получаем решения, подобные вариационным методам Ритца или Трефтца. Если уравнению (1) удовлетворяем точно, а граничным — приближенно, то решение в сплайн-функциях совпадает с решением Ритца, в противном случае — с решением Трефтца.

Трудностью реализации подобного метода в многосвязных областях является большой объем работы по выписыванию уравнений. Изменение области или сетки, когда хотя бы один узел меняет статус внешнего, граничного или внутреннего узла, заставляет проделывать всю работу заново. Существующие способы задания геометрии не решают оперативно статус узлов сетки. Ее решение видится в применении идей R-функции k-значной логики для построения аналитического чертежа геометрии исследуемой области. Частное решение задачи приведено в работе [2].

Предлагаемый алгоритм позволяет решать задачу аппроксимации нестационарного температурного поля на ЭВМ без расчета соотношения временного шага сетки и времени искомой температуры. Он составляет сеточную систему уравнений непосредственно в машине, что позволяет решать задачи по тепловой оптимизации геометрии.

Список литературы: 1. *Марчук Г. И., Агошков В. И.* Введение в проекционно-сеточные методы. — М.: Наука, 1981. — 416 с. 2. *Рвачев В. Л.* Теория R-функций и ее некоторые приложения. — К.: Наук. думка, 1982. — 552 с.

Поступила в редколлегию 19.11.82.

УДК 519.65

В. М. ДЕРКАЧ

НОВЫЙ СПОСОБ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СПЕКТРОВ РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ

Определение и контроль дисперсного состава твердых или жидких частиц является актуальной задачей во многих областях современного производства. Он является одной из важных характеристик измельченных в процессе производства твердых материалов или распыленных жидкостей и во многом определяет их свойства. С этим вопросом непосредственно связано производство стройматериалов, керамических изделий, порошковая металлургия, оптика облаков, туманов, дождей, проблема межзвездных частиц, проблема скрытого фотографического изображения, исследования коллоидных систем.

Проблемы оптики рассеивающих сред можно разбить на две части: прямую и обратную задачи светорассеяния. Прямая задача определяет структуру светового поля по оптическим свойствам и геометрии среды, а также условиям ее освещенности. Если $f(r)$ —

функция распределения частиц по размеру $f(r)=dn/ndr$, где n — полное число частиц; dn — число частиц, радиус которых лежит в интервале от r до $r+dr$.

Эта задача теории рассеяния состоит в нахождении функций $\varphi(x)$, где x — геометрическая или оптическая характеристика:

$$\varphi(x)=\int_0^\infty F(x, r) f(r)\, dr. \tag{1}$$

Ядро $F(x, r)$ известно из теории Ми. В конкретном случае $F(x, r)$ может быть индикатрисой рассеяния, описывающей рассеяние под углом $\beta=x$. Обратная задача заключается в определении физических свойств объема рассеивающего вещества, т. е. нахождении неизвестной функции $f(r)$ по экспериментально определенным функциям $\varphi(x)$, $F(x, r)$. Равенство (1) является линейным интегральным уравнением первого рода, решение которого позволяет получить функцию $f(r)$.

Теория дает аналитическое выражение для $F(x, r)$, если функция $f(r)$ выражается через интеграл от $\varphi(x)$ и некоторое ядро. Если параллельный пучок света с длиной волны λ рассеивается совокупностью взвешенных в газовой среде частиц одинакового радиуса (монодисперсным аэрозолем), то зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеивания выражается соотношением

$$I(\beta)=I_0 r^2 J_1(\rho\beta)/\beta^2. \tag{2}$$

I_0 — это интенсивность пучка света в отсутствие рассеивания; J_1 — функция Бесселя первого порядка; ρ — параметр дифракции; $\rho=2\pi r/\lambda$. Соотношение (2) справедливо при $\beta\ll 1$, $\rho\gg 1$. Пучок света проходит через слой различных по размеру частиц с функцией распределения частиц по размерам $f(r)$, тогда индикатриса рассеивания выражается следующим образом:

$$I(\beta)=I_0\int_0^\infty f(r)\, r^2 J_1(\rho\beta)\, dr/\beta^2. \tag{3}$$

Соотношение (3) представляет собой частный случай приведенного уравнения (1), связывающего функции $\varphi(x)$, $f(r)$.

В работе [1] решена задача обращения интегрального уравнения (3):

$$f(r)=-\frac{C}{r^2}\int_0^\infty \rho\beta J_1(\rho\beta)\, N_1(\rho\beta)\frac{d}{d\beta}\left[I(\beta)\,\beta^3\right] d\beta, \tag{4}$$

где $N_1(\rho\beta)$ — функция Неймана первого порядка; C — нормировочная постоянная.

Для расчета $f(r)$ в соотношении (4) интеграл должен вычисляться от 0 до ∞. Углы рассеяния ограничены снизу β_{min}, сверху β_{max}.

Ограничение снизу связано с конечной шириной светового пучка, сверху — тем, что интенсивность сигнала очень быстро убывает с ростом β.

Введем обозначения

$$d\,[I(\beta)\,\beta^3] = \varphi_1(\beta),$$

$$\rho\beta J_1(\rho\beta)\,N_1(\rho\beta) = F_1(\rho\beta).$$

Имеем две функции одной переменной.

Применяем описанную в работе [2] сплайн-аппроксимацию функции одной переменной для аппроксимации функции $I(\beta)$. Аппроксимация ведется на отрезке $[\beta_{min}, \beta_{max}]$ при помощи В-сплайнов третьего порядка

$$I(\beta) = \sum_{i=-1}^{r_\beta+1} c_i\,\mathrm{Sp}_i^3(\beta),$$

где c_i — коэффициенты разложения; $\mathrm{Sp}_i^3(\beta)$ — В-сплайн третьего порядка по переменной β, вычисленный согласно формуле (5), r_β — число участков аппроксимации по i. Уравнение В-сплайна третьего порядка по переменной β имеет вид

$$Sp_0^{(3)}(\beta) = \begin{cases} 1 - 3\beta^2(2 - |\beta|)/4, & |\beta| < 1, \\ (2 - |\beta|^3/4, & 1 \leqslant |\beta| < 2; \\ 0, & |\beta| \geqslant 2. \end{cases}$$

Для определения i-го сплайна функции по переменной используется соотношение

$$\mathrm{Sp}_i^{(3)}(\beta) = \mathrm{Sp}_0^{(3)}\left(\frac{\beta - \beta_{min}}{d\beta} - i\right), \tag{5}$$

где $d\beta = (\beta_{max} - \beta_{min})/r_\beta$.

Преимущество кубической сплайн-аппроксимации в том, что приближается не только значение функции, но и ее первая и вторая производные:

$$\frac{\partial}{\partial\beta}\mathrm{Sp}_0^{(3)} = P\,\mathrm{Sp}_0^{(3)}(\beta) =$$

$$= \begin{cases} 0{,}75|\beta|(3|\beta| - 4\,\mathrm{sign}\,\beta, & |\beta| < 1; \\ -0{,}75(2 - |\beta|)^2\,\mathrm{sign}\,\beta, & 1 \leqslant |\beta| < 2; \\ 0, & |\beta| \geqslant 2. \end{cases}$$

Для функции $\varphi_1(\beta)$ имеем

$$\varphi_1(\beta) = \beta^3\left\{\sum_i c_i\,P\,\mathrm{Sp}_i^{(3)}(\beta)\right\} + 3\beta^2\left\{\sum_i c_i\,\mathrm{Sp}_i^{(3)}(\beta)\right\}.$$

Аналогичным образом представляем функцию $F_1(\rho\beta)$ в виде

$$F_1(\rho\beta) = \sum_{k=-1}^{r_k+1} d_k\,\mathrm{Sp}_k^{(3)}(\rho\beta),$$

где d_l — коэффициенты разложения; r_k — число участков аппроксимации по k. Тогда окончательно

$$f(r) = -\frac{C}{r^2} \int\limits_{\beta_{min}}^{\beta_{max}} \sum_k d_k \, \mathrm{Sp}_k^{(3)}(\rho\beta) \times$$

$$\times \left[\beta^3 \left\{\sum_i c_i P \, \mathrm{Sp}_i^{(3)}(\beta)\right\} + 3\beta^2 \left\{\sum_i c_i \, \mathrm{Sp}_i^{(3)}(\beta)\right\}\right] d\beta.$$

Применяя разработанные подпрограммы сплайн-аппроксимации, данное уравнение решается программным путем.

Этот способ повышает точность и значительно уменьшает время обработки экспериментальных данных [3]. Появляется возможность работы в режиме реального времени.

Список литературы: 1. *Шифрин К. С.* Рассеяние света в мутной среде. — М.: Гостехиздат, 1951. — 288 с. 2. *Завьялов Ю. С.* Методы сплайн-функций. — Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО АН СССР, 1978. — 210 с. 3. *Костенко Ю. Т.* Об одном подходе к автоматизации научных исследований. — См. статью в настоящем вестнике.

Поступила в редколлегию 16.11.82.

УДК 62—50

Л. М. ЛЮБЧИК, канд. техн. наук

КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МИНИМАКСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Эффективным методом решения задач теории управления в условиях неопределенности является минимаксный подход [1]. В сочетании с предложенным в работе [2] методом гарантированных эллипсоидальных оценок неопределенных векторных величин

$$x \in E(a, \quad Q) = \{x \mid (x - a)^T Q^{-1} (x - a) \leqslant 1\}$$

этот подход позволяет получить разнообразные алгоритмы фильтрации и управления. Отказ от оптимальности оценок, заключающейся в минимизации объема аппроксимирующих эллипсоидов, значительно упрощает вычислительные процедуры при сохранении достаточной точности оценивания.

Рассмотрим управляемую динамическую систему вида

$$x(n+1) = Ax(n) + Bu(n) + \xi(n),$$
$$y(n) = Hx(n) + \eta(n), \tag{1}$$

где $x(n) \in R^N$ — вектор состояния, $u(n) \in R^M$ — вектор управления, $y(n) \in R^K$ — вектор наблюдения, A, B, H — заданные матрицы со-