

А.Л. ХАРЧЕНКО, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ» (г. Харьков),
Е. А. ЧМУТОВА, Т.А. КУНАХ, НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

МЕТОДЫ АППАРАТУРНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

У статті наведений порівняльний аналіз відомих методів вимірювання оцінок спектральної щільності потужності випадкових сигналів (класичних і кореляційно-фільтрового), аналіз основ (структур, принципів) побудови відомих цифрових фільтрових аналізаторів спектру, обґрунтування напрямів, приватних завдань і методів досліджень.

This article covers known methods (classic and filter-correlation) of random signals spectral density measuring estimations comparative analysis, analysis of known digital filter spectrum analyzer construction basics (both structure and working principles), justification of research course, private tasks and research methods.

Постановка проблеми. Спектральная плотность мощности (СПМ) является одной из наиболее распространенных характеристик в практике спектрального анализа случайных сигналов в различных областях науки и техники. Поэтому методы и средства измерения оценки СПМ (или спектрального анализа) всегда привлекали широкое внимание исследователей и разработчиков, и в настоящее время выделились в самостоятельный вид измерений, называемый аппаратным спектральным анализом.

Цель статьи кратко рассмотреть суть методов аппаратного спектрального анализа, а затем провести их сравнительный анализ.

Под аппаратным спектральным анализом понимают экспериментальный анализ спектров сигналов, при котором определяют одну или несколько спектральных характеристик случайных сигналов [1]. Одной из важнейших таких характеристик является спектральная плотность мощности, а при аппаратном анализе - её оценка.

Известные методы аппаратного спектрального анализа могут быть сведены в пять взаимосвязанных групп [2,3,4]:

- метод, основанный на временном усреднении квадрата фильтрованной реализации исследуемого случайного сигнала $x(t)$ или так называемый «фильтровый метод»;
- метод, использующий усеченное преобразование Фурье оценки корреляционной функции реализации случайного сигнала;
- метод, использующий усреднение коэффициентов Фурье реализации случайного сигнала по частотам;

- метод, основанный на временном усреднении квадратов коэффициентов Фурье реализации случайного сигнала;
 - корреляционно-фильтровый метод.
- Рассмотрим эти методы.

Метод, основанный на непосредственной фильтрации. Суть метода следует из определения СПМ, которое основано на соотношении:

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df, \quad (1)$$

где P_x – мощность случайного сигнала $x(t)$, которая выражается в виде интеграла от СПМ $G_x(f)$ по всем частотам f этого сигнала.

Для СПМ стационарного эргодического случайного сигнала $x(t)$ получим:

$$G_x(f_0, \Delta f) = \lim_{\Delta f \rightarrow 0} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T \Delta f} \int_0^T x^2(t, f_0, \Delta f) dt, \quad (2)$$

где $x(t, f_0, \Delta f)$ – часть случайного сигнала $x(t)$, выделенная идеальным узкополосным фильтром, имеющим прямоугольную ФСО (АЧХ), с центральной частотой f_0 и полосой пропускания Δf ($\pm \Delta f / 2$ относительно f_0);

$\lim_{T \rightarrow \infty}$ – предел в среднем квадратическом.

Аппаратурно выражение (2) реализуется следующим образом. Вначале пропускают исследуемый случайный сигнал $x(t)$ через узкополосный фильтр.

Для реальных фильтров анализаторов спектра, выходной сигнал имеет вид:

$$y(t) = \int_0^T h(\tau) x(t - \tau) d\tau = \int_0^T h(t - \tau) x(\tau) d\tau. \quad (3)$$

Выходной сигнал фильтра $y(t)$ возводят в квадрат, результат усредняют за время анализа T . Соотношение для точечной оценки СПМ имеет вид:

$$G_1^2(f_0, \Delta f) \equiv G_1^2 = \frac{1}{T \Delta f} \int_0^T y^2(t) dt. \quad (4)$$

Метод аппаратного спектрального анализа, основанный на усечённом преобразовании Фурье оценки корреляционной функции. Метод основан на формуле прямого преобразования Фурье, или теореме Винера–Хинчина, корреляционной функции $R_x(\tau)$ стационарного

эргодического случайного сигнала с конечной мощностью:

$$G_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (5)$$

Оценка СПМ, соответствующая выражению (5), в обобщенном виде:

$$\mathcal{G}_2(f) \equiv \mathcal{G}_2 = \int k(\tau) \cos \omega\tau \hat{R}_2(\tau) d\tau, \quad (6)$$

где $\hat{R}_2(\tau)$ - оценка корреляционной функции стационарного эргодического случайного сигнала $x(t)$; $k(\tau)$ - некоторая усекающая, или выделяющая функция, называемая также корреляционным окном.

Приборы, реализующие этот метод, сначала измеряют корреляционную функцию, а затем вычисляют оценку СПМ. Устройство управления обеспечивает синхронное поступление напряжений $\hat{R}_2(\tau)$ и $\cos 2\pi f_i\tau$ в схему перемножения. После усреднения произведения получают значение оценки СПМ на частоте анализа f_i . Затем устанавливается новое значение частоты генератора и повторяют процесс измерения. Таким образом, определяются все необходимые значения оценки СПМ $\mathcal{G}_2(f)$ при различных частотах f_i .

Метод аппаратного спектрального анализа, основанный на преобразовании Фурье. В методе используется определение СПМ выражением:

$$G_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} A^2(\omega), \quad (7)$$

где $A(j\omega) = \int_0^T x(t) e^{-j\omega t} dt$ - преобразование Фурье сигнала $x(t)$;

$$A^2(\omega) = \left| \int_0^T x(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2. \quad (8)$$

Оценку СПМ данного метода представим следующим образом:

$$\mathcal{G}_3 = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) A^2(\omega) d\omega, \quad (9)$$

где функция $f(\omega) \neq 0$ лишь в узком диапазоне вблизи частоты анализа $\pm\omega_0$.

Для измерения спектральной плотности во всем диапазоне частот

необходимо последовательно изменять частоту опорного генератора дискретно или непрерывно. Этому методу теоретически присуща бесконечно большая разрешающая способность. Однако неидеальность функциональных узлов при аппаратурной реализации анализатора не позволяет её реализовать. Кроме того, аппаратурное построение таких анализаторов представляет большие технические трудности.

Метод аппаратурного спектрального анализа, основанный на временном усреднении квадратов коэффициентов Фурье стационарного эргодического случайного сигнала. Для этого метода исходной является оценка СПМ, определяемая выражением:

$$\hat{G}_4(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n \hat{G}_3(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n A_q^2(\omega), \quad (10)$$

где $A_q(\omega) = \int_{(q-1)T_1}^{qT_1} x(t) e^{-j\omega t} dt$;

$$A_q^2(\omega) = \left| \int_{(q-1)T_1}^{qT_1} x(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2, \quad (11)$$

т.е. $A_q(\omega)$ – коэффициент Фурье, вычисленный по q -ой реализации стационарного эргодического случайного сигнала $x(t)$ длиной T_1 . Полное время измерения оценки СПМ $T = nT_1$.

Корреляционно–фильтровый метод измерения оценки спектральной плотности мощности. Данный метод измерения оценки СПМ основан на временном усреднении произведения исходной и фильтрованной, на выходе узкополосного фильтра, $y(t)$ реализаций исследуемого случайного сигнала [5]. Эта оценка определяется выражением:

$$\hat{G}_5(\varpi_0, \Delta\varpi) = \int_0^T x(t)y(t)dt \quad (12)$$

где $x(t)$ – исследуемый (исходный) случайный сигнал; $y(t)$ – его фильтрованная реализация, T – время усреднения (анализа) оценки СПМ сигнала $x(t)$.

Функция $y(t)$ описывает выходной сигнал узкополосного фильтра с переходной характеристикой $h(\tau)$, на вход которого поступает сигнал $x(t)$. Она определяется выражением (3).

Подставляя выражение (3) в формулу (12), имеем

$$\hat{G}_5 = \int_0^T dt \int_0^t d\tau h(\tau)x(t)x(t-\tau) = \int_0^T d\tau \int_\tau^T dt h(\tau)x(t)x(t-\tau)$$

или

$$\hat{G}_5 = \int_0^T H_5(\tau) \hat{R}_5(\tau) d\tau, \quad (13)$$

где: $H_5(\tau)$ - преобразующая, выделяющая функция, или корреляционное окно, для корреляционно-фильтрового метода измерения оценки СПМ;

$$H_5(\tau) = (T - \tau)h(\tau) \quad (14)$$

$\hat{R}_5 = \frac{1}{T - \tau} \int_\tau^T x(t)x(t-\tau) dt = R_{\text{опт}}(\tau)$ - оценка корреляционной функции сигнала

$x(t)$.

Построение цифрового корреляционно-фильтрового анализатора спектра целесообразно выполнять на микропроцессоре или микро ЭВМ. Но возможна реализация прибора и на специализированных аппаратно-программных средствах, широко выпускаемых ведущими зарубежными фирмами.

Упрощенная структурная схема аналогового корреляционно-фильтрового анализатора спектра приведена на рис. 1.

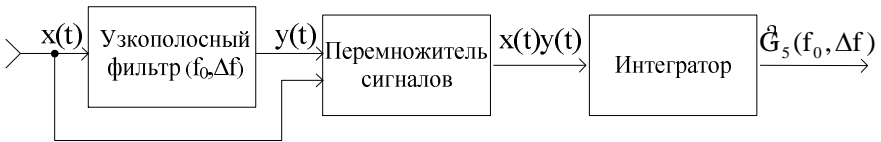


Рис. 1. Структурная схема аналогового корреляционно-фильтрового анализатора спектра

Исследуемый электрический случайный сигнал $x(t)$ поступает на узкополосный фильтр (УПФ) и один из входов перемножителя сигналов, на другой вход которого подается сигнал $y(t)$ с выхода УПФ, т.е. отфильтрованная реализация сигнала $x(t)$. На выходе перемножителя сигналов образуется сигнал произведения $x(t) \cdot y(t)$, который поступает на интегратор, или усреднитель.

Сравнительный анализ методов измерения оценок СПМ случайных сигналов. Приведем здесь основные результаты сравнительного анализа рассмотренных выше четырех классических и корреляционно-фильтрового

метода измерения оценки СПМ случайных сигналов, проведенного на основе обобщенной математической модели оптимальных оценок СПМ, описываемых выражением:

$$\hat{G}(\omega_0, \Delta\omega) \equiv \hat{G} = \int_0^T L(\tau) \hat{R}(\tau) d\tau, \quad (15)$$

где $L(\tau)$ - преобразующая функция, имеющая конкретный вид для каждого из рассмотренных методов, в частности, для корреляционно-фильтрового метода она определяется формулой (14); $\hat{R}(\tau)$ - оценка корреляционной функции, её вид также зависит от метода измерения оценки СПМ случайного сигнала.

В качестве обобщенного показателя для сравнения методов измерения оценок СПМ электрического случайного сигнала $x(t)$ предложена условная функция распределения $W[\{\hat{R}(\tau)/x(t)\}]$. С использованием этого показателя и статистической теории принятия решений определена оптимальная оценка корреляционной функции $\hat{R}(\tau)$ по критерию максимума функции правдоподобия $W[\{x(t)R(\tau)\}]$:

$$\hat{R}_{\text{опт}}(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} x(t)x(t+\tau) d\tau. \quad (16)$$

Эта оценка корреляционной функции обеспечивает наименьшую дисперсию. Применение оценки $\hat{R}_{\text{опт}}(\tau)$, согласно равенству (16), позволяет получить из формулы (15) оптимальную оценку СПМ $\hat{G}_{\text{опт}}(\omega_0, \Delta\omega) \equiv \hat{G}_{\text{опт}}$, имеющую наименьшую, по сравнению с другими оценками СПМ, дисперсию, т.е. $\hat{G}_{\text{опт}}$ имеет наибольшую точность измерений.

Для проведения сравнительного анализа методов измерения оценок СПМ все они сведены к обобщенной математической модели (15). Различие между оценками СПМ для конкретных методов измерения состоит, во-первых, в различном виде преобразующей функции $L(\tau)$ и, во-вторых, в различном выборе оценок корреляционной функции $\hat{R}(\tau)$. Эти оценки являются оптимальными для методов, основанных на усеченном преобразовании Фурье оценки корреляционной функции случайного сигнала $x(t)$ и на усреднении коэффициентов Фурье сигнала $x(t)$ по частотам, а также для корреляционно-фильтрового метода, что видно из сопоставления формулы (14) для оптимальной оценки функции $\hat{R}_5(\tau)$ этого метода и

формулы (16) для обобщенной оценки оптимальной корреляционной функции $\hat{R}_{\text{опт}}(\tau)$.

Для метода непосредственной фильтрации, или возведения в квадрат, и метода, основанного на временном усреднении квадратов коэффициентов Фурье случайного сигнала $x(t)$ оценки корреляционных функций $R(\tau)$ не являются оптимальными. Возможности варьирования преобразующей функцией $L(\tau)$ сильно ограничены для метода непосредственной фильтрации и отсутствуют вовсе для метода с временным усреднением квадратов коэффициентов Фурье случайного сигнала $x(t)$, что приводит к большой дисперсии оценки СПМ [6].

Таким образом, корреляционно-фильтровый метод измерения оценки СПМ \hat{G} случайного сигнала $x(t)$ относится к оптимальным методам, но он значительно проще двух других оптимальных методов спектрального анализа. Поэтому **дальнейшие исследования** должны быть направлены на предпочтение из указанных пяти методов измерения оценки СПМ стационарного случайного сигнала $x(t)$ корреляционно-фильтровому методу.

Список литературы: 1. *Мирский Г.Я.* Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. –М.: Энергия. –1972. –456с. 2. *Куликов Е.И.* Методы измерения случайных процессов. –М.: Радио и связь. –1986. –272с., ил. 3. *Бендат Дж., Пирсол А.* Применение корреляционного и спектрального анализа. Пер. с англ./Под ред И.Н. Коваленко. –М.:Мир 1983. –312с.,ил. 4. *Тищенко В.А. Чинков В.Н.* Приведение аппаратных методов оценки спектральной плотности мощности к обобщенной математической модели.// Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Сборник научных трудов ХГПУ. Вып. 6. В четырех частях. Ч. 1.-Харьков: Харьк. гос. политехн. ун-т 1998. –567с. стр.446-451. 5. *Тищенко В.А., Чинков В.Н.* Методические основы анализа аппаратурных методов спектрального анализа // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте №3(18) 1999. 6. *Чинков В.Н., Тищенко В.А.* Корреляционно-фильтровый метод и его место среди других аппаратурных методов измерения оценки спектральной плотности мощности случайных сигналов // Украинський метрологічний журнал. -1999. – Вып.3. – С. 46-50.

Поступила в редколлегию 18.05.08