбрать особым образом базис элементарных функций, на котором будет строиться разложение в ряд и сформировать ядро – так называемое ядро Фейера [5].

Из графиков, представленных на рис. 4, видно, что при использовании такого подхода (2) результирующая функция получается на много более плавной, и с ростом количества удерживаемых членов точность описания исходного ступенчатого импульса повышается без внесения искусственных осцилляций (также известных как явление Гиббса).

Данный подход предусматривает замену классического базиса функций $\sin(nx)$, $n = 1..N$, базисом $\sin(nx + x/2)/(\sin(x/2))$ (где n – номер базисной функции, N – количество удерживаемых членов ряда). На основе подобранных таким образом базисных функций может быть получено ядро $\sin^2(nx/2)/(n \cdot \sin^2(x/2))$, также известное как ядро Фейера (1).

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sin(k + 1/2)x}{\sin(x/2)} = \frac{1}{n} \frac{\sin^2(nx/2)}{\sin^2(x/2)}. \quad (1)$$

При этом сама аппроксимирующая функция с использованием ядра Фейера запишется следующим образом:

$$F_n(x) = \frac{1}{T \cdot n} \int_0^T f(\xi) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{n(\xi - x)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\xi - x}{2}\right)} \right)^2 d\xi. \quad (2)$$

Здесь T – период функции,
 $f(\xi)$ – аппроксимируемая функция (в нашем случае
 $f(\xi) = \text{signum}(\sin 2\pi\xi/T)$).

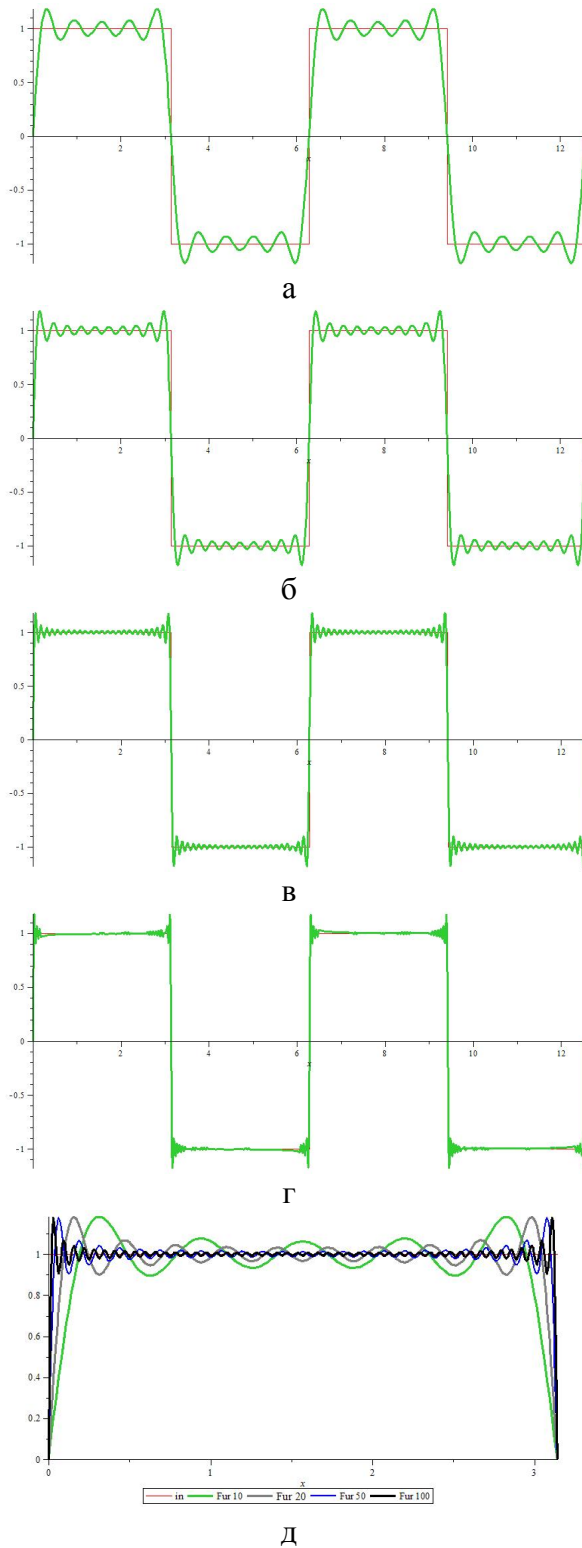


Рис. 3. Аппроксимация ступенчатой функции частичными суммами Фурье:
а – 10 членов, б – 20, в – 50, г – 100,
д – их взаимное наложение

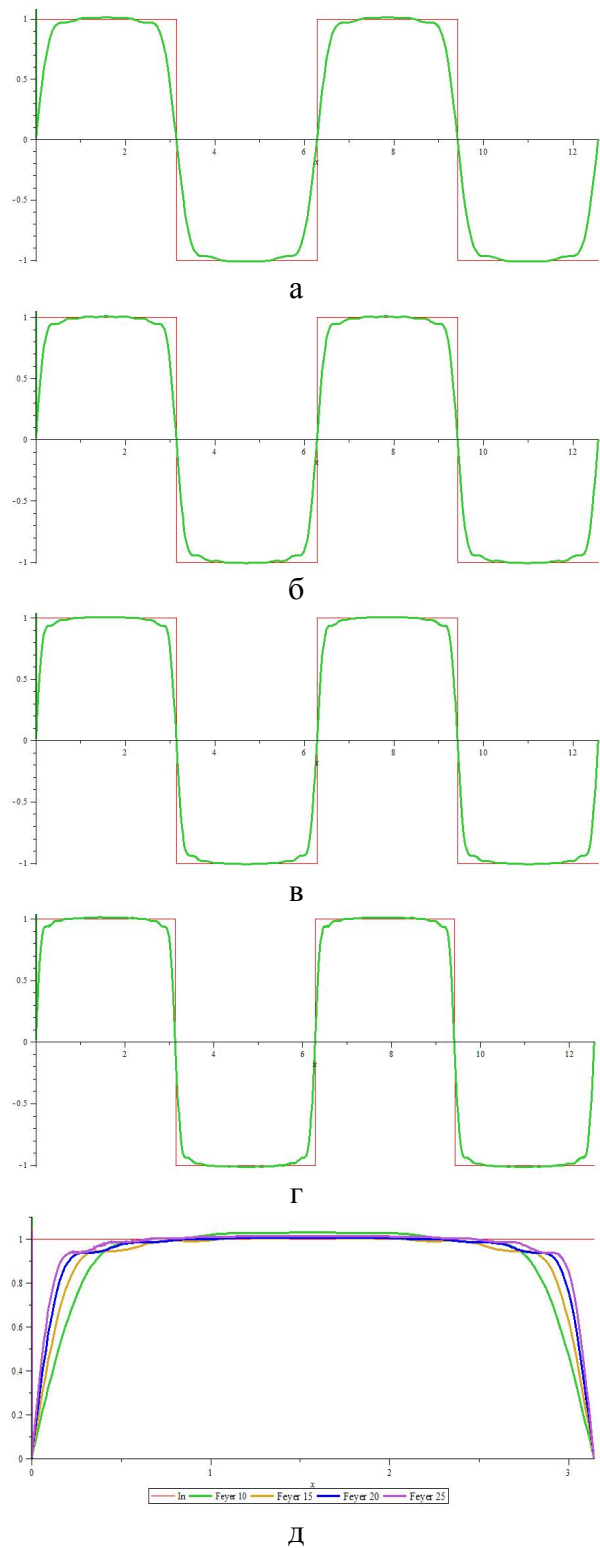


Рис. 4. Аппроксимация ступенчатой функции чезаровскими суммами Фурье с использованием ядра Фейера:
а – 10 членов, б – 15, в – 20, г – 25,
д – их взаимное наложение

Анализ результатов. Заключение.

Из представленного графического материала (см. рис. 3,4) видно, что аппроксимация функции, имеющей особенность в виде разрыва, требует особого

контроля и учета этого факта. Использование универсального классического Фурье-преобразования вносит в результирующую аппроксимационную зависимость неустранимые искажения (явление Гиббса). Однако существуют методики, позволяющие полностью избавиться от паразитных осцилляций. Примером такого подхода является использование при разложении ядра Фейера. В дальнейшем представленный подход будет применен к моделированию подвижной нагрузки на различные элементы машин.

Литература: 1. Горохов М.С. Внутренняя баллистика ствольных систем. – М.:ЦНИИ информации, 1985. – 160с. 2. Серебряков М.Е. Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. – М: Государственное научно-техническое издательство Оборонгиз, 1962, - 705 с. 3. Чурбанов Е.В. Внутренняя баллистика артиллерийского орудия. – Воениздат, 1973. – 104с. 4. Мартыненко А.В., Танченко А.Ю., Бруль С.Т., Васильев А.Ю., Веретельник О.В. Компьютерное моделирование динамики и напряженно-деформированного состояния элементов объектов бронетанковой техники, подвергающихся воздействию гидрогазодинамических нагрузок // Вестник НТУ "ХПИ". Тематический выпуск "Машинознавство та САПР" – Харьков: НТУ "ХПИ", 2014. – № 29. – С.289-294 5. Лодкин А.А. Иллюстрации к теме "Ряды Фурье". - СПб.: С-Петербург. гос. ун-т, 2004. - 7 с.

Bibliography (transliterated): 1. Gorohov M.S. Vnutrennyaya ballistika stvolovyih sistem. – M.:TsNII informatsii, 1985. – 160s. 2. Serebryakov M.E. Vnutrennyaya ballistika stvolnyih sistem i porohovyih raket. – M: Gosudarstvennoe nauchno-tehnicheskoe izdatelstvo Oborongiz, 1962, -705 s. 3. Churbanov E.V. Vnutrennyaya ballistika artilleriyskogo orudiya. – Voenizdat, 1973. – 104s. 4. Martyinenko A.V., Tanchenko A.Yu., Brul S.T., Vasilev A.Yu., Veretelnik O.V. Kompyuternoe modelirovanie dinamiki i napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov ob'ektov bronetankovoy tehniki, podvergayushchisya vozdeystviyu gidrogazodinamicheskikh nagruzok // Vestnik NTU "HPI". Tematicheskii vyipusk "Mashinoznnavstvo ta SAPR" – Harkov: NTU "HPI", 2014. – # 29. – S.289-294 5. Lodkin A.A. Ilyustratsii k teme "Ryadyi Fure". - SPb.: S-Peterb. gos. un-t, 2004. - 7 s. perevoda Танченко А.Ю., Веретельник О.В.

К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ИЗМЕНЯЕМОЙ ВО ВРЕМЕНИ И ПЕРЕМЕЩАЕМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ НАГРУЗКИ

Статья посвящена развитию методов моделирования сложной перемещаемой нагрузки на примере моделирования распределения давления внутри канала ствола при стрельбе. Рассмотрены проблемы аппроксимации функций, имеющих особенность. Продемонстрирован один из методов возможного устранения негативных явлений при аппроксимации функции (явление Гиббса) при Фурье-преобразовании.

Танченко А.Ю., Веретельник О.В.

СТОСОВНО МОДЕЛЮВАННЯ НАВАНТАЖЕННЯ, ЩО ЗМІНЮЄТЬСЯ В ЧАСІ ТА ПЕРЕМІЩУЄТЬСЯ В ПРОСТОРИ

Стаття присвячена розвитку методів моделювання складного переміщуваного навантаження на прикладі моделювання розподілу тиску всередині каналу ствола при стрільбі. Розглянуто проблеми апроксимації функцій, що мають особливість. Продемонстрований один з методів можливого усунення негативних явищ при апроксимації функції (явище Гібса) при Фур'є-перетворенні.

Tanchenko A., Veretelnik O.

MODELING OF THE LOAD THAT VARY IN TIME AND MOVE IN SPACE

The article is devoted to the development of methods for modeling movable complex load by the example of the pressure distribution inside barrel bore when firing. The problems of approximation of functions which are used in the simulation have a singularity were covered. Demonstrated by one of the methods possible to eliminate negative effects in the approximation of the function (the Gibbs phenomenon) with the Fourier transform.