

ИНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ МАШИНОБУДУВАННЯ

УДК 621.7

В.Л. ДОБРОСКОК, д-р техн. наук, **Л.Н. АБДУРАЙИМОВ**,
С.И. ЧЕРНЫШОВ, канд. техн. наук,
М.М. БУДЕННЫЙ, канд. техн. наук, Харьков, Украина

КРИТЕРИИ КАЧЕСТВА ТРИАНГУЛЯЦИИ 3D МОДЕЛЕЙ ПРОМЫШЛЕННЫХ ИЗДЕЛИЙ

У статті розглянуті критерії якості тріангуляції 3D моделей промислових виробів, одержуваних в САD-системах для наступної матеріалізації інтегрованими технологіями (Rapid Prototyping). Розглянуті існуючі й запропоновані нові узагальнені нормалізовані критерії, що дозволяють підвищити рівень оцінки якості тріангуляції.

В статье рассмотрены критерии качества триангуляции 3D моделей промышленных изделий, получаемых в САD-системах для последующей материализации интегрированными технологиями (Rapid Prototyping). Рассмотрены существующие и предложены новые обобщенные нормализованные критерии, позволяющие повысить уровень оценки качества триангуляции.

*V.L. DOBROSKOK, L.N. ABDURAJIMOV, S.I. CHERNYSHOV, M.M. BUDYONNIY
CRITERIA OF QUALITY OF THE TRIANGULATION 3D MODELS OF INDUSTRIAL
PRODUCTS*

The article considers the quality criteria of the triangulation of 3D models of industrial products, obtained in CAD-systems for further materialization by integrated technologies (Rapid Prototyping). Reviewed existing and proposed new summarized and normalized criteria to improve the quality evaluation of the triangulation.

Постановка проблеми

Высокие требования к техническим характеристикам промышленных изделий, получаемых технологиями Rapid Prototyping, определяют необходимость использования качественных исходных 3D моделей.

Современные системы твердотельного 3D моделирования, оперируют объектами, называемыми телами. В общем случае твердотельный объект может быть построен на базе связанных поверхностей различных типов, ограничивающих занимаемую телом часть пространства. Могут использоваться как плоские, так и криволинейные поверхности различных порядков. При подготовке моделей для последующей материализации используются только плоские поверхности. Тогда такие тела называют многогранниками [8] (полигонами, плоскогранными или фасеточными) [4]. Криволинейные поверхности аппроксимируют системой треугольных или

четырёхугольных плоских граней с использованием специальных алгоритмов преобразования. Процесс, при котором формообразующие поверхности твердого тела аппроксимируются системой треугольных граней, называется дискретизацией или триангуляцией (триангулированием) [5]. В свою очередь, треугольники могут быть как криволинейными, так и прямолинейными. Применительно к технологиям Rapid Prototyping рассматривается только триангуляция прямолинейными треугольниками.

Для практических целей используются различные методы триангуляции. Все методы триангуляции по принципу построения можно разбить на два больших класса: прямые [3] и итерационные [2] (рис. 1). По сфере применения можно выделить две схемы триангуляции (рис. 2):

- двумерная, когда плоский многоугольник покрывается множеством треугольников (рис. 2, а);

- трехмерная, которая может использовать в качестве элементов аппроксимации, как плоские треугольники (рис. 2, б), так и тетраэдры (рис. 2, в). В первом случае поверхность модели покрывается множеством связанных и неперекрывающихся между собой 4-х треугольников $\{V_1V_2V_3, V_1V_4V_2, V_3V_2V_4, V_1V_3V_4\}$. Во втором случае внутренний объем трехмерного тела разбивается на множество неперекрывающихся между собой 8-ми тетраэдров $\{V_1V_5V_8V_{10}, V_2V_5V_6V_7, V_3V_7V_9V_{10}, V_4V_6V_8V_9, V_5V_6V_7V_{10}, V_5V_6V_8V_{10}, V_6V_7V_9V_{10}, V_6V_8V_9V_{10}\}$.

Качество изготавливаемых промышленных изделий достигается за счет использования достаточно точных и корректных триангуляционных 3D моделей. Причем качество триангуляции зависит как от количества треугольников, так и от их геометрических характеристик.

Поскольку триангуляционная модель формируется на базе твердотельной CAD модели изделия, то следует выявить связь критериев качества с аппроксимационными свойствами триангуляционной модели.

Анализ литературы

Качество модели существенно зависит от геометрических характеристик элементов аппроксимации [6, 7]. В настоящее время, применительно к трехмерной триангуляции моделей изделий тетраэдрами, предложено достаточно много специальных критериев качества [3, 7, 9, 10, 11].

В табл. 1 приведены критерии качества с расчетными формулами, интервалами возможных значений и оптимальными значениями, которые рассчитаны для идеального случая – правильного тетраэдра. Значения приведены с точностью до 6 значащих цифр.

Основным недостатком приведенных критериев является различие интервалов возможных значений (табл. 1), что существенно затрудняет оценку качества триангуляции 3D моделей.

Цель статьи – рассмотреть существующие и предложить новые обобщенные нормализованные критерии, позволяющие повысить уровень оценки качества триангуляции.

Изложение основного материала

В результате анализа была предложена система обобщенных нормализованных критериев качества триангуляции: дифференциальных (на уровне треугольников) и интегральных (на уровне модели в целом). Нормализация критериев обеспечивается путем ввода в расчетные зависимости нормализующих коэффициентов для приведения интервалов возможных значений к единому диапазону (0, 1]. Значение 0 (левая граница интервала возможных значений) критерии принимать не могут в связи исключения из рассмотрения вырожденных треугольников с нулевыми линейными и угловыми характеристиками. Оптимальные значения критериев рассчитывались для случая правильного треугольника и для всех критериев соответствуют 1 (правая граница интервала возможных значений). Условно критерии качества триангуляции можно разделить на две группы – на базе линейных и угловых характеристик треугольников.

Применительно к единичному элементу триангуляционной модели (рис. 3) приведем дифференциальные критерии качества:

- отношение длины наименьшей стороны треугольника $l_{\min} = \text{MIN}(l_1, l_2, l_3)$ к радиусу описанной окружности R :

$$Q_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{l_{\min}}{R}; \quad (1)$$

- отношение радиуса вписанной окружности r к длине наибольшей стороны треугольника $l_{\max} = \text{MAX}(l_1, l_2, l_3)$:

$$Q_2 = 2\sqrt{3} \frac{r}{l_{\max}}; \quad (2)$$

- отношение радиуса вписанной окружности r к радиусу описанной R :

$$Q_3 = 2 \frac{r}{R}; \quad (3)$$

- отношение длин наименьшей стороны треугольника $l_{\min} = \text{MIN}(l_1, l_2, l_3)$ к наибольшей $l_{\max} = \text{MAX}(l_1, l_2, l_3)$:

$$Q_4 = \frac{l_{\min}}{l_{\max}}; \quad (4)$$

• отношение площади треугольника S к сумме квадратов длин его сторон $l_1^2 + l_2^2 + l_3^2$:

$$Q_5 = 4\sqrt{3} \frac{S}{\sum_{i=1}^3 l_i^2}; \quad (5)$$

• отношение наименьшего $\varphi_{\min} = \text{MIN}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ угла треугольника к наибольшему $\varphi_{\max} = \text{MAX}(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$:

$$Q_6 = \frac{\varphi_{\min}}{\varphi_{\max}}; \quad (6)$$

• отношение площадей вписанных S_r и описанных S_R окружностей треугольника:

$$Q_7 = 4 \frac{S_r}{S_R}; \quad (7)$$

• отношение площади треугольника S к квадрату длины наибольшей его стороны $l_{\max}^2 = \text{MAX}(l_1, l_2, l_3)^2$:

$$Q_8 = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{S}{l_{\max}^2}. \quad (8)$$

Из приведенного списка критериев качества можно исключить критерии Q_7, Q_8 , т. к. они являются производными от Q_3, Q_5 соответственно, тогда критерии $Q_1 \dots Q_6$, будут являться наиболее представительными.

В качестве основных интегральных критериев качества триангуляции в работе рассматривались:

• среднее арифметическое значений дифференциальных критериев качества:

$$Q_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_i; \quad (9)$$

где: N – количество элементов триангуляции;

• среднее гармоническое значений дифференциальных критериев качества:

$$Q_g = N / \sum_{i=1}^N \frac{1}{Q_i}. \quad (10)$$

Особенностью среднего гармонического, как общего показателя качества модели, является повышенная чувствительность к появлению отдельных малых значений.

Сравнительный анализ качества триангуляции систем 3D моделирования промышленных изделий выполнялся для наиболее распространенных CAD-систем: *SolidWorks*, *PowerSHAPE*, *КОМПАС-3D*, *T-FLEX Parametric CAD*, *AutoCAD*, *Geomagic Studio*, *MeshLab*, *Magics*. В качестве тестовых моделей были выбраны базовые геометрические тела, наиболее часто используемые в машиностроении: куб, цилиндр, конус и сфера (рис. 4). Предварительные расчеты показали, что наиболее целесообразно использовать критерий Q_2 – отношение радиуса вписанной окружности к длине наибольшей стороны треугольника.

Значения интегральных критериев качества триангуляции тестовых моделей приведены в табл. 2. Для каждой модели указано количество элементов (треугольников и вершин), полученных при экспорте из соответствующей CAD-системы в триангуляционное представление. Параметры экспорта модели выбирались по умолчанию. Отличия в количестве элементов аппроксимации у одинаковых моделей свидетельствует о применении CAD-системами различных собственных алгоритмов триангуляции. В таблице также приведены минимальные Q_{\min} , средние арифметические Q_a и гармонические Q_g значения выбранного критерия качества.

Анализ результатов (табл. 2) позволяет ранжировать рассмотренные 3D CAD-системы моделирования по степени убывания качества триангуляции следующим образом: *Geomagic Studio*, *MeshLab*, *КОМПАС-3D*, *AutoCAD*, *T-FLEX Parametric CAD*, *SolidWorks*, *PowerSHAPE* и *Magics*.

Выводы

Предложенные новые обобщенные нормализованные критерии позволяют существенно повысить уровень оценки качества триангуляции 3D моделей. Нормализация критериев обеспечивается путем ввода в расчетные зависимости нормализующих коэффициентов для приведения интервалов возможных значений к единому диапазону (0, 1]. Оптимальные значения соответствуют 1 (правильный треугольник).

Сравнительный анализ качества триангуляции систем 3D моделирования промышленных изделий для наиболее распространенных CAD-систем: *SolidWorks*, *PowerSHAPE*, *КОМПАС-3D*, *T-FLEX Parametric CAD*, *AutoCAD*, *Geomagic Studio*, *MeshLab*, *Magics* показал работоспособность предложенного подхода.

Результаты работы создают методологическую основу для последующего изучения характеристик триангуляционных моделей.

Список использованных источников: 1. Возможности современных САД систем при переходе к триангулированным моделям / В.Л. Доброскок, Я.Н. Гаращенко, С.И. Чернышов [и др.] // Високі технології в машинобудуванні: зб. наук. праць. – 2010. – Вип. 1 (20). – С. 79-86. 2. Галанин М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы / Галанин М.П., Щеглов И.А. - М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006. – № 9. – 32 с. - (Препринт / РАН, ИПМ им. М.В. Келдыша ; 06-01-00421). 3. Галанин М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: прямые методы / Галанин М.П., Щеглов И.А. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006. – № 10. – 32 с. – (Препринт / РАН, ИПМ им. М.В. Келдыша ; 06-01-00421). 4. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование / Н.Н. Голованов. – М.: Изд-во Физ.-мат. лит., 2002. – 472 с. 5. Скворцов А.В. Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне / А.В. Скворцов // Вычислительные методы и программирование. – 2002. – Т.3. – С. 14-39. 6. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач / Ф. Сьярле; пер. с англ. Б.И. Квасова. – М.: Изд-во «Мир», 1980. – 512 с. 7. Шайдуров В.В. Многосеточные методы конечных элементов / В.В. Шайдуров. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 288 с. 8. Энциклопедия элементарной математики: В 5 т. / Физматгиз. – М., 1963. – Т. 4: Геометрия. – 568 с. 9. Mesh Generation for Technology CAD in Three Dimensions [Электронный ресурс] / P. Fleischmann // Dissertation. - 1999. - Режим доступа: <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/fleischmann/diss.html>. 10. Sequential and Parallel Generation of Unstructured 3D Meshes [Электронный ресурс] / D. Rypl // Thesis. – 2005. – Режим доступа: <http://power2.fsv.cvut.cz/~dr/papers/>. 11. Zheng Y. Three-dimensional unstructured mesh generation: Part 3. Volume meshes / Y. Zheng, R.W. Lewis, D.T. Gethin // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 1996. – Vol. 134. – P. 285-310.

Bibliography (transliterated): 1. Vozmozhnosti sovremennyh CAD sistem pri perehode k triangulirovannym modeljam / V.L. Dobroskok, Ja.N. Garawenko, S.I. Chernyshov [i dr.] // Visoki tehnologii v mashinobuduvanni: zb. nauk. prac'. – 2010. – Vip. 1 (20). – S. 79-86. 2. Galanin M.P. Razrabotka i realizacija algoritmov trehmernoj trianguljacji slozhnyh prostranstvennyh oblastej: iteracionnye metody / Galanin M.P., Weglov I.A. - M.: IPM im. M.V. Keldysha RAN, 2006. – № 9. – 32 s. - (Preprint / RAN, IPM im. M.V. Keldysha ; 06-01-00421). 3. Galanin M.P. Razrabotka i realizacija algoritmov trehmernoj trianguljacji slozhnyh prostranstvennyh oblastej: prjamye metody / Galanin M.P., Weglov I.A. – M.: IPM im. M.V. Keldysha RAN, 2006. – № 10. – 32 s. – (Preprint / RAN, IPM im. M.V. Keldysha ; 06-01-00421). 4. Golovanov N.N. Geometricheskoe modelirovanie / N.N. Golovanov. – M.: Izd-vo Fiz.-mat. lit., 2002. – 472 s. 5. Skvorcov A.V. Obzor algoritmov postroenija trianguljacji Delone / A.V. Skvorcov // Vychislitel'nye metody i programirovanie. – 2002. – T.3. – S. 14-39. 6. S'jarle F. Metod konechnyh jelementov dlja jellipticheskikh zadach / F. S'jarle; per. s angl. B.I. Kvasova. – M.: Izd-vo «Mir», 1980. – 512 s. 7. Shajdurov V.V. Mnogosetochnye metody konechnyh jelementov / V.V. Shajdurov. – M.: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989. – 288 s. 8. Jenciklopedija jelementarnoj matematiki: V 5 t. / Fizmatgiz. – M., 1963. – T. 4: Geometrija. – 568 s. 9. Mesh Generation for Technology CAD in Three Dimensions [Jelektronnyj resurs] / P. Fleischmann // Dissertation. - 1999. - Rezhim dostupa: <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/fleischmann/diss.html>. 10. Sequential and Parallel Generation of Unstructured 3D Meshes [Jelektronnyj resurs] / D. Rypl // Thesis. – 2005. – Rezhim dostupa: <http://power2.fsv.cvut.cz/~dr/papers/>. 11. Zheng Y. Three-dimensional unstructured mesh generation: Part 3. Volume meshes / Y. Zheng, R.W. Lewis, D.T. Gethin // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 1996. – Vol. 134. – P. 285-310.