УДК 629.3.021.243:629.371.2

РАЗНИЦЫН И.Л., к.ф.м.н, ХНАДУ
УЖВА А.В., к.т.н., ХНАДУ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО СКОРОСТНОГО РЕЖИМА ГОНОЧНОГО АВТОМОБИЛЯ

Запропонована математична модель режимів руху автомобіля по трасі заданої конфігурації, яка дозволяє визначити управління, що мінімізує час її проходження. Ця модель може бути використана для розрахунку навантажень, що діють на автомобіль на будь-якій ділянці траси.

Введение. Создание специальных машин для участия в соревнованиях постоянно требует применения новых материалов, технических и конструктивных решений по усовершенствованию узлов и агрегатов, которые должны обеспечивать спортивные качества при соблюдении высокой надежности и безопасности. Заметим, что эти свойства определяются с учетом нагрузок испытываемых при различных режимах движения. Очевидно, что на стадии проектирования принципиально важно уметь прогнозировать эти нагрузки.

Авторами в рамках комплексной темы исследования «Системное проектирование и конструирование транспортных средств, которые обеспечивают необходимую активную безопасность движения», ведущейся на кафедре автомобилей и лабораторией скоростных автомобилей ХНАДУ разработан расчетный метод оценки динамических нагрузок автомобиля при прохождении трассы, он основывается на построении оптимального скоростного режима.

Анализ последних достижений и публикаций. Следует отметить, что моделирование движения автомобиля является предметом интенсивного исследования. В близких постановках такая задача рассматривалась в работах [1-5].

Постановка и цель задачи. Будем рассматривать движение одиночного автомобиля по известной трассе (например на такой, где проводится чемпионаты Украины по шоссейно-кольцевым гонкам). Управление машиной осуществляется во-первых при соблюдении условий безопасности, а во-вторых оно должно обеспечивать прохождение трассы за минимальное время. Именно при таком режиме движения автомобиль получает максимальные нагрузки.

Целью исследования является расчет оптимального скоростного режима (в указанном выше смысле) движения автомобиля по трассе.

Модель трассы. Будем считать, что трасса представляет собой достаточно гладкую кривую с естественной параметризацией-

$$L:\begin{cases} \mathrm{x}=\varphi(S) \\ y=\psi(S) \\ z=\eta(S) \end{cases},\ S\in[0,l],$$

имеющая в каждой точке кривизну $k_1(S)$ и кручение $k_2(S)$. На кривой L задана принимающая положительные значения функция $V_б(\mathrm{S})$ (безопасная скорость). Хорошо известно [6], что вообще говоря, $V_б(\mathrm{S})$ зависит от $k_1(S)$ и $k_2(S)$, в частности, если L является плоской, то можно взять $V_б(\mathrm{S}) = \mathrm{C}_1\sqrt{R(S)}$, где $R(S) = \dfrac{1}{r(S)}$ - радиус кривизны, а C_1 - коэффициент, зависящий от конструктивных параметров и дорожных условий.

Модель режимов движения. Дальше будем рассматривать автомобиль как материальную точку, которая двигается по кривой L либо с постоянной (по величине) скоростью, либо разгоняется, либо тормозит, причем переходы из одного состояния в другое совершаются мгновенно.

Процесс разгона (по прямолинейному участку) определяется неубывающей функцией $V_R(V_H, S)$, где V_H - начальная скорость, а V_R - скорость в конце участка длины S, причем выполнено равенство (для любых S и S_1 $V_R(V_R(V_H, S), S_1) = V_R(V_H, S + S_1)$

Обозначим $V_{\max}$ - наибольшую возможную скорость автомобиля. Пусть она достигается в конце участка длины $S_{\max}$ при нулевой начальной скорости - $V_{\max} = V_R(0, S_{\max})$.

Отметим, что $V_R(V_H, S) = V_{\max}$ при $S \ge S_{\max}$.

Процесс торможения определяется неубывающей функцией $V_T(V_K, S)$, где V_K - скорость в конце, а V_T максимально возможная скорость в начале прямолинейного участка торможения длины S, причем выполнено: $V_T(V_T(V_K, S), S_1) = V_T(V_K, S + S_1)$. Обозначим через $S_{\min}$ минимальную длину участка, на котором автомобиль может уменьшить скорость от $V_{\max}$ до 0, тогда $V_T(0, S) = V_{\max}$ при $S \ge S_{\min}$

Сделаем еще одно предположение: процессы разгона и торможения по криволинейному участку определяются теми же функциями, что и на прямолинейном участке, точнее говоря, если автомобиль делает разгон (торможение) от точки $A_1(\varphi(S_1), \psi(S_1), \eta(S_1))$ до точки $A_2(\varphi(S_2), \psi(S_2), \eta(S_2))$ с начальной скоростью V_H (с конечной скоростью V_K) и неравенство $V_R(V_H, \theta) \le V_б(S + \theta)$ ($V_T(V_K, S_2 - S_1 - \theta) \le V_б(S_1 + \theta)$) выполнено при всех $\theta \in [0; \mathrm{S}_2 - S_1]$, то скорость автомобиля в точке A_2 (в точке A_1) равны $V_R(V_H, S_2 - S_1)$ ($V_T(V_K, S_2 - S_1)$).

Решение задачи. Будем искать решение (приближенное) задачи следующим образом. Во-первых, аппроксимируем $V_б(S)$ кусочно-постоянной функцией $V_{кр}(S)$ $\mathrm{S} \in [0, l]$, удовлетворяющей условиям:

$0 \le V_б(\mathrm{S}) - \mathrm{V}_{кр}(S) \le \varepsilon$, (где $\varepsilon > 0$, любое сколь-угодно малое наперед заданное число). Это возможно в силу непрерывности $V_б(S)$.

Отметим, что в случае плоской кривой и $V_б(\mathrm{S}) = \mathrm{C}_1\sqrt{R(S)}$, такую аппроксимацию можно интерпретировать как разделение трассы на участки представляющие собой либо дуги окружностей либо отрезки прямых.

Пусть

$$V_{кр}(S) = \begin{cases} V_{кр}^1, S \in [0, S_1) \\ V_{кр}^2, S \in (S_1, S_2) \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ V_{кр}^{\mathrm{n}}, S \in (S_{n-1}, l] \end{cases}$$

И в точках разрыва
$V_{кр}(\mathrm{S_K}) = \min\{V^{\mathrm{k}}_{кр}, V^{\mathrm{k+1}}_{кр}\},\ k \in \overline{1,(n-1)}$ (см. рис.1)

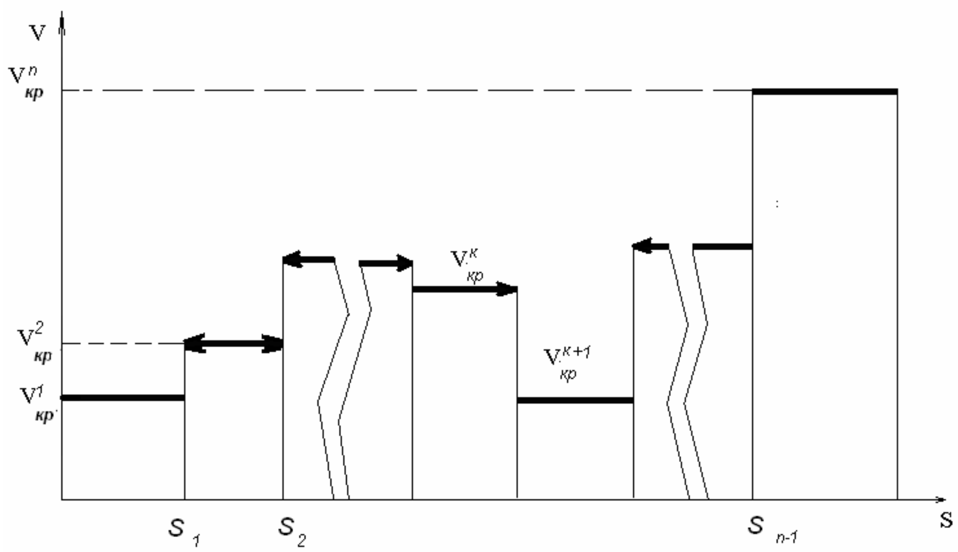

Рисунок 1 – Представление трассы

Заметим, что можно считать, что $V_{кр}(\mathrm{S}) \le \mathrm{V_{max}}$.

Алгоритм оптимизации. Сначала определим процедуру оптимизации на отдельно взятом участке трассы $[S_i, S_{i+1}]$, считая известными начальную скорость $V(S_i) = V^i_H$ и ограничение на скорость в конце участка $V(S_{i+1}) \le V^i_k$ $(V^i_H, V^i_k < V^{\mathrm{i}}_{кр})$. Проведем через точки (S_i, V_H) и (S_{i+1}, V_K) соответственно кривые разгона и торможения.

Возможные случаи для наглядности изобразим на рисунках 2-6.

1. Кривые не пересекаются и $V_H \ge V_K$

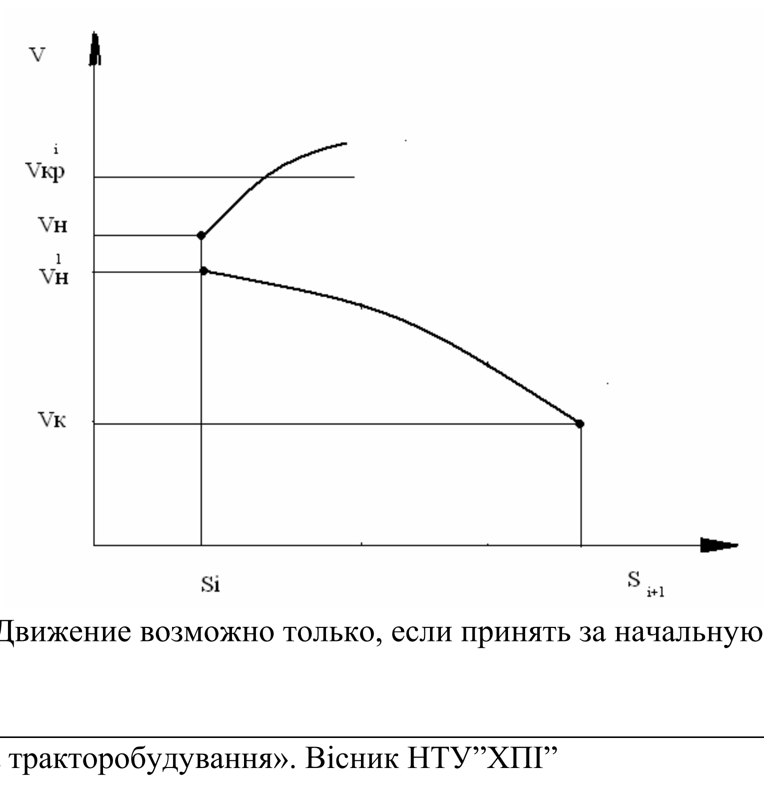

Рисунок 2 – Движение возможно только, если принять за начальную скорость V^1_H

2. Кривые не пересекаются и $V_H \le V_K$

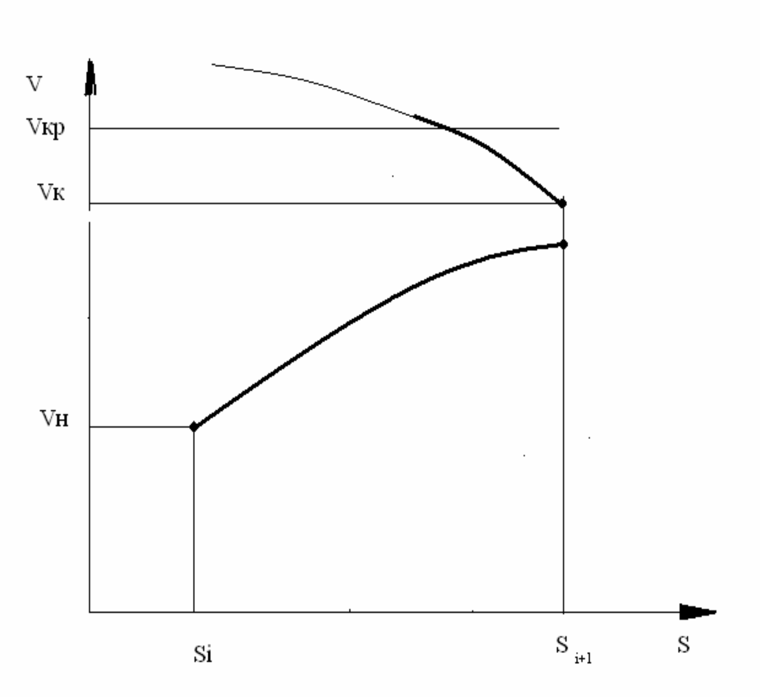

Рисунок 3 – Оптимальный режим – разгон

3. Кривые пересекаются в точке Р, лежащей под или на прямой $V = V_{кр}$.

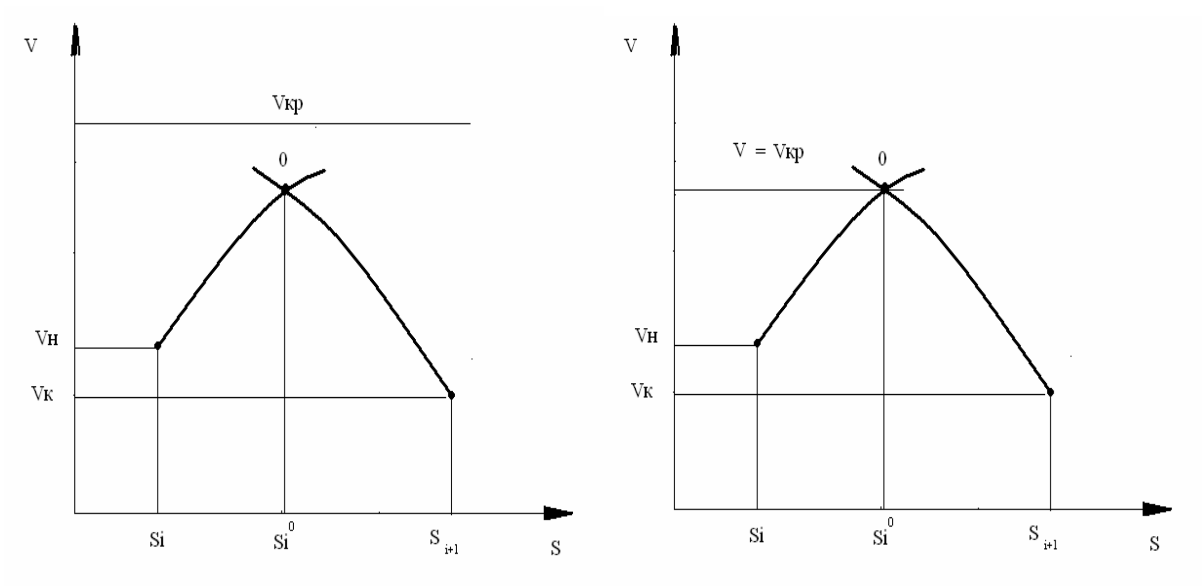

Рисунок 4 – Оптимальный режим и разгон на участке $\left[\mathrm{S_i}, S_i^0\right]$ и торможение на участке $\left[S_i^0, S_{i+1}\right]$.

4. Кривые пересекаются в точке Р, лежащей над прямой $V = V_{кр}$.

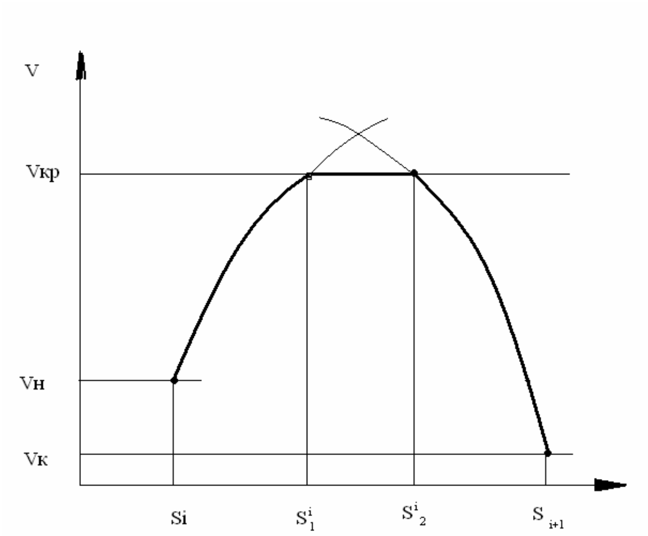

Рисунок 5 – Оптимальный режим: разгон на участке $\left[S_i, S_i^1\right]$, движение с постоянной скоростью $V_{кр}$ на участке $\left[S_i^1, S_i^2\right]$ и торможение на участке $\left[S_i^2, S_{i+1}\right]$.

Процесс построения оптимального режима движения на всей трассе состоит в последовательном применении процедуры оптимизации на каждом участке трассы начиная с последнего.

Следуя описанному алгоритму оптимальный скоростной режим был смоделирован для гоночного автомобиля ХАДИ-29 на трассе спортивного комплекса «Чайка» г. Киев.

Выводы

Численная реализация алгоритма является весьма экономичной с точки зрения вычислительных ресурсов, что позволит ее использовать в реальном времени.

Предложенный расчетный метод решения задачи быстродействия можно использовать при известной траектории движения автомобиля..

Список литературы: 1. *E. Velenis and P. Tsiotras*, "Optimal velocity profile generation for given acceleration limits: Theoretical analisys," in *Proceedings of the American Control Conference,* June 8 – 10 2005. Portland, OR (to appear). **2.** *T. Fujioka and M. Kato*, "Numerical analysis of minimum-time cornering." in *Proceedings of AVEC 1994*. November 24-28 1994. Tsukuba, Japan. **3.** *J. Hendrikx, T. Meijlink, and R. Kriens*, "Application of optimal control theory to inverse simulation of car handling," *Vehicle System Dynamics*, vol. 26, pp. 449-461, 1996. **4.** *D. Casanova, R. S. Sharp, and P. Symonds*. "Minimum time manoeuvring: The significance of yaw inertia," *Vehicle System Dynamics,* vol. 34, pp. 77-115, 2000. **5.** *D. Casanova, R. S. Sharp, and P. Symonds*, "On minimum time optimization of formula one cars: The influence of vehicle mass." in *Proceedings of AVEC 2000,*August 22-24 2000. Ann-Arbor, MI. **6.** *Литвинов А.С., Фаробин Я.Е.* Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств: Учебник для вузов по специальности "Автомобили и автомобильное хозяйство"-М.: Машиностроение, 1989.-240с.