УДК 621.757

А.Н. МАРКИН, Украинская инженерно-педагогическая академия, г. Харьков

КАЧЕСТВО ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

Вирішена задача оцінки якості роботи індуктора по параметру температури нагріву виробу, яка не повинна виходити за задані верхню та нижню границі. По невеликому числу експериментальних даних можна визначити вірогідність виходу температури за границі.

The task of evaluating the quality work of inductor on the parameter of temperature of heating of good, which must not go beyond set high and low bounds, is decided. On the small number of experimental data it is possible to define probability of output of temperature for scopes.

Прогнозирование качества функционирования технологических систем представляет собой проблему сегодняшнего дня, актуальность которой продолжает возрастать в связи с повышением требований к работе любых систем. Качество работы широко распространенных индукционно-нагревательных систем определяется стабильностью температурного режима нагрева изделий по заданным пределам во время эксплуатации. Выход за пределы заданных максимальной и минимальной температур отрицательно влияет на качество изделия, а в некоторых случаях от этого зависит безопасность производства. Поэтому задача безотказности работы индукционных нагревателей по температурному параметру является особенно важной для технологических процессов, связанных со взрыво- и пожароопасностью.

До настоящего времени исследований в этой и смежных областях выполнялось мало. Можно указать работы [1-3], в которых в основном определялся ресурс индукционного нагревателя.

Целью данного исследования является нахождения вероятности безотказной работы индукционно-нагревательной установки по температурному параметру T для любого момента нагрева k-ого изделия.

В процессе циклической работы индукционно-нагревательной установки ее выходной параметр Т непрерывно изменяется со временем – $T(\tau)$. Установка работает качественно и работоспособна по температурному параметру, если $T(\tau)$ находится в пределах установленного поля температурного допуска, т. е. выполняется условие $\alpha \le T(\tau) \le \beta$, где α и β – заданные температурные пределы. Будем считать, что если температура Т вышла за эти пределы, то произошел отказ установки по температурному параметру. Предполагаем, что $T(\tau)$ – случайная функция.

Если процесс нагрева изделия циклически непрерывен и в течение достаточно большого количества циклов (времени) практически сильно не меняется, то функция $T(\tau)$ является стационарной и дифференцируемой. Это означает, что есть точки, в которых функция имеет экстремум (рис.1). Если число экстремальных точек велико, то можно считать, что экстремумы $T(\tau)$ имеют непрерывное распределение с плотностью $f(t)$. Тогда и существует функция распределения $F(t)$, равная вероятности того, что экстремальное значение $T(\tau)$ будет меньше заданного температурного значения t.

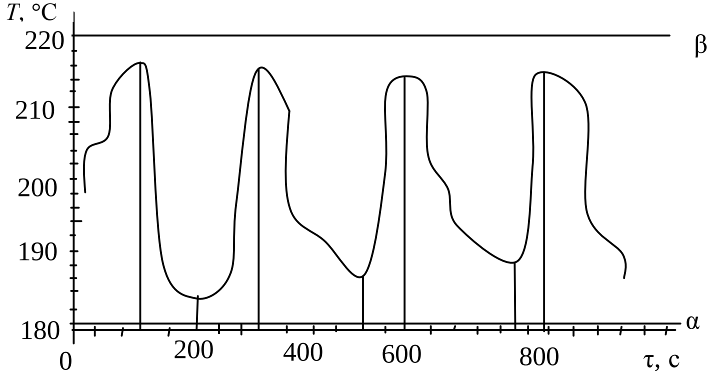

Рис.1 Пример изменения температуры нагреваемого изделия во времени

Теория, изучающая экстремальные значения случайных величин, является разделом порядковых статистик. Рассмотрим необходимые для исследования определения и понятия из теории порядковых статистик. Если случайные величины T_1, T_2, …, T_n расположены в порядке возрастания их значений - $T_{(1)} \le T_{(2)} \le \ldots \le T_{(n)}$, то $T_{(i)}$ называется i-й порядковой статистикой (i =1, 2,…, n). Обычно, хотя и не всегда, T_i статистически независимы и одинаково распределены; величины же $T_{(i)}$ зависимы из-за неравенств между ними. Когда имеется T_1, T_2, … T_n - n независимых случайных величин с общей функцией распределения $F(t)$, то функция распределения наибольшей порядковой статистики $T_{(n)}$ определяется формулой

$$F_n(t) = P\{T_{(n)} \le t\} = F^n(t), \tag{1}$$

а функция распределения наименьшей $T_{(1)}$ – формулой

$$F_1(t) = P\{T_{(1)} \le t\} = 1 - P\{T_{(1)} > t\} = 1 - [1 - F(t)]^n. \tag{2}$$

Эти формулы – важные частные случаи общей функции распределения r-ой порядковой статистики

$$F_r(t) = P\{T_{(r)} \le t\} = \sum_{i=r}^{n} C_n^i F^i(t)[1 - F(t)]^{n-i} . \tag{3}$$

Вероятность того, что при n независимых экстремумах максимум функции T(τ) не превысит заданного значения t на основании формулы (1), будет равна $F^n(t)$. А вероятность того, что при n независимых экстремумах минимум функции T(τ) будет меньше t на основании (2), определяется выражением $1-[1-F(t)]^n$.

Плотности распределений $f_n(t)$ и $f_1(t)$ наибольшего и наименьшего значений функции T(τ), можно получить из формул (1), (2). Они равны

$$f_n(t) = nF^{n-1}(t)\, f(t) \text{ и } f_1(t) = n[1 - F(t)]^{n-1} f(t). \tag{4}$$

Совместная плотность распределения случайных величин $T_{(r)}$ и $T_{(s)}$ $(1 \le r < s \le n)$ определяется выражением [4]

$$\varphi(t_r, t_s) = \frac{n!}{(r-1)!\,(s-r-1)!\,(n-s)!} F^{r-1}(t_r)\, f(t_r) \times$$
$$\times [F(t_s) - F(t_r)]^{s-r-1} f(t_s)[1 - F(t_s)]^{n-s} . \tag{5}$$

Совместная плотность распределения $\varphi(t_1, t_n)$ наименьшего и наибольшего значений t_1 и t_n может быть получена из формулы (5) или из условия, что эти два значения существуют, а что остальные (n-2) значения расположены между ними. Это повторяется каждый раз при всех возможных перестановках из n значений экстремумов. Имеем

$$\varphi(t_1, t_n) = n\,(n-1)\, f(t_1)\, f(t_n)[F(t_n) - F(t_1)]^{n-2} . \tag{6}$$

Индукционная нагревательная установка не имеет отказа по температуре нагрева изделия, если размах W (разность между максимумами и минимумами функции T(τ)) укладывается в пределы допуска при любом i

$$\omega_i = \left(t_{(n)} - t_{(1)}\right)_i < \beta - \alpha, \qquad i = 2, 3, \ldots, n. \tag{7}$$

Так как якобиан преобразования (7) равен по модулю единице, то плотность распределения $h_n(\omega)$ размаха выборки объема n можно получить по формуле (6) с помощью преобразования $t_{(n)} = t_{(1)} + \omega$:

$$h_n(\omega) = n\,(n-1)\int\limits_0^{\infty}[F(t+\omega) - F(t)]^{n-2}\ f(t+\omega)\ f(t)\,dt, \tag{8}$$

где $0 \le \omega < \infty$.

Функция распределения размаха $H(\omega)$ получается интегрированием выражения (8) по ω. Упрощение $H(\omega)$ происходит за счет изменения порядка интегрирования и вычисления внутреннего интеграла. В результате можно получить выражение

$$H_n(\omega) = n\int\limits_0^{\infty}[F(t+\omega) - F(t)]^{n-1} f(t)\,dt\,. \tag{9}$$

Отсюда вероятность безотказной работы индукционной установки по температурному параметру к моменту достижения n-го экстремума в Т(τ) может быть вычислена как вероятность попадания некоторого случайного отрезка ω, распределенного по закону (9), в заданный интервал (α, β):

$$P_n(\alpha \le \omega \le \beta) = H_n(\beta) - H_n(\alpha). \tag{10}$$

Если распределение экстремумов подчинено равномерному закону с параметрами a и b, причем $(b - a) > (\beta - \alpha)$ (то есть возможен отказ по температурному параметру), то плотность распределения f(t) и функция распределения имеют вид

$$f(t) = \begin{cases} 1/(b-a), & a < t < b, \\ 0, & t \notin [a, b] \end{cases}; \tag{11}$$

$$F(t) = \begin{cases} 0, & t \le a, \\ (t-a)/(b-a), & a < t < b, \\ 1, & t \ge b. \end{cases} \tag{12}$$

Используя формулы (8), (11) и (12), найдем функцию плотности размаха $h_n(\omega)$ для равномерного распределения:

$$h_n(\omega) = n\cdot(n-1)\int\limits_a^{b-\omega}\frac{1}{b-a}\left[\frac{t+\omega-a}{b-a} - \frac{t-a}{b-a}\right]^{n-2}\frac{1}{b-a}\cdot dt\,, \tag{13}$$

где $0 \le \omega \le b-a$.

Верхний предел взят потому, что $f(t+\omega) = 0$ при $t \ge b-\omega$. Отсюда

$$h_n(\omega) = \frac{n\cdot(n-1)\omega^{n-2}\cdot(b-a-\omega)}{(b-a)^n}\,. \tag{14}$$

Функция распределения размаха для данного закона распределения имеет вид

$$H_n(\omega)=\int_0^{\omega} h_n(\omega)d\omega=\frac{n\cdot(n-1)}{(b-a)^n}\int_0^{\omega}\omega^{n-2}(b-a-\omega)\,d\omega=$$
$$=\frac{\omega^{n-1}}{(b-a)^n}\left[n(b-a)-(n-1)\omega\right]. \tag{15}$$

Далее, применяя формулу (10), находим вероятность безотказной работы индукционной нагревательной установки по заданному интервалу (α,β) изменения температуры нагреваемого изделия для равномерного закона распределения экстремумов

$$P_n(\alpha\le\omega\le\beta)=\frac{\beta^{n-1}\left[n(b-a)-(n-1)\beta\right]-\alpha^{n-1}\left[n(b-a)-(n-1)\alpha\right]}{(b-a)^n}\,. \tag{16}$$

Вероятность безотказной работы индукционной нагревательной установки по заданным α и β, если распределение экстремумов подчинено экспоненциальному закону с параметром λ, находятся следующим образом. Поскольку

$$f(t)=\lambda\cdot\exp(-\lambda t)\quad\text{и}\quad F(t)=1-\exp(-\lambda t), \tag{17}$$

то простой подстановкой в (9) этих выражений (17) получаем функцию распределения размаха для экспоненциального закона

$$H_n(\omega)=n\int_0^{\infty}\left(e^{-\lambda t}-e^{-\lambda(t+\omega)}\right)^{n-1}\lambda e^{-\lambda t}dt=$$
$$=-\left(1-e^{-\lambda\omega}\right)^{n-1}\int_0^{\infty}e^{-\lambda nt}d(-\lambda nt)=\left(1-e^{-\lambda\omega}\right)^{n-1}, \tag{18}$$

где $0\le\omega<\infty$.

Подставляя (18) в формулу (10), получаем вероятность безотказной работы индукционной нагревательной установки по заданному интервалу (α,β) изменения температуры нагреваемого изделия для экспоненциального закона распределения экстремумов

$$P_n(\alpha\le\omega\le\beta)=\left(1-e^{-\lambda\beta}\right)^{n-1}-\left(1-e^{-\lambda\alpha}\right)^{n-1}. \tag{19}$$

Остается открытым вопрос получения оценок параметров a, b и λ. Данные оценки могут быть получены по одной реализации функции $\mathrm{T}(\tau)$ на участке некоторого периода нормальной эксплуатации установки.

Для равномерного закона распределения наилучшей оценкой теоретического размаха $b-a$ является оценка вида [4]

$$(b-a)^{*} = \frac{n+1}{n-1}\left[t_{(n)} - t_{(1)}\right], \tag{20}$$

где $t_{(n)}$ и $t_{(1)}$ – наибольшая и наименьшая наблюдаемые температуры.

Подставляя (20) в (16), находим оценку безотказной работы индукционной нагревательной установки по результатам наблюдений, если распределение экстремумов подчинено равномерному закону

$$\begin{gathered} P_n(\alpha \le \omega \le \beta) \approx (\beta^{n-1}(\frac{n\cdot(n+1)}{n-1}(t_{(n)}-t_{(1)})-(n-1)\beta)- \\ -\alpha^{n-1}(\frac{n\cdot(n+1)}{n-1}(t_{(n)}-t_{(1)})-(n-1)\alpha))/(t_{(n)}-t_{(1)})^{n}(\frac{n+1}{n-1})^{n}. \end{gathered} \tag{21}$$

Для экспоненциального закона (17) наилучшей оценкой параметра λ является оценка вида [5]

$$\lambda^{*} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i}^{n} t_{(i)}\right)^{-1}, \tag{22}$$

где $t_{(i)}$ – наблюдаемое экстремальное значение температуры.

Тогда, подставляя (22) в (19), находим оценку безотказной работы индукционной нагревательной установки по результатам наблюдений, если распределение экстремумов подчинено экспоненциальному закону:

$$P_n(\alpha \le \omega \le \beta) \approx \left(1-\exp\left(-\frac{\beta\cdot n}{\sum_{i}^{n} t_{(i)}}\right)\right)^{n-1} - \left(1-\exp\left(-\frac{\alpha\cdot n}{\sum_{i}^{n} t_{(i)}}\right)\right)^{n-1}. \tag{23}$$

Возникает вопрос, к какому из распределений (11) или (17) ближе распределение экстремальных температурных значений. Для этого необходимо провести исследование поведения оценок вероятностей (21) и (23) при различных заданных интервальных значениях α и β температур, а также при фиксированных $t_{(n)}$ и $t_{(1)}$, считая, что n есть непрерывная величина, а оценкой параметра λ есть величина $\left(t_{(n)} + t_{(1)}\right)/2$.

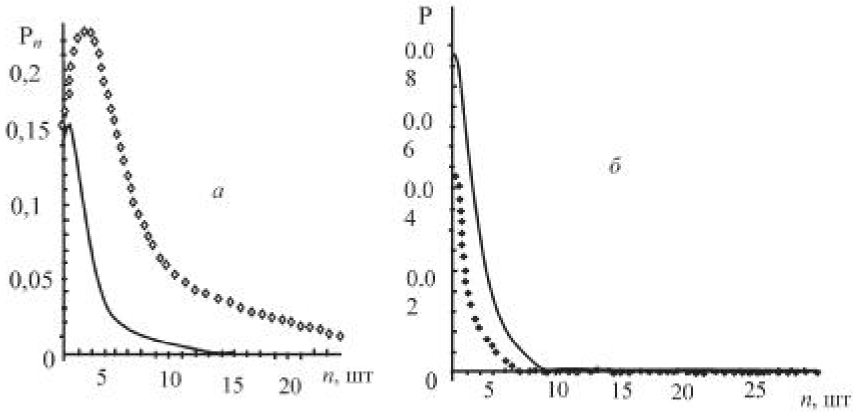

Рис.2 Вероятность безотказной работы индуктора по температурному параметру от числа циклов нагрева

На рис.2 точками указана вероятность безотказной работы индуктора по температурному параметру T при различном числе экстремумов n для распределения экстремумов по равномерному закону, а сплошной линией – для экспоненциального закона.

Анализ полученных уравнений показал, что возможны соотношения, когда, приняв равномерный закон, можно получить завышение (рис. 2*а*)), занижение (рис. 2*б*)) и как занижение, так и завышение значения вероятностной P_n безотказной работы индуктора. Предпочтение следует отдать оценке (21), так как вероятность безотказной работы принимает значения как больше, так и меньше, чем оценка (23).

Заметим, что проделанного анализа все-таки недостаточно. Ответ с высокой степенью достоверности, как всегда, может дать только массовый эксперимент по нахождению распределения экстремальных значений температур нагрева.

Получены эмпирические оценки безотказной работы индукционной установки по температурному показателю качества нагрева изделия в циклическом режиме. Предложенный метод оценки применим для оценки вероятности выхода за допустимые границы любого показателя качества, и что более универсальной оценкой безотказной работы технологической системы является оценка на основе равномерного закона распределения экстремальных значений показателей. Полученные результаты позволяют по небольшому числу экспериментальных данных произвести расчет вероятности безотказной работы индукционной установки на каждом цикле нагрева изделия.

Список литературы: **1.** *Резниченко Н.К., Созонов Ю.И.* Надежность многовитковых индукторов. // Вестник НТУ ”ХПИ. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – № 39. – 2005. – С.22-2. **2.** *Созонов Ю.И., Куцын А.Н.* Модель надежности изоляции электрических систем при ресурсах, меньших среднего. // Технология приборостроения. –2000. – № 1. – С.49-50. **3.** *Дейвид Г.* Порядковые статистики. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 336 с. **4.** Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.Н. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 640 с. **5.** *Сазонов Ю.И., Куцин А.Н.*. Оценка ресурса индукционного нагревателя для критических технологий // Високі технології в машінобудуванні. Збірник наукових праць ХДПУ. – Харків. – 1999. – С.564-568

Поступила в редколегию 20.04.06

УДК 629.4.015:625.032.4:539.3

Е.А. ОРЛОВ, ОАО „Изюмский вагоноремонтный завод”

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ НАГРУЗОК НА РАМЫ ТЕПЛОВОЗОВ: МЕТОДЫ, МОДЕЛИ, СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ САПР

Запропоновано новий метод дослідження впливу експлуатаційних факторів на напружено-деформований стан рам тепловозів. Він полягає у розкладанні навантаження на суму базових силових факторів. Сумарний напружено-деформований стан є суперпозицією напружено-деформованих станів від дії окремих силових факторів. Створено основи спеціалізованої системи комп’ютерного моделювання напружено-деформованого стану рам тепловозів серій 2ТЕ10, 2ТЕ116.

The new method of research of influencing of operating factors on the stressed-deformed state of diesel engines frames is offered. It consists in decomposition of loading to the amount of base power factors. The total stressed-deformed state is superposition of the stressed-deformed states from the action of separate power factors. The specialized system of computer design of the stressed-deformed state of frames of diesel engines of 2TE10, 2TE116 series is created.

Состояние вопроса. Современный парк локомотивов в Украине и странах СНГ характеризуется большим удельным весом тепловозов, выпущенных десятки лет назад и находящихся на пределе своего ресурса. В первую очередь это относится к рамам тепловозов, воспринимающим значительные нагрузки в процессе эксплуатации. Соответственно возникает вопрос о продлении ресурса локомотивов, а это требует оценки напряженно-деформированного состояния силовых рам. Проведенные в свое время исследования этих рам в процессе проектирования и освоения производства были ориентированы на обеспечение паспортного ресурса локомотива. В то же время сейчас большое значение приобретает вопрос возможности продления назначенного ресурса путем проведения ремонтных и восстановительных работ. Соответственно, возникает актуальная и важная