

РОЗРАХУНОК СТАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АСИНХРОННИХ МОТОРІВ

Чабан В., д.т.н., проф., Білий Л., к.т.н., Чабан А., к.т.н.
Національний університет "Львівська політехніка"
Україна, 79013, Львів, вул. С. Бандери, 12, НУ "ЛП"
E-mail: vipurtov@polynet.lviv.ua.

Запропоновано метод розрахунку статичних характеристик насиченого асинхронного мотора, виходячи з побудови моделі чутливості до початкових умов. Рівняння періодичності розв'язуються ітераційним методом Ньютона. На кожній ітерації інтегруються рівняння електромеханічного стану та їх рівняння першої варіації. Стійкі і нестійкі усталені стани визначаються зонами притягання нульового наближення. Розраховано два усталених стани з множини можливих – стійкий і нестійкий.

Предложен метод расчета статических характеристик насыщенного асинхронного двигателя, исходя из построения модели чувствительности к начальным условиям. Уравнения периодичности решаются итерационным методом Ньютона. На каждой итерации интегрируются уравнения электромеханического состояния и уравнения их первой вариации. Устойчивые и неустойчивые состояния определяются зонами нулевого притяжения. Рассчитаны два установившихся состояния из множества возможных – устойчивое и неустойчивое.

ВСТУП

Задача математичного моделювання усталених процесів асинхронних моторів належить до важливих теоретичних проблем електромеханіки. У даній роботі пропонується сучасний метод розрахунку статичних характеристик насиченого асинхронного мотора. Обчислювальний процес здійснюється на підставі розв'язання двоточкової крайової задачі диференціальних рівнянь електромеханічного стану. Диференціальні рівняння електромеханічного стану інтегруються, виходячи не з заданих початкових умов, а з таких, що виключають перехідну реакцію і уможливають входити безпосередньо в усталений процес, обминаючи перехідний. Усю множину усталених рівноваг електромагнітного і механічного моментів досягаємо зміною сталого механічного моменту на валу машини. Стійкі і нестійкі стани статичної характеристики машини (залежності швидкості (ковзання) від механічного моменту на валу) одержуємо за рахунок варіації нульового наближення в ньютонівському ітераційному процесі розв'язання рівнянь періодичності. Розв'язання таких рівнянь вимагає інтегрування на кожній ітерації не тільки рівнянь стану, але і диференціальних рівнянь їх першої варіації. Заслугою методу є ще й те, що в результаті розв'язання двоточкової крайової задачі диференціальних рівнянь стану ми одержуємо вичерпну інформацію про усталений процес – струми, напруги, моменти, магнітні потоки у симетричних і несиметричних режимах тощо.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Диференціальні рівняння асинхронного мотора запишемо у вигляді [1]

$$\begin{aligned} \frac{di_s}{dt} &= A_s(u_s - R_s i_s) + A_{SR}(\Omega \Psi_R - r_R i_R); \\ \frac{di_R}{dt} &= A_{RS}(u_s - R_s i_s) + A_R(\Omega \Psi_R - r_R i_R). \end{aligned} \quad (1)$$

Тут $i_s = (i_{SA}, i_{SB})_t$; $i_R = (i_{RA}, i_{RB})_t$ – колонки фазних струмів статора й перетворених струмів ротора; A_s, A_{SR}, A_{RS}, A_R – матриці коефіцієнтів:

$$A_s = \alpha_s(1 - \alpha_s G); A_{SR} = A_{RS} = -\alpha_s \alpha_R G; A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G), \quad (2)$$

де G – матриця

$$G = \begin{bmatrix} T + b_A i_A & b_B i_A \\ b_A i_B & T + b_B i_B \end{bmatrix}, \quad (3)$$

причому

$$\begin{aligned} b_A &= b(2i_A + i_B); \quad b_B = b(i_A + 2i_B); \quad b = \frac{2}{3} \frac{R - T}{i_m^2}; \\ R &= \frac{1}{\alpha_s + \alpha_R + \rho}; \quad T = \frac{1}{\alpha_s + \alpha_R + \tau}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут τ, ρ – обернені статична й диференціальна індуктивність, їх знаходимо за характеристикою намагнічування (холостого стану) машини $\Psi_m = \Psi_m(i_m)$ як:

$$\tau = \left[\frac{\Psi_m(i_m)}{i_m} \right]^{-1}; \quad \rho = \left[\frac{d\Psi_m(i_m)}{di_m} \right]^{-1}, \quad (5)$$

де i_m – модуль просторового вектора намагнічувальних струмів

$$i_m = 2\sqrt{(i_A^2 + i_A i_B + i_B^2)/3}; \quad i_A = i_{SA} + i_{RA}; \quad i_B = i_{SB} + i_{RB}. \quad (6)$$

При відсутності насичення характеристика намагнічування вироджується в пряму $i_m = \alpha_m \Psi_m$, де α_m – обернена основна індуктивність машини, матриця (3) вироджується згідно з (4), (5), (6) у скаляр

$$G = \frac{1}{\alpha_s + \alpha_R + \alpha_m}, \quad (7)$$

що значно спрощує рівняння (1). У такому разі ми отримуємо найпростішу з усіх відомих математичну модель асинхронного мотора. R_s, R_R – матриці опорів

$$R_s = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{SA} + r_{SC} & r_{SC} - r_{SB} \\ r_{SC} - r_{SA} & 2r_{SB} + r_{SC} \end{bmatrix}; \quad R_R = r_R, \quad (8)$$

причому r_{SA}, r_{SB}, r_{SC} – опори фаз статора; r_R – приведений опір лобових частин обмотки ротора. Матриця R_s одержана з урахуванням напруги зміщення нейтралів джерела й обмотки статора. За умови $r_{SA} = r_{SB} = r_{SC} = r_s$ матриця R_s вироджується в скаляр: $R_s = r_s$ подібно до випадку симетричного ротора.

Ω = матриця кутової швидкості

$$\Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Колонки повних потокозчеплень обмоток $\Psi_s = (\Psi_{SA}, \Psi_{SB})_t$; $\Psi_r = (\Psi_{RA}, \Psi_{RB})_t$ знаходимо згідно з (5)-(6)

$$\Psi_{sj} = \frac{1}{\tau} i_j + \frac{1}{\alpha_s} i_{sj}; \quad \Psi_{rj} = \frac{1}{\tau} i_j + \frac{1}{\alpha_r} i_{rj}. \quad (10)$$

Рівняння електромагнітного стану слід доповнити рівняннями механічного стану, щоб обчислити кутову швидкість ω , що фігурує в (9). Це рівняння одержане на підставі рівняння Лагранжа другого роду, нехтуючи штивністю й дисипацією тіла ротора,

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J} (M_E - M(\omega)), \quad (11)$$

де $M(\omega)$ - механічний момент; p_0 - число пар магнітних полюсів; J - момент інерції ротора; M_E - електромагнітний момент

$$M_E = \sqrt{3} p_0 (\Psi_{RA} i_{SB} - \Psi_{RB} i_{SA}), \quad (12)$$

Формулу (12) одержано, виходячи з запасу електричної енергії в контурах машини.

Система диференціальних рівнянь (1), (11) становить математичну модель асинхронного мотора. Ця модель призначається для аналізу перехідних і установлених процесів.

Для практичного користування запропонованою нами необхідно знати такі вхідні дані:

- r_s, r_r - опори обмоток статора й ротора;
- α_s, α_r - обернені індуктивності дисипації обмоток статора й ротора;
- характеристику холостого стану $\psi_m = \psi_m(i_m)$, а при неврахуванні насичення головного магнітного кола - обернену основну індуктивність машини α_m ;
- p_0, J - число пар магнетних полюсів і момент інерції ротора;

Вхідними сигналами є:

- $u_{SA} = U_m \sin(\omega t + \varphi)$, $u_{SB} = U_m \sin(\omega t + \varphi - 120^\circ)$ - фазні напруги живлення;

- $M = M(\omega)$ - механічний момент на валу.

Вихідними величинами є:

- $i_{SA}, i_{SB}, i_{SC} = -i_{SA} - i_{SB}$ - фазні струми статора;
- ω, M_E - кутова швидкість ротора та електромагнітний момент.

Утворимо колонку невідомих

$$x = (i_s, i_r, \omega)_t. \quad (13)$$

Наложимо на функцію (13) умову періодичності

$$F(x(0)) = x(0) - x(x(0), T) = 0, \quad (14)$$

де T - період.

Трансцендентне рівняння (14) розв'язуємо ітераційним методом Ньютона

$$x(0)^{(k+1)} = x(0)^{(k)} - [F'(x(0)^{(k)})]^{-1} F(x(0)^{(k)}), \quad (15)$$

де

$$F'(x(0)) = 1 - \Sigma(T). \quad (16)$$

Матрицю монохромії знаходимо згідно з [1]

$$\Sigma = (Az, w)_t, \quad (17)$$

Субматрицю z у (17) знаходимо з рівняння першої варіації від (1)

$$\frac{dz}{dt} = (\Omega - RA) + \frac{\partial \Omega}{\partial \omega} w \Psi. \quad (19)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_s & A_{sr} \\ A_{rs} & A_r \end{bmatrix}; \quad \Omega = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Субматрицю w знаходимо диференціюючи (12)

$$\frac{dw}{dt} = \frac{p_0}{J} \left(\sqrt{3} p_0 \left(\frac{\partial \Psi_{SA}}{\partial x(0)} i_{SB} + \Psi_{SA} \frac{\partial i_{SB}}{\partial x(0)} - \frac{\partial \Psi_{SB}}{\partial x(0)} i_{SA} - \Psi_{SB} \frac{\partial i_{SA}}{\partial x(0)} \right) - \frac{\partial M(\omega)}{\partial \omega} w \right). \quad (21)$$

Частинні похідні

$$\frac{\partial i_{sj}}{\partial x(0)}, \quad \frac{\partial \Psi_{sj}}{\partial x(0)}, \quad j = A, B \quad (22)$$

є елементами матриці Az і z тому вони заздалегідь відомі.

На кожній ітерації формули (15) сумісному інтегруванню на часовому інтервалі T підлягає система звичайних диференціальних рівнянь (1), (11), (19), (21). Початкове наближення $x(0)$ задається, а наступні обчислюються згідно з (15), а для z і w знаходяться згідно з виразом

$$S(0) = \text{diag}(A^{-1}, 1). \quad (23)$$

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ

1. Маючи на k -й ітерації $x(0)^{k-1}$, $S(0)^{k-1}$ (на першому кроці початкові значення $x(0)^0$, $S(0)^0$) інтегруємо рівняння (1), (11), (19), (21) на інтервалі часу від 0 до T .

Звертаємо увагу на те, що матричні операції в (19) здійснюються за правилами дій із 3-матрицями (просторовими матрицями), але достатньо перемножити w на Ψ за правилами 3-матриць, як подальший обчислювальний процес зводиться до дій над звичайними 2- і 1-матрицями. У результаті отримаємо

$$w\Psi = \begin{bmatrix} w_1 \Psi_{RA} & w_2 \Psi_{RA} & w_3 \Psi_{RA} & w_4 \Psi_{RA} & w_5 \Psi_{RA} \\ w_1 \Psi_{RB} & w_2 \Psi_{RB} & w_3 \Psi_{RB} & w_4 \Psi_{RB} & w_5 \Psi_{RB} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

де $w_1, \dots, w_5$ - елементи 1-матриці w .

2. Згідно (17) обчислюємо матрицю чутливостей до початкових умов.

3. Згідно (16) знаходимо матрицю $F'(x(0)^k)$.

4. В результаті ітераційного процесу за формулою (15) знаходимо уточнене значення початкових умов $x(0)^{k+1}$.

5. Процес обчислень повторюється доти, поки не виконається задана умова точності ітераційного процесу

$$\text{mod}(X(0)^k / X(0)^{k+1} - 1) < \varepsilon. \quad (25)$$

Якщо ця умова не виконується, то розрахунок

повторюється з п. 1, у противному разі закінчуємо процес симуляції.

РЕЗУЛЬТАТИ СИМУЛЯЦІЇ

Результати симуляції виконані для вхідних даних, що приблизно відповідають реальним експлуатаційним умовам асинхронного мотора А12-52-8А:

$r_S = 1,27 \text{ Ом}$, $r_R = 1,31 \text{ Ом}$; $\alpha_S = 38,9 \text{ Гн}^{-1}$, $\alpha_R = 35,7 \text{ Гн}^{-1}$; характеристику холостого стану $\psi_m = \psi_m(i_m)$:

$$\psi_m = \begin{cases} 9i_m, & \text{if } i_m \leq 11; \\ 9 + 0,818(i_m - 11) + 0,0064(i_m - 11)^2 + \\ + 0,000147(i_m - 11)^3, & \text{if } 11 < i_m < 40; \\ 0,2375 + 13/i_m, & \text{if } 40 \leq i_m; \end{cases}$$

$$p_0 = 4, J = 64,5 \text{ Нм}^2.$$

Вхідні сигнали:

$$u_{SA} = 4900\sin(314t), u_{SB} = 4900\sin(314t - 120^\circ).$$

На рис. 1-4 показані результати симуляції станів асинхронного мотора. Стійкий стан було отримано при нульовому наближенні $x(0)^0 = (0,0,0,0,314)$; $x(0)^0 = 0$.

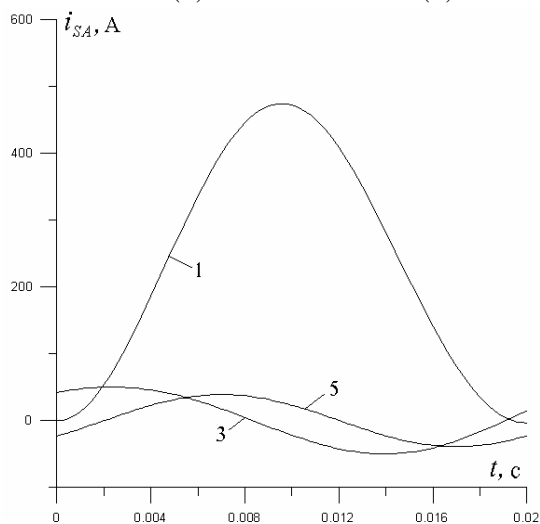


Рис. 1. Розрахункові криві струму фази А статора на 1-й, 3-й, 5-й ітераціях, що привели до стійкого усталеного стану

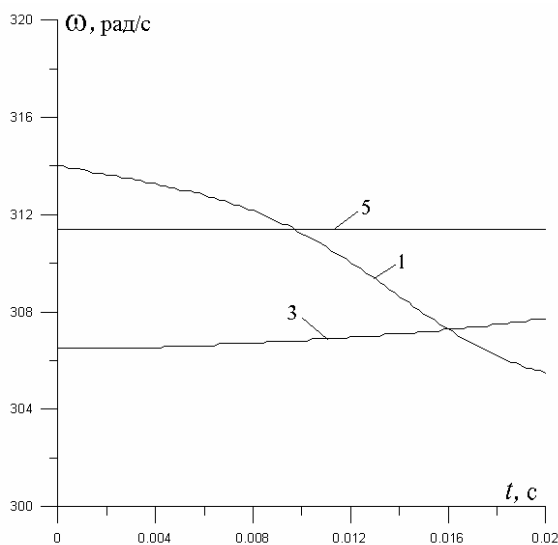


Рис. 2. Розрахункові криві кутової швидкості

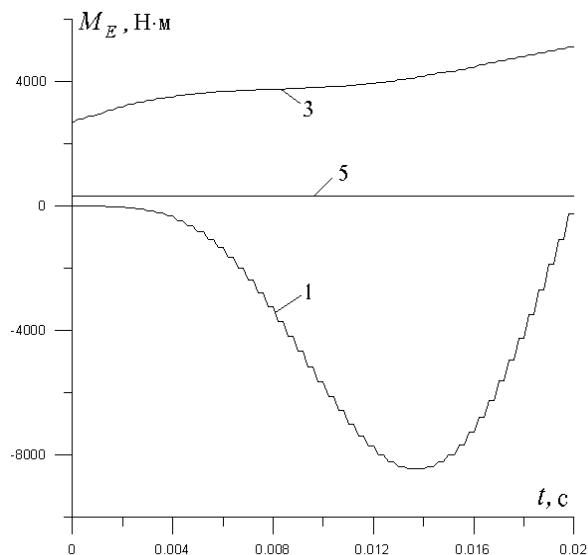


Рис. 3.. Розрахункові криві електромагнетного момента

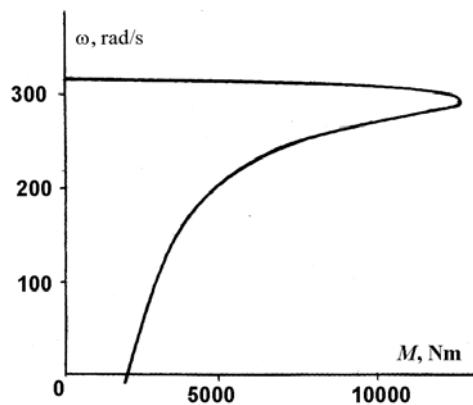


Рис. 4. Статична механічна характеристика: залежність кутової швидкості від механічного момента на валу машини

За сукупністю характеристик, зображених на рис. 2 і 3, може бути побудована механічна характеристика $M_E = M_E(\omega)$ або $M_E = M_E(s)$, де s – ковзання машини. Стійкий стан при номінальному навантаженні (2900 Нм) наступив при швидкості 311 рад/с, а нестійкий – при 101 рад/с. Аналіз мультиплікаторів матриці монохромії (17) підтверджує математично, що перший стан стійкий, а другий нестійкий, що відповідає фізиці процесу.

На рис. 4 показано розрахункову механічну характеристику $\omega = \omega(M)$. Перебіг її у нестійкій зоні не можна одержати ні експериментально, ні розрахунково на підставі відомих до цього методів.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Чабан В. Математичне моделювання електромеханічних процесів. – Львів, 1997, 344 с.

Надійшла 21.04.2003