

УДК 621.833.6

В. А. МАТУСЕВИЧ, Ю. В. ШАРАБАН, А. В. ШЕХОВ, В. Т. АБРАМОВ**ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТИПА 3К**

Розглянута методика проектування планетарних механізмів типу 3К оптимальних за значенням якісних характеристик його зацеплень. Як критерій оптимізації прийняті обмеження, що накладаються на коефіцієнти торцевого перекриття, питомого тиску і ковзання, значення яких є функціями коефіцієнтів зміщення зубчастих коліс. При цьому вибрані значення коефіцієнтів зміщення зубчастих коліс забезпечують їх міцність і витривалість. Наведений приклад оптимального проектування конструкції планетарного механізму типу 3К.

Ключові слова: планетарний механізм типу 3К, коефіцієнт зміщення, коефіцієнт торцевого перекриття, коефіцієнт питомого тиску, коефіцієнт питомого ковзання, умова співвісності.

Рассмотрена методика проектирования планетарных механизмов типа 3К оптимальных по значению качественных характеристик его зацеплений. В качестве критерия оптимизации приняты ограничения, накладываемые на коэффициенты торцевого перекрытия, удельного давления и скольжения, значения которых являются функциями коэффициентов смещения зубчатых колес. При этом выбранные значения коэффициентов смещения зубчатых колес обеспечивают их прочность и выносливость. Приведен пример оптимального проектирования конструкции планетарного механизма типа 3К.

Ключевые слова: планетарный механизм типа 3К, коэффициент смещения, коэффициент торцевого перекрытия, коэффициент удельного давления, коэффициент удельного скольжения, условие соосности.

The design technique of planetary mechanisms of type 3K of optimal by value quality descriptions of his gears is considered. As a criterion of optimization, the limitations laid on the coefficients of profile contact ratio are accepted, specific pressure and profile sliding factor, values of that are the functions of coefficients of addendum of gears. Thus, the chosen values of coefficients of addendum of gears provide their durability and endurance. Coefficients of addendum of gears subdivide into varied and calculated. The values of the varied coefficients of addendum of gears set. The values of the calculated coefficients of addendum of gears are determined from three equalizations. Equalizations are get from the terms of coaxial of the gears of mechanism. An example of the optimal design of construction of planetary mechanism of type 3K is made.

Keywords: planetary mechanism of type 3K, addendum modification coefficient, profile contact ratio, coefficient of specific pressure, profile sliding factor, condition of coaxial gears.

Введение. Особенностью планетарных механизмов типа 3К является то, что одно и то же значение его передаточного отношения может быть реализовано при различных значениях чисел зубьев его зубчатых колес [1]. В таких случаях выбор чисел зубьев осуществляется с учетом требований, предъявляемых к их

прочности и выносливости. Но не всегда этих требований достаточно для правильного выбора чисел зубьев. Иногда приходится учитывать ограничения на значения качественных характеристик зацеплений проектируемого планетарного механизма типа 3К. Проектирование таких механизмов является сложной и трудоем-

кой задачей. Поэтому создание компьютерных методик оптимального проектирования планетарных механизмов типа 3К, позволяющие проанализировать многие варианты их конструкций с учетом различных ограничений и минимизировать время их конструкторской подготовки является актуальной задачей.

Цель статьи. Разработка методики оптимального проектирования планетарного механизма типа 3К с учетом требований к качественным характеристикам его зубчатых зацеплений.

Анализ литературы. Выбор чисел зубьев и коэффициентов смещения колес планетарных механизмов типа 3К рассмотрен, например, в работах [1, 2]. В работе [3] приведена методика построения блокирующих контуров для исследования зацеплений планетарных передач с одновенцовыми сателлитами, в том числе передач типа 3К. Учет качественных характеристик проектируемой планетарной передачи типа 3К рассмотрен в методе графического синтеза, который приведен в работе [4]. Но в этой работе не указан алгоритм выбора оптимального варианта проектируемой передачи. Применение объемных блокирующих контуров для зубчатых механизмов со связанными цилиндрическими колесами рассмотрено в работе [5]. Построение объемного блокирующего контура позволяет конструктору-проектировщику быстро анализировать и принимать решения, обеспечивающие требуемые эксплуатационные характеристики проектируемого привода. К недостатку методики, основанной на построении объемного блокирующего контура, следует отнести сложность ее программной реализации. Применение такой методики для проектирования планетарных механизмов типа 3К в работе [5] не приведено.

Материалы исследований. На рис. 1 приведены кинематические схемы планетарного механизма типа 3К с двухвенцовым (рис. 1, а) и одновенцовым сателлитами (рис. 1, б) соответственно.

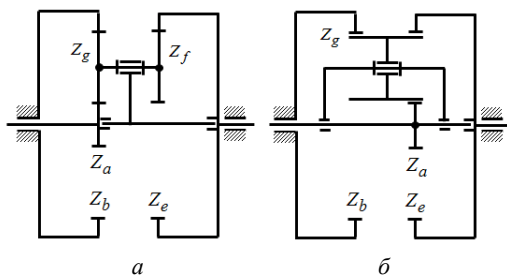


Рис. 1 – Схема планетарного механизма типа 3К

Передаточное отношение механизма U_{ae}^b , показанного на рис. 1, а, определяют по формуле

$$U_{ae}^b = \frac{1 + \frac{z_b}{z_a}}{1 - \frac{z_b}{z_g} \cdot \frac{z_f}{z_e}}, \quad (1)$$

Приняв условия для чисел зубьев $z_b > z_e$ и $z_g > z_f$, получим $U_{ae}^b > 0$.

Для механизма с одновенцовым сателлитом, показанным на рис. 1, б, передаточное отношение U_{ae}^b определяют по формуле (1) с учетом равенства $z_g = z_f$. Обеспечив условие $z_e > z_b$, получим $U_{ae}^b > 0$.

Для планетарного механизма типа 3К с прямоугольными цилиндрическими колесами условие соосности имеет вид

$$\frac{m_a(z_a + z_g)}{\cos(\alpha_{wa})} = \frac{m_b(z_b - z_g)}{\cos(\alpha_{wb})} = \frac{m_e(z_e - z_f)}{\cos(\alpha_{we})}, \quad (2)$$

где m_a, m_b, m_e – модули в зацеплениях центральных колес z_a, z_b и z_e соответственно, но $m_a = m_b$; $\alpha_{wa}, \alpha_{wb}, \alpha_{we}$ – углы зацепления центральных колес z_a, z_b и z_e соответственно.

Условие соседства для механизмов, приведенных на рис. 1, записывают в виде двух неравенств:

$$\left. \begin{aligned} m_a(z_a + z_g) \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) &\geq z_g + 2, x\lambda \leq 1; \\ m_e(z_e - z_f) \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) &\geq z_f + 2, x\lambda \leq 1, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где k – число сателлитов;

$$x\lambda = \frac{(d)_g}{(d)_f} = \left(\frac{z_g}{z_f}\right) \cdot \left(\frac{m_a}{m_e}\right) = x \cdot \lambda, x = \frac{z_g}{z_f}, \lambda = \frac{m_a}{m_e}.$$

Условие сборки рассматриваемых механизмов имеет вид

$$\frac{z_a + z_b}{k} = N, \quad \frac{z_b}{k} \left(1 - \frac{z_g}{z_f} \cdot \frac{z_e}{z_b}\right) + \frac{z_g}{z_f} Q = P, \quad (4)$$

где N, P, Q – целые положительные числа.

С целью упрощения сборки механизмов принимаем условие, что числа зубьев центральных колес z_a, z_b и z_e кратны числу сателлитов k .

Условие соосности (2), записанное для общего случая, упрощается если принять модули в зацеплениях центральных колес одинаковыми $m_a = m_b = m_e = m$. Тогда получим

$$\frac{z_a + z_g}{\cos(\alpha_{wa})} = \frac{z_b - z_g}{\cos(\alpha_{wb})} = \frac{z_e - z_f}{\cos(\alpha_{we})}. \quad (5)$$

Сочетания чисел зубьев, удовлетворяющих условию

$$z_a + z_g = z_b - z_g = z_e - z_f, \quad (6)$$

приводят к требованию обеспечению одинаковых значений углов зацепления центральных колес

$$\alpha_{wa} = \alpha_{wb} = \alpha_{we}. \quad (7)$$

Равенство (7) выполнимо тогда, когда имеет место следующее соотношение

$$(x_\Sigma)_{ag} = (x_d)_{bg} = (x_d)_{ef}, \quad (8)$$

где $(x_\Sigma)_{ag} = x_a + x_g$ – коэффициент суммы смещений внешнего зацепления $z_a - z_g$;

$(x_d)_{bg} = x_b - x_g$ – коэффициент разности смещений внутреннего зацепления $z_b - z_g$;

$(x_d)_{ef} = x_e - x_f$ – коэффициент разности смещений внутреннего зацепления $z_e - z_f$.

Если условие (6) по каким-то причинам не выполнимо, то принимают следующее условие

$$z_b - z_g = z_e - z_f, \quad (9)$$

имея либо

$$z_a + z_g < z_b - z_g, \quad (10)$$

либо

$$z_a + z_g > z_b - z_g. \quad (11)$$

В [1] приведены рекомендации по реализации условия (9), учитывая соответственно вариант (10) или (11).

Выполнение условия (5) усложняется, если имеем следующие неравенства

$$z_a + z_g \neq z_b - z_g, \quad z_b - z_g \neq z_e - z_f. \quad (12)$$

Обеспечение условия (5) с учетом неравенств (12) реализуется путем выбора соответствующих значений углов зацепления центральных зубчатых колес. При этом должна быть обеспечена прочность и долговечность всех зубчатых зацеплений планетарного механизма типа 3К.

В противном случае надо попытаться реализовать условие (2) как за счет выбора соответствующих значений углов зацепления центральных колес, так и за счет выбора значений модулей их зацеплений.

Примем следующие условия: модули в зацеплениях центральных колес одинаковые; числа зубьев колес удовлетворяют условиям (10) и (12), при этом $z_e - z_b = k$; углы зацепления центральных колес имеют разные значения, т.е. $\alpha_{wa} \neq \alpha_{wb} \neq \alpha_{we}$.

Пусть определены числа зубьев планетарного механизма типа 3К, значения которых удовлетворяют условиям (1), (3) и (4) соответственно.

Задаем диапазон изменения возможных значений угла зацепления α_{wag} центрального колеса z_a :

$$\alpha_{wagH} \leq [\alpha_{wagi}] \leq \alpha_{wagK}, \quad i = \overline{1, N} \quad (13)$$

где $\alpha_{wagH}, \alpha_{wagK}$ – нижнее и верхнее значения диапазона изменения угла α_{wag} ;

N – число отсчетов значений угла α_{wag} .

Текущее значение угла зацепления α_{wai} находят по формуле

$$\alpha_{wagi} = \alpha_{wagH} + \Delta\alpha_{wag}(i-1), \quad \Delta\alpha_{wag} = \frac{\alpha_{wagK} - \alpha_{wagH}}{N-1}. \quad (14)$$

Для каждого значения угла зацепления α_{wai} определяют значение коэффициента суммы смещений $(x_\Sigma)_{agi}$ внешнего зацепления $z_a - z_g$

$$(x_\Sigma)_{agi} = (\text{inv}(\alpha_{wagi}) - \text{inv}(\alpha_t)) \cdot \frac{z_a + z_g}{2 \cdot \text{tg}(\alpha_t)}, \quad (15)$$

где α_t – угол профиля зуба.

Межосевое расстояние a_{wagi} , соответствующее значению угла зацепления α_{wai} , определяют по следующей формуле

$$a_{wagi} = \frac{m}{2} \cdot (z_a + z_g) \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wagi})}, \quad (16)$$

где m – заданный модуль зубчатых колес.

Углы зацеплений α_{wbgi} и α_{wefi} определяют по следующим формулам

$$\alpha_{wbgi} = \arccos\left(\frac{z_b - z_g}{z_a + z_g} \cdot \cos(\alpha_{wagi})\right); \quad (17)$$

$$\alpha_{wefi} = \arccos\left(\frac{z_e - z_f}{z_a + z_g} \cdot \cos(\alpha_{wagi})\right). \quad (18)$$

Межосевые расстояния, соответствующие углам зацеплений α_{wbgi} и α_{wefi} , находят по формулам

$$a_{wbgi} = \frac{m}{2} \cdot (z_b - z_g) \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wbgi})}; \quad (19)$$

$$a_{wefi} = \frac{m}{2} \cdot (z_e - z_f) \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wefi})}. \quad (20)$$

Если вывести графики зависимостей (16), (19) и (20) как функции значений угла зацепления α_{wai} , то увидим совпадение этих графиков, так как нами было принято условие (5).

Значения коэффициентов разности смещений $(x_d)_{bgi}$ и $(x_d)_{efi}$ внутренних зацеплений $z_b - z_g$ и $z_e - z_f$ соответственно вычисляют по формулам

$$(x_d)_{bgi} = (\text{inv}(\alpha_{wbgi}) - \text{inv}(\alpha_t)) \cdot \frac{z_b - z_g}{2 \cdot \text{tg}(\alpha_t)}; \quad (21)$$

$$(x_d)_{efi} = (\text{inv}(\alpha_{wefi}) - \text{inv}(\alpha_t)) \cdot \frac{z_e - z_f}{2 \cdot \text{tg}(\alpha_t)}. \quad (22)$$

Задаем диапазон изменения возможных значений коэффициента смещения x_{ai} центрального колеса z_a :

$$x_{a\min} \leq [x_{ai}] \leq x_{a\max}; \quad i = \overline{1, N}, \quad (23)$$

где $x_{a\min}, x_{a\max}$ – наименьшее и наибольшее соответственно значения коэффициента смещения x_a .

Подобно (14) текущее значение коэффициента смещения x_{ai} вычисляют по формуле

$$x_{ai} = x_{a\min} + \Delta x_a(i-1), \quad \Delta x_a = \frac{x_{a\max} - x_{a\min}}{N-1}. \quad (24)$$

Каждому значению коэффициента смещения x_{ai} определяют значения коэффициентов смещения зубчатых колес z_b и z_g по следующим формулам

$$x_{bi} = (x_\Sigma)_{agi} + (x_d)_{bgi} - x_{ai}; \quad (25)$$

$$x_{gi} = \frac{(x_\Sigma)_{agi} - (x_d)_{bgi} - x_{ai} + x_{bi}}{2}. \quad (26)$$

Для кинематической схемы планетарного механизма типа 3К с одновенцовыми сателлитами (рис. 1, б) имеем

$$x_{fi} = x_{gi}; \quad (27) \quad x_{ei} = (x_d)_{efi} - x_{fi}. \quad (28)$$

Для кинематической схемы планетарного механизма типа 3К с двухвенцовыми сателлитами (рис. 1, а) поступают следующим образом. Задают диапазон изменения возможных значений коэффициента смещения x_{fi} сателлитного колеса z_f :

$$x_{f\min} \leq [x_{fi}] \leq x_{f\max}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (29)$$

где $x_{f\min}, x_{f\max}$ – наименьшее и наибольшее соответственно значения коэффициента смещения x_f .

Текущее значение коэффициента смещения x_{fi} вычисляют по формуле, аналогичной формуле (24)

$$x_{fi} = x_{f \min} + \Delta x_f (i-1), \Delta x_f = \frac{x_{f \min} - x_{f \max}}{N-1}. \quad (30)$$

Текущее значение коэффициента смещения x_{ei} определяют по формуле (28).

В результате получают наборы (массивы) значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К, которые обеспечивают реализацию заданных значений углов зацеплений центральных колес. Размеры полученных наборов данных естественно определяются значением числа отсчетов N .

К качественным характеристикам зубчатых зацеплений планетарного механизма типа 3К относим следующие параметры: коэффициент торцового перекрытия ε_α ; коэффициент удельного давления η ; коэффициенты удельного скольжения в нижних точках активных профилей зубьев ϑ_1 (шестерня зацепления) и ϑ_2 (колесо зацепления); нормальные толщины зубьев на поверхности вершин s_{na1} (шестерня зацепления) и s_{na2} (колесо зацепления).

Набор – вектор-столбец $\bar{x}_{opt} = [x_a, x_g, x_b, x_f, x_e]^T$, значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К с заданным передаточным отношением U_{ae}^b , для которого показатели качества зубчатых зацеплений удовлетворяют требуемым значениям, с одной стороны, и условиям прочности и долговечности, с другой, определяется как оптимальный. Таким образом, под оптимальным проектированием планетарного механизма типа 3К подразумевается выбор вектор-столбца $\bar{x}_{opt}$. Заметим, что конструктивные ограничения здесь нами не учитываются, а конструктивная оптимизация выполняется отдельно после того, как выбран вектор-столбец $\bar{x}_{opt}$.

Качественные показатели зубчатых зацеплений механизма определяют по следующим известным формулам:

$$(\varepsilon_\alpha)_{pqi} = \frac{z_p \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{api}) \pm z_q \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{aqi})}{2\pi} \mp \frac{(z_p \pm z_q) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{wpqi})}{2\pi}, \quad (31)$$

$$(\vartheta_p)_{pqi} = \frac{(u \pm 1) \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{aqi}) - \operatorname{tg}(\alpha_{wapi}))}{\operatorname{tg}(\alpha_{wpqi}) \mp u \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{aqi}) - \operatorname{tg}(\alpha_{wapi}))}; \quad (32)$$

$$(\vartheta_q)_{pqi} = \frac{(u \pm 1) \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{api}) - \operatorname{tg}(\alpha_{wpqi}))}{u \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{wagi}) \mp (\operatorname{tg}(\alpha_{api}) - \operatorname{tg}(\alpha_{wpqi}))}; \quad (33)$$

$$(\eta)_{pqi} = \frac{2 \cdot (z_q \pm z_p)}{z_p \cdot z_q \cdot \cos(\alpha_t) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{wpqi})}; \quad (34)$$

$$(s_{na})_{pi} = (d_a)_{pi} \cdot \left[\frac{\frac{\pi}{2} + 2x_{pi} \operatorname{tg}(\alpha_t)}{z_p} \mp \operatorname{inv}(\alpha_t) \mp \operatorname{inv}(\alpha_{pi}) \right]; \quad (35)$$

$$(s_{na})_{qi} = (d_a)_{qi} \cdot \left[\frac{\frac{\pi}{2} + 2x_{qi} \operatorname{tg}(\alpha_t)}{z_q} \mp \operatorname{inv}(\alpha_t) \mp \operatorname{inv}(\alpha_{qi}) \right], \quad (36)$$

где $p=a, g, f$, $q=g, b, e$ – индексы зубчатых колес планетарного механизма типа 3К, схема которого приведена на рис. 1, причем индекс p указывает

на шестерню, а индекс q – на колесо соответственно зубчатого зацепления $z_p - z_q$;

α_{api} , α_{aqi} – углы профиля зуба на окружности вершин зубчатого колеса z_p и z_q соответственно.

В формулах (31)–(36) верхние знаки соответствуют внешнему, а нижние – внутреннему зацеплению.

Методику выбора параметра x_{opt} рассмотрим на следующем примере. Для схемы планетарного механизма типа 3К с тремя одновенцовыми сателлитами и с передаточным отношением $U_{ae}^b = 332,5$ подобраны следующие числа зубьев: $z_a = 12$; $z_g = 46$; $z_b = 102$; $z_f = 46$; $z_e = 105$. Модули в зацеплениях центральных колес выбраны одинаковыми $m_a = m_b = m_e = m$, равные 0,3 мм. Заданные числа зубьев удовлетворяют условию (12), а это означает, что надо подобрать значения соответствующих углов зацеплений, которые будут разными.

Изменения возможных значений угла зацепления α_{wag} задаем в диапазоне $[\alpha_{wagH}, \alpha_{wagK}] = [15^\circ, 24^\circ]$, а число промежуточных значений принимаем $N = 41$. Отсюда получим шаг $\Delta \alpha_{wag} = 0,225^\circ$. На рис. 2 приведены графики зависимостей углов зацепления центральных зубчатых колес z_b и z_e от значения задаваемого угла зацепления α_{wag} центрального колеса z_a , а также зависимость межосевых расстояний зубчатых зацеплений планетарного механизма типа 3К.

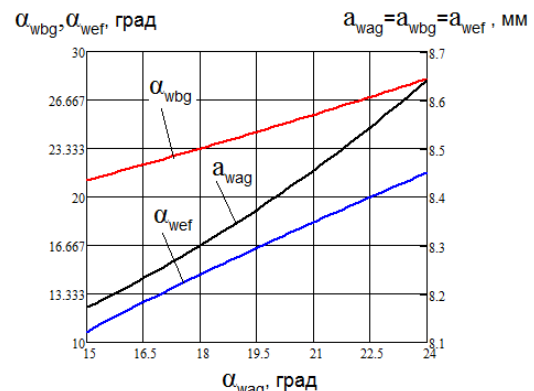


Рис. 2 – Графики зависимостей $\alpha_{wbg}(\alpha_{wag})$, $\alpha_{wef}(\alpha_{wag})$ и $a_w(\alpha_{wag})$

На рис. 3 показаны графики изменения коэффициентов суммы (разности) смещений зубчатых зацеплений центральных колес планетарного механизма типа 3К в зависимости от значения угла зацепления α_{wag} центрального колеса z_a .

Изменения возможных значений коэффициента смещения x_a задаем в диапазоне $[x_{aH}, x_{aK}] = [-1, 1,36]$, откуда находим шаг $\Delta x_a = 0,059$. Далее вычисляем массивы значений потребных коэффициентов смещений остальных зубчатых колес. На рис. 4 показаны графики изменения потребных значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К в зависимости от значения угла зацепления α_{wag} центрального колеса z_a .

График зависимости $x_a(\alpha_{wag})$, показанный на рис. 4, имеет вид прямой линии. Наклон этой прямой определяется задаваемым диапазоном $[x_{aH}, x_{aK}]$, а с другой сто-

роны, коэффициент смещения x_a является независимой величиной от значения угла зацепления α_{wag} .

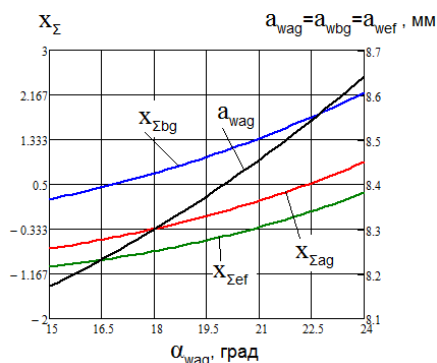


Рис. 3 – Графики зависимостей $x_{\Sigma ag}(\alpha_{wag})$, $x_{\Sigma bg}(\alpha_{wag})$, $x_{\Sigma ef}(\alpha_{wag})$ и $a_w(\alpha_{wag})$

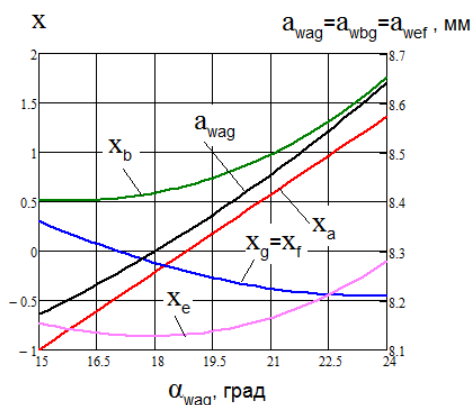


Рис. 4 – Графики зависимостей $x_a(\alpha_{wag})$, $x_g(\alpha_{wag})$, $x_b(\alpha_{wag})$, $x_e(\alpha_{wag})$ и $a_w(\alpha_{wag})$

Линейная зависимость $x_a(\alpha_{wag})$ обусловлена тем, что каждому значению угла зацепления α_{wagi} сопоставляется одно единственное значение коэффициента смещения x_{ai} . Однако значения коэффициентов смещения остальных зубчатых колес, естественно зависят от значения коэффициента смещения x_a , а с учетом сделанного замечания, и от значения угла зацепления α_{wag} .

Функциональные зависимости, приведенные на рис. 4 можно показать так, как показано на рис. 5.

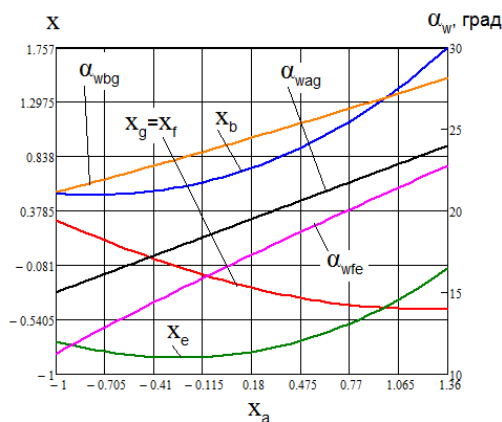


Рис. 5 – Графики зависимостей $x_a(\alpha_{wag})$, $x_g(\alpha_{wag})$, $x_b(\alpha_{wag})$, $x_e(\alpha_{wag})$ и $a_w(\alpha_{wag})$

На рис. 6 показаны графики изменения значений коэффициентов торцового перекрытия ϵ_{α} зубчатых за-

цеплений механизма в зависимости от значения коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a .

Зависимости коэффициентов удельного давления η для зубчатых зацеплений механизма как функции коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a показаны на рис. 7.

Оценка износа зубчатых зацеплений механизма выполняется по степени различия удельных скольжений в нижних точках активных профилей зубьев зубчатых зацеплений.

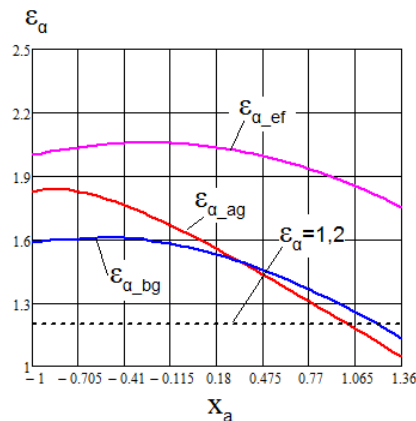


Рис. 6 – Графики зависимостей $\epsilon_{\alpha ag}(x_a)$, $\epsilon_{\alpha bg}(x_a)$ и $\epsilon_{\alpha ef}(x_a)$

Степень различия удельных скольжений в нижних точках активных профилей зубьев зубчатых зацеплений определяют по формуле

$$\Delta\vartheta = |\vartheta_p| - |\vartheta_q|. \quad (37)$$

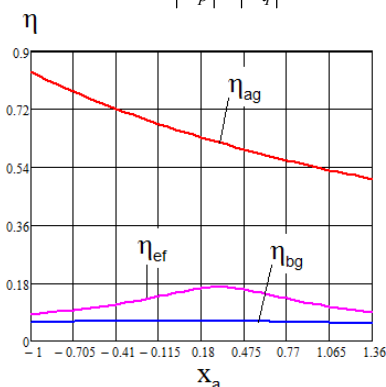


Рис. 7 – Графики зависимостей $\eta_{ag}(x_a)$, $\eta_{bg}(x_a)$ и $\eta_{fe}(x_a)$

Чем меньше величина параметра $\Delta\vartheta$, тем меньше износ зубьев. Равенство $\Delta\vartheta = 0$ означает, что выполнено выравнивание удельных скольжений. На рис. 8 показаны графики изменения параметров $\Delta\vartheta$ зубчатых зацеплений механизма в зависимости от коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a .

На рис. 9 приведены те же графики, что и на рис. 8, но в другом масштабе.

Появление пика на графике зависимости $\Delta\vartheta_{ag}(x_a)$ объясняется тем, что функция $\vartheta_1(x_a)$ для внешнего зацепления $z_a - z_g$ в заданном диапазоне изменения коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a претерпевает разрыв. На рис. 10 приведен отдельно график этой функции, из которого виден ее разрыв.

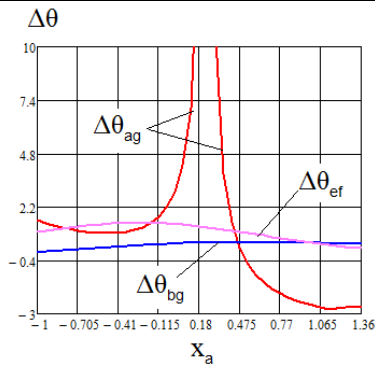


Рис. 8 – Графики зависимостей $\Delta\theta_{ag}(x_a)$, $\Delta\theta_{bg}(x_a)$ и $\Delta\theta_{fe}(x_a)$

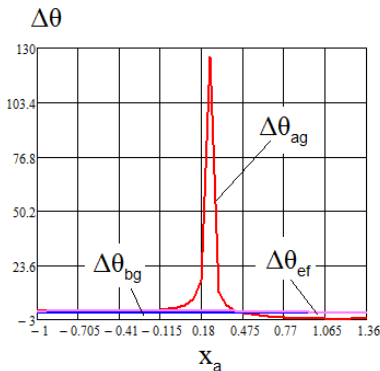


Рис. 9 – Графики зависимостей $\Delta\theta_{ag}(x_a)$, $\Delta\theta_{bg}(x_a)$ и $\Delta\theta_{fe}(x_a)$ (увеличенный масштаб)

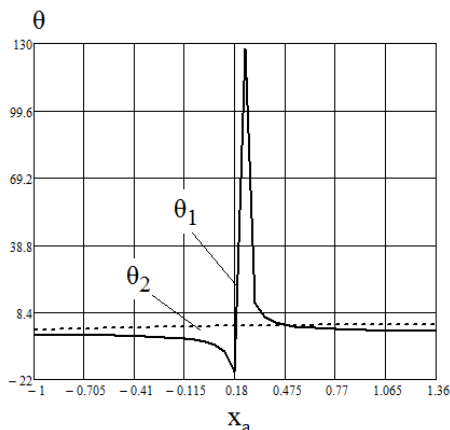


Рис. 10 – Графики зависимостей $\theta_1(x_a)$ и $\theta_2(x_a)$ (внешнее зубчатое зацепление $z_a - z_g$)

Точка разрыва данной функции $\theta_1(x_a)$ находится из решения следующего уравнения

$$\operatorname{tg}(\alpha_{\text{wag}}(x_a)) - \frac{z_g}{z_a} \cdot (\operatorname{tg}(\alpha_{ag}(x_a)) - \operatorname{tg}(\alpha_{\text{wag}}(x_a))) = 0. \quad (38)$$

Уравнение (38) можно решить, как численным способом, так и графическим.

Для графического решения удобно уравнение (38) преобразовать к следующему виду

$$\operatorname{tg}(\alpha_{\text{wag}}(x_a)) - \frac{z_g/z_a}{1+z_g/z_a} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{ag}(x_a)) = f_1(x_a) - f_2(x_a) = 0, \quad (39)$$

$$\text{где } f_1(x_a) = \operatorname{tg}(\alpha_{\text{wag}}(x_a)) \text{ и } f_2(x_a) = \frac{z_g/z_a}{1+z_g/z_a} \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{ag}(x_a))$$

– вспомогательные функции.

Решение уравнения (39) графическим способом показано на рис. 11. Пересечение двух кривых $f_1(x_a)$ и $f_2(x_a)$ происходит при $x_a^* = 0,225$ и $x_g^* = -0,249$.

При решении уравнения (38) надо учесть следующее ограничение для искомого решения

$$x_a^* \in DX_a; \quad x_g^* \in DX_g, \quad (40)$$

где DX_a и DX_g – области допустимых значений коэффициентов соответствующих коэффициентов смещения, определяемые наборами данных (24) и (26). Действительно, полученные значения располагаются в диапазоне отсчетов от $i = 20$ до $i = 22$.

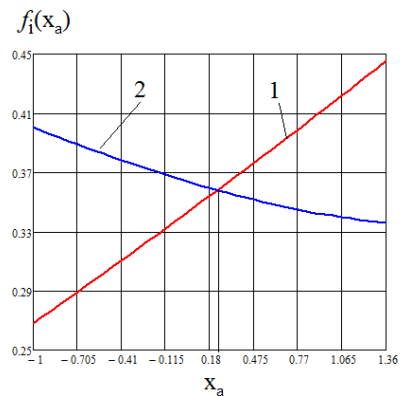


Рис. 11 – Графическое решение уравнения (38): 1 – функция $f_1(x_a)$; 2 – функция $f_2(x_a)$

Численное решение уравнения (38) получено в среде программы Mathcad с использованием решающего блока Given-Find. Результат численного решения уравнения (38) приведен на рис. 12.

```

Задаем решаемое уравнение (38)
eq(x1,x2) := (z1 + z2) * tan(alpha_tw(x1,x2)) - z2 * tan(alpha_a2(x1,x2))

x1 := 0    x2 := 0    <--- начальное решение

Given
    0.18 ≤ x1 ≤ 0.239
    -0.2889 ≤ x2 ≤ -0.2494
    eq(x1,x2) = 0

Find(x1,x2) = ( 0.2252 ) <--- решение
                ( -0.2494 )

```

Рис. 12 – Численное решение уравнения (38)

Графики изменения нормальной толщины зубьев на поверхности вершин в зависимости от значения коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a приведены на рис. 13. В качестве допустимой минимальной нормальной толщина зубьев выбрано значение $s_{\text{namin}} = 0,4 \cdot m$.

Анализ графиков, приведенных на рис. 8 и на рис. 9, показывает, что в заданном диапазоне значений коэффициента смещения x_a имеется поддиапазон, в котором резко увеличивается удельное скольжение зубчатых профилей. Таким образом, возможные значения коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a следует ограничить двумя диапазонами, например, $[-1, -0,056]$ и $[0,416, 1,36]$. Заметим, что во втором диапазоне имеем достаточно большое значение коэффициента удельного давления η_{fe} и видим уменьшение значений коэффициентов торцового перекрытия $\varepsilon_{\alpha_{ag}}$ и $\varepsilon_{\alpha_{bg}}$. Из рис. 13 следует, что наибольшее (верхнее) допустимое значение

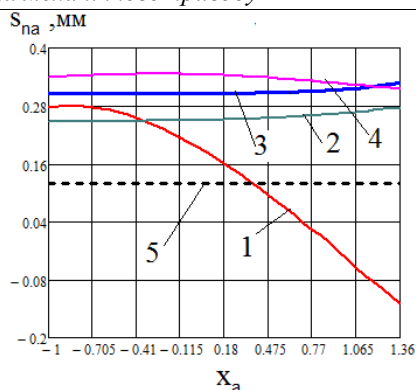


Рис. 13 – Нормальные толщины зубьев на поверхности вершин:

1 – $(s_{na})_a$; 2 – $(s_{na})_g$; 3 – $(s_{na})_b$; 4 – $(s_{na})_e$; 5 – $(s_{na})_{\min}$

ние коэффициента смещения x_a равно 0,364. Наименьшее допустимое значение коэффициента смещения x_a , которое определяется из условия отсутствия подреза, составило 0,298. Для зубчатого колеса z_g минимальное значение коэффициента смещения составило -1,69. С учетом минимального и максимального допустимых значений коэффициента смещения x_a , получим следующий допустимый диапазон изменения для этого коэффициента [0,298, 0,364]. Но при $x_a = 0,298$ ($i = 23$) имеем достаточно большое значение параметра $\Delta\vartheta_{ag}$, а именно $\Delta\vartheta_{ag} = 10,315$. Поэтому следует увеличить ниже значение 0,298, например, до 0,306. В итоге получим следующий диапазон допустимых значений коэффициента смещения x_a : [0,306, 0,364]. Анализ значений всех величин, которые были введены для рассмотрения, показал их допустимость. В результате нашего анализа, выполненного применительно для $N=41$, определен в первом приближении вектор-столбец $\bar{x}_{opt1}$ оптимальных значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К с одновенцовыми сателлитами: $\bar{x}_{opt1} = \{0,357, -0,3245, 0,8722, -0,3245, 0,7623\}$. Однако ранее не оговаривалось проверка внутренних зацеплений на отсутствие интерференции. По этой причине заданный вектор-столбец $\bar{x}_{opt1}$ и обозначен как первое приближение (первая итерация).

Для найденного параметра $\bar{x}_{opt1}$ выполняют геометрический расчет зубчатых зацеплений. При расчете геометрии внутренних зацеплений был принят долбяк с числом зубьев $z_0 = 40$ и коэффициентом смещения $x_0 = 0,315$, имеющий обозначение 2539-0192 ГОСТ 10059-80. Параметры и обозначение долбяка были взяты из базы данных программы КОМПАС-3D V16. В результате расчетов выявлено наличие интерференции для зубчатого колеса z_e . Поэтому следует выполнить вторую итерацию вектора-столбца $\bar{x}_{opt}$.

Для диапазона $[\alpha_{wag}, \alpha_{wagk}]$ изменения угла зацепления α_{wag} , принятого на первой итерации, задаем следующий диапазон возможных значений коэффициента смещения x_a : [0,298, 0,306]. Число отсчетов $N = 41$. Анализируем новые графики, которые для первой итерации были показаны на рис. 3–13. В результате приходим к выводу, что допустимый диапазон отсчетов анализируемых функций соответствует индексу i от 29 до 35. В качестве второй итерации был выбран вектор-столбец

$\bar{x}_{opt2} = \{0,3038, -0,0012, 0,8722, 1,4918, -0,1991\}$ соответствующий $i = 30$. Дальнейшие расчеты геометрии показали правильность выбора вектора-столбца $\bar{x}_{opt2}$.

Значения качественных показателей зубчатых зацеплений, которые найдены для вектор-столбца $\bar{x}_{opt2}$ сведены в табл. 1.

Таблица 1 – Качественные показатели зацеплений.

Оптимальный выбор вектор-столбца $\bar{x}_{opt2}$

Параметр	Зубчатое зацепление		
	$z_a - z_g$	$z_g - z_b$	$z_f - z_e$
a_w , мм	8,788	8,788	8,788
α_{pw} , град	21,525	26,08	18,862
ϑ_1	-7,087	-0,345	-0,38
ϑ_2	-1,896	-0,007	-0,134
$\Delta\vartheta$	5,191	0,338	0,246
ε_α	1,453	1,336	1,753
η	0,567	0,0523	0,0761
s_{nd1}	0,139	0,239	0,239
s_{nd2}	0,239	0,318	0,318

После выбора значений коэффициентов смещения зубчатых колес – вектор-столбец $\bar{x}_{opt2}$, выполняют расчеты на прочность и долговечность. Если результаты этих расчетов будут неудовлетворительными, то необходимо либо выбрать другой вектор-столбец $\bar{x}_{opt2}$ (выполнить очередную итерацию) либо выполнить коррекцию выбранного вектор-столбца $\bar{x}_{opt2}$. Заметим, что вектор-столбец $\bar{x}_{opt2}$ подошел по условиям прочности и долговечности, а также по конструктивным ограничениям, которые были учтены при выборе межосевого расстояния a_w .

На рис. 14 приведены графики изменения параметров $\Delta\vartheta_{pq}$ зубчатых зацеплений механизма в зависимости от коэффициента смещения x_a зубчатого колеса z_a для второй итерации выбора вектор-столбца $\bar{x}_{opt1}$. Как видно из рисунка в диапазоне значений коэффициента смещения x_a , равным [0,298, 0,306] имеется два пика для функциональных зависимостей $\Delta\vartheta_{pq}(x_a)$. Определение точек разрывов для зависимостей $\Delta\vartheta_{ag}(x_a)$ и $\Delta\vartheta_{fe}(x_a)$ выполняется способами, которые были рассмотрены ранее. Заметим, что пики функциональных зависимостей, показанных на рис. 14, не видны на рис. 8 потому, что шаги отсчетов функций, выводимых на этих рисунках, не совпадают или не являются кратными.

Рассмотренная методика выбора коэффициентов смещения зубчатых колес планетарного механизма типа 3К реализуется в среде программы Mathcad четырьмя файлами – Mathcad-документами. Первый документ предназначен для подбора чисел зубьев планетарного механизма. В документе предусмотрена настройка подбора с учетом условий как на тип кинематической схемы (см. рис. 1), так и на сами числа зубьев, которые приведены в формулах (1)–(12). Вторым документом реализуется поиск оптимального вектор-столбца $\bar{x}_{opt}$ в соответствии с алгоритмом, который был рассмотрен выше. Предусмотрены два вида реализации алгоритма: ручной; программный. При ручном

поиске решение о выборе выполняет сам конструктор на основе просмотра графиков и массивов данных. Второй тип выбора реализуется путем работы специального программного модуля, выполняющего поиск данных, которые удовлетворяют заданным условиям поиска. Третий документ реализует геометрический расчет внешнего и внутреннего зубчатых зацеплений. Четвертый документ предназначен для выполнения расчетов на прочность и долговечность.

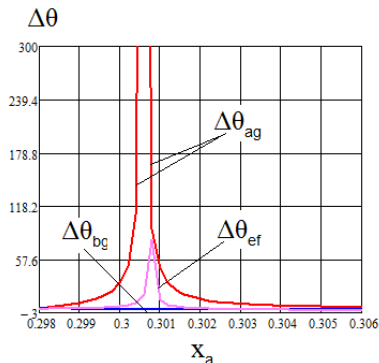


Рис. 14 – Графики зависимостей $\Delta\theta_{ag}(x_a)$, $\Delta\theta_{bg}(x_a)$ и $\Delta\theta_{ef}(x_a)$. Вторая итерация

В статье не приведены формулы для проверки отсутствия интерференции для внутренних зубчатых зацеплений, с одной стороны. С другой стороны, не приведены и соответствующие графики. Связано это с тем, что проверка на отсутствие интерференции была запрограммирована в третьем Mathcad-документе. По мнению авторов, выполнение такой проверки непосредственно во втором Mathcad-документе приводит к усложнению его программной реализации.

Построения блокирующих контуров для зубчатых передач позволяет правильно выбирать коэффициенты смещения зубчатых колес. Но применительно к планетарным механизмам реализация этого подхода требует от конструктора наличия умения создания соответствующих программ средств. При этом желательно, чтобы программное обеспечение было легко модифицировано под нужды проектирования. При программной реализации блокирующего контура приходится решать два основных типа задач: вычислительные; графические. Первые задачи связаны с программированием нужных вычислений. Вторые – отображением самого блокирующего контура. Часто реализация вторых задач оказывается сложнее реализации первых. Поэтому на сегодняшний день построение блокирующих контуров стало не задачей конструкторов, а задачей программистов. Это положение хорошо видно на примере приложения "Валы и механические передачи 3D" для системы трехмерного моделирования КОМПАС-3D фирмы АСКОН. Учитывая сделанные замечания, авторами предложена простая в программной реализации методика построения допустимых областей – диапазонов, значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К. Построение вышеуказанных областей по сути и есть блокирующий контур. Но этот контур имеет другой вид, отличный от вида классического блокирующего контура. На рис. 15 приведена графическая интерпретация методики выбора допустимых значений коэффициентов смещения зубчатых колес планетарного механизма типа 3К.

На рис. 15, а показана найденная область допустимых значений коэффициента смещения x_a , отмеченная вертикальными линиями x_a^l (левая граница) и x_a^r (правая граница) соответственно. В этой области имеем

выполнение условий для всех P_i качественных показателей зубчатых зацеплений вида $P_i^l \leq P_i \leq P_i^u$, $i = \overline{1, n}$, здесь P_i^l и P_i^u – нижнее и верхнее допустимые значения параметра P_i , а n – число качественных показателей. Причем возможные случаи, когда для j -го качественного показателя задается только одностороннее ограничение, например, ограничение на допустимое значение коэффициента торцового перекрытия ε_{α} вида $\varepsilon_{\alpha i} \geq \varepsilon_{\alpha \min}$.

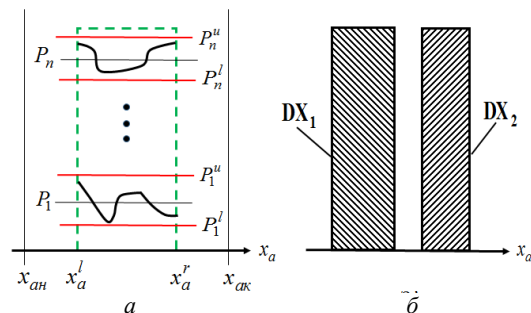


Рис. 15 – Графическая интерпретация выбора коэффициентов смещения зубчатых колес планетарного механизма типа 3К

Пример, приведенный в статье, показывает, что задаваемые диапазоны изменения возможных значений угла зацепления α_{wag} и коэффициента смещения x_a определяют результат выбора вектор-столбца $\bar{x}_{\text{opt}}$. В принципе из условия (5) следует что, задав значение одного угла зацепления из трех, находим значения двух других углов зацепления. Далее имеем 3 известных условия для 5-ти неизвестных коэффициентов смещения, если рассматриваем схему двухвенцового планетарного механизма типа 3К, или для 4-х неизвестных, если имеем одновенцовый механизм. Поэтому, чтобы найти неизвестные приходится из них выбрать независимые (варьируемые) и зависимые. Применительно к первой схеме механизма независимых величин должно быть 2. Для второй схемы выбирается 1 независимая величина. С математической точки зрения выбор независимых величин (коэффициентов смещения) произволен. В предлагаемой методике в качестве независимой величины выбран коэффициент смещения x_a по двум причинам. Во-первых, для зубчатого колеса z_a при заданном его модуле заранее можно определить диапазон возможных значений коэффициента смещения из условий отсутствия подреза и заострения. Во-вторых, контактная прочность зубчатого колеса z_a , особенно мелкозубчатых с малым числом зубьев, как правило, определяется значением коэффициента смещения.

Выводы. На основе подхода, рассмотренного в данной работе, разработана методика выбора оптимальных значений коэффициентов смещений зубчатых колес планетарного механизма типа 3К по критерию обеспечения качественных показателей зубчатых зацеплений требуемым условиям. Реализация методики в среде программы Mathcad отличается простотой и не требует от конструктора особых навыков программирования. Отображение в виде графиков законов изменения выбранных качественных показателей зубчатых зацеплений как функций варьируемых параметров позволяет конструктору выбрать допустимые области значений коэффициентов смещений. Настройка как варьируемых величин, так и ограничений на контролируемые параметры позволяет выполнить выбор коэффициентов смещения зубчатых колес применительно к текущим требо-

ваниям проектирования. Методика применима для проектирования как мелкозубчатых передач, так и крупнозубчатых. Она может быть использована для выбора коэффициентов смещения зубчатых колес простых планетарных механизмов. Практика применения разработанной методики показала ее эффективность и определила направления по ее функциональному улучшению.

Список литературы

1. Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – М.–Л.: Машиностроение, 1966. – 308 с.
2. Планетарные передачи. Справочник. Под ред. докторов техн. наук В. Н. Кудрявцева и Ю. Н. Кирдяшева. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1977. – 536 с. с ил.
3. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внутреннего зацепления. Расчет геометрических параметров. Справочное пособие / И. А. Болотовский, Б. И. Гурьев, В. Э. Смирнов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1977. – 192 с. с ил.
4. Чернова Н. М. Классификация и расчет зубчатых передач типа 3к-н на основе метода графического синтеза / Н. М. Чернова, Р. А. Кобза // Вестник СГТУ, – 2013. – № 1(69). – С. 118–122.
5. Сильченко П. Н. Построения объемных блокирующих контуров при расчете зубчатых передач с зацеплением двух и более колес для обеспечения всех требуемых эксплуатационных показателей / П. Н. Сильченко, А. В. Колотов, М. А. Мерко // Технология машиностроения. – М., 2006. – №9. – С. 57–60.

References (transliterated)

1. Kudrjavcev V. N. *Planetarnye peredachi* [Planetary transmission]. Moscow-Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1966. 308 p.
2. Kudrjavcev V. N., Kirdjasheva Ju. N., Ginzburg E. G., Derzhavets Yu. A., Ivanov A. N., Kistochkin E. S., Kuz'min I. S., Filipenko A. L. *Planetarnye peredachi. Spravochnik* [Planetary transmission. Reference]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1977. 536 p.
3. Bolotovskij I. A., Gur'ev B. I., Smirnov V. Je., Shenderej B. I. *Cilindricheskie jevol'ventnye zubchatye peredachi vnutrennego zacepleniya. Raschet geometricheskikh parametrov. Spravochnoe posobie* [Cylindrical involute gearing of the internal hooking. Calculation of geometrical parameters. Reference]. Moscow, Mashinostroenie, Publ., 1977. 199 p.
4. Chernova N. M., Kobza R. A. *Klassifikacija i raschet zubchatykh peredach tipa 3k-n na osnove metoda graficheskogo sinteza* [Classification and calculation of the 3k-h type gear sets using the graphic synthesis method]. *Vestnik Saratovskogo Gosudarstvennogo Tehniceskogo Universiteta* [Bulletin of Saratov State Technical University]. Saratov, 2013, no 1, issue 69, pp. 118–122.
5. P. N. Sil'chenko P. N., Kolotov A. V., Merko M. A. *Postroeniya ob'emnykh blokijnushih konturov pri raschete zubchatykh peredach s zacepleniem dvuh i bolee koles dlja obespecheniya vseh trebuemykh jekspluatacionnykh pokazatelej* [Constructions of by volume blackout contours at the calculation of gearing with hooking of two and more than wheels for providing of all required operating indexes]. *Tehnologija mashinostroeniya* [Mechanical engineering technology]. Moscow, 2006, no. 9, pp. 57–60.

Поступила (received) 18.06.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Оптимальное проектирование планетарных механизмов типа 3К / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, О. В. Шехов, В. Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 102–110. – Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2079-0791.

Оптимальное проектирование планетарных механизмов типа 3К / В. А. Матусевич, Ю. В. Шарабан, А. В. Шехов, В. Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 102–110. – Библиогр.: 5 назв. – ISSN 2079-0791.

Optimal design of planetary mechanisms of type 3K / V. A. Matusевич, U. V. Sharaban, A. V. Shehov, V. T. Abramov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 102–110. – Bibliogr.: 5. – ISSN 2079-0791.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Матусевич Володимир Анатолійович – головний конструктор-директор ДП "ХАКБ", м. Харків; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Матусевич Владимир Анатольевич – главный конструктор-директор, ГП "ХАКБ", г. Харьков; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Matusевич Vladimir Anatol'evich – Chief Designer-director GP "KhAKB", Kharkiv; tel.: (057) 707-02-73; e-mail: khadb_chief@ukr.net.

Шарабан Юрій Володимирович – заступник головного конструктора ДП "ХАКБ", м. Харків; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Шарабан Юрий Владимирович – заместитель главного конструктора ГП "ХАКБ", г. Харьков; тел.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Sharaban Jurij Vladimirovich – Deputy Chief Designer of GP "KhAKB", Kharkiv; tel.: (057) 707-02-73; e-mail: suv-kharkov@ukr.net.

Шехов Олександр Володимирович – Національний аерокосмічний університет "Харківський авіаційний інститут", старший викладач кафедри теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем; тел.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net

Шехов Александр Владимирович – Национальный аэрокосмический университет "Харьковский авиационный институт", старший преподаватель кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем; тел.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net.

Shehov Aleksandr Vladimirovich – National aerospace university the "Kharkov aviation institute", Senior Lecturer at the Department of theoretical mechanics, engineering science and robots-mechanical systems; tel.: (057) 877-47-67; e-mail: shav01@ukr.net.

Абрамов Володимир Тимофійович – кандидат технічних наук, доцент, Національний аерокосмічний університет "Харківський авіаційний інститут", доцент кафедри теоретичної механіки, машинознавства і роботомеханічних систем; тел.: (057) 877-47-67.

Абрамов Владимир Тимофеевич – кандидат технических наук, доцент, Национальный аэрокосмический университет "Харьковский авиационный институт", доцент кафедры теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем; тел.: (057) 877-47-67.

Abramov Vladimir Timothy – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, National aerospace university the "Kharkov aviation institute", Associate professor at the Department of theoretical mechanics, engineering science and robots-mechanical systems; tel.: (057) 877-47-67.