

ЧИСЕЛЬНА СХЕМА ПОБУДОВИ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ ЖОРДАНА ДЛЯ ПАРИ МАТРИЦЬ (K,M)

Грищенко В.М.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
м. Харків*

Важливого значення для сучасної техніки набувають питання динамічної поведінки енергетичних, трансмісійних машин та інших при складних умовах експлуатації, значних навантаженнях, для різноманітних структурних схем. Домінуючим напрямком дослідження процесів в них з одержанням адекватних рішень стали чисельні підходи. У зв'язку з цим особливого значення набувають питання удосконалення методів динаміки технічних об'єктів значних розмірів.

Рішення проблеми EigenValue може розглядатись як важлива компонента в побудові чисельно-аналітичних підходів, які альтернативні покроковим схемам інтегрування типу Рунге-Кутта в задачах великого розміру зі значними затратами часу. Важливою складовою цього аналізу є розрахунок спектра частот-форм коливань, визначення рівня віброактивності ланок агрегату.

Проблеми EigenValue прийнята в наступному вигляді

$$(K - \lambda E) = \begin{pmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k & k \\ k & k & k & k & k & k & k & k & k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} - \lambda E ; \quad J = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & & & & & & \\ & \lambda_2 & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & \lambda_j & & & & & \\ & & & & \alpha & \beta & 1 & & \\ & & & & -\beta & \alpha & & 1 & \\ & & & & & \alpha & \beta & 1 & \\ & & & & & -\beta & \alpha & & 1 \\ & & & & & & \alpha & \beta & \\ & & & & & & -\beta & \alpha & \end{pmatrix}.$$

Можна одержати значні переваги, якщо матриці лінійних перетворень попередньо привести до простих форм. Такий підхід широко застосовується в динаміці (модальний аналіз). Але відомо, що не для кожного лінійного оператора існує базис, в якому його матриця має діагональну форму. Проте кожна дійсна матриця подібна блочно-діагональній з діагональними блоками 1-го та 2-го порядків. Блокам 2-го порядку відповідають пари комплексно-спряжених власних значень. Теорема Жордана для матриці кожного лінійного оператора вказує одну із таких простих структур (канонічну форму J).

На жаль, основні кроки та особливості існуючого теоретичного підходу в побудові жорданового базису потребують пошуку коренів, визначення їх кратності, побудови корневого підпростору, матриці власних та приєднаних векторів, аналізу рангу матриці $(K - \lambda^* E)$ і є неприйнятними для чисельної реалізації. В роботі запропонована схема чисельного алгоритму побудови жорданового базису для загального випадку коренів. В якості стартової форми прийнята форма Шура. В основі схеми лежить принцип формування структури модальної матриці відповідно до структури самої матриці K, та наступним представленням її у вигляді ланцюга елементарних матриць.