

О. В. ШЕХОВЦОВ

ВЛИВ ТВЕРДИХ ГРАНИЦЬ ТА В'ЯЗКОСТІ СЕРЕДОВИЩА НА ВНЕСОК ІНЕРЦІЙНОЇ ТА ВИХРОВОЇ КОМПОНЕНТ НОРМАЛЬНОЇ СИЛИ ПЛАСТИНИ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ. ЧАСТИНА 2

В рамках удосконаленого методу дискретних вихорів, узагальненого для в'язких середовищ, розроблено метод визначення внеску сил інерційної, вихрової та циркуляційної природи в нормальну силу пластини, яка рухається в нерухомому в'язкому безмежному середовищі за довільним законом, у присутності стінки та в каналі. Розроблений метод апробовано для випадку миттєвого кутового старту пластини з подальшою постійною кутовою швидкістю обертання (задача Вагнера) у в'язкому безмежному середовищі, у присутності стінки та в каналі, у ламінарному та турбулентному режимах. Застосування наближених аналітичних формул для компонент індукованої швидкості від дискретного вихору у в'язкому середовищі біля стінки та в каналі дозволило отримати поля швидкостей, які візуалізують два вихори, що зійшли з крайок пластини, та динаміку їх дисперсії при ламінарному та турбулентному режимах обертання пластини біля стінки та в каналі. Підтверджена інерційно-вихрова природа нормальної сили пластини (з домінуванням сил інерційної природи), що обертається після миттєвого старту з відривом потоку з обох її крайок, незалежно від наявності твердих границь та ламінарного чи турбулентного режимів обтікання. З'ясовано, що у випадку ламінарного режиму вплив наявності стінки на приведену інерційну компоненту нормальної сили пластини несуттєвий, проте вплив каналу призводить до більш швидкого відходу ламінарного вихору від рухомої крайки пластини, що призводить до поступового збільшення внеску інерційної компоненти нормальної сили пластини до 100 % та більше при розвороті пластини перпендикулярно стінкам каналу. Приблизно те саме відбувається у випадку відсутності твердих границь, коли вже турбулентний вихор більшого розміру та інтенсивності, ніж відповідний ламінарний, віддаляється від рухомої крайки пластини.

Ключові слова: сили інерційної, циркуляційної та вихрової природи, компоненти нормальної сили пластини, внесок сил, інерційно-вихровий принцип, миттєвий кутовий старт пластини, стінка, канал, ламінарний вихор, турбулентний вихор, режим обтікання.

А. В. ШЕХОВЦОВ

ВЛИЯНИЕ ТВЕРДЫХ ГРАНИЦ И ВЯЗКОСТИ СРЕДЫ НА ВЗНОС ИНЕРЦИОННОЙ И ВИХРОВОЙ КОМПОНЕНТ НОРМАЛЬНОЙ СИЛЫ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ. ЧАСТЬ 2

В рамках усовершенствованного метода дискретных вихрей, обобщенного для вязких сред, разработан метод определения вклада сил инерционной, вихревой и циркуляционной природы в нормальную силу пластины, которая движется в неподвижной вязкой безграничной среде по произвольному закону, в присутствии стенки и канала. Разработанный метод апробирован для случая мгновенного углового старта пластины с последующей постоянной угловой скоростью вращения (задача Вагнера) в вязкой безграничной среде, в присутствии стенки и канала, в ламинарном и турбулентном режимах. Применение приближенных аналитических формул для компонентов индуцированной скорости от дискретного вихря в вязкой среде у стенки и в канале позволило получить поля скоростей, визуализирующих два вихря, сошедших с кромок пластины, и динамику их дисперсии при ламинарном и турбулентном режимах вращения пластины вблизи стенки и в канале. Подтверждена инерционно-вихревая природа нормальной силы пластины (с доминированием сил инерционной природы), вращающейся после мгновенного старта с отрывом потока с обеих кромок, независимо от наличия твердых границ и ламинарного или турбулентного режимов обтекания. Выяснено, что в случае ламинарного режима влияние наличия стенки на приведенную инерционную компоненту нормальной силы пластины незначительно, однако воздействие канала приводит к более быстрому отходу ламинарного вихря от подвижной кромки пластины, что приводит к постепенному увеличению вклада инерционной компоненты нормальной силы пластины до 100 % и более при развороте пластины перпендикулярно стенкам канала. Приблизительно то же происходит в случае отсутствия твердых границ, когда уже турбулентный вихрь большего размера и интенсивности, чем соответствующий ламинарный, удаляется от движущейся кромки пластины.

Ключевые слова: силы инерционной, циркуляционной и вихревой природы, компоненты нормальной силы пластины, вклад сил, инерционно-вихревой принцип, мгновенный угловой старт пластины, стенка, канал, ламинарный вихрь, турбулентный вихрь, режим обтекания.

A. V. SHEKHOVTSOV

IMPACT OF SOLID BOUNDARIES AND VISCOSITY OF THE MEDIUM ON THE CONTRIBUTION OF THE INERTIAL AND VORTEX COMPONENTS OF THE NORMAL FORCE OF A ROTATING PLATE. PART 2

Within the framework of the improved method of discrete vortices, generalized for viscous media, a method has been developed for determining the contribution of forces of inertial, vortex and circulation nature to the normal force of a plate moving in a stationary viscous boundless medium according to an arbitrary law, in the presence of a wall and in a channel. The developed method was tested for the case of instantaneous angular start of the plate and subsequent constant angular speed of rotation (Wagner's problem) in a viscous boundless medium, in the presence of a wall and in a channel, in laminar and turbulent modes. The application of approximate analytical formulas for the components of the induced velocity from a discrete vortex in a viscous medium near the wall and in the channel made it possible to obtain velocity fields that visualize two vortices separated from the edges of the plate and the dynamics of their dispersion in laminar and turbulent regimes of rotation of the plate near the wall and in the channel. The inertial-vortical nature of the normal force of the plate (with the dominance of inertial forces) is confirmed, which rotates after an instantaneous start with the separation of the flow from both its edges, regardless of the presence of solid boundaries and laminar or turbulent flow regimes. It was found that in the case of the laminar regime, the effect of the presence of the wall on the reduced inertial component of the normal force of the plate is insignificant, but the influence of the channel leads to a faster departure of the laminar vortex from the moving edge of the plate, which leads to a gradual increase in the contribution of the inertial component of the normal force of the plate up to 100 % and more when turning the plate perpendicular to the channel walls. Approximately the same happens in the case of the absence of solid boundaries, when a turbulent vortex of a larger size and intensity than the corresponding laminar one moves away from the moving edge of the plate.

Key words: forces of inertial, circulation and vortex nature, components of plate normal force, contribution of forces, inertial-vortex principle, instantaneous angular start of plate, wall, channel, laminar vortex, turbulent vortex, flow regime.

Вступ. Огляд результатів Частини 1. У першій частині даної роботи [1] в рамках удосконаленого методу дискретних вихорів, узагальненого для в'язких середовищ, було розроблено метод визначення внеску сил інер-

ційної, вихрової та циркуляційної природи в нормальну силу пластини, яка рухається в нерухомому в'язкому безмежному середовищі за довільним законом, у присутності стінки та в каналі. Було показано, що застосування узагальненої формули Коші – Лагранжа визначення коефіцієнту тиску в'язкого вихрового середовища для розрахунку перепаду тиску на тонкому крилі з урахуванням властивостей вихрового шару у випадку, коли крило припускається нескінченно тонким, приводить до виразу з першим ступенем при абсолютній швидкості.

Було наведено компоненти індукованих швидкостей від дискретного вихору у необмеженому в'язкому середовищі та компоненти наближених індукованих швидкостей від дискретного вихору при наявності стінки та в каналі. Формули обчислення компонент наближеної індукованої швидкості від дискретних вихорів при наявності стінки та каналу разом з формулами обчислення внеску інерційної, вихрової та циркуляційної компонент нормальній силі тонкого крила, яке нестационарно рухається у в'язкому середовищі, дозволяють зробити наближене чисельно-аналітичне моделювання генерації та дисперсії завихреності у в'язкому середовищі при наявності стінки та в каналі в рамках удосконаленого методу дискретних вихорів, узагальненого для в'язких вихрових середовищ, та з'ясувати природу навантажень, які виникають на крилі.

Оскільки раніше природа аеродинамічних сил на крилах, що махають, вивчалась або для випадку безвідривного ідеального обтікання передніх крайок крил, або для випадку їх відривного в'язкого обтікання, але коли задня крайка крила приєднана до твердої стінки, виникла потреба вивчення внеску сил інерційної та вихрової природи для випадку в'язкого обтікання ізольованого тонкого крила, що обертається, та з'ясувати, як в'язкість та тверді границі (стінка та канал) впливають на перерозподіл внеску сил інерційної та вихрової природи.

Чисельно-аналітичне моделювання генерації та дисперсії ламінарних та турбулентних вихорів у випадку миттєвого кутового старту пластини у безмежному середовищі, при наявності стінки, та в каналі. Чисельно-аналітичне моделювання генерації та дисперсії завихреності після кутового миттєвого старту пластини у безмежному в'язкому нерухомому середовищі, при наявності стінки, та в каналі було здійснено за допомогою удосконаленого методу дискретних вихорів (УМДВ), узагальненого для в'язких вихрових середовищ [2, 3]. При цьому обмеження на числа Рейнольдса, кути атаки та закон кутового руху пластини не накладались.

Розглядався кутовий рух пластини, яка у початковий момент була розташована паралельно стінці, або одній із стінок каналу на відстані $0,2$ хорди b^* від неї ($h^* = 0,2b^*$) при числах Рейнольдса $Re = 100$ та $Re = 10^6$.

Моделювався миттєвий кутовий старт пластини (миттєве прискорення – ривок) з подальшою постійною кутовою швидкістю обертання (так звана задача Вагнера):

$$\begin{cases} \omega = 0, & \tau = 0; \\ \omega = 1, & \tau > 0, \end{cases}$$

де τ – безрозмірний час, а ω – безрозмірна кутова швидкість пластини. Всі параметри знерозмірені по хорді пластини b^* та модулю лінійної швидкості її рухомої крайки $U^* = |\vec{U}^*| = \omega^* b^*$, де ω^* – розмірна кутова швидкість пластини. Число Рейнольдса визначалося, як $Re = \omega^* b^{*2} / \nu$, де ν – кінематична в'язкість середовища.

Застосування формул (9) – (11) роботи [1] дозволило отримати поля швидкостей, які візуалізують два вихори, що зійшли з крайок пластини та динаміку їх дисперсії при $\beta = \pi/2$, $Re = 100$ – для випадку безмежного в'язкого середовища (рис. 1, а), випадку обертання пластини на відстані $h = 0,2$ від стінки (рис. 2, а) та випадку обертання пластини в каналі шириною $H = 1,4$ (рис. 3, а), а при $Re = 10^6$ – для випадку безмежного в'язкого середовища (рис. 1, б), випадку обертання пластини на відстані $h = 0,2$ від стінки (рис. 2, б) та випадку обертання пластини в каналі шириною $H = 1,4$ (рис. 3, б). Наявність стінок показано на рисунках жирними лініями. Чорні вектори полів безрозмірної швидкості мають модулі більше одиниці, сірі – менше.

Результати моделювання показують, що миттєвий кутовий старт пластини з наступним її обертанням з постійною кутовою швидкістю при числі Рейнольдса $Re = 100$ призводить до формування двох ламінарних вихорів, а при числі Рейнольдса $Re = 10^6$ – до формування двох турбулентних вихорів, які сходять з обох крайок пластини. При цьому наявність стінки та каналу збільшує розмір і ламінарних, і турбулентних вихорів та наближає їх один до одного, а у випадку каналу ці вихори витягуються вздовж його стінок.

Миттєвий кутовий старт пластини на відстані $0,2$ хорди від стінки несуттєво збільшує навантаження на пластину при обох числах Рейнольдса в порівнянні з випадком її аналогічного кутового старту у безмежному середовищі. Проте миттєвий кутовий старт пластини у каналі шириною $1,4$ хорди пластини, яка у початковий момент була розташована паралельно каналу на відстані $0,2$ хорди від однієї з його стінок, збільшує нормальну силу на пластині при її розвороті на кут $\pi/2$ в ламінарному режимі у $3,5$ рази у порівнянні з випадком наявності стінки та у 4 рази – у порівнянні з випадком безмежного середовища; в турбулентному режимі – у $2,5$ рази

у порівнянні з випадком наявності стінки та у 3,5 рази – у порівнянні з випадком безмежного середовища.

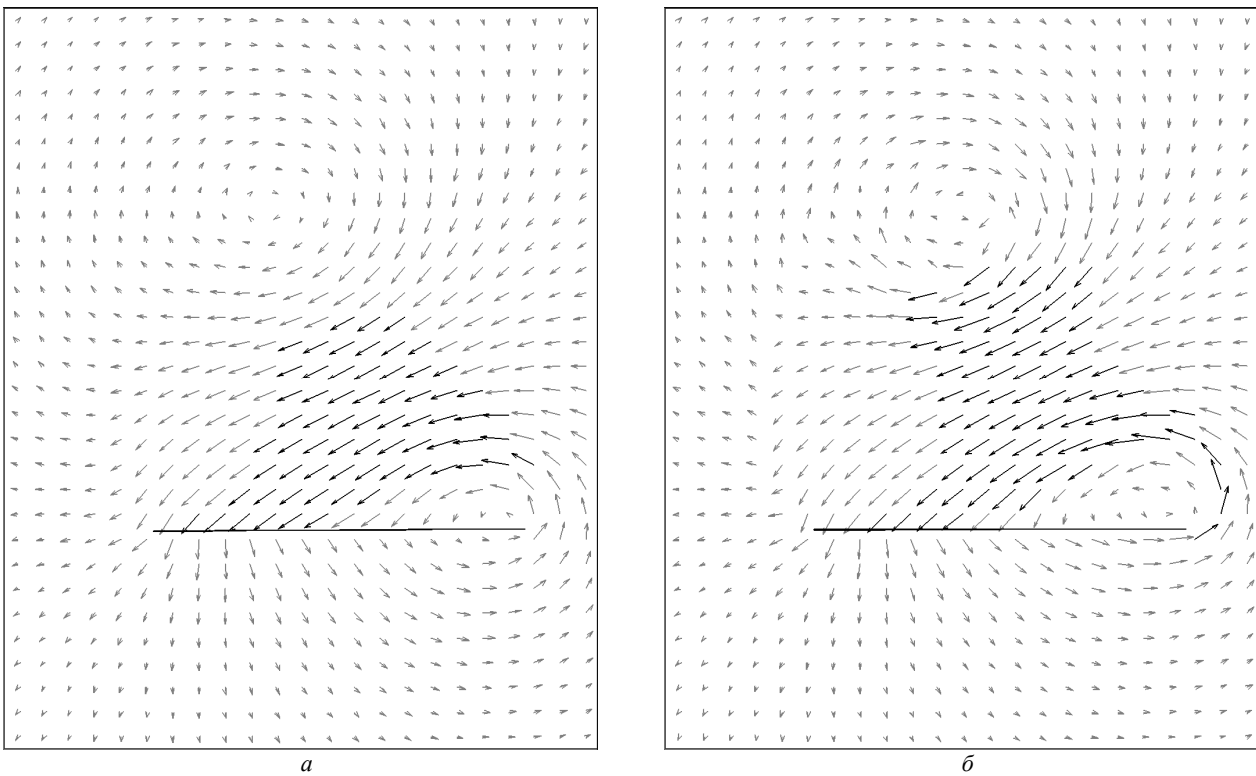


Рис. 1 – Поля швидкостей при обертанні пластини у безмежному в'язкому середовищі: *a* – ламінарний режим при $Re = 100$; *б* – турбулентний режим при $Re = 10^6$.

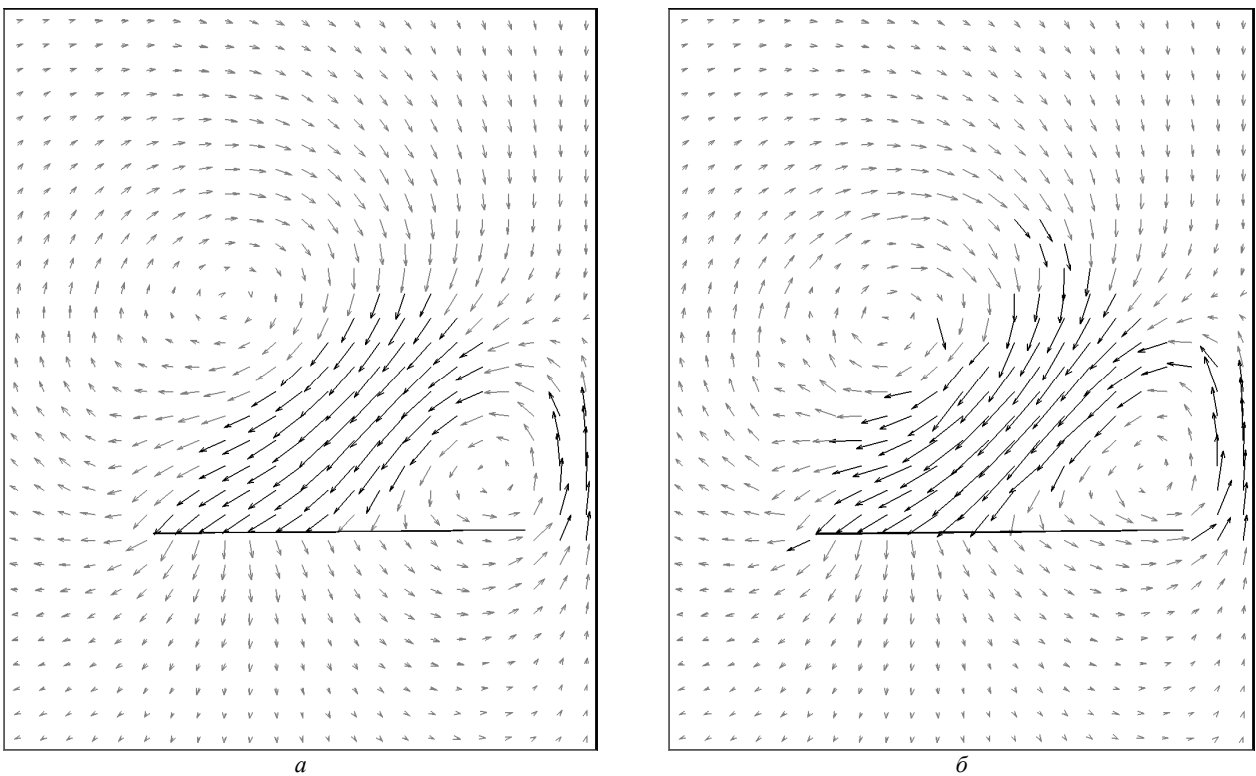


Рис. 2 – Поля швидкостей при обертанні пластини на відстані $h = 0.2$ від стінки: *a* – ламінарний режим при $Re = 100$; *б* – турбулентний режим при $Re = 10^6$.

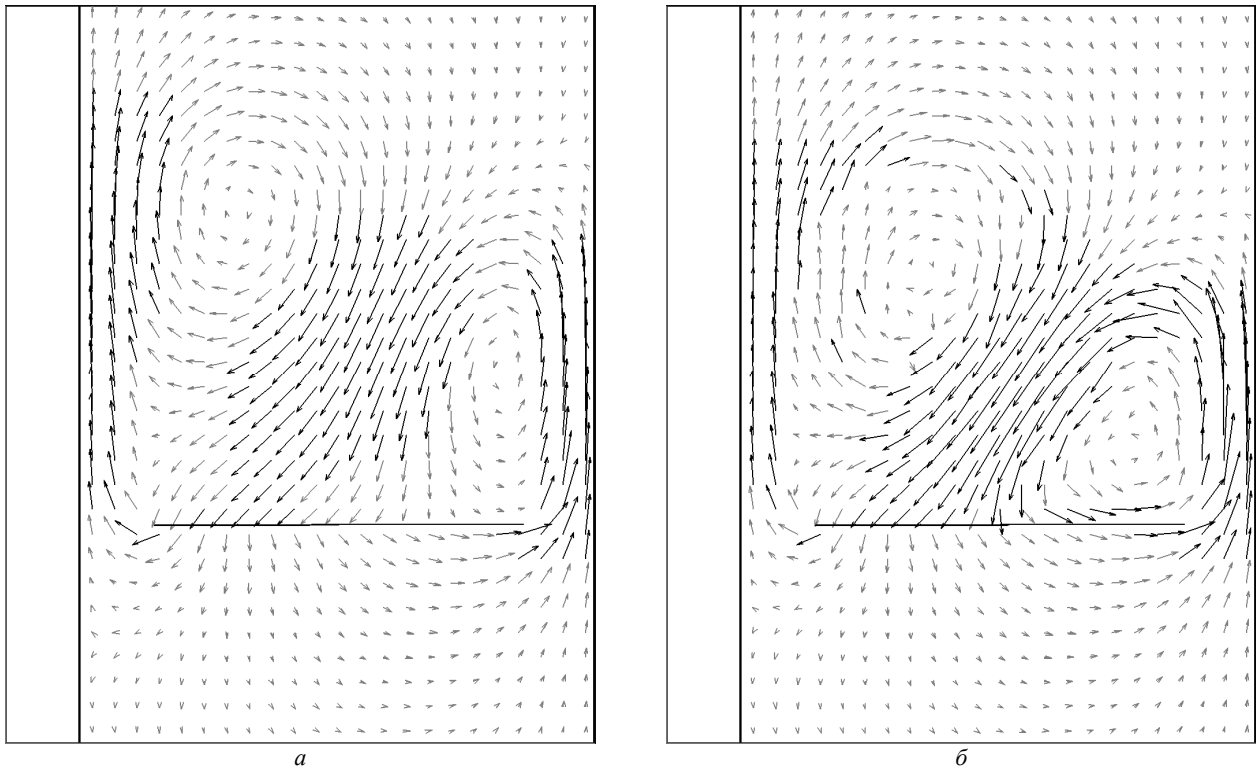


Рис. 3 – Поля швидкостей при обертанні пластини в каналі шириною $H = 1.4$: a – ламінарний режим при $Re = 100$; b – турбулентний режим при $Re = 10^6$.

Аналіз результатів розрахунків внеску інерційної та вихрової компонент нормальної сили пластини, що обертається у ламінарному та турбулентному режимах у безмежному середовищі, поблизу стінки та в каналі. Результати розрахунків внеску миттєвої інерційної $C_{n\,inert}(\beta)$ та вихрової $C_{n\,vortex}(\beta)$ компонент нормальної сили пластини у миттєву нормальну силу пластини $C_n(\beta)$ представлено на рис. 4 – 8 у приведеному вигляді: $C_{n\,inert}(\beta)/C_n(\beta)$ та $C_{n\,vortex}(\beta)/C_n(\beta)$. Позначки «w» означають обертання пластини біля стінки, «ch» – в каналі.

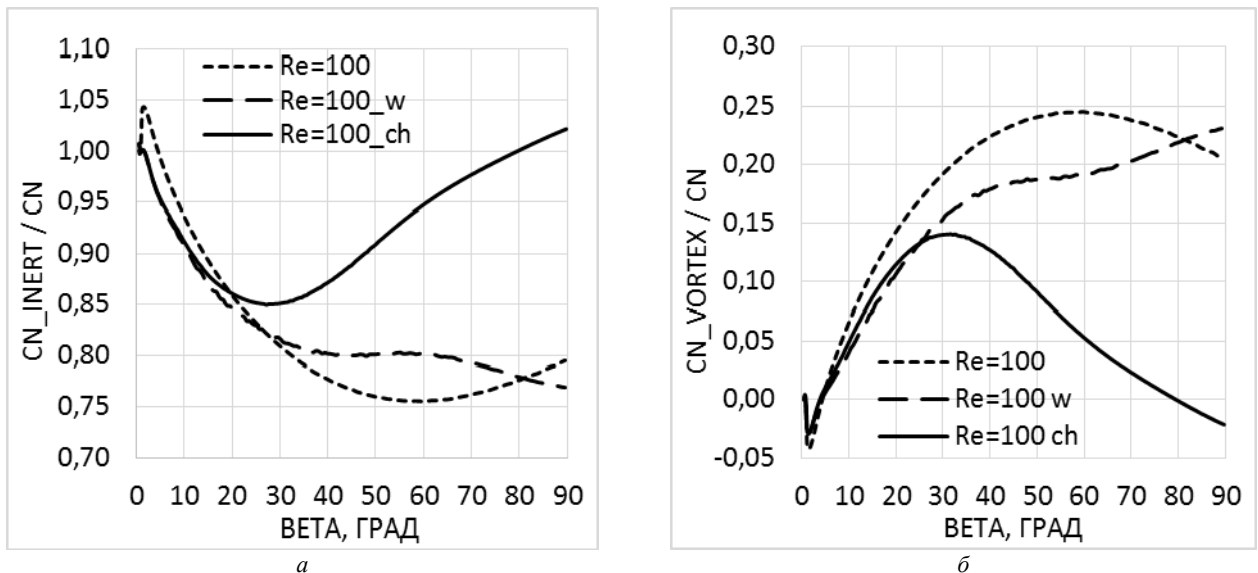


Рис. 4 – Вплив стінки та каналу при ламінарному режимі на внесок: a – інерційної компоненти нормальної сили; b – вихрової компоненти нормальної сили.

З отриманих результатів випливає, що у випадку ламінарних вихорів, які формуються після миттєвого старту пластини та її подальшому обертанні навколо нерухомої крайки (на рис. 1 – 3 вона праворуч), вплив наявності стінки на відстані $h = 0.2$ від нерухомої крайки пластини на приведену інерційну та вихрову компоненти но-

рмальної сили пластини несуттєвий, проте вплив наявності каналу шириною $H = 1.4$ при розташуванні однієї із стінок каналу на відстані $h = 0.2$ від нерухомої крайки пластини призводить до більш швидкого відходу ламінарного вихору від рухомої крайки пластини, що призводить до поступового збільшення внеску інерційної компоненти нормальної сили пластини при $\beta \geq 27^\circ$ до 100% та більше відсотків при розвороті пластини перпендикулярно стінкам каналу. Оскільки ламінарні вихорі при своєму формуванні відходять від пластини вздовж стінок каналу, це зводить нанівещь їх індуктивний вплив на нормальну силу пластини, а отже, і внесок вихрової компоненти у нормальну силу при розвороті пластини перпендикулярно стінкам каналу.

Однак у випадку турбулентних вихорів, які формуються після миттєвого старту пластини та її подальшого обертання навколо нерухомої крайки, наявність стінки та каналу при $\beta \geq 45^\circ$ призводить до поступового зменшення інерційної та збільшення вихрової компоненти у випадку обертання пластини біля стінки на $\approx 13\%$ в момент розвороту пластини перпендикулярно стінці, та припинення росту інерційної компоненти нормальної сили пластини у випадку обертання її у каналі.

У випадку безграничної рідини турбулентний вихор, який сходить з рухомої крайки пластини та віддаляється від неї, має більший розмір та інтенсивність, ніж відповідний ламінарний, що збільшує приведену інерційну компоненту нормальної сили пластини на 20% при $\beta = \pi/2$ і призводить до внеску інерційної компоненти до 100%. Однак турбулізація вихорів у випадку наявності стінки несуттєво змінює інерційну компоненту нормальної сили пластини та, навіть, зменшує її на 12% при $\beta = \pi/2$ у випадку обертання пластини в каналі.

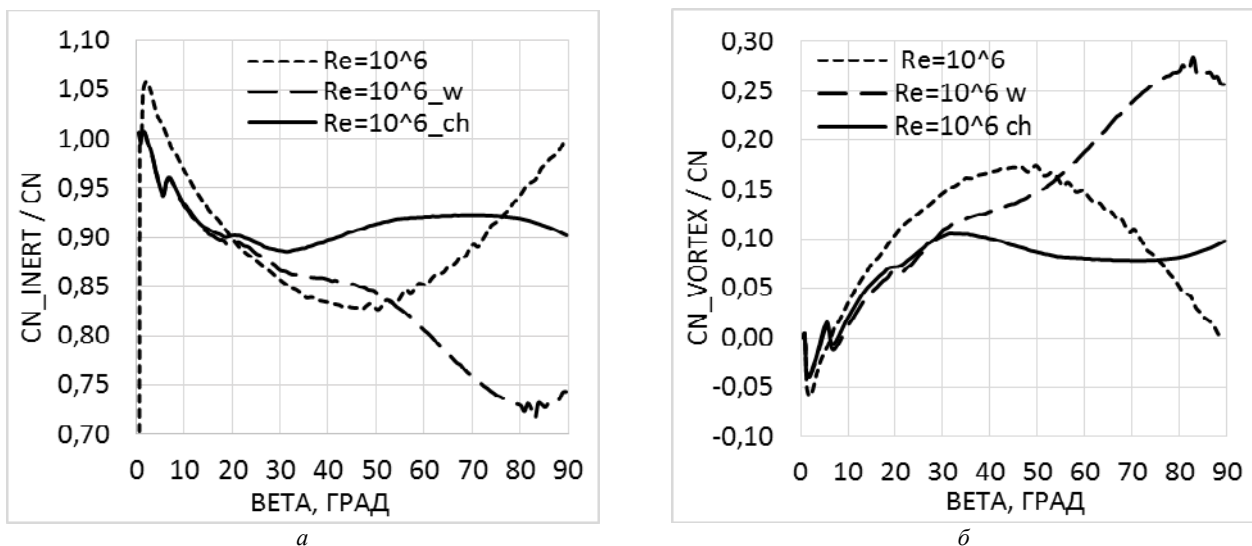


Рис. 5 – Вплив стінки та каналу при турбулентному режимі на внесок: a – інерційної компоненти нормальної сили; b – вихрової компоненти нормальної сили.

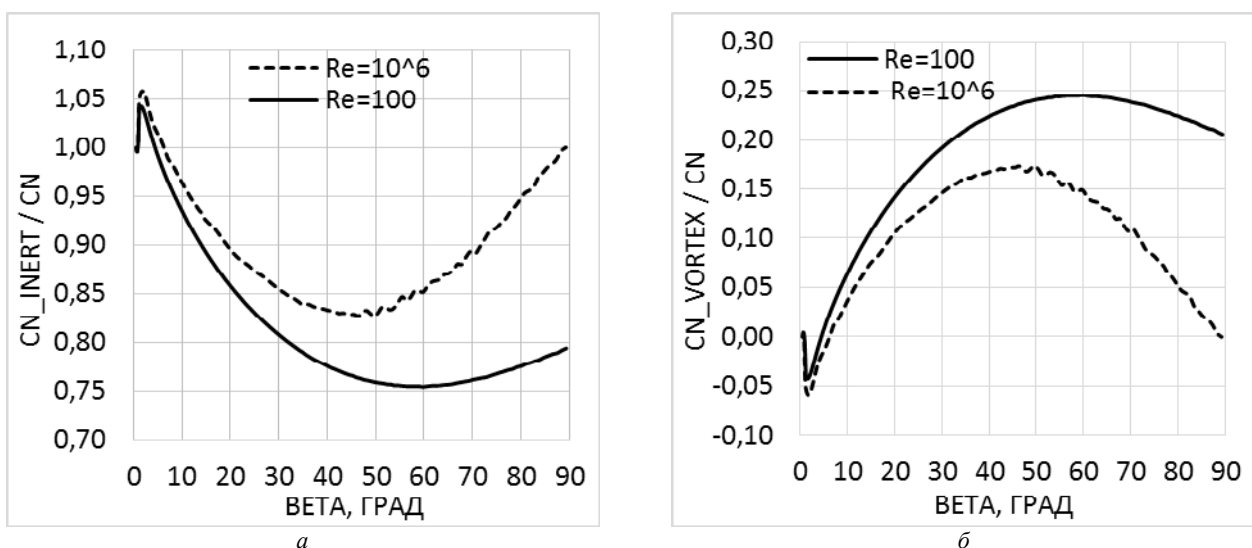


Рис. 6 – Вплив в'язкості при безмежному середовищі на внесок: a – інерційної компоненти нормальної сили; b – вихрової компоненти нормальної сили.

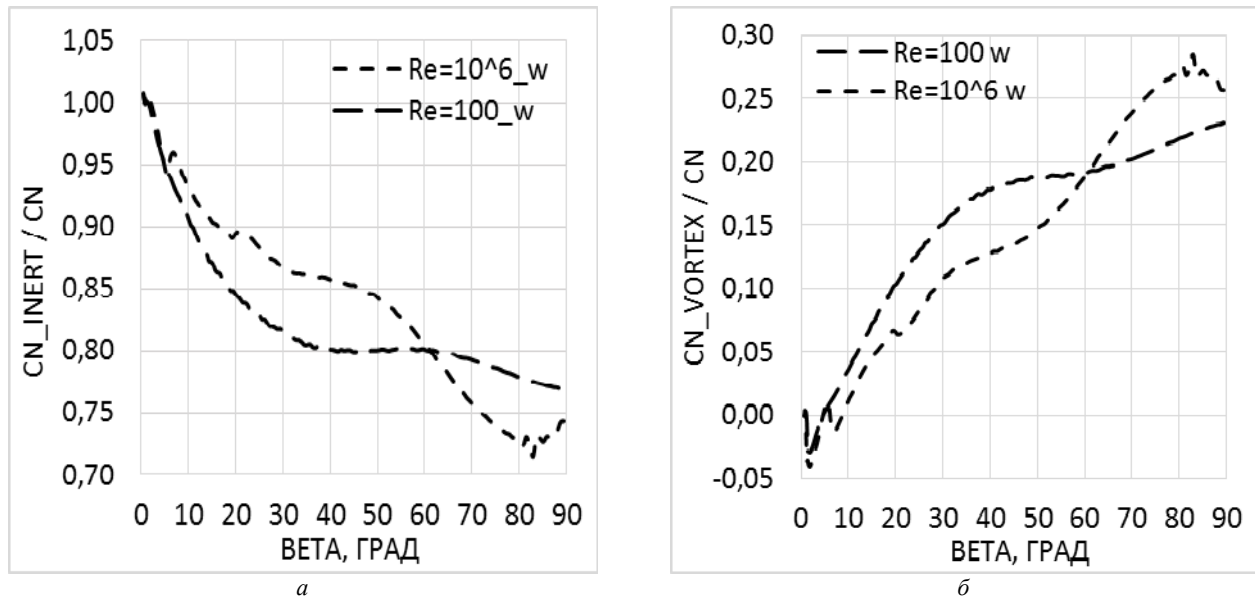


Рис. 7 – Вплив в'язкості (стінка, $h = 0.2$) на внесок: а – інерційної компоненти нормальної сили;
 б – вихрової компоненти нормальної сили.

У той же час, турбулізація вихорів у випадку безграничної рідини зменшує приведену вихрову компоненту нормальної сили пластини з 20% до нуля при $\beta = \pi/2$ через зменшення кінематичної в'язкості, несуттєво змінює її у випадку обертання пластини біля стінки і збільшує її від нуля (при $Re = 100$) до 10% (при $Re = 10^6$) у випадку обертання пластини в каналі через те, що турбулентні вихори в каналі при своєму формуванні вже не відходять так далеко від пластини вздовж стінок каналу, як це відбувається з ламінарними вихорами.

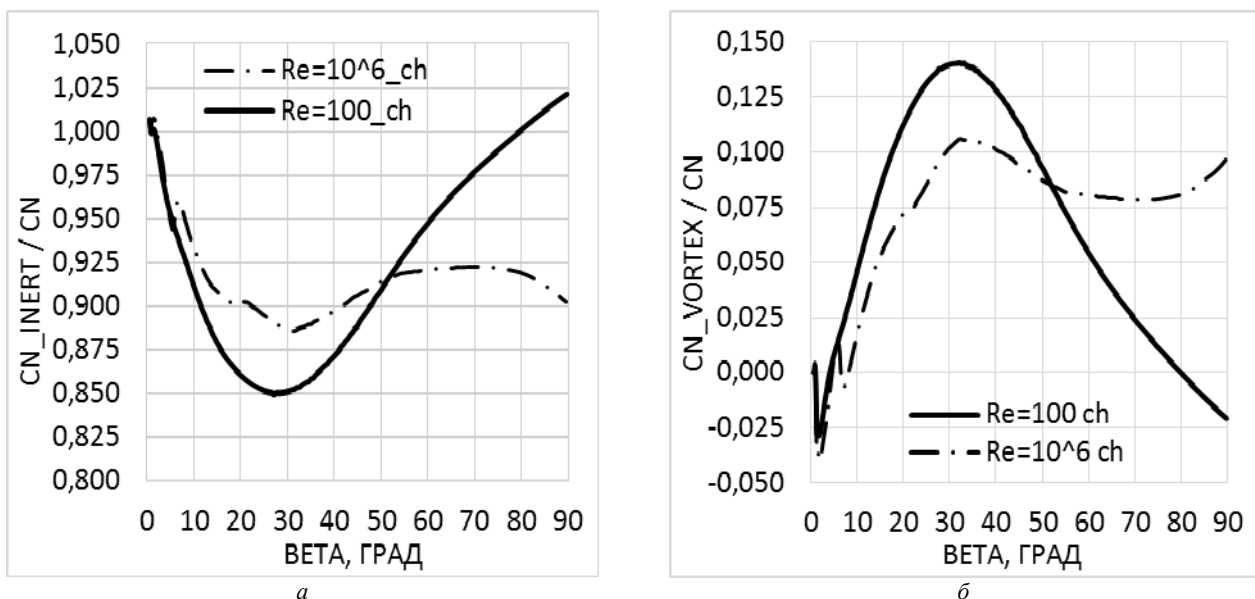


Рис. 8 – Вплив в'язкості (канал, $H = 1.4$) на внесок: а – інерційної компоненти нормальної сили;
 б – вихрової компоненти нормальної сили.

Висновки та перспективи подальших досліджень. З'ясовано, що у випадку миттєвого кутового старту пластини навколо її нерухомої крайки та подальшого рівномірного обертання зі сходом потоку з обох крайок пластини, як для ламінарного, так і для турбулентного режимів обтікання незалежно від наявності стінки чи каналу реалізується інерційно-вихровий принцип з домінуванням сил інерційної природи.

У подальшому доцільно буде дослідити, чи буде цей принцип реалізовуватись для випадку обертально-поступальних махів пластини в каналі, оскільки такі рухи характерні для роботи лопаті насоса у каналі, а від періодичності генерації та сходу вихорів з крайок лопаті, та їх інтенсивності залежать акустичні характеристики.

Список літератури

1. *Шеховцов А. В.* Вплив твердих границь та в'язкості середовища на внесок інерційної та вихрової компонент нормальної сили пластини, що обертається. Частина 1 // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2023. – № 1. – С. 212 – 217. DOI: 10.20998/2222-0631.2023.01.31.
2. *Dovgij S. A., Shekhovtsov A. V.* An improved vortex lattice method for nonstationary problems // Journal of mathematical sciences. – 2001. – Vol. 104. – No. 6. – P. 1615 – 1627. DOI: 10.1023/A:1011325112413.
3. *Довгий С. А., Шеховцов А. В.* Апробация УМДВ для класса задач о колебаниях крыла в вязкой среде с ограниченным решением на кромках // Вісник Харківського національного університету. Серія : математичне моделювання, інформаційні технології, автоматизовані системи управління. – Харків : ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2009. – Вип. 12. – № 863. – С. 111 – 128.

References (transliterated)

1. Shekhovtsov A. V. Vplyv tverdykh granits ta v'yazkosti seredovysyha na vnesok inertsiynoyi ta vykhrovoyi komponent normal'noyi syly plastyny, shho obertaetsya. Chastyna 1 [Impact of solid boundaries and viscosity of the medium on the contribution of the inertial and vortex components of the normal force of a rotating plate. Part 1]. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya : Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh.* [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2023, no. 1, pp. 212–217. DOI: 10.20998/2222-0631.2023.01.31.
2. Dovgij S. A., Shekhovtsov A. V. An improved vortex lattice method for nonstationary problems. *Journal of mathematical sciences.* 2001, vol. 104, no. 6, pp. 1615–1627. DOI: 10.1023/A:1011325112413.
3. Dovgij S. A., Shekhovtsov A. V. Aprobatsiya UMDV dlya klassa zadach o kolebaniyakh kryla v vyazkoy srede s ogranichennym resheniyem na kromkakh [Approbation the IMDV for a class of problems about oscillations of a wing in a viscous medium with a restricted solution on edges]. *Visnyk Kharkivskogo natsional'nogo universytetu. Seriya: matematychnye modelyuvannya, informatsiyini tekhnologii, avtomatyzovani systemy upravlinnya* [Bulletin of KhNU. Series: mathematical modeling, information technology, automated control systems]. Kharkov, KhNU im. V.N. Karazina Publ., 2009, issue 12, no. 863, pp. 111–128.

Надійшла (received) 03.06.2023

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Шеховцов Олександр Володимирович – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки Національної академії наук України, м. Київ; тел.: (095) 520-27-47; e-mail: avshekhovtsov@gmail.com.

Шеховцов Александр Владимирович – кандидат фізико-математических наук, старший научный сотрудник Інститута гідромеханіки Національної академії наук України, г. Київ; тел.: (095) 520-27-47; e-mail: avshekhovtsov@gmail.com.

Shekhovtsov Alexander Vladimirovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Fellow at the Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (095) 520-27-47; e-mail: avshekhovtsov@gmail.com.