

**А.П. ПОПОВ**, д.т.н., проф., заведующий каф. механики и конструирования машин НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**Л.А. ПОПОВА**, научный сотрудник НУК им. адм. Макарова

### КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С КОНИЧЕСКО-ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Представлены материалы по новой зубчатой передаче с пространственной точечной системой зацепления прямых эвольвентных зубьев коническо-цилиндрических зубчатых колес. В указанной передаче зубья шестерни повернуты на малый угол  $\theta$  относительно зубьев колеса, в связи с чем шестерня с учетом поворота её зубьев на указанный угол является конической, в то время как колесо остается цилиндрическим. При этом оси вращения шестерни и колеса рассматриваемой зубчатой передачи, характеризуемой высокой нагрузочной способностью по контактным напряжениям, остаются параллельными друг другу. Предлагаемая зубчатая передача создана на основе новой теории контактной прочности, разработанной проф. А.П. Поповым.

**Ключевые слова:** зубчатая передача, напряжения, нагрузочная способность, повернутые зубья, конус.

**Постановка проблемы.** Роль зубчатых передач исключительно велика в современном редукторостроении. Однако традиционные зубчатые передачи с плоской линейной системой зацепления зубьев практически исчерпали свои возможности, так как они уже не в состоянии удовлетворить постоянно возрастающим требованиям высокой нагрузочной способности по контактным напряжениям, существенного снижения весогабаритных показателей и улучшения виброакустических характеристик путем снижения уровня вибрации и шума.

Для получения зубчатых передач, отвечающих предъявляемым к ним требованиям, в настоящее время осуществляются поиски новых технических решений, среди которых бесспорное место занимают зубчатые передачи с пространственной точечной системой зацепления зубьев [1, 2], использование которых по мнению специалистов ряда стран (Украина, Россия, Голландия, Германия, Китай, Канада и т.д.), послужит мощным толчком в развитии редукторостроения.

**Анализ последних исследований.** Наиболее полно исследования по данной проблеме изложены в [1, 2]. Указанные исследования как уже упоминалось, базируются на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, разработанной проф. А.П. Поповым, а так же на новых технических решениях, защищенных патентами на изобретения [3-10].

**Цель работы.** Доказательство уникальности точечной системы зацепления зубьев на примере созданной новой зубчатой передачи с коническо-цилиндрическими колесами. Основа доказательства построена на впервые выполненных теоретических исследованиях предлагаемой зубчатой передачи [10].

**Изложение основного материала.** При расчете традиционной зубчатой передачи с плоской линейной системой зацепления эвольвентных зубьев на контактную прочность в полюсе зацепления в качестве расчетной выступает модель двух упруго сжатых цилиндров 1 и 2 с радиусами  $\rho_1 = mz_1 \sin \alpha_w / 2$  и  $\rho_2 = mz_2 \sin \alpha_w / 2$ , где  $m$  – модуль зацепления;  $z_1, z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса;  $\alpha_w = 20^\circ$  – угол зацепления.

Если цилиндр 1 повернуть относительно цилиндра 2 на угол  $\theta$ , то в этом случае получим пространственное точечное касание указанных цилиндров в

точке 0 (рисунок 1,а). В этом случае повернутый на угол  $\theta$  цилиндр 1 будет характеризоваться относительно цилиндра 2 в направлении линии, параллельной линии  $Oy_1$  (рисунок 1,а) двумя радиусами кривизны  $\rho_{01}$  и  $\rho_{02}$  так называемых эквивалентных цилиндров.

Таким образом, в плоскости  $zOx$  имеет место, как уже говорилось, модель контакта двух цилиндров с радиусами  $\rho_1$  и  $\rho_2$  в точке 0, а в плоскости, перпендикулярной плоскости  $zOx$ , в той же самой точке 0 наблюдается модель внешнего контакта так же двух так называемых эквивалентных цилиндров с радиусами  $\rho_{01}$  и  $\rho_{02}$ . В процессе нагружения указанных цилиндров точечный контакт, как известно, перерождается в эллиптическую площадку размером  $tab$ , где  $a$  и  $b$  – соответственно малая и большая полуоси эллипса.

Для решения задачи, зная расчетные модели контакта в двух взаимно перпендикулярных плоскостях  $zOx$  и  $zOy$ , необходимо найти функцию  $W(x,y)$ , которая характеризует изменение контактных деформаций в направлении осей  $x$  и  $y$ . При этом в плоскости  $zOx$  наблюдается, несмотря на поворот зубьев, модель контакта, как уже говорилось, цилиндров 1 и 2 с радиусами кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Под радиусом  $\rho_1^*$  (рисунок 1,б) подразумевается условный радиус повернутого на угол  $\theta$  цилиндра 1. Но так как величина угла  $\theta$  мала, то практически можно считать, что  $\rho_1^* = \rho_1$ .

В действительности сечение 3 кругового цилиндра с радиусом  $\rho_1^*$  (рисунок 1,б) представляет сечение эллиптического цилиндра с малой полуосью  $a = \rho_1 \cos \theta$  и большой полуосью  $c = \rho_1$ . Однако при малых величинах угла  $\theta$  сечение эллипса 3 можно заменить сечением круга 4, полагая  $\rho_1^* = a = b$ , что и сделано на рисунке 1,б, где сечение 4 представляет сечение кругового цилиндра 2 (рисунок 1,а).

Из рисунка 1,а следует, что при повороте цилиндра 1 относительно цилиндра 2 на угол  $\theta$  точка  $a$  займет положение точки  $b$ , тогда, учитывая малую величину угла  $\theta$ , запишем

$$ab = y \operatorname{tg} \theta = y \theta, \quad (1)$$

где  $y$  – текущая координата.

На основании малой величины угла  $\theta$  примем повернутый цилиндр 1 (рисунок 1,а) в плоскости  $zOy$  без изменения с той лишь разницей, что центр окружности цилиндра 1 сместился вследствие его поворота из точки 0 в положение точки  $O_1$  на величину  $ab = O_1c$ . При этом точки  $a$  и  $b$  (рисунок 1,а) оказались спроектированными в точки 0 и  $c$ .

Из рисунка 1,б следует, что

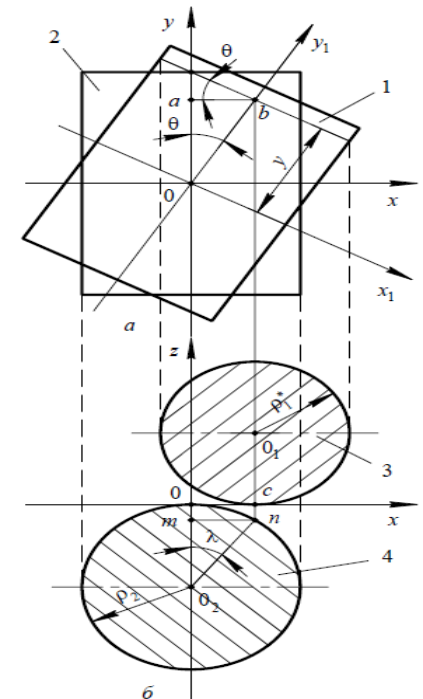


Рисунок 1 – Схематическое изображение поворота цилиндров:  
 $a$  – относительно друг друга;  
 $b$  – относительно их сечений

$$\sin \lambda = \frac{mn}{O_2 n} = \frac{ab}{O_2 n} = \frac{y\theta}{\rho_2}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – угол, заключенный между отрезками  $O_2 m$  и  $O_2 n$ .

Полагая, что  $\sin \lambda = \lambda$  при малых углах  $\lambda$ , представим уравнение (2) в виде

$$\lambda = \frac{y\theta}{\rho_2}. \quad (3)$$

Приняв равенство отрезков  $O_2 m = cn$  (рисунок 1, б), каждый из которых является функцией переменной величины  $y$ , запишем на основании выражений (1)–(3) следующее уравнение

$$S(y) = O_2 m + cn = \rho_2 - \rho_2 \cos \lambda = \rho_2 (1 - \cos \lambda) = \rho_2 \left( 1 - \cos \frac{y\theta}{\rho_2} \right). \quad (4)$$

Разложим функцию  $\cos(y\theta/\rho_2)$ , учитывая малую величину  $y\theta/\rho_2$ , в ряд, воспользовавшись первым и вторым слагаемыми указанного ряда, в результате запишем уравнение

$$\cos \frac{y\theta}{\rho_2} = 1 - \cos \frac{y^2 \theta^2}{2\rho_2^2}. \quad (5)$$

Объединив выражения (4) и (5), получим в окончательном виде зависимость

$$S_1(y) = \frac{y^2}{2\rho_{01}},$$

где  $\rho_{01} = \rho_2/\theta^2$  – радиус первого эквивалентного цилиндра.

Если цилиндр 2 повернуть на угол  $\theta$  по часовой стрелке до совпадения его с положением цилиндра 1, а затем снова вернуть в исходное положение, то в этом случае, по аналогии с функцией  $S_1(y)$ , найдем выражение функции  $S_2(y)$ , а именно:

$$S_2(y) = \frac{y^2}{2\rho_{02}},$$

где  $\rho_{02} = \rho_1/\theta^2$  – радиус второго эквивалентного цилиндра.

На основании выражений  $S_1(y)$  и  $S_2(y)$  запишем функцию

$$S(y) = S_1(y) + S_2(y) = \frac{y^2}{2\rho_0}, \quad (6)$$

где  $\rho_0 = \rho_{01}\rho_{02}/(\rho_{01} + \rho_{02})$  – приведенный радиус кривизны в точке контакта эквивалентных цилиндров.

Уравнение (6) характеризует форму зазора повернутых относительно друг друга цилиндров на угол  $\theta$  в направлении оси  $y$ . На основании сказанного и исходя из эллиптического закона изменения деформаций в направлении оси  $y$ , представим функцию  $W(y)$  с учетом  $\rho_0 = \rho_{01}\rho_{02}/(\rho_{01} + \rho_{02}) = \rho_w/\theta^2$  в виде [2]:

$$W(y) = \frac{b^2}{2\rho_0} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b^2}}, \quad (7)$$

где  $\rho_w = \rho_1\rho_2/(\rho_1 + \rho_2)$  – приведенный радиус кривизны в полюсе зацепления в плоскости  $zOx$ ;  $b$  – большая полуось эллипса эллиптической площадки контакта.

В плоскости  $zOx$  функция контактных деформаций  $W(x)$  имеет вид [2]:

$$W(x) = -\frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \quad (8)$$

где  $b$  – малая полуось эллиптической площадки контакта.

Имея выражения функций (7) и (8), запишем выражение функции  $W(x,y)$ , которая характеризует закон изменения контактных деформаций в направлении осей  $x$  и  $y$  [2]:

$$W(x, y) = \frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)}. \quad (9)$$

Для интегрирования в дальнейшем уравнения (9) заменим эллиптическую площадку контакта  $tab$  равной ей по величине прямоугольной площадкой контакта со сторонами  $2a$  и  $2b_m$ . Исходя из равенства  $tab = 4ab_m$ , получим выражение  $b_m = \pi b/4$ . С учетом выражения параметра  $b_m$  представим функцию (9) следующим образом

$$W(x, y) = \frac{a^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)} = \frac{b^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)}. \quad (10)$$

При  $x=0$  и  $y=0$  функции (7) и (8) характеризуются равными друг другу величинами контактных деформаций в одной и той же точке  $O$ , характеризующей начало координат, в связи с чем запишем  $a^2/2\rho_w = b^2\theta^2/2\rho_w$ . Из данного равенства имеем  $a/b = \theta$ .

Имея функцию (10), перейдем к определению второй равнозначной ей функции  $W(x,y)$ , воспользовавшись обобщенным законом Гука и гипотезой Винклера. Гипотеза Винклера, как известно, в общем случае характеризует зависимость между просадкой кромки упругого основания и интенсивностью его реакции которая является функцией одной переменной величины  $x$ .

В книге [2] проф. А.П. Поповым гипотеза Винклера впервые разработана применительно к упруго сжатым телам с первоначальным точечным контактом, при котором осадка упругого основания и интенсивность его реакций является функцией двух переменных  $x$  и  $y$ . В связи с этим рецензент книги [2] в предисловии указал на то, что в дальнейшем озвученную гипотезу следует именовать как гипотезу Винклера – Попова. В соответствии со сказанным запишем [2]:

$$W(x, y) = B \cdot \sigma(x, y), \quad (11)$$

где  $B$  – коэффициент подушки,  $\text{мм}^3/\text{Н}$ ;  $\sigma(x,y)$  – функция контактных напряжений.

В соответствии с [2] коэффициент  $B$  определяется как произведение эллиптической площадки контакта  $tab$  на сумму контактных податливостей сопряженной пары зубьев  $\delta_{к1} + \delta_{к2}$ , измеряемой в  $\text{мм}/\text{Н}$ . В соответствии со сказанным перейдем к нахождению коэффициента  $B$ , исходя из равенства между собой величин контактных деформаций в двух взаимно перпендикулярных плоскостях функций (7) и (8). В этом случае, полагая  $a/b = \theta$ , запишем

$$\frac{\varepsilon_{zx}}{\varepsilon_{zy}} = \frac{L_x}{L_y} = \frac{2a}{2b} = \frac{a}{b} = \theta, \quad (12)$$

где  $L_x, L_y$  – условные размеры, характеризующие малую  $a$  и большую  $b$  полуоси эллиптической площадки контакта.

Из уравнения (12) вытекает, что  $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy}/\theta$  и  $\varepsilon_{zy} = \theta\varepsilon_{zx}$ . Используя выражения относительных деформаций  $\varepsilon_{zx}$  и  $\varepsilon_{zy}$ , а также зависимость [2]

$$\sigma_z = \sigma_{zy} = \frac{(\varepsilon_{zy} + \nu\varepsilon_{zx})E}{1 - \nu^2},$$

и полагая при этом  $\nu_1 \neq \nu_2$  и  $E_1 \neq E_2$ , запишем выражения контактных напряжений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , действующих при нагружении на рабочих поверхностях сопряженной пары зубьев:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_{zx}(\theta + \nu_1)E_1}{1 - \nu_1^2}; \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon_{zx}(\theta + \nu_2)E_2}{1 - \nu_2^2}.$$

Далее, исходя из выражений  $\sigma_1, \sigma_2$  и соотношений  $\varepsilon_{zx} = \Delta L_{zx}/L_x$  и  $L_x = 2a$ , найдем два равнозначных выражения упругих перемещений (деформаций) зубьев:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1 = C_{m1} \frac{\Delta L_{zx}(\theta + \nu_1)E_1}{(1 - \nu_1^2)a}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2 = C_{m2} \frac{\Delta L_{zx}(\theta + \nu_2)E_2}{(1 - \nu_2^2)a}; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где  $C_{m1}, C_{m2}$  – размерные параметры шестерни и колеса, измеряемые в мм/МПа.

Приняв  $W = \Delta L_{zx}$  в уравнениях (13), найдем зависимости размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{(1 - \nu_1^2)a}{(\theta + \nu_1)E_1}; \quad C_{m2} = \frac{(1 - \nu_2^2)a}{(\theta + \nu_2)E_1}.$$

Зависимость средних по величине контактных напряжений в рассматриваемой задаче выглядит так:

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2ab},$$

где  $F_n$  – нормальная сила, действующая на сопряженную пару зубьев.

В соответствии с выражениями  $C_{m1}, C_{m2}$  и  $\sigma_m$ , приведенными выше, найдем уравнения контактной податливости каждой сопряженной пары зубьев:

$$\delta_{k1} = \frac{C_{m1}\sigma_m}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi(\theta + \nu_1)E_1 a}; \quad \delta_{k2} = \frac{C_{m2}\sigma_m}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi(\theta + \nu_2)E_2 a}.$$

Исходя из размера площадки контакта  $\pi ab$  и выражений  $\delta_{k1}$  и  $\delta_{k2}$ , найдем в окончательном виде зависимости коэффициента подушки, а именно:

$$B = \pi ab(\delta_{k1} + \delta_{k2}) = \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] a. \quad (14)$$

С учетом выражения (14), а также найденных и равнозначных друг другу функций (10) и (11) представим уравнение объемного напряженно-деформированного со-

стояния сопряженной пары зубьев, нагруженных нормальной силой  $F_n$ , в виде:

$$\begin{aligned} B \int_{-b_m}^{b_m} \int_{-a}^a \sigma(x, y) dx dy &= BF_n = \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] a F_n = \\ &= \frac{a^2}{2\rho_w} \int_{-b_m}^{b_m} \int_{-a}^a \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)} dx dy = \frac{\pi^2 a^3 b_m}{8\rho_w}. \end{aligned}$$

Выразим в последнем уравнении параметр  $b_m$  через большую полуось эллипса  $b$ , то есть  $b_m = \pi b/4$ , и решив указанное уравнение относительно малой полуоси  $a$  эллипса, получим:

$$a = 1,0113 \sqrt[3]{\theta \rho_w \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] F_n}. \quad (15)$$

Используя уравнение (15) и соотношение  $b = a/\theta^2$ , найдем выражение большой полуоси эллипса

$$b = 1,0113 \sqrt[3]{\frac{\rho_w}{\theta^2} \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right] F_n}. \quad (16)$$

Законом изменения контактных напряжений идентичен закону изменения контактных деформаций (10), в связи с чем запишем

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_m^2}\right)}, \quad (17)$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимальные контактные напряжения в точке  $x = y = 0$

Приняв в выражениях (10) и (17) переменные величины  $x = 0$  и  $y = 0$ , получим  $W(x, y) = W_{\max} = a^2/2\rho_w$  и  $\sigma(x, y) = \sigma_{\max}$ . Далее, подставив значение  $W_{\max} = a^2/2\rho_w$  и  $\sigma_{\max}$  в формулу (11), запишем  $a^2/2\rho_w = B\sigma_{\max}$ , откуда найдем

$$\sigma_{\max} = \frac{a^2}{2\rho_w B}. \quad (18)$$

На основе уравнений (14) и (15) выражение максимальных контактных напряжений (18) представим в развернутом виде:

$$\sigma_{\max} = 0,506 \sqrt[3]{\frac{\theta F_n}{\rho_w \left[ \frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1)E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2)E_2} \right]^2}}. \quad (19)$$

При изготовлении зубчатых колес из одинаковых, например из стальных материалов, имеем  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и  $E_1 = E_2 = E$ , в связи с чем уравнения (15), (16) и (19) примут более упрощенный вид:

$$a = 1,234 \sqrt[3]{\frac{\theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu)E}}; \quad (20) \quad b = 1,234 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\theta^2 (\theta + \nu)E}}; \quad (21)$$

$$\sigma_{\max} = 0,3393 \sqrt[3]{\frac{\theta(\theta + \nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}. \quad (22)$$

В силу очень больших величин радиусов кривизны  $\rho_{01}$  и  $\rho_{02}$  эквивалентных цилиндров, достигающих нескольких сотен метров, большая ось эллипса  $2b$  эллиптической площадки контакта может достигать длины зубьев  $b_w$ , в связи с чем имеем условие  $2b \leq b_w$ . При  $2b = b_w$  угол  $\theta$  является оптимально-минимальной величиной.

Для определения оптимальной величины угла  $\theta$  примем в уравнении (15) величину  $b = b_w/2$ . Затем, разделив правую часть указанного уравнения на  $b_w/2$ , получим трансцендентное уравнение для нахождения оптимальной величины угла  $\theta$ , которое имеет вид:

$$\frac{2,468}{b_w} \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\theta^2 (\theta + \nu) E}} = 1. \quad (23)$$

Таким образом, при значениях угла  $\theta$ , найденного путем решения уравнения (23), максимальные контактные напряжения в соответствии с уравнением (22), будут минимальными по своей величине. Однако по мере увеличения угла  $\theta$  напряжения  $\sigma_{\max}$  будут возрастать до величин напряжений  $\sigma_H = 0,418 E F_n / \rho_w b_w$  в соответствии с формулой Герца. Для получения равенства  $\sigma_{\max} = \sigma_H$  необходимо приравнять друг к другу правые части уравнений  $\sigma_H$  и  $\sigma_{\max}$ , в связи с чем найдем ещё одно трансцендентное уравнение, а именно:

$$\theta(\theta + \nu)^2 = \frac{1,874}{b_w} \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{E b_w}}. \quad (24)$$

С учетом выполненных исследований шестерня 1 с повернутыми на угол  $\theta$  зубьями 2 приведена на рисунке 2,а. На рисунке 2,б изображено зубчатое колесо 3 с неповернутыми зубьями 4, которые находятся в зацеплении с зубьями 2 шестерни.

Из рисунка 2 очевидно, что при зацеплении повернутых зубьев 2 с неповернутыми зубьями 4 радиальный зазор  $c$  изменяется в сторону его уменьшения.

Для сохранения минимальной величины зазора  $c = 0,25m$  необходимо в рассматриваемой зубчатой передаче при высоте головки зуба  $h_a = m$  принимать высоту ножки зуба  $h_f = 1,25m + 0,5b_w\theta$ , в связи с чем высота зуба  $h = h_a + h_f = 2,25m + 0,5b_w\theta$  окажется увеличенной на  $0,5b_w\theta$ .

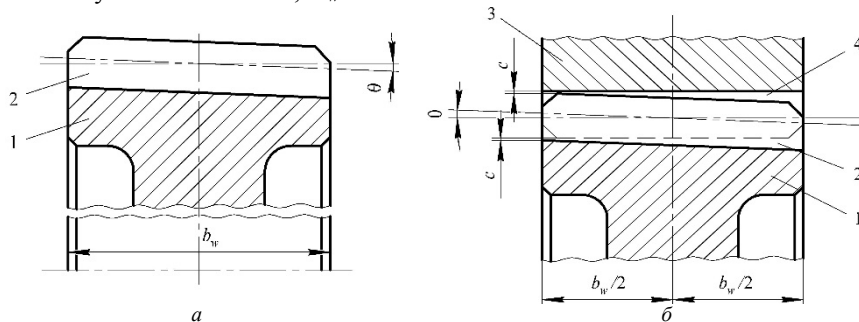


Рисунок 2 – Конструкция передачи:

а – шестерня 1 с повернутыми на угол  $\theta$  зубьями 2;

б – колесо 3 с неповернутыми зубьями 4, находящимися в зацеплении

Для подтверждения эффективности предлагаемого нового технического решения выполним расчет зубчатой передачи с коническо-цилиндрическими колесами, исходя из следующих данных:  $z_1 = 44$ ;  $z_2 = 66$ ;  $m = 5$  мм;  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $b_w = 150$  мм;  $F_n = 4 \cdot 10^4$  Н;  $\nu = 0,3$ ;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа. С этой целью по общеизвестным и приведенным формулам определяем  $\rho_1 = 37,62$  мм;  $\rho_2 = 56,43$  мм;  $\rho_w = 22,573$  мм;  $\sigma_H = 666$  МПа и  $a = 0,255$  мм.

Затем, задавшись значениями угла  $\theta = (5 \dots 15) \cdot 10^{-3}$  рад, определим путем решения трансцендентного уравнения (24) минимальную величину угла  $\theta = 7,9 \cdot 10^{-3}$  рад. Далее исходя из значения угла  $\theta = 7,9 \cdot 10^{-3}$  рад, по формулам (20)–(22) вычислим  $a = 0,593$  мм;  $b = b_w/2 = 75$  мм;  $\sigma_{\max} = 466,3$  МПа;  $\rho_{01} = 904 \cdot 10^3$  мм;  $\rho_{02} = 603 \cdot 10^3$  мм и  $\rho_0 = 361,72 \cdot 10^3$  мм.

Сравнивая между собой величины напряжений  $\sigma_H$  и  $\sigma_{\max}$  отметим, что нагрузочная способность предлагаемой зубчатой передачи с пространственной точечной системой зацепления выше в  $(\sigma_H/\sigma_{\max})^3 = (666/466,3)^3 = 2,914$  раза по сравнению с таковой традиционной зубчатой передачи с плоской линейной системой зацепления зубьев.

При возрастании угла  $\theta$  напряжения  $\sigma_{\max}$  возрастают и при значении угла  $\theta = 36,32 \cdot 10^{-3}$  рад, вычисленном по формуле (24), их величина совпадает величиной  $\sigma_H = 666$  МПа. Дальнейшее увеличение угла  $\theta$  приводит к росту напряжений  $\sigma_{\max}$ , которые превышают напряжения  $\sigma_H$ , то есть  $\sigma_{\max} > \sigma_H$ . Для подтверждения сказанного, выполним расчет  $\sigma_{\max}$  при углах  $\theta = 3^\circ$  и  $5^\circ$ , которым соответствуют  $0,0523 \cdot 10^{-3}$  рад и  $0,0873 \cdot 10^{-3}$  рад.

По формуле (22) при углах поворота цилиндров  $\theta = 0,0523 \cdot 10^{-3}$  рад и  $\theta = 0,0873 \cdot 10^{-3}$  рад находим величины  $\sigma_{\max} = 956$  МПа и  $1209$  МПа, которые значительно выше напряжений  $\sigma_H = 666$  МПа. Из приведенного анализа расчетных данных напряжений следует, что любая конкретная зубчатая передача с коническо-цилиндрическими колесами характеризуется минимально-оптимальным значением угла  $\theta$ , определяемым при использовании уравнения (23), при котором максимальные контактные напряжения  $\sigma_{\max}$  в зацеплении зубьев достигают минимального значения.

### Выводы:

1. Разработана новая зубчатая передача с пространственной точечной системой зацепления зубьев коническо-цилиндрических колес, характеризуемая высокой нагрузочной способностью по контактным напряжениям.
2. В основу указанной зубчатой передачи положена коническая шестерня, характеризуемая очень малой величиной конусности, достигаемой за счет поворота зубьев шестерни относительно зубьев колеса на угол  $0 < \theta \leq 2^\circ$ .
3. Для определения максимальных величин контактных напряжений в рассматриваемой зубчатой передаче решена сложная пространственная контактная задача, предусматривающая не только нахождение контактных напряжений, но и размеров эллиптической площадки контакта, а также минимальных значений угла поворота  $\theta$  зубьев шестерни относительно зубьев колеса.

**Список литературы:** 1. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов [Текст] / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008с. – 580с. 2. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев [Текст] / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 3. Патент № 76881 на винахід. Україна. Зубчаста передача з модифікованими ніжками зубів / Попов О.П. – а2004210; заявл. 14.12.04; опубл. 15.09.06. Бюл. №9. 4. Патент № 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними тітряними зубів / Попов О.П. – а2004121281; заявл. 14.02.04; опубл. 15.11.06. Бюл. №11. 5. Патент № 77634 на

винахід. Україна. Зубчасте зачеплення / *Попов О.П.* – а20041210280; заявл. 14.12.04; опубл. 15.12.06. Бюл. №12. **6.** Патент № 79810 на винахід. Україна. Передача Новикова з еліптичними зубами / *Попов О.П., Попова Л.О.* – а200501586; заявл. 21.02.05; опубл. 25.07.07. Бюл. №11. **7.** Патент № 81008 на винахід. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / *Попов О.П.* – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Бюл. №19. **8.** Патент № 84606 на винахід. Україна. Зубчаста передача з рівномірним зачепленням евольвентних зубів / *Попов О.П.* – а200611795; заявл. 09.11.06; опубл. 10.11.08. Бюл. №21. **9.** Патент № 90054 на винахід. Україна. Малошумна косозуба зубчаста передача / *Попов О.П.* – а200812840; заявл. 03.11.08; опубл. 25.03.10. Бюл. №6. **10.** Патент № 65777 на винахід. Україна. Зубчаста передача з конічно-циліндричними колесами / *Попов О.П., Попова Л.О.* – а201103736; заявл. 28.03.11; опубл. 25.11.11. Бюл. №22.

**Bibliography (transliterated):** **1.** *Popov A.P.* Kontaktnaya prochnost' zubchatykh mekhanizmov [Tekst] / *A.P. Popov* – Nykolaev: Yzd-vo NUK, 2008. – 580p. **2.** *Popov A.P.* Zubchatye mekhanizmy s tochechnym kontaktom zub'ev [Tekst] / *A.P. Popov*. – Nykolaev: Yzd-vo Atoll, 2010. – 774p. **3.** Patent No 76881 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z modyfikovanyimi nizhkamy zubiv / *Popov O.P.* – а2004210; заявл. 14.12.04; опубл. 15.09.06. Byul. No9. **4.** Patent No 77304 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z kryvoliniynymy tvimymy zubiv / *Popov O.P.* – а2004121281; заявл. 14.02.04; опубл. 15.11.06. Byul. No11. **5.** Patent No 77634 na vynakhid. Ukrayina. Zubchaste zacheplennya / *Popov O.P.* – а20041210280; заявл. 14.12.04; опубл. 15.12.06. Byul. No12. **6.** Patent No 79810 na vynakhid. Ukrayina. Peredacha Novikova z eliptychnymy zubamy / *Popov O.P., Popova L.O.* – а200501586; заявл. 21.02.05; опубл. 25.07.07. Byul. No11. **7.** Patent No 81008 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu i dvoparnoyu systemoyu zacheplennya evol'ventnykh zubiv / *Popov O.P.* – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Byul. No19. **8.** Patent No 84606 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z rivnomitsnym zacheplenniam evol'ventnykh zubiv / *Popov O.P.* – а200611795; заявл. 09.11.06; опубл. 10.11.08. Byul. No21. **9.** Patent No 90054 na vynakhid. Ukrayina. Maloshumna kosozuba zubchasta peredacha / *Popov O.P.* – а200812840; заявл. 03.11.08; опубл. 25.03.10. Byul. No6. **10.** Patent No65777 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z konichno-tsylindrychnymy kolesamy / *Popov O.P., Popova L.O.* – а201103736; заявл. 28.03.11; опубл. 25.11.11. Byul. No22.

*Поступила (received) 09.04.2015*