

ФЕДОРОВА С.В., ЛЬВОВ Г.І., проф.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ І МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ ФОРМОВКИ БЕЗМОМЕНТНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Дослідження поведінки конструкцій при швидкоплинних інтенсивних навантаженнях – одна з найважливіших проблем механіки деформованих тіл. Такі задачі виникають при дослідженні технологічних процесів виготовлення деталей.

Розглядається тонка циліндрична оболонка з закріпленими краями під дією осьосиметричного імпульсного навантаження. Матеріал оболонки дозволяє великі пластичні деформації, пружні деформації нехтуються. Приймається жорстко-пластична модель матеріалу. Оболонка вважається безмоментною.

Приймається матеріальне представлення руху оболонки. Меридіональна координата $0 \leq \alpha \leq 1$ суміщена з її серединною поверхнею. У якості основних невідомих, що характеризують деформований стан оболонки, приймаються параметри Ляме $A_1(\alpha)$, $A_2(\alpha)$, що дозволяє понизити ступінь диференціальних рівнянь порівняно з рівняннями, які використовують радіус-вектор чи вектор переміщень.

Рівняння руху мають вигляд:

$$\ddot{U} = \left(A_1 q_\tau + \frac{dT_1}{d\alpha} - \frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{d\alpha} (T_1 - T_2) \right) / A_1 \rho h ; \quad (1)$$

$$\ddot{W} = (q_0 - T_1 k_1 - T_2 k_2) / \rho h , \quad (2)$$

де T_1 , T_2 - меридіональне і осьове зусилля, q_0 , q_τ - нормальне та дотичне до поверхні навантаження, \ddot{W} , \ddot{U} - нормальне та дотичне прискорення, k_1 , k_2 - кривизни, h - товщина оболонки, ρ - щільність матеріалу.

Швидкості деформацій мають вигляд:

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{1}{A_1} \frac{d\dot{U}}{d\alpha} + k_1 \dot{W} ; \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{A_1 A_2} \frac{dA_2}{d\alpha} \dot{U} + k_2 \dot{W} . \quad (3)$$

$\dot{A}_1 = \dot{\varepsilon}_1 A_1$, $\dot{A}_2 = \dot{\varepsilon}_2 A_2$, що відповідає логарифмічній мірі деформації. Кривизни обчислюються через залежності Кодацци-Гаусса [1]:

$$k_2 = \frac{1}{A_2} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha} \right)^2}; \quad k_1 = -\frac{1}{k_2 A_1 A_2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha} \right). \quad (4)$$

Напруження обчислюються згідно з інкрементальною теорією пластичності [2]:

$$\sigma_1 = \frac{4}{3} \frac{\sigma_i}{d\varepsilon_i} \left(d\varepsilon_1 + \frac{1}{2} d\varepsilon_{21} \right); \quad \sigma_2 = \frac{4}{3} \frac{\sigma_i}{d\varepsilon_i} \left(d\varepsilon_2 + \frac{1}{2} d\varepsilon_1 \right), \quad (5)$$

де використовується схематизація $\sigma_i = \sigma_T + E_T q$ ($\sigma_i \geq \sigma_T$), та параметр

$$q = \int_0^t \dot{\varepsilon}_i dt.$$

Одквіста

Початкові умови визначаються із граничного стану початку пластичності. Граничними умовами є відсутність переміщень при $\alpha = 0$, $\alpha = 1$. Проведено дискретизацію по координаті α . Похідні визначаються за допомогою метода скінчених різниць. Інтегрування диференціальних рівнянь відбувається з використанням рядів Тейлора [3].

Розв'язання починається з моменту початку пластичності. Напружено-деформований стан розглядається у кожний окремий момент часу t_j , $j = 1, 2, \dots, n$. Вважаючи значення внутрішніх зусиль T_1, T_2 незмінними протягом малого кроку у часі, знаходимо прискорення в кінці кроку з урахуванням приросту навантаження, використовуючи рівняння (1,2). Використовуючи перехід до іншої системи координат знаходимо прискорення \ddot{r} і \ddot{z} . Після цього визначаємо значення циліндричних координат r і z у кінці кроку. Далі знаходяться параметри Ляме, кривизни, деформації і швидкості цих величин. Напруги визначаються за формулами (5). Нові значення зусиль підраховуються згідно з безмоментною теорією. Після уточнення геометричних параметрів весь алгоритм повторюється.

Алгоритм запрограмовано в математичному пакеті Maple. Перевірено сходимость методу. Проведено розрахунки для дослідження формозміни оболонки під дією рівномірного внутрішнього тиску. Отримані результати дово-

дять адекватність моделі і можуть бути використані при аналізі напружено-деформованого стану оболонки.

Список літератури: 1. Федоров В. О. К определению напряженно-деформированного состояния эластомерных осесимметричных оболочек. Новосибирск: Прикладная механика, 1988. т. 24, № 12. 2. Майборода В. П., Кравчук А. С., Холин Н. Н. Скоростное деформирование конструкционных материалов М.: Машиностроение, 1986. 3. Холл Дж., Уатт Дж. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений – М.: Мир, 1979.

УДК 67.02

ФОМІНА О.О., ЛЬВОВ Г.І., докт. техн. наук, проф.

ПРУЖНЬО-ПЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ПЛАСТИНИ, ЩО ЗНАХОДИТЬСЯ ПІД ДІЄЮ КОРОТКОЧАСНОГО ІМПУЛЬСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Штампування вибухом - один з найбільш перспективних процесів обробки металів. Сутність цієї операції - передача енергії вибуху металевій заготовці (пластині) через повітря, воду або сипкі середовища (неконтактний вибух). Для здійснення штампування немає необхідності в потужних дорогих пресах. У виробничій операції використовується тільки частина штампу (матриця), яка до того ж може бути виготовлена з недорогого легко оброблюваного матеріалу. Для певного класу виробів це забезпечує значне зниження капітальних витрат, створює умови для швидкої її переналадки.

Вибухові установки. Окремим напрямом вибухових технологій є використання спеціальних вибухових генераторів тиску (ВГТ) багаторазової дії як машини, що призводять до руху різні робочі механізми. ВГТ є міцною сталеву камерою, що надійно локалізує продукти вибуху, що утворюються при вибуху, з'єднань за допомогою пристрою, що дроселює, з робочим механізмом.

Штампівка вибухом у теоретичних дослідженнях моделюється, як короткочасне імпульсне навантаження.

Для установлення моделі, що у теоретичних дослідженнях представляє реальну оболонку, був зроблено ряд допущень. В якості найбільш простої