



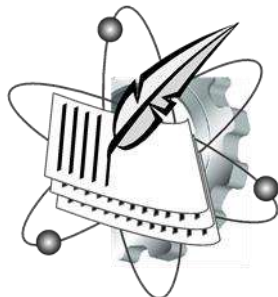
Серія «Історія науки і техніки»

А. О. Ларін, А. В. Кіпенський

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»



Серія «Історія науки і техніки»

А. О. Ларін, А. В. Кіпенський

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

*Підручник
для студентів комп'ютерних
спеціальностей закладів вищої технічної освіти*

Затверджено Вченою радою НТУ «ХПІ»

Харків
НТУ «ХПІ»
2025

УДК 50 (091)+62: (008+37)
Л 25

Рецензенти: К. В. Аврамов, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук, проф.,
Інститут енергетичних машин і систем ім. А.М. Підгорного
НАН України;
О. Ю. Заковоротний, д-р техн. наук, проф., Національний
технічний університет «ХПІ»;
В. М. Складар, д-р іст. наук, проф., Інститут мистецтвознавства,
фольклористики та етнології ім. М. Т. Рильського

Затверджено Вченою радою Національного технічного університету «ХПІ»,
протокол № 10 від 26.12.2024 р.
як підручник для студентів комп'ютерних спеціальностей
закладів вищої технічної освіти

Ларін А. О.

Л 25 Історія математики та обчислювальної техніки : підручник для
студентів комп'ютерних спеціальностей / А. О. Ларін, А. В. Кіпенський.
– Харків : НТУ «ХПІ», 2025. – 424 с. (Серія «Історія науки і техніки»).

ISBN 978-617-619-311-1

У підручнику історію математики та обчислювальної техніки подано на
фоні розвитку таких наук, як механіка, фізика, хімія, теплотехніка,
електротехніка та інших галузей машинобудування.

Призначено для студентів комп'ютерних спеціальностей закладів
вищої технічної освіти, які вивчають курс історії науки і техніки. Але в той
же час він може бути також корисний студентам інших спеціальностей,
науковим співробітникам, аспірантам, і всім тим, хто цікавиться історією
розвитку науки і техніки.

Іл. 194. Табл. 9. Бібліогр. 19 назв.

УДК 50 (091)+62 : (008+37)

ISBN 978-617-619-311-1

© Ларін А. О., Кіпенський А. В., 2025
© НТУ «ХПІ», 2025

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	7
Вступ.....	9
ГЛАВА 1 РОЗВИТОК ТЕХНІКИ В ПЕРВІСНИЙ ПЕРІОД. ЗАРОДЖЕННЯ НАУКОВИХ ЗНАНЬ.....	17
1.1. Поява техніки в давнину.....	17
1.2. Перші знання у галузі арифметики. Зародження рахунку	20
1.3. Виникнення перших цивілізацій і розвиток техніки	23
1.4. Наукові знання Стародавнього Сходу	27
Питання для самоконтролю.....	34
ГЛАВА 2 ЗАРОДЖЕННЯ НАУКИ	35
2.1. Виникнення античної науки і вплив на неї східних учень.....	35
2.2. Розквіт античної науки	48
2.3. Загибель Західної Римської імперії та розвиток науки у Візантії.....	55
2.4. Розвиток науки в Середньовіччі на Сході	59
2.5. Розвиток техніки в період Середньовіччя.....	64
2.6. Крах феодальної системи і епоха Відродження	66
Питання для самоконтролю.....	71
ГЛАВА 3 ЧИСЛА І СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ	72
3.1. Розвиток систем числення	72
3.2. Розвиток поняття числа	84
Питання для самоконтролю.....	94
ГЛАВА 4 СТАНОВЛЕННЯ НАУКИ МАТЕМАТИКИ.....	95
4.1. Зародження математики як науки.....	95
4.2. Досягнення Александрійської школи математики	99
4.3. Розвиток математики у Середні віки на Сході	105
4.4. Розвиток математики у Середні віки у Європі	112

4.5. Розвиток математики в епоху Відродження	114
4.6. Обчислювальна математика та застосування логарифмів.....	120
Питання для самоконтролю.....	126
ГЛАВА 5 СТАНОВЛЕННЯ КЛАСИЧНОЇ НАУКИ.....	127
5.1. Розвиток астрономії і система Коперника	127
5.2. Винаходи та поширення знань	130
5.3. Наукова революція XVII століття.....	132
5.4. Вивчення статичної електрики	137
5.5. Епоха Просвітництва	141
5.6. Велика Французька революція і реформа науки і освіти.....	144
Питання для самоконтролю.....	146
ГЛАВА 6 СТВОРЕННЯ ПАРОВОЇ МАШИНИ І ПРОМИСЛОВА РЕВОЛЮЦІЯ ...	147
6.1. Створення універсальної парової машини.....	147
6.2. Розвиток металургії	150
6.3. Переворот у машинобудуванні.....	152
6.4. Революція на транспорті	155
6.5. Кораблебудування – найпрогресивніша галузь техніки в XIX столітті.....	159
6.6. Наслідки промислової революції.....	165
Питання для самоконтролю.....	166
ГЛАВА 7 МЕХАНІЧНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ПРИСТРОЇ.....	167
7.1. Створення арифмометрів.....	167
7.2. Інтегруючі інструменти	175
7.3. Розвиток цифрових механічних обчислювальних машин	184
7.4. Розвиток електромеханічних цифрових обчислювальних машин .	190
Питання для самоконтролю.....	195
ГЛАВА 8 ВИЩА МАТЕМАТИКА – НАЙВАЖЛИВІШИЙ ІНСТРУМЕНТ ВЧЕНОГО	196
8.1. Створення аналітичної геометрії	196
8.2. Створення аналізу нескінченно малих.....	200
8.3. Розвиток теорії диференціальних рівнянь	209
8.4. Зародження математичної фізики у «суперечці про струну».....	213

8.5. Розвиток методів розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь	224
Питання для самоконтролю.....	233
ГЛАВА 9 РОЗВИТОК ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ	234
9.1. Створення аналітичної механіки.....	234
9.2. Розвиток теорії механічних коливань	237
9.3. Виникнення математичної теорії пружності.....	249
Питання для самоконтролю.....	255
ГЛАВА 10 ІСТОРІЯ ТОПОЛОГІЇ.....	256
10.1. Геометрія положення і ідея безперервності.....	256
10.2. Теорія поверхонь та вузли	262
10.3. Задача про чотири фарби та теорія графів.....	270
10.4. Сучасні напрямки топології і їх застосування у науці і техніці.....	275
Питання для самоконтролю.....	280
ГЛАВА 11 ХІХ СТОЛІТТЯ – ПЕРІОД ЗБЛИЖЕННЯ НАУКИ З ТЕХНІКОЮ	281
11.1. Досягнення прикладної механіки.....	281
11.2. Розвиток термодинаміки	285
11.3. Історія розвитку електротехніки.....	287
11.4. Розвиток електротранспорту	297
11.5. Розвиток двигунів внутрішнього згоряння.....	300
11.6. Розвиток турбінобудування	305
Питання для самоконтролю.....	311
ГЛАВА 12 НАУКА І ТЕХНІКА В ПЕРШІЙ ПОЛОВИНІ ХХ СТОЛІТТЯ.....	312
12.1. Криза у фізиці. Новітня революція в природознавстві	312
12.2. Розвиток промисловості	316
12.3. Гонка озброєнь і світові війни	318
Питання для самоконтролю.....	325
ГЛАВА 13 ЕЛЕКТРОННІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МАШИНИ	326
13.1. Еквівалентні електричні кола	326
13.2. Аналогові обчислювальні машини.....	331
13.3. Створення перших цифрових ЕОМ.....	333
13.4. Перші радянські ЕОМ	336

13.5. ЕОМ на інтегральних схемах.....	344
13.6. Четверте покоління ЕОМ	348
Питання для самоконтролю.....	351
ГЛАВА 14 ЕВОЛЮЦІЯ НОСІЇВ ІНФОРМАЦІЇ	352
14.1. Перфоровані накопичувачі інформації.....	352
14.2. Жорсткі магнітні диски	358
14.3. Гнучкі магнітні диски	364
14.4. Оптичні накопичувачі	366
14.5. Флеш-пам'ять та твердотільні накопичувачі	368
Питання для самоконтролю.....	371
ГЛАВА 15 РОЗВИТОК МОВ ПРОГРАМУВАННЯ.....	372
15.1. Попередники мов програмування.....	372
15.2. Програмування у машинних кодах	373
15.3. Мова Асемблера	375
15.4. Мови програмування третього покоління	376
15.5. Поява структурного програмування.....	383
15.6. Кодування інформації в обчислювальній техніці.....	384
Питання для самоконтролю.....	394
ГЛАВА 16 НАУКОВО-ТЕХНІЧНА РЕВОЛЮЦІЯ ТА ЇЇ НАСЛІДКИ ДЛЯ ЛЮДСТВА.....	395
16.1. Створення ЕОМ і науково-технічна революція	395
16.2. Розвиток атомної енергетики.....	398
16.3. Створення бойових балістичних ракет стратегічного призначення. Початок освоєння космічного простору	407
16.4. Революція у сфері біології.....	415
16.5. Розвиток комп'ютерних технологій.....	417
Питання для самоконтролю.....	419
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	420
Відомості про авторів.....	422
Відомості про серію.....	423

ПЕРЕДМОВА

Наука і техніка є основою існування людської цивілізації в навколишньому світі і найважливішою рисою сучасної культури. Без науки і техніки неможливе існування людства. Саме науково-технічний прогрес сприяє розвитку суспільства і визначає економічний розвиток держави в цілому і кожного окремо взятого суб'єкта господарювання. Тому історія науки і техніки є найважливішою складовою загальної історії. Рівень розвитку техніки і наукових знань дає можливість оцінити стан суспільства на кожному конкретному етапі його розвитку. Саме тому при вивченні конкретного історичного етапу розвитку суспільства необхідно вивчати науку і техніку цього етапу. Слід зазначити, що основним завданням історії науки і техніки є аналіз розвитку наукових ідей у часі. Такий аналіз дає дуже багато для розуміння вкладу різних дослідників та наукових підходів у науково-технічний прогрес, а також дозволяє оцінити перспективи його подальшого розвитку.

Поширення технічних пристосувань у наш час випереджає інтелектуальний рівень масової свідомості, що призводить до неоднозначних і суперечливих наслідків. Небувале зростання ролі науки і техніки в сучасному суспільстві і проблема осмислення наслідків цього зростання для життя людини набуває особливої значущості. Технологічний розвиток породжує численні екологічні проблеми, які потребують невідкладного вирішення. Розвиток комп'ютерних і телекомунікаційних технологій не просто робить життя людини більш комфортним, а й кардинально змінює всі форми його діяльності і формує нову сферу – віртуальну реальність. Нанотехнології і генна інженерія не просто дають людству більші можливості в перетворенні навколишнього світу, а й можуть втручатися у саму природу людини.

У зв'язку з вищесказаним дослідження нової наукової проблеми, або створення нового об'єкта техніки, вимагає знань з історії науки і техніки. Знання законів розвитку науки і техніки в контексті загального розвитку людства допоможуть у вирішенні проблем, що виникають перед фахівцями

різних спеціальностей. Це особливо важливо в сучасному світі, де розв'язання глобальних проблем неможливе без широкого міждисциплінарного підходу. Тому історія науки і техніки важлива і для гуманітарної, і для природничо-наукової, і для технічної освіти.

Цей підручник призначений перш за все для студентів комп'ютерних спеціальностей закладів вищої технічної освіти. У ньому узагальнено досвід авторів у читанні курсу історії науки і техніки та у проведенні наукових досліджень в Національному технічному університеті «Харківський політехнічний інститут» (НТУ «ХПІ»). Історія математики та обчислювальної техніки подається на фоні розвитку таких наук, як механіка, фізика, хімія, теплотехніка, електротехніка та ін., а також тих галузей машинобудування, для яких готують фахівців в НТУ «ХПІ». Особливістю підручника є відображення досягнень України в галузі науки і техніки включно з тими, які були зроблені харківськими вченими та інженерами.

Автори висловлюють щире подяку рецензентам цього підручника – завідувачу відділом нелінійної механіки та математичного моделювання Інституту енергетичних машин і систем ім. А. М. Підгорного НАН України члену-кореспонденту НАН України, доктору технічних наук, професору Костянтину Віталійовичу Аврамову; завідувачу кафедри «Комп'ютерна інженерія та програмування» Національного технічного університету «ХПІ» доктору технічних наук, професору Олександру Юрійовичу Заковоротному і провідному науковому співробітнику Інституту мистецтвознавства, фольклористики та етнології ім. М. Т. Рильського доктору історичних наук, професору Володимиру Миколайовичу Скляру за цінні пропозиції та зауваження, які були враховані при остаточному редагуванні підручника.

Автори також вдячні Хіхло Олені Володимирівні та колективу комунального підприємства «Міська друкарня» за допомогу у роботі над виданням.

ВСТУП

Мета курсу історії науки і техніки як міждисциплінарної дисципліни полягає в тому, щоб висвітлити історію формування, розвитку і трансформування наукового світогляду, рушійні сили і механізми корінних змін в уявленнях про навколишній світ.

Історія являє собою комплекс суспільних наук, що вивчають минуле людства у всьому його різноманітті. При вивченні історії науки і техніки слід орієнтуватися на загальну історію людства, оскільки розвиток науки і техніки відбувається в конкретних історичних умовах. Ці умови в кожен певний період визначаються, перш за все, продуктивними силами суспільства. Історія знає чимало прикладів того, коли низький рівень розвитку суспільства і продуктивних сил перешкоджав розвитку науки і використанню її досягнень.

Дамо визначення поняттям *наука* і *техніка*.

Технікою називається сукупність засобів людської діяльності, створюваних для здійснення процесів виробництва і обслуговування невиробничих потреб суспільства. У техніці матеріалізовані знання і досвід, накопичені в процесі розвитку суспільного виробництва. Основне її призначення полягає в полегшенні життя людини і підвищенні продуктивності її праці. До техніки належать не тільки складні машини, але і найпростіші пристосування. Тому можна вважати, що техніка зародилася на світанку людства і дозволила людині виділитися з тваринного світу. Природно, що вона з'явилася набагато раніше за науку.

Суспільні потреби формуються і регулюються перш за все економічними відносинами і так само формують конкретні умови для розвитку техніки. Внутрішня логіка розвитку техніки обумовлена взаємодією її з людиною і природою. У результаті застосування техніки відбувається заміна людської сили силами природи, трудові зусилля людини замінюються механічними. Це дозволяє подолати протиріччя між розвитком техніки і обмеженням людських психофізичних можливостей.

Історія свідчить, що поступальний розвиток суспільства завжди пов'язаний з розвитком його продуктивних сил. Основна соціальна функція техніки полягає в тому, що вона є складовим елементом матеріально-технічної культури людей. Техніка розширює масштаби трудової діяльності і підвищує її ефективність. Вона розвивається, спираючись на закони природи і виробничий досвід. Створення нової техніки є неможливим без певного рівня знань, відповідного об'єктивним законам природи і здатного керувати практичними діями людини.

Класифікація техніки, як правило, проводиться за її призначенням: транспортна, військова, побутова і т. д. З іншого боку ці великі категорії мають свою кваліфікацію з високим ступенем поділу.

Іншим критерієм класифікації є принцип дії техніки: механічна, теплотехніка, електрична, електронна техніка і таке інше.

Наука – особлива сфера людської діяльності, функцією якої є вироблення, теоретичне обґрунтування і систематизація об'єктивних знань про дійсність. Це одна з форм суспільної свідомості. Безпосередні цілі науки – пояснення і передбачення явищ дійсності, що становлять предмет її вивчення, здійснювані на підставі відкритих нею законів. Анрі Пуанкаре сказав: «Наука будується з фактів, як будинок з цеглин, нагромадження фактів не є наукою, так само як купа цегли не є будівлею».

Система наук поділяється на **природничі, суспільні і технічні**.

До природничих належать науки, що займаються дослідженням природи, тобто науки про фізичні, хімічні, біологічні та ін. процеси і системи, а також про відповідні форми руху матерії. Головними сферами природничих наук є:

матерія – фізика, хімія, фізична хімія;

життя – біологія, ботаніка, зоологія;

людина – анатомія, фізіологія, вчення про походження і розвиток, вчення про спадковість;

Земля – геологія, мінералогія, палеонтологія, метеорологія, фізична географія;

Всесвіт – астрономія, астрофізика і астрохімія.

При цьому природничі науки можна ще розділити на фундаментальні (раніше їх зазвичай називали «чистими»), які обмежуються науковим дослідженням, та прикладні, які використовують знання для освоєння і перетворення природи. До них належать, наприклад, медицина, сільське і лісове господарство і т. д.

З розвитком техніки з природничих наук в окремий клас виділилися **технічні (інженерні)** науки – науки в галузі природознавства, які вивчають явища, важливі для створення і розвитку техніки. Технічні науки вивчають різні напрямки розвитку техніки, наприклад, теплотехніка, електротехніка, радіотехніка, і ґрунтуються на природничих науках. Діяльність учених у галузі технічних наук має прикладний характер.

Фундаментальні дослідження є теоретичною основою для проведення прикладних досліджень, а з іншого боку, результати науково-технічної діяльності надають свідоцтва, які можуть або підтвердити, або спростувати наукові теорії і гіпотези, сформульовані вченими-теоретиками.

Суспільні (соціальні) науки вивчають суспільство. До них належать економіка, соціологія, політологія, історія, юриспруденція і т. п. Різновидом суспільних є **гуманітарні** науки – науки про духовний світ людини, її ставлення до навколишнього світу, суспільства та інших людей (педагогіка, психологія, етика, естетика та ін.).

Особливе місце в системі наук займають **філософія, математика, кібернетика, інформатика** та інші науки, які через свій загальний характер не можуть бути віднесені до будь-якої однієї групи, а застосовуються в будь-яких дослідженнях і формують мислення та світогляд вченого.

У міру розвитку суспільства наука із заняття однаків поступово перетворюється в особливу форму суспільної свідомості і сферу людської діяльності. Вона є результатом тривалого розвитку культури і цивілізації. Наука становить особливий суспільний організм зі своїми типами спілкування, поділу та кооперування окремих видів наукової діяльності.

Періодизація розвитку науки і техніки

Перший період розвитку науки і техніки від зародження людства до появи науки в Стародавній Греції в VI столітті до н. е.

Формування людини пов'язане з виникненням техніки. Це відбулося два з половиною мільйона років тому, коли австралопітеки стали застосовувати палиці, уламки каміння і кісток тварин і риб як знаряддя праці. Освоєння і використання вогню стало новим етапом у розвитку людства і розширило зону його розселення. Розвиток мисливської техніки призвів до винищення багатьох видів тварин, і людині довелося перейти до

скотарства і землеробства. Цей процес означав аграрну (її ще називають неолітичною) революцію, яка почалася 12–19 тисяч років тому.

У VII тисячолітті до н. е. починається формування ремісничого виробництва. Відбувається відділення скотарства від землеробства. Розвиток землеробства в долинах річок, будівництво зрошувальних систем потребували концентрації великої кількості працівників, в результаті чого виникають перші держави. Поява надлишкового продукту приводить до виникнення торгівлі і грошей.

Потреби суспільної практики спонукають до формування науки. При цьому наука зародилася лише з появою класового суспільства, і то не відразу. Витоки науки сягають давніх цивілізацій Месопотамії (межиріччя Тигру і Євфрату), Єгипту, Індії і Китаю. У III–I тисячоліття до н. е. в цивілізаціях Стародавнього Сходу зароджуються наукові знання. У рамках шкіл жерців, які акумулювали соціально-корисні знання в галузі астрономії (невід’ємної від астрології), математики (невід’ємної від нумерології), архітектури, медицини та алхімії формується так звана пранаука. При цьому систематизація знання точилася навколо вирішення практичних задач.

II період – античний – від зародження науки до падіння Західної Римської імперії (VI століття до н. е. – V століття). Звісно, що перші наукові і філософські системи виникли в Стародавній Греції. Там формуються перші наукові теорії, а саме теорія чотирьох елементів і атомізм. Серед перших наукових трактатів епохи Античності можна виділити фізику Аристотеля, ботаніку Теофраста, геометрію Евкліда, зародження числення нескінченно малих у працях Євдокса Кнідського і Архімеда, а також астрономію Птолемея.

Першими науками були філософія, математика і фізика, а саме розділ «механіка». У філософії склалися дві основні концепції – матеріалізм і ідеалізм. У математиці набула розвитку арифметика, геометрія, були закладені основи стереометрії, зародилася теорія музики. У працях видатного вченого античності Архімеда були закладені основи диференціального й інтегрального числення. В астрономії геліоцентрична система будови світу була відома у III столітті до н. е. Ідею геліоцентризму висловив Аристарх Самоський, хоча перемогла система геоцентрична (система Птолемея). У механіці помітно розвинулися статика і кінематика. В античному світі склалася не тільки система знань, а й система освіти. З’явилися перші наукові спільноти: Академія Платона, Лікей Аристотеля та Александрійський Мусейон.

Спадкоємницею грецької науки стала наука Стародавнього Риму. Однак статус вченого в Римі був непрестижним, і поступово наука почала

занепадати. Із падінням Західної Римської імперії центр науки перемістився на Схід, в Східну Римську імперію. Однак там після приходу до влади імператорів-християн великого удару розвитку науки завдала релігія. Християнські фанатики закривали «язичницькі» школи, знищували бібліотеки. Велика кількість вчених емігрувала в Азію, в основному в Іран.

Що стосується техніки античності, то вона перебувала в доволі примітивному стані. Це пояснюється тим, що рабовласницька система не сприяла розвитку техніки, оскільки дешева робоча сила була в надлишку. Більшого розвитку, очевидно, досягли військова техніка та кораблебудування. Щоправда, військові кораблі були неморехідні, оскільки призначалися для нападу поблизу берегів. Краще були розвинені торговельні судна, хоча вони і поступалися військовим у швидкості.

У VI–VIII століттях араби під прапором нової релігії – ісламу захопили величезні території в Азії, Африці та Піренейський півострів. Арабські завоювання довершили розгром античної науки. Але, починаючи з VIII століття, в Арабських Еміратах відбувається її відродження. Саме арабським вченим ми зобов'язані не тільки збереженням, але і примноженням наукових досягнень античності. Варто додати, що переважна кількість збережених творів античних вчених дійшли до нас в арабських перекладах. Саме арабам ми також зобов'язані поширенням у Європі індійської десятикової системи числення і створенням алгебри.

Щодо Європи, то в Середні віки упродовж тисячі років спостерігається занепад науки і культури. Розвитку науки також перешкоджало те, що католицька церква, спочатку вороже налаштована до Аристотеля, з XIII століття визнала його найбільшим авторитетом з усіх питань, що не стосувалися, щоправда, догматів релігії. Таким чином, була узаконена й геоцентрична система будови світу, і механіка Аристотеля, заснована на хибних припущеннях. Хоча філософи й вважають Аристотеля «засновником істинного природознавства», він зовсім не вважається таким у фізиків і механіків.

Відродження (Ренесанс) античного мистецтва, культури і науки почалося в Італії в XIV столітті. Ренесанс відповідав потребам нового класу буржуазії і сприяв руйнуванню феодальних відносин. У XVI столітті набуває поширення геліоцентрична система будови світу Коперника. Відбувається реформація церкви. Відповіддю на це стає інквізиція. По всій Європі палають її багаття, на яких спалюють не тільки інакодумців, але й зовсім ні в чому не винних людей.

Одними з перших експериментальних досліджень в механіці були досліди Галілео Галілея, який відкрив закони падіння важких тіл, а також встановив закони руху тіл по похилій площині. Він повністю довів неспроможність динаміки Аристотеля і накреслив шлях до створення нової динаміки – ньютонівської.

Таким чином, Галілей почав наукову революцію, яку завершив Ісаак Ньютон. У 1686 році побачила світ його визначна праця «*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*» («Математичні начала натуральної філософії»). Ньютон першим з учених висловив думку про те, що рух космічних і земних об'єктів відбувається за тими самими законами. Славетний вчений заклав основи теоретичної механіки, застосувавши її до вивчення руху небесних тіл. У його роботі проблеми динаміки отримали математичну розробку. Ньютон створив методологію точного природознавства і став засновником усього сучасного природознавства.

Великий внесок у наукову революцію зробив шведський натураліст Карл Лінней, який створив систему класифікації рослинного та тваринного світу. Вперше в цій класифікації людина включена до системи тваринного царства і віднесена до класу ссавців.

З цього моменту розвиток науки набув незворотного характеру, кількість наукових знань, як і кількість вчених, подвоювалася кожні 10–15 років. З'явилася класична механіка, вища математика, нові розділи фізики, хімія, аналітична механіка, математична фізика та інші науки. Велика французька революція сприяла розвитку науки і освіти. Не випадково Французька наукова школа стала в XIX столітті найбільш передовою в світі.

Що стосується розвитку техніки, то він відбувався і в період Середньовіччя. До XVII століття виникло мануфактурне виробництво, засноване на застосуванні енергії води і вітру. Але подальший розвиток промисловості гальмувався відсутністю джерел енергії. Людство опинилося в енергетичному тупику. Виходом з нього стало застосування енергії пари. Перші парові машини (правильніше їх називати пароатмосферними) з'явилися в кінці XVII століття. Проте справді універсальний паровий двигун був створений Дж. Ваттом в 1786 році. З упровадженням парових машин пов'язана промислова революція XVIII століття – перехід до індустріального суспільства, заснованого на машинному виробництві.

Роль науки в розвитку техніки не завжди була провідною. Аж до кінця XVIII століття наука майже не впливала на виробництво і техніку. Знання, яких потребував розвиток техніки, як правило, мали емпіричний характер. Це були знання про конкретні речі, які не суперечать законам природи.

Однак машинне виробництво, що розвивалося, потребувало об'єднання в одному технологічному циклі різних механічних і фізико-хімічних процесів, використання нових матеріалів і видів енергії. Завдяки цьому незмірно зросла роль науки у створенні нової техніки. У XIX столітті прогрес техніки диктується вже не тільки потребами людини, а й розвитком світової науки і практики. Поєднання науки і практики створило нову галузь промисловості – електротехніку. Її застосування зробило революцію в промисловості, змінило побутові умови життя людини, зробило переворот у засобах зв'язку і т. д. У кінці XIX століття з'являються нові типи двигунів – ДВЗ (двигуни внутрішнього згоряння) і парові турбіни. Усе вищезгадане дозволило створити нові види транспорту, судна, літальні апарати, важчі за повітря.

У кінці XIX – на початку XX століть виникла криза у фізиці. У результаті з'явилася теорія відносності, атомна фізика і квантова механіка. Виникла так звана неklasична наука, що включає теорію еволюції Дарвіна, принцип невизначеності Гейзенберга у квантовій механіці, теорію Великого Вибуху, теорію катастроф Рене Тома.

Протягом першої половини XX століття людство накопичило більше знань, ніж за всю попередню історію свого існування. У розвитку техніки в XX столітті стався прорив – за цей час з'явилося 90 % всіх винаходів і відкриттів. Саме вони і стали рушійною силою науково-технічної революції (НТР), яка почалася в 1960-ті роки з появою перших ЕОМ і промислової робототехніки.

Удосконалення ДВЗ і парових турбін, автомобілів, літаків і т. д. потребувало залучення наукових знань. У 1940-ві роки, насамперед для військових цілей, з'являються зовсім нові галузі промисловості: атомна, ракетобудування, реактивна авіація. Все це вже вимагає проведення якісно нових видів розрахунків. Удосконалені технологічні процеси також вже не можуть управлятися людиною. Іншими словами, людство знову зайшло в своєму розвитку в глухий кут – цього разу інформаційний.

Виходом із цієї ситуації стало створення цифрових електронних обчислювальних машин. Це досягнення людства неможливо переоцінити. Воно не тільки вивело його з інформаційного тупика, але й змінило все його життя. Саме створення комп'ютерів і розвиток на цій основі науки і техніки зробило науково-технічну революцію. Автоматизація виробництва на основі ЕОМ веде до зростання можливостей застосування нових високоефективних технологічних процесів. Розвивається енергетика, виробництво синтетичних матеріалів, створюються нові засоби управління, зв'язку та інформації, починається освоєння космічного

простору. Наука стає безпосередньою продуктивною силою суспільства. У теперішній час створення нової техніки неможливе без найбільш передових досягнень науки.

Таким чином, з огляду на все вищесказане і спираючись на періодизацію загальної історії людства, в розвитку науки і техніки можна виділити такі періоди:

- I. Первісний – від зародження людства до виникнення перших цивілізацій;
- II. Зародження наукових знань в перших цивілізаціях Стародавнього Сходу (III–I тисячоліття до н. е.);
- III. Античний – від зародження науки до падіння Західної Римської імперії (VI століття до н. е. – V століття);
- IV. Середньовічний (V–XIV століття);
- V. Ренесанс і наукова революція (XV–XVII століття);
- VI. Промислова революція і епоха Просвітництва, аналітичний період розвитку науки (XVIII століття);
- VII. Період зближення науки і промисловості (XIX століття);
- VIII. Фізико-технічний період (перша половина XX століття);
- IX. Науково-технічна революція (з другої половини XX століття до теперішнього часу).

ГЛАВА 1

РОЗВИТОК ТЕХНІКИ В ПЕРВІСНИЙ ПЕРІОД. ЗАРОДЖЕННЯ НАУКОВИХ ЗНАНЬ

1.1. Поява техніки в давнину

В основі формування людини лежить праця, а виготовлення знарядь праці виділяє її з тваринного світу і створює основні передумови для формування людського процесу праці та розвитку техніки. Як вже зазначалося, перші знаряддя праці стали застосовувати австралопітеки приблизно два з половиною мільйони років тому. Це були палиці, а також уламки каміння і кісток тварин і риб. Пізніше вони почали цілеспрямовано обробляти дерево. Використання палиці як важеля належить до найбільш давніх винаходів людини.

Згодом починається виготовлення знарядь із каменю, які пройшли досить тривалу еволюцію. Тип знарядь визначили основні заняття людини – полювання і збирання плодів і коріння. Це були ножі, сокири, наконечники списів і стріл, скребки та ін. Для їх виготовлення використовувалася техніка сколювання, яка полягала в тому, що по оброблюваному каменю вдаряли більшим каменем. Отримувані при цьому сколи з гострими краями, які є різновидами клину, використовувалися як знаряддя.

Поряд з удосконаленням знарядь і процесу праці виникає й розвивається членороздільна мова. Мова сприяє появі колективної праці, що уможливлює виробничу діяльність. Все це мало великий вплив на розвиток мозку. Найважливішим досягненням людини стало освоєння й використання вогню. Вогонь відкрив новий етап у розвитку людства і дозволив розширити зону розселення людини, ефективно боротися з хижаками, а також урізноманітнити її харчування. Спочатку первісні люди навчилися тільки підтримувати вогонь, а пізніше й добувати його. Уже неандертальці в період верхнього палеоліту (давньокам'яного віку) оволоділи цим мистецтвом.

Приблизно 130 тис. років тому на африканському континенті з'являється людина сучасного виду – *homo sapiens*, тобто людина розумна. На територію Європи вона потрапляє близько 40 тис. років тому. На цей час люди вже мають значний набір кам'яних знарядь та певний досвід пошуку, видобування та обробки кам'яної сировини. Найпоширенішим кам'яним матеріалом став кремій, завдяки його широкій розповсюдженості та можливості утворювати при відколюванні гострий ріжучий край. Саме з нього виготовляли рубила, сокири, скребки, ножі, наконечники. Найбільш якісну зброю виробляли із вулканічного скла – обсидіану. Крім цих каменів, використовували пісковики, вапняки, кварцити, з яких робили ударники, молоти, пести, ступи тощо. З яшми і нефритів виготовляли різальні знаряддя та прикраси.

У період нижнього палеоліту (40 тис. – 12 тис. роки до н. е.) відбувається накопичення досвіду, вдосконалення знань, розвиток техніки, що дозволило людям пристосуватися до різних кліматичних умов. Як результат, їхні поселення розповсюджуються на більшій території земної кулі. Людина освоїла багато нових порід каменю, навчилася виготовляти понад двадцять видів різних кам'яних знарядь. У цей період з'являються нові знаряддя – гарпун і списомет, які використовуються для полювання на рибу і звіра, також з метою самооборони. Списомет є прикладом використання важеля, за допомогою якого збільшується швидкість і дистанція польоту списа. Ще більш досконалою зброєю став лук, який успішно застосовувався протягом багатьох тисячоліть, аж до XIX століття. Застосування лука зробило полювання на звірів настільки ефективним, що призвело до повного знищення багатьох видів тварин. У результаті мисливцям довелося шукати нові можливості для прожитку і перейти до скотарства і землеробства.

Широкомасштабне застосування луків, шліфованих сокир, тесел, мотик, доліт й інших технічних досягнень новокам'яного віку (неоліту) підготувало виробничу, так звану **неолітичну революцію**. Її сутність полягає в переході від полювання до землеробства і скотарства. Землеробство давало можливість створювати і зберігати тривалий час запаси зерна. Завдяки господарській революції чисельність населення зросла в 20 разів у порівнянні з чисельністю предків хліборобів, які були мисливцями і збирачами. Люди поступово переходять до осілого способу життя, зводять постійні житла і громадські споруди. Одночасно з виникненням землеробства починається одомашнення диких тварин – кіз, овець, пізніше великої рогатої худоби, свиней і т. д. Скотарство забезпечує

людину не тільки м'ясом і молоком, а й одягом, і сировиною для виготовлення знарядь. Пізніше домашніх тварин стали використовувати як тяглову силу. Перехід до ручного землеробства і тваринництва, що почався приблизно 12–19 тисяч років, тому часто називають аграрною революцією. У зазначений період з'являється одяг зі шкір тварин, для виготовлення якого шкіру обробляють і зшивають сухожиллями звірів або тонкими шкіряними ремінцями. З'являється техніка будівництва житла – землянок і куренів, фундаменти яких заглиблювалися в землю. Для транспортування вантажів винайдені сани. Для рибного лову виготовляють плоті і перші човни, видовбані з цілого ствола дерева. Рибу ловлять вудками і гарпунами, з'являються сітки.

Перехід до землеробства і скотарства дозволяє більш ефективно організовувати ведення господарства і здійснювати розподіл праці. З'являється гончарне ремесло, яке відіграло дуже важливу роль у розвитку техніки, особливо в період зародження металургії. Виникає освітлювальна техніка. Від скіпок і факелів переходять до примітивних масляних пальників. З'являються перші предмети культу і прикраси: намиста з коралів і різних зубів, предмети, вирізані з кістки й рогу. При розкопках у печерах знайдені перші статуетки людей і тварин, обрядові скульптури, малюнки, найчастіше чудово виконані.

До кінця періоду нижнього палеоліту починається підземний видобуток сировини, перш за все кремнію, сланцю, пізніше вапняку. На території первинних поверхневих розробок поглиблюються ями, риються шахти, від яких відводять штольні, споруджують сходи. Так виникає нова галузь виробництва – гірнича справа. У Х–VIII тисячоліттях до н. е. з'являються вдосконалені знаряддя для збирання врожаю і помелу зерна: серпи, ціпи, ступки. Сировина стає предметом торгівлі і перевозиться на великі відстані. Наприклад, обсидіан (вулканічне скло) з Анатолії (на території Туреччини) переправляється в місця, віддалені на відстані понад 1000 км.

В епоху неоліту з'являються нові способи обробки кам'яних знарядь шляхом шліфування, свердління і пиляння. Це дозволило досягати певної форми і чистоти поверхні знаряддя. Нові прийоми дозволили перейти до обробки більш твердих порід каменю: базальту, нефриту, жадеїту та ін. Вони стали основою для створення кам'яних сокир, мотик, доліт, кайл. Робота шліфованими знаряддями привела до зростання продуктивності праці. Шліфованими кам'яними сокирами з висвердленими отворами, в які вставлялася дерев'яна рукоять, стали рубати ліс, видовбувати човни,

будувати житла. Людина помітила, що дерев'яна рукоять згладжує зусилля удару і передає зусилля на оброблюваний предмет, а не на руки. Це стало причиною багатовікового використання дерев'яних рукоятей для інструменту.

У VIII–VII тисячоліттях до н. е. хлібороби стали застосовувати предмети, зроблені з міді способом холодної обробки, такі, як проколи, намистини, шильця. Однак цей спосіб виготовлення знарядь ще не може замінити традиційну техніку виготовлення знарядь з каменю. Остаточний перехід від кам'яних знарядь до металевих відбувається в період рабовласницького ладу.

У VII тисячолітті до н. е. починається формування ремісничого виробництва. В Анатолії (зараз у Туреччині) вперше з руди виплавляються мідь і олово. Процес виплавки міді був виявлений випадково, під час випалу в печах керамічних виробів. Однак процес отримання міді був дуже трудомістким і складним і основним матеріалом для виготовлення знарядь залишався камінь. Тільки через кілька тисячоліть застосування заліза викликало справжній переворот в техніці.

В епоху неоліту і бронзового віку вже використовуються найпростіші механізми, такі як важіль, клин і похила площина. Одним з найважливіших досягнень людства в цей період є освоєння обертального руху, аналогів якому в природі не існує. Це не тільки колесо, але і гончарний круг, і круговий ручний млин. Все це з'явилося в Месопотамії в п'ятому тисячолітті до н. е.

1.2. Перші знання у галузі арифметики. Зародження рахунку

До періоду нижнього палеоліту відноситься і зародження лічби. Перші математичні знання пов'язані з рахунком предметів. Він з'явився на ранній стадії розвитку людини під впливом найпростішої трудової діяльності. Потреба рахувати виникла на зорі розвитку людства у зв'язку з необхідністю лічби людей, тварин, плодів, різноманітних виробів та інших предметів. Натуральні числа з'явилися саме для лічби однорідних та неподільних предметів.

У зв'язку з вищесказаним вважатиметься, що математика є однією з найдавніших наук. Коли саме людина навчилася рахувати точно встановити не вдасться. Але археологічні знахідки свідчать, що зародження лічби належить до періоду нижнього палеоліту. Можна з упевненістю сказати, що першим обчислювальним «пристроєм» були пальці рук, а для

того щоб зафіксувати результати обчислень, використовувалися насічки на дереві або кістці. Про це свідчать і археологічні розкопки. Найдавнішим із знайдених таких інструментів вважається «Вестоницька кістка», знайдена в 1937 році в стародавньому поселенні 30-го тисячоліття до н. е. Дольні Вестониці на південному сході Чехії, в Моравії. Це променева кістка молодого вовка завдовжки близько 17 сантиметрів із 55 глибокими зарубками. Перші 25 зарубок розміщені групами по п'ять, за ними йде зарубка подвійної довжини, що закінчує цей ряд, а потім з нової зарубки подвійної довжини починається новий ряд із зарубок. Ці зарубки, нанесені на кістки, свідчать про те, що вже тоді наші предки були знайомі із зачатками лічби.

На ранній стадії розвитку суспільства люди розрізняли лише сукупність двох-трьох предметів. Велике число поєднувалося поняттям «багато». Згодом з'явилися слова для позначення більших чисел. В епоху неоліту з переходом від збирання їжі до її виробництва, з розвитком господарської діяльності людям потрібно було вести рахунок у більш широких рамках. Для спрощення вирахувань застосовуються найпростіші інструменти для лічби, як то палички, невеликі камені, а також насічки на дереві або кістці. Дерев'яні палички із зарубками (бирки) проіснували досить довго. У середні віки ними користувалися для обліку та збору податків. В Англії, наприклад, бирки існували до XVII століття.

Різні народи, зокрема китайці, перси, індійці, перуанці та ін., використовували для подання чисел та лічби ремені чи мотузки з вузликами.



Рис. 1.1. Вестоницька кістка

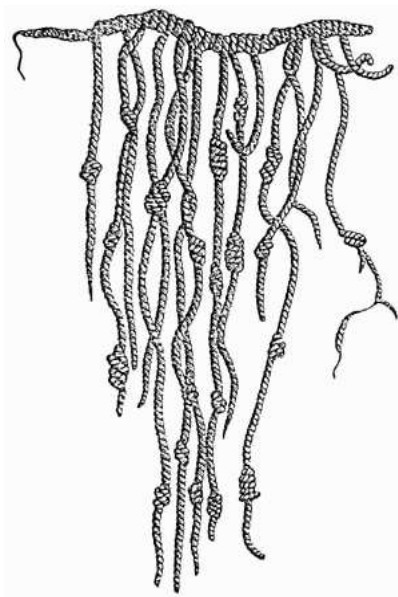


Рис. 1.2. Рахунковий пристрій інків

Число, яке є одним із основних понять математики, дозволяє виражати результати рахунку або виміру. У повсякденному житті людині властиво маніпулювати з числами: здійснювати математичні операції, записувати для зберігання, передавати на відстань як інформацію про об'єкти чи процеси. У ті далекі часи чисельність множини не відділяли від інших її якостей, і для того щоб порівняти дві множини, їх елементи мали ставити один проти одного. Але потім виявилось, що зручніше порівнювати всі множини з однією і тією самою множиною-посередником. Оскільки пальці були завжди при собі, то їх і стали використовувати як такий посередник, що дозволяло групувати предмети рахунку по 5 або 10. Це значно полегшувало розрахунки.

Тривалий час існувала лише лічба предметів. Поняття числа було конкретним, нерозривно пов'язаним із предметами (тобто не число два, а дві риби, два барани тощо), а діапазон рахунку дуже невеликий. За рахунком окремих предметів найменшим числом є одиниця, яку ділити на частки непотрібно, а то й неможливо. Для об'єднання кількох множин в одну або, навпаки, відділення частини множини з'явилися операції складання та віднімання. Пізніше як «пакетне складання» для натуральних чисел з'явилася операція множення. Четверта арифметична дія – ділення виникла з практичного впливу: поділу на частини. Потреба в дробових числах виникла при підрахунку довжин, об'ємів та ін. Перші дробі зазвичай мали знаменники 2, 3, 4, 8 або 12. Слід зазначити, що властивості та взаємозв'язок операцій відкривалися поступово.

Всі описані вище примітивні пристрої, по суті, були цифровими пристроями для рахунку. Поряд із ними розвивалися й аналогові засоби. Зокрема, давні астрономи почали використовувати різні пристосування для зручності спостереження за небесними тілами. До них належить **небесний диск з Небри**, який був знайдений у 1999 році у містечку Небра (земля Саксонія–Анхальт, за 60 км на захід від Лейпцига). Цей бронзовий диск діаметром 30 см має вставки із золота, що зображають Сонце, Місяць та 32 зірки. Він датується XVII ст. до н. е. та належить до Унетицької культури Центральної Європи. Диск використовувався для вимірювання кута між точками сходу та заходу Сонця під час сонцестояння. Це найдавніший переносний пристрій для таких вимірювань.



Рис. 1.3. Небесний диск з Небри

1.3. Виникнення перших цивілізацій і розвиток техніки

Спочатку землеробство з'явилося на рівнинах, а в VI–V тисячоліттях до н. е. воно починає розвиватися в долинах великих річок – Євфрату, Тигру, Нілу, Інду та ін. Використання природної родючості ґрунту, удобреного річковим мулом під час розливу річок, дозволяло отримувати величезні врожаї, але вимагало проведення іригаційних робіт для штучного зрошення полів. Для обробки землі починають використовувати рало та примітивний плуг. У той самий період на Близькому Сході вдосконалюється обробка мідних руд і виникає технологія лиття у форми. Це значно скорочує процес виготовлення знарядь праці, а також зброї. Найбільший стимул для свого розвитку в рабовласницькому суспільстві отримали підйомно-транспортні механізми. Будівництво каналів, доріг, укріплень, палаців, гробниць, храмів і громадських будівель вимагало доставки будівельних матеріалів і підйому значних тягарів. Тому широкого застосування набув важіль.

Будівництво зрошувальних систем вимагало концентрації великої кількості працівників. Потреба в додатковій робочій силі і стала причиною для поділу праці. Полонених перетворюють на рабів, в результаті чого виникає перший розподіл на класи – рабовласників і рабів. У цей період відбувається відділення скотарства від землеробства, виділення з сільського господарства ремесл, виникає металургія. Зростання виробництва дало

надлишковий продукт, що став об'єктом обміну. З'явилася торгівля, а потім і гроші. Родова громада поступово розпадалася. Війни і торгівля збільшували майнове розшарування суспільства. Виникали перші держави, які створювалися не тільки для охорони майна власників і захисту їх інтересів, а й для оборони від зовнішніх ворогів, для організації громадських робіт і для збору податків.

Перші цивілізації та рабовласницькі держави виникають саме в долинах річок, де розвивається зрошуване землеробство. В IV тис. до н. е. виникли стародавні держави Месопотамії в межах річки Тигру і Євфрату на території сучасного Іраку. Ці річки не тільки створили родючу від річкових наносів долину, а й служили надійними транспортними магістралями, які пов'язували держави Месопотамії з їхніми сусідами на Сході.

Деревини в Месопотамії було мало, тож основним конструкційним матеріалом стали очерет і тростина, які росли у великій кількості. Ці рослини використовувалися не тільки для виготовлення плетених виробів, але і в кораблебудуванні. Очеретяні кораблі плавали по річках і морях і навіть виходили в океан. Удосталь в Месопотамії було також глини, тут з неї вперше почала виготовлятися цегла, що стала основним будівельним матеріалом. У першій половині V тис. до н. е. саме в цьому регіоні з'явився перший в світі гончарний круг. Глина була й матеріалом для письма. Жителі Месопотамії також дали світові перші соху, плуг і зрошувальну систему. У XX столітті до н. е. винайшли перший миючий і дезінфікуючий засіб – мило, яке варили з рослинної олії та лугу.

У VIII тис. до н. е. на Близькому Сході з'явилася технологія обробки міді, в V–IV тис. до н. е. – виробництво бронзових, а в II тис. до н. е. – залізних виробів, що сприяло швидкому розвитку продуктивних сил в цьому регіоні. Із дорогоцінних металів вироблялися ювелірні вироби. Так на зорі цивілізації був освоєний повний металургійний цикл виробництва металів, що включає видобуток руди, випалення деревного вугілля, підготовку матеріалів, виплавку та рафінування чорного металу, лиття, кування, волочіння дроту, інші види металообробки й утилізацію металобрухту. Визначальну роль в технічному прогресі в бронзову епоху відіграла поява литих сокир, мечів і мотик – основних видів знарядь праці і зброї. Тож у цей період були освоєні технології виплавки й обробки міді, золота, свинцю, срібла, заліза, ртуті та олова. Металургія міді і бронзи стала основою цивілізації.

Найважливішим політичним, економічним і культурним центром Стародавнього світу було місто Вавилон, воно розташовувалося в

історичній області Аккад в Месопотамії. Це одне з найбільших міст в історії людства і перший мегаполіс. У II–I тис. до н. е. воно було столицею Вавилонського царства, однією з великих держав давнини. Навіть у наш час багато споруд Вавилону непогано збереглися і розташовані в Іраку в околиці сучасного міста Ель-Хілла, 90 кілометрів на південь від Багдада.

Іншою найдавнішою на планеті державою, яка виникла для ведення зрошуваного землеробства, являвся Єгипет. Його територію становила вузька смуга землі вздовж Нілу, яка приваблювала хліборобів з часів давньокам'яного періоду. Іригаційна система Єгипту складалася з каналів, шлюзів, дамб, які оточували поля, і шадуфів – водопідйомних важільних пристроїв, подібних до колодезяних «журавлів». Для створення іригаційних споруд громади стали об'єднуватися, до робіт стали залучати і захоплених в полон рабів. Знаряддя праці в сільському господарстві Єгипту довго залишалися примітивними. В основному це були мотика, плуг, серп з крем'яними різцями, замінений пізніше на металевий.

В країні були величезні запаси різного каменю. З каменю робили не тільки зброю і знаряддя праці, але він став також і основним будівельним матеріалом. З важких кам'яних блоків і плит, добре оброблених і підігнаних один до одного, зводили величезні споруди. При зведенні храмів, статуй та інших споруд використовувалися брили масою до сотень тонн. Для добування цих брил у каменоломнях використовували клин, а для транспортування важіль і похилу площину. Вже за 3000 років до нашої ери були побудовані єгипетські піраміди. Найбільша з них – піраміда Хеопса (Хуфу) містить 23 300 000 кам'яних брил, середня маса котрих становить 2,5 тонни, а загальна маса споруди 6,25 млн тонн. Піраміда Хеопса була найвищою спорудою, побудованою людиною протягом п'яти тисячоліть. Спочатку висота становила 146,60 м, але після того, як з вершини її звалився верхній блок масою 15 тонн, вона стала нижче – 138,75 м. Тільки Ейфелева вежа, зведена в 1889 році в центрі Парижа, перевищила висоту піраміди Хеопса, щоправда одразу в два рази (300 м).

У Єгипті рано стала розвиватися металургія, спочатку виплавлялися мідь і свинець. На високому рівні знаходилася ювелірна справа. З інших досягнень можна відзначити технологію виготовлення папірусу, який використовувався для письма на Близькому Сході і в Європі тисячі років, аж до винаходу паперу. В Єгипті також вперше з'явився сонячний і водяний годинники.

Ще одним джерелом цивілізації став Стародавній Китай, який уславився своїми ремеслами. Китайці першими стали займатися шовківництвом. Винахід в Китаї технології отримання шовкових ниток дав поштовх до різкого підвищення рівня ткацтва. Китайські майстри винайшли ткацький верстат з приводом від водяного колеса.

Велика увага приділялася в Китаї агротехніці. Уже за 1000 років до н. е. з'явилася система зміни полів, за якої земельна ділянка ділилася на три частини. Дві з них засівалися, а третя частина один рік відпочивала під паром. Китайці першими стали застосовувати органічні добрива і вести боротьбу зі шкідниками сільськогосподарських рослин. У I столітті до н. е. в Китаї почали вирощувати чай, листя якого спершу використовувалися як ліки. А пізніше він став найпопулярнішим напоєм у світі.

Найбільш помітною не лише в Китаї, але й у всьому Стародавньому світі стала грандіозна оборонна споруда – Великий китайський мур, будівництво якого почалося в III столітті до н. е. з метою захисту північних кордонів країни від кочівників.

Серед стародавніх держав особливе місце займає індійська цивілізація, що зробила величезний вплив на розвиток економіки і культури всієї Південно-Східної Азії. Тут також перші держави виникали на основі об'єднання людей для проведення іригаційних робіт. З найдавніших часів (V тис. до н. е.) в долинах річок Інду і Гангу і їх припливів стали культивувати бавовну, а з IV тис. до н. е. – цукрову тростину. У країні стали вирощувати рис, який і в наш час є основною їжею для половини населення Землі. З'явилося шовківництво. Бавовна, і як сировина, і як готові тканини, була предметом індійського експорту в сусідні країни.

Однією з найбільш розвинених галузей техніки в давнину було суднобудування. Кораблі тієї епохи обов'язково оснащувалися веслами, оскільки вони несли тільки прямі вітрила, які дозволяли йти лише при попутному вітрі. Уже в найдавніші часи кораблі ділилися за призначенням на бойові та комерційні. Перші призначалися для нападу на торгові судна, захисту своїх морських комунікацій і для бою з флотом супротивника, а другі – для перевезення вантажів.

Щоб мати велику швидкість, бойові кораблі несли безліч весел, розташованих в кілька рядів, а кількість веслярів могла досягати кількох сотень. Щоправда, військові кораблі були неморехідні, оскільки призначалися для нападу поблизу берегів. Торговельні судна були розвинені краще, хоча і поступалися військовим у швидкості.

Кращими мореплавцями і суднобудівниками стародавнього світу за 1500–1000 роки до н. е. були фінікійці, які жили на східному узбережжі Середземного моря. Вони також є першими торговими мореплавцями. Фінікійські кораблі будувалися кильовими, а не плоскодонними, що збільшувало їхню швидкість. Для будівництва фінікійські корабели використовували ліванський кедр. Їхні торгові судна мали місткий трюм, в який завантажували амфори або шкіряні бурдюки з зерном, вином, олією. Вони не тільки плавали по всьому Середземному морю, а й виходили в Атлантичний океан, досягаючи північних земель Європи і західних берегів Африки. Приблизно в 600 році до н. е. фінікійські мореплавці першими в світі зробили морську подорож навколо Африки. Вони зробили великий внесок у морську науку, ввівши поділ кола горизонту на 360°, і знайшли для моряків надійні небесні орієнтири.

У X столітті до н. е. у фінікійців з'явилися спеціальні бойові кораблі, які були вужчими, але легшими, довшими і вищими за торгові. Головною зброєю корабля був оббитий міддю таран. Корма корабля була високо піднята над водою і нагадувала хвіст скорпіона. Масивні кормове і носове кермові весла збільшували маневреність судна і дозволяли кораблю змінювати курс на 180°, не повертаючи його. Довжина такого судна сягала 30 метрів, екіпаж складався з 20–30 осіб. Саме з фінікійських кораблів, найкращих на Стародавньому Сході, склалися флоти Ассирії, Вавилону і Перської імперії.

1.4. Наукові знання Стародавнього Сходу

Зростання продуктивних сил перших цивілізацій Сходу сприяло зародженню писемності і наукових знань. Ще за часів держав Шумеру і Аккаду близько 3000 року до н. е. в Месопотамії з'явилася клинописна писемність, яка являє собою комбінацію клинчастих рисок, що вичавлюються на табличках, зроблених із сирої глини. Писемність була клинописною саме тому, що на глиняних табличках знаки було зручніше витискати, а не креслити. Спочатку знаки відображали конкретні предмети, поняття, потім звукові комбінації, складові, фонетичні значення. Ця система письма поширилася на всьому Близькому Сході і стала основою для розробки багатьох алфавітів, що збереглися до нашого часу.

Писемність стародавнього Єгипту і Китаю з'являється у вигляді ієрогліфів – окремі слова позначаються малюнками. Потім ієрогліфи стали

позначати поняття. Самобутні системи, що стали основою писемності в країнах Південно-Східної Азії, були створені в Індії.

Створення писемності стало найважливішим кроком на шляху розвитку людського суспільства. Уміння фіксувати і передавати нащадкам інформацію про досвід, накопичений в різних сферах життя, надзвичайно розширило матеріальні та інтелектуальні можливості цивілізації.

Початки науки з'являються і в стародавньому Єгипті. Розвиток економіки, яка мала потребу в підрахунку кількості продуктів, робочої сили, ділянок землі стимулювали зародження основ математики. В Єгипті математика використовувалася в астрономії, мореплаванні, землемірі, а також при створенні будівель, іригаційних та фортифікаційних споруд. Найдавніші давньоєгипетські математичні тексти належать до початку II тисячоліття до н. е. Єгиптяни писали на папірусі, який погано зберігається, тому наші знання про математику Єгипту менші, ніж про математику Вавилону чи давню Грецію. Але можна здогадатися, що вона була досить добре розвинена, оскільки з документів, що дійшли до нас, відомо, що грецькі математики навчалися у єгиптян.

Задачі мали прикладний характер. Переважно це було знаходження площ трикутника, чотирикутника та кола, різноманітні дії з цілими числами чи аліквотними дробами, тобто дробами з чисельником, що дорівнює одиниці виду $1/n$. Крім них використовувався ще лише дріб $2/3$. Дроби з чисельником, відмінним від одиниці, записували як суму аліквотних дробів, наприклад:

$$2/5 = 1/5 + 1/5 \text{ або } 2/7 = 1/4 + 1/28.$$

Крім найпростіших арифметичних дій застосовувалися пропорційний поділ, знаходження відносин, зведення в різні ступені, визначення середнього арифметичного, арифметичні та геометричні прогресії, розв'язання рівнянь першого та другого ступеня з одним невідомим. При розв'язанні рівнянь спеціальний ієрогліф «купа» означав невідоме. Це означає, що єгипетські математики вже володіли зачатками алгебри.

У Стародавньому Єгипті вміли обчислювати площі прямокутника, трикутника, трапеції. Площа кола обчислювалася приблизно, за формулою

$$S = \left(\frac{8}{9} d \right)^2, \quad (1.1)$$

у якій число π дорівнює $256/81 = 3,1605$.

Площа довільного чотирикутника зі сторонами a , b , c і d обчислювалася також за наближеною формулою як добуток напівсуміжних пар протилежних сторін, тобто

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{b+d}{2}. \quad (1.2)$$

Ця формула може дати скільки завгодно велику похибку, залежно від виду чотирикутника. Однак якщо її застосовувати для визначення площ чотирикутників, близьких до прямокутника, вона дає цілком задовільну точність. Єгипетські математики також вміли обчислювати об'єм паралелепіпеда, циліндра та піраміди, у тому числі усіченої.

Отже, в Єгипті за 20 століть до н. е. складаються окремі елементи науки математики. Але в цілому техніка обчислень залишається примітивною, до того ж відсутні єдині методи розв'язання задач, які б групувалися за методами розв'язання, або за тематикою, що вносило певні труднощі. При цьому в математиці Стародавнього Єгипту повністю відсутні пояснення чи докази. Зазвичай давався результат або наводився короткий алгоритм його обчислення. Усе це свідчить, що математика розвивалася без створення загальної теорії, а шляхом геніальних припущень та індуктивних узагальнень, тобто від часткового до загального. Критерієм правильності розв'язку вважалася практика. При цьому точні та наближені формули не відрізнялися, якщо наближене рішення задовольняло практичним вимогам.

Отже, можна зробити висновок про те, що єгипетська математика являла собою сукупність знань, ще не розчленовану на окремі розділи, а була зібранням правил числового розв'язання простих арифметичних, алгебраїчних і геометричних задач. Це були переважно практичні задачі, а розв'язок часто знаходили шляхом проб, тобто емпірично. І тільки при вирішенні окремих проблем починають вироблятися прийоми геометричних або алгебраїчних перетворень. Тим не менше, математика Стародавнього Єгипту справила значний вплив на подальший розвиток цієї науки. Грецькі вчені визнавали, що багато початкових знань у галузі математики вони набули під час поїздки до Єгипту.

Математика Месопотамії досягла набагато вищого рівня, ніж єгипетська. Вже найдавніші тексти, що стосуються останнього шумерського періоду (третя династія Ура, ХХІ ст. до н. е.), показують високе обчислювальне мистецтво. З клинописних текстів, що належать до часу першої вавилонської династії, видно, що арифметика

розвинулася в добре розроблену алгебру. Вавилонські математичні тексти переважно мають навчальний характер. За ними видно, що вавилонська розрахункова техніка була набагато досконалішою за єгипетську, а коло вирішуваних задач істотно ширше.



Рис. 1.4. Глиняна табличка із геометричними задачами



Рис. 1.5. Математичні записи на глиняному циліндрі

Для полегшення рахунку у Вавилоні існував набір спеціальних арифметичних таблиць. Він включав таблиці для множення від 1×1 до 60×60 , обернених величин $1/n$, квадратів і кубів цілих чисел, квадратних і кубічних коренів та багато інших. Одна з таблиць допомагала знаходити показник ступеня n , якщо надано число у вигляді 2^n (ці двійкові логарифми використовувалися для підрахунку відсотків за кредитом). Ділення цілих чисел m/n вавилоняни замінювали множенням $m \times (1/n)$, причому для знаходження $1/n$ використовувалася згадана вище таблиця.

Вавилоняни часів царя *Хаммурані* (правив у 1793–1750 роках до н. е.) не тільки володіли технікою розв'язання квадратних рівнянь, а й вирішували лінійні та квадратні рівняння з двома невідомими і навіть задачі, що зводяться до кубічних та бікватратних рівнянь. У цьому використовувалася геометрична термінологія (добуток ab називався площею, abc – об'ємом).

Вавилонським математикам також були відомі арифметичні та геометричні прогресії, методи роботи з якими були досконалішими, ніж у єгиптян. Під час розв'язання задач застосовувалися пропорції, середні арифметичні, відсотки. Для позначення невідомих застосовувалися спеціальні значки, що мали шумерське походження, подібно до літерних позначень у сучасній алгебрі.

Геометрія Вавилону розвивалася з урахуванням практичних задач вимірювання, але мала явно виражений арифметико-алгебраїчний характер. Так звана теорема Піфагора була відома ще за Хаммурапі, і не лише для окремих випадків, але й повною мірою. Вона широко застосовувалася при розв'язанні різних задач і забезпечувалася спеціальними таблицями. Геометрична сторона задачі зазвичай була лише засобом для того, щоб поставити питання алгебри. Крім фігур, відомих у Єгипті, розглядалися також сегмент кола та усічений конус. Якщо в ранніх документах вважають $\pi = 3$, то пізніше прийнято наближення

$$\pi = 25/8 \approx 3,125.$$

Це менше істинного значення, тоді як у єгиптян воно було завищене – $\pi \approx 3,1605$. Але для площі кола застосовується величина, що дорівнює $1/12$ від квадрата довжини кола:

$$S = \pi^2 R^2 / 3, \quad (1.3)$$

тобто число $\pi \approx 3,25520$.

Вавилонці також вміли обчислювати площі правильних багатокутників, а для неправильних чотирикутників використовувалася та ж наближена формула (1.2), що і в Єгипті.

Значний вплив на розвиток математики Месопотамії мала астрономія, яка в епоху Селевкідів (з кінця IV століття до н. е.) набуває характеру справжньої науки. Для астрономічних розрахунків потрібне значне обчислювальне мистецтво. Багато обчислень виконували за допомогою таблиць, серед яких є і прості таблиці для множення, і таблиці зворотних величин, квадратних і кубічних коренів. У одній з таблиць є ряд чисел $n^3 + n^2$, яким, очевидно, користувалися для розв'язання кубічних рівнянь виду $x^3 + x^2 = a$.

Великий інтерес становить вавилонський метод обчислення квадратного кореня. Це ітераційний метод, у якому для обчислення $\sqrt{a}$ наступне наближення будується за формулою

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right). \quad (1.4)$$

Метод має чудову точність. Наприклад, якщо взяти як початкове наближення при обчисленні $\sqrt{2}$ саме це число 2, то вже четверта ітерація дає

значення $\sqrt{2} = 1,41421356237$, де всі 12 знаків є точними. Навіть у теперішній час вавилонський метод широко використовується в комп'ютерах та калькуляторах.

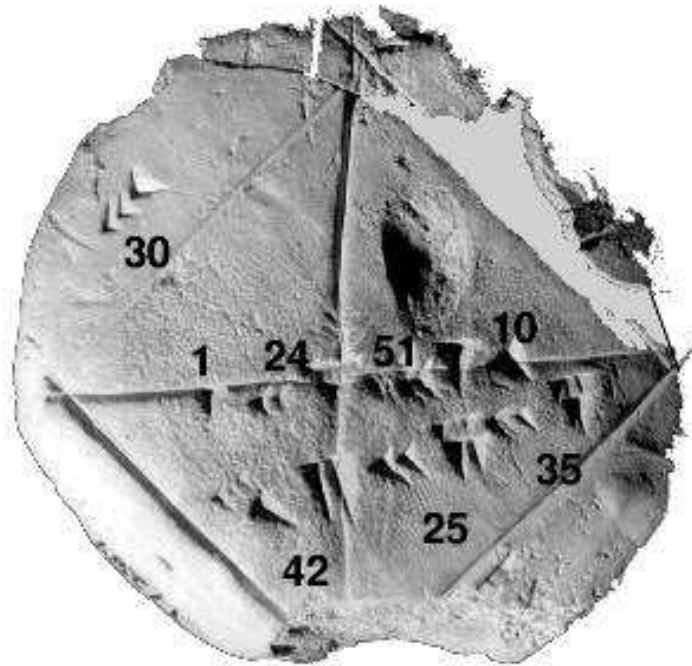


Рис. 1.6. Вавилонська табличка (близько 1800–1600 рр. до н. е.) з обчисленням $\sqrt{2} \approx 1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3 = 1,41421296\dots$

У цілому математика у стародавньому Вавилоні досягла вищого рівня, ніж у стародавньому Єгипті. Однак у математиці Месопотамії, як і у математиці Єгипту, відсутні докази. У вавилонських текстах алгоритм розв'язання викладається лише на конкретних прикладах, без коментарів і доказів. При цьому аналіз алгоритмів показує, що математична теорія у вавилонян все-таки була, але їхня багата теоретична основа не була зведена в загальну систему і через це позбавлена доказової бази. Все полягало в наборі розрізнених прийомів. Догматичний характер викладу вавилонської та єгипетської математики відображав авторитарний склад мислення, що панував у деспотичних державах. Тому математика древнього Сходу не досягла рівня дедуктивної науки, яка сформувалася в Греції. Саме у греків виник систематичний доказовий підхід у математиці. Проте фундаментом науки стародавньої Греції стали досягнення єгипетських і вавилонських математиків і астрономів. Грецькі математики починали з тих самих проблем, якими займалися вавилоняни. Безсумнівно, що вавилонська математика дуже вплинула на подальший розвиток математики.

Що ж до математики стародавніх держав, які розташовувалися на території нинішніх Індії та Китаю, вона мала подібні риси до математики Близького Сходу. Поряд з великим арсеналом практичних знань та вмінням робити громіздкі обчислення там також відсутня система доказів.

Необхідність орієнтування на місцевості і встановлення відліку часу сприяли народженню астрономії. Для землеробства і скотарства потрібно було знати пори року, коли настають холоди, сезон дощів або посуха. Тому жерці почали проводити спостереження за зірками і світилами. Ці спостереження століттями накопичувалися і передавалися усно з покоління в покоління, а після появи писемності почали записуватися.

Встановлення періодичності астрономічних явищ було однією з головних задач вавилонських астрономів. Для астрономічних спостережень з'явилися перші на Землі обсерваторії. Були визначені чотири сторони світу, зірки розподілені по сузір'ях, виділені 12 зодіакальних сузір'їв. Жерці знали п'ять планет і їхні орбіти. Стародавні астрономи могли передбачати місячні затемнення, розраховавши, що вони настають через 6585 днів. Завдяки знанню астрономії був створений календар. Рік мав 365 днів і ділився на 12 місяців. Були також закладені основи астрології, яка пророкує долі людей. У Месопотамії також зародилася географія. У III тисячолітті до н. е. були створені перші географічні карти, виконані на глиняних табличках.

В Єгипті також був створений календар, який дорівнював 365 дням. Рік в ньому ділився на три пори: «розлив», «зима» і «літо» – по 4 місяці в кожному. Початком року вважалося 19 липня, коли на горизонті перед сходом Сонця вперше після приблизно 70 діб невидимості з'являвся Сіріус. Цей календар прослужив багато століть аж до появи юліанського. В Єгипті зароджуються й основи медицини. Завдяки бальзамуванню єгиптяни знали анатомію людини, робили спроби теоретичного узагальнення цих відомостей у вченні про кровообіг.

Виникнення перших цивілізацій в Месопотамії та Єгипті в другій половині IV тисячоліття до н. е. докорінно змінило життя людства. У світі первісних племен з'явилися високорозвинені центри. Розвиток ремісничого виробництва послужив основою розвитку численних міст, які перетворилися в осередки культури і започаткованої науки. Економіка, наука і культура Стародавньої Месопотамії і Єгипту стали основою розвитку Близькосхідної, Середземноморської, а в подальшому і всієї Європейської цивілізації.

Питання для самоконтролю

1. Чому засвоєння вогню є одним із трьох найбільших технічних досягнень людства?
2. Який винахід найбільше вплинув на перехід до скотарства і землеробства?
3. З чого починалася металургія?
4. Назвіть перші обчислювальні пристрої.
5. Чому перші цивілізації виникали саме в долинах великих річок?
6. Хто були кращими мореплавцями і суднобудівниками стародавнього світу?
7. Які види писемності існували у давніх цивілізаціях?
8. Які науки зароджувалися на давньому Сході?
9. Які особливості має математика у давніх цивілізаціях Сходу?

ГЛАВА 2 ЗАРОДЖЕННЯ НАУКИ

2.1. Виникнення античної науки і вплив на неї східних учень

З VI століття до н. е. бурхливими темпами розвивається **антична цивілізація**, яка стає домінуючою у Середземномор'ї до II століття до н. е. Термін «антична цивілізація» означає саме греко-римську цивілізацію, яка проявила себе дивовижно яскравою сторінкою в історії людства. Класична антична культура вплинула на весь подальший розвиток духовної культури. Вона дала людству перші громадянські інститути, видатних мислителів, дослідників, неповторні твори літератури, мистецтва, чудові технічні винаходи, сприяла становленню науки як особливої сфери діяльності. Саме Грецію називають колискою європейської цивілізації.

Незважаючи на досить високий рівень розвитку давніх цивілізацій Сходу, вважається, що наука зародилася саме у Стародавній Греції в VI столітті до н. е. Проте і в математиці, і в астрономії греки є учнями Сходу.

Хоча математики Сходу досягли певних успіхів, вони не прагнули до точного розв'язання математичних задач. Їх влаштовувало будь-яке наближене рішення, що давало прийнятні для практики результати. Греки, навпаки, підходили до математики суто теоретично, для них мало значення перш за все строге рішення, отримане шляхом логічних міркувань. Це привело до розробки математичної дедукції, яка визначила характер усієї подальшої математики.

Відмінною рисою грецької науки з моменту її зародження було прагнення до знань заради самих знань, а не тільки заради практичного їх застосування. На перших етапах існування науки її теоретичність зробила великий вплив на розвиток наукового мислення і відіграла прогресивну роль.

Народи, які створили великі цивілізації стародавнього Сходу, широко використовували найпростіші механізми – важіль, клин, похилу площину.

Однак застосування цих механізмів було емпіричним знанням, оскільки пояснень принципів їх роботи ні в Єгипті, ні у Вавилоні не зберіглося. У Стародавній Греції поряд зі стихійним застосуванням простих механізмів, з'явилися і механічні теорії. Це принципово відрізняє античну механіку від досягнень стародавнього Сходу.

На відміну від країн Сходу в Стародавній Греції виникли наукові школи: мілетська, піфагорійський союз, Академія Платона, Лікей Аристотеля, Александрійський Мусейон та інші. Природничі науки (науки про природу) виникають у формі натурфілософії, яка відіграє роль «науки наук». Вона концентрувала всі людські знання про навколишній світ, а виникаючі природничі науки стали лише її складовими частинами. При цьому знання мали умоглядний і теоретичний характер. Розвиток науки в античному світі як сфери людської діяльності пов'язаний з появою людей, які спеціалізуються на отриманні нових знань, тобто вчених, завдяки цьому знання набували системного характеру. Вчені античного світу були енциклопедистами, носіями як гуманітарних, так і природничо-наукових знань. Античні наукові погляди мали істотну гуманітарну складову, як за формою, так і за змістом. Наукові праці отримували форму літературних творів. Через ці причини саме Грецію варто вважати прародителькою науки.

Основними замовниками наукових досліджень були правителі, а основною сферою застосування – військова справа. Для складання правил побудови машин розвивається механіка. Виготовлення інструментів і зброї потребувало промислового виробництва металів. На цій основі формуються перші знання в галузі хімії. Як міждисциплінарна наука формується математика. Вона використовується при вирішенні як наукових, так і прикладних задач. У методології найважливішим досягненням античності є створення дедуктивного методу досліджень, викладеного в найбільш повному вигляді у «Логіці» Аристотеля, і аксіоматичного методу побудови науки, використаного Евклідом при написанні «Начал», де вперше геометрія будується на основі аксіоматики. Розвивається й географія, відомості з якої узагальнив до середини II століття н. е. Птолемей.

Величезне значення для розвитку науки мало виникнення писемності і застосування більш досконалого, ніж давньосхідний папірус, матеріалу для письма – пергаменту. Виникають бібліотеки, найбільшою з яких була Александрійська. У повсякденний побут і процес навчання входить писемність.

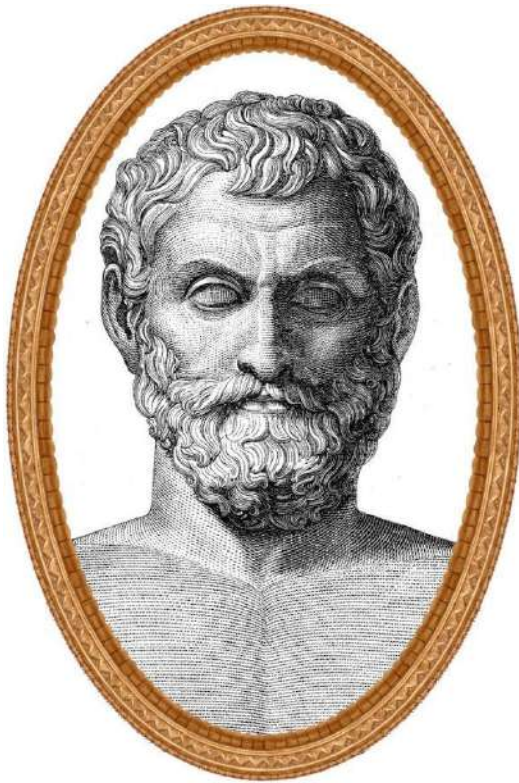
Давньогрецькі філософи вперше в історії суспільної науки дали визначення держави і закону, класифікували форми державної влади. Окремими напрямками в науці і філософії були ідеалізм (лінія Піфагора і Платона) і матеріалізм (лінія Демокрита і Епікура). Поряд з релігійністю наукових поглядів виникли й перші форми атеїзму. В античному світі виникають ідеї, які набули розвитку в наступні епохи. До них, наприклад, можна віднести ідею про матерію, її незнищенність і рух, атомізм і гіпотезу про геліоцентричну будову світу. При цьому перемогла Аристотелево-Птолемеївська геоцентрична система світобудови, що протрималася практично у незмінному вигляді до XVII століття.

Антична натурфілософія пройшла в своєму розвитку чотири етапи: іонійський, афінський, александрійський (період еллінізму) і римський.

I етап розвитку античної науки – **іонійський** – охоплює VI століття до н. е. У цей час давньогрецька цивілізація займала значну частину Середземномор'я, Малу Азію і чорноморське узбережжя. Там сформувалися міста-держави (поліси). У VI столітті до н. е. серед полісів вирізнявся Мілет – головне місто Іонійської колонії, розташоване на східному узбережжі Егейського моря.

Там зародилась перша в світі **Мілетська наукова школи**. Її засновником і першим представником грецької натурфілософії був **Фалес**. Займаючись торгівлею, він багато подорожував. Ознайомившись з досягненнями Єгипетської і Вавилонської шкіл математики та астрономії, Фалес, вже будучи зрілою людиною, залишив торгівлю і присвятив себе наукам, передусім астрономії та математиці. Будучи першим грецьким геометром він ввів у математику систему доказів. Твори вченого не збереглися, проте відомі його філософські погляди і наукові досягнення.

Фалес запропонував спосіб визначення відстані до корабля в морі, оснований на подібності трикутників, а також аналогічний спосіб визначення висоти єгипетських пірамід. Він вперше визначив, що бурштин, натертий матерією, притягує предмети, виявив притягання залізних ошурків деякими рудами. Фалес зумів передбачити сонячне затемнення в 585 році до н. е. в Іонії. Він також вважав, що Місяць світить не власним, а відбитим світлом. Вчений вказав на Малу Ведмедицю і інші сузір'я, важливі для мореплавання. Фалес вважав, що Земля – це острів, що пливе в океані води, і має форму циліндра, навколо якого обертаються три небесних сфери. Вода, за Фалесом, є початком усього суцього. З води утворювалися земля, повітря і живі істоти, і все потім перетворюється на воду.



Фалес Мілетський

(625–547 рр. до н. е.)

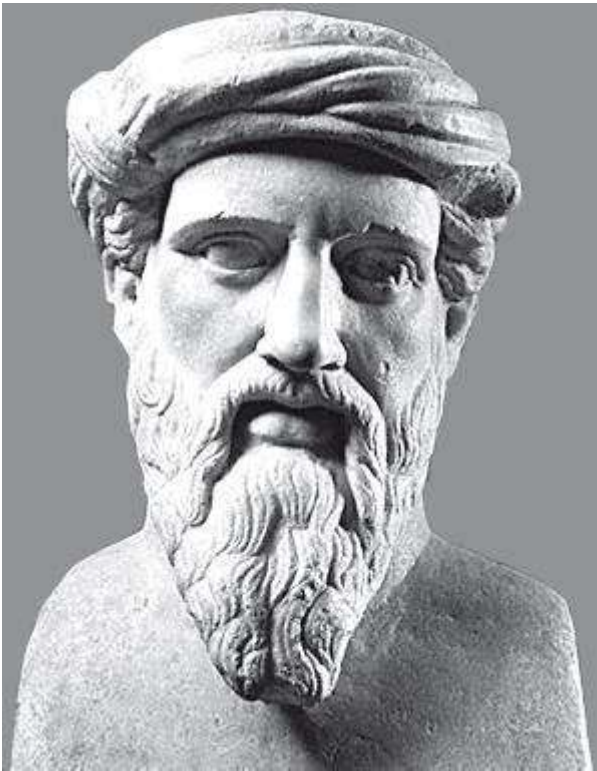
Давньогрецький філософ та математик. Заснував у Мілеті – центрі грецької Іонійської колонії в Малій Азії першу давньогрецьку науково-філософську школу. З неї починається історія європейської науки, а саме космогонії та космології, фізики, географії, метеорології, астрономії, біології та математики. Головне положення вчення Фалеса, що першоосновою всього є вода, дозволяє вважати його основоположником давньогрецької наукової думки, «батьком філософії». З ім'ям Фалеса пов'язані численні відкриття в астрономії та математиці.

У Фалеса було багато учнів. Серед них виділяється **Анаксимандр** (610–546 до н. е.) – автор першого в Греції наукового твору «**Про природу**». На відміну від Фалеса його учень вважав першоосновою не воду, а деяку туманну масу – «апейрон», з якої все відбулося. Анаксимандр вперше висловив ідею про збереження матерії. Він розглядав розвиток живого світу як еволюційний процес, зокрема вважав, що людина в результаті еволюції походить від риби. Космологічні ідеї Анаксимандра близькі до ідей Фалеса: Земля має форму плоского циліндра, навколо якого обертаються небесні кільця: сонячне, місячне і зоряне. Найважливішим досягненням Мілетської школи є висновок Анаксимандра, згідно з яким Земля ні на що не спирається в світовому просторі. Крім того, вчений винайшов квадрант – інструмент, що сприяв розвитку астрономії і методів навігації, створив першу географічну мапу у вигляді мідної дошки з нанесеними на неї обрисами материків, островів і річок, виготовив перший сонячний годинник.

Учнем Анаксимандра був **Анаксимен** (585–524 до н. е.). За його вченням, усе суще походить від повітря і повертається до повітря. Повітря нескінченне і вічне. Згущуючись, воно утворює хмари, воду і землю. Людська душа також складається з повітря. Розріджуючись, повітря перетворюється на вогонь. У той час як Анаксимандр признавав, що зірки розташовані ближче за планети, Анаксимен вважав, що зірки знаходяться

далі, складаються з вогню, але ми не відчуваємо його тепла через велику віддаленість від зірок.

Піфагор відомий перш за все у зв'язку з теоремою, що має його ім'я. Швидше за все, ця теорема раніше була відома в Китаї і Вавилоні, але її доведення належить Піфагору. Піфагор підтримував ідею про переселення душ – «метемпсихоз». Він стверджував, що пам'ятає три переселення своєї душі за період 206 років, а також факти з попередніх життів. Піфагор вважав, що людська душа, ув'язнена в тілі, шляхом аскетички і самовдосконалення підноситься до Бога. Піфагору належать заповіді: «Роби лише те, що згодом не засмутить тебе і не примусить каятися»; «Не закривай очі, коли хочеться спати, не розібравшись у своїх вчинках за минулий день»; «Привчайтеся жити просто, без розкоші». Піфагор вважав, що немає більшого злочину, ніж анархія і хаос. Піфагореїзм як течія в античній науці проіснував у формі неопіфагореїзму до III століття. Піфагорейцям також належить думка про кулясту форму Землі.



Піфагор

(бл. 580 – бл. 500 рр. до н. е.)

Народився на острові Самос біля берегів Малої Азії. У юному віці він залишив батьківщину і вирушив подорожувати до Єгипту. Там він потрапив у полон до персів, і його відвезли до Вавилону, де він у халдейських мудреців вивчав математику та астрономію. Близько 530 до н. е. Піфагор створив у грецькій колонії Кротон, розташований в Південній Італії, філософську школу, яка, по суті, була аристократичним союзом, що мав на меті моральне перетворення життя. Потрапити до цієї школи було дуже складно, серед випробувань, які проходили кандидати,

була обітниця п'ятирічної мовчанки. Школа Піфагора започаткувала ідеалістичний напрямок в античній науці. Піфагорійці вважали що світ, складається з п'яти елементів (стихій) – землі, повітря, вогню, води та ефіру. Вчення Піфагора було прийнято Парменідом та Зеноном і розвинене у найбільш логічній формі Платоном. На початку V століття до н. е. після невдалого виступу на політичній арені піфагорійців було вигнано з Італії та їх союз припинив своє існування.

Геракліт (544–483 до н. е.) – уродженець Ефеса в Малій Азії, був аристократом за походженням. Його твір «Про природу» дійшов до нас в уривках. Першоосновою всього сущого Геракліт вважав вогонь. З вогню відбулися світ у цілому, всі речі і навіть людські душі. Під вогнем вчений розумів не просто полум'я, але вічно існуючий Космос, який не створений Богом, а існує завжди. Речі виникають з вогню не довільно, а відповідно до необхідності, яку Геракліт назвав «логосом». Життя природи – безперервний рух вогню. «На вогонь обмінюється все, і вогонь – на все, як товари на золото і золото на товари». За Гераклітом, немає нічого незмінного. Він говорив: «В одну і ту саму річку не можна увійти двічі». Вчений вважав будь-яке знання відносним, таким, що потребує додаткового визначення. Йому належить висловлений у зв'язку з цим афоризм: «Морська вода – найчистіша і найбрудніша: вона придатна для пиття і цілюща риbam, однак людям для пиття непридатна і шкідлива». Геракліт вважав, що в основі пізнання лежать відчуття, але тільки мислення приводить до мудрості. Він був прихильником встановлення жорсткого державного законодавства і говорив, що «свавілля слід гасити швидше за пожежу», а «люди повинні боронити закон, як стіни рідного міста».

Емпедокл (490–430 до н. е.) із сицилійського міста Агрігента вважав, що все у світі складається з поєднань чотирьох елементів (стихій): землі, води, повітря і вогню. Джерелом розвитку вчений вважав протилежні сили: «Любов і ворожнечу», які з'єднують матеріальні елементи. Любов і ворожнеча, за Емпедоклом механічно діють на стихії, безперервно змішують їх і знову відокремлюють. Історичне значення має висловлена ним вперше здогадка про закономірності еволюції живих істот у результаті природного відбору. Ця гіпотеза наведена Емпедоклом в його філософській поемі «**Про природу**». Цікаво відзначити, що Емпедокл цінував заняття філософією вище за володіння владою і відкинув царську корону, запропоновану йому сицилійцями.

Одним з найвидатніших представників іонійської школи був **Анаксагор** (бл. 500–428 до н. е.). У 45-річному віці він переселився до Афін, захоплений інтелектуальним життям, яке панувало в місті. Там вчений близько зійшовся з основоположником афінської демократії полководцем Периклом і першим став викладати філософські ідеї в загальнодоступній формі. Так Анаксагор став засновником афінської школи натурфілософії. Його учнями стали сам Перикл, Фукідід, Архелай, Евріпід і Сократ. Матерія,

вважав Анаксагор, складається з незліченної множини малих первинних частинок – гомемерій, які не виникають і не можуть руйнуватися і переходити один в одного. Світ створений з первинно нерухомих гомемерій матеріально мислимим початком – розумом. Анаксагор першим висунув припущення про те, що Сонце – не бог, а розпечений величезний камінь. Звинувачений в образі богів Анаксагор був засуджений до смертної кари, і тільки авторитет і красномовство Перикла врятувало його – страту замінили вигнанням.

Наступним етапом розвитку античної науки став Афінський, що охоплює 480–330 роки до н. е. Його початок пов'язаний з відбиттям перської навали, а закінчення – із завоюванням Греції Македонією. В цей час підносяться Афіни, які відіграли вирішальну роль у перемозі над персами. В Афінах остаточно окреслилися дві лінії античної філософії. Першу з них представляє велика трійця античних філософів: Сократ, Платон і Аристотель. Другу – атомісти Левкіпп і Демокрит.

Визначним моментом в античній філософії стала діяльність послідовника Анаксагора – **Сократа** (бл. 469–399 до н. е.). Вчення цього давньогрецького філософа знаменує поворот у філософії від розгляду природи і світу до розгляду людини. Філософські погляди Сократа мали істотний вплив на розвиток науки. Ототожнюючи позитивні якості людини з її знаннями, він звернув увагу філософів на значення людської особистості.

Життя Сократа пройшло в бесідах і критиці. В молодості він прославився як хоробрий воїн. Вчений нічого не писав, і його філософські погляди дійшли до нас у формі бесід, діалогів, переданих учнями – Ксенофонтом і Платоном. Сократ вважав будову світу непізнаваною. Пізнати можна тільки самого себе. Вчений критикував афінську демократію і вважав її головним недоліком – некомпетентність посадових осіб, які обиралися за жеребом.

Сократ був страчений за вироком суду. Звинувачення містило три пункти: безбожництво, введення нових божеств (мався на увазі його «внутрішній голос», «демон Сократа») і розбещення юнацтва. Вирок він привів у виконання сам, випивши келих з отрутою.

Найвизначнішим учнем і послідовником Сократа став **Платон** (428–347 до н. е.). Будучи вихідцем зі знатної аристократичної сім'ї, він змолоду потрапив під філософський вплив Сократа. У своїй філософії Платон спирався також на вчення піфагорійців, а також Парменіда і Геракліта.

Вчений викладав свої погляди у формі філософських діалогів. Відомо близько тридцяти таких творів, серед яких «Софіст», «Парменід», «Держава» та ін.

Платон заклав основи ідеалізму, висунувши теорію існування безтілесних форм речей, так званих «видів» або «ідей». Саме вони є вічними і є буттям, а матерія і простір, за Платоном, – небуття. Чуттєвий світ при цьому займає деяке проміжне положення між буттям і небуттям, оскільки почуття минуці, залежать від простору і часу. Джерелом пізнання служать спогади безсмертної душі про світ ідей, який споглядається душею до вселення в смертне тіло, тоді як душа є безсмертною. Абсолютними цінностями є істина, чеснота і краса. Платон наводив докази на користь цих цінностей на основі знань, отриманих у математиці і астрономії. Вчений брав погляди Піфагора на значення чисел і ідеальних пропорцій. Він надавав божественного значення зіркам, Сонцю, Місяцю й планетам. Упродовж сорока років Платон викладав своє вчення у створеній ним Академії. Він був прекрасним оратором, і це значною мірою сприяло успіху його школи. Викладання в Академії не припинилося і після смерті філософа – вона проіснувала майже 1000 років і була закрита імператором Юстиніаном в 525 році.

Платон також займався винахідницькою діяльністю. Зокрема, він побудував оригінальний будильник, застосувавши принцип реле. Принцип його дії був таким. Вода стікала по краплях, наповнюючи посудину. Коли вона доходила до певного рівня, то з силою проривалася в іншу посудину. Витісне з неї повітря проходило по трубі в статую флейтиста, яка видавала при цьому досить гучний звук.

Світогляд Платона істотно вплинув на становлення і розвиток природничих наук. Платонівське поняття Космосу було класичним в античній науці. За Платоном, Космос з'явився в результаті акту творення. Космос має сім небесних кіл, відповідних відомим тоді п'яти планетам, Сонцю і Місяцю, які рухаються навколо кулястої Землі.

Найвідомішим учнем Платона і в той же час критиком його вчення є **Аристотель** (384–322 до н. е.). Творчий геній Аристотеля поєднувався з великим даром організатора науки, дозволивши їм звести розрізнені відомості, великий науковий матеріал, що накопичився на той час, в єдине ціле, в струнку наукову систему. Твори Аристотеля, що дійшли до нас, являють собою енциклопедію наукових знань античності, що включає математику та природничі науки (фізику, механіку, астрономію, біологію), а також гуманітарні науки (психологію, історію, економіку та філософію).

Система знань, зібраних і систематизованих Аристотелем, служила майже дві тисячі років кістяком, каркасом науки.

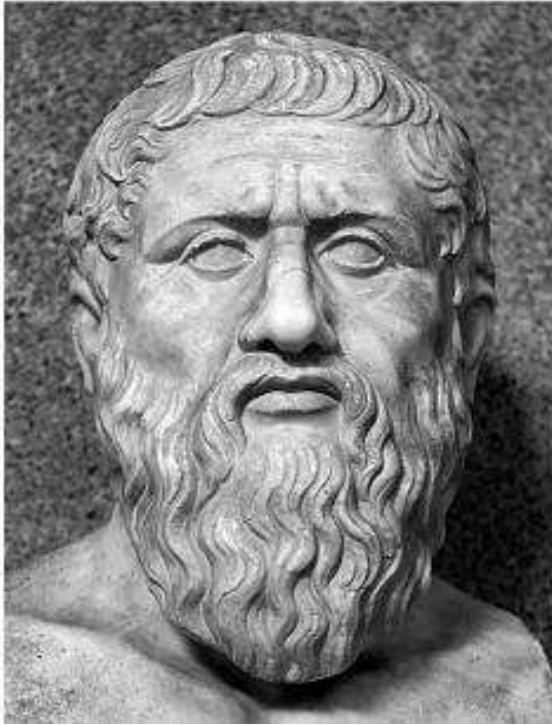


Рис. 2.1. Бюст Платона
в музею Ватикану

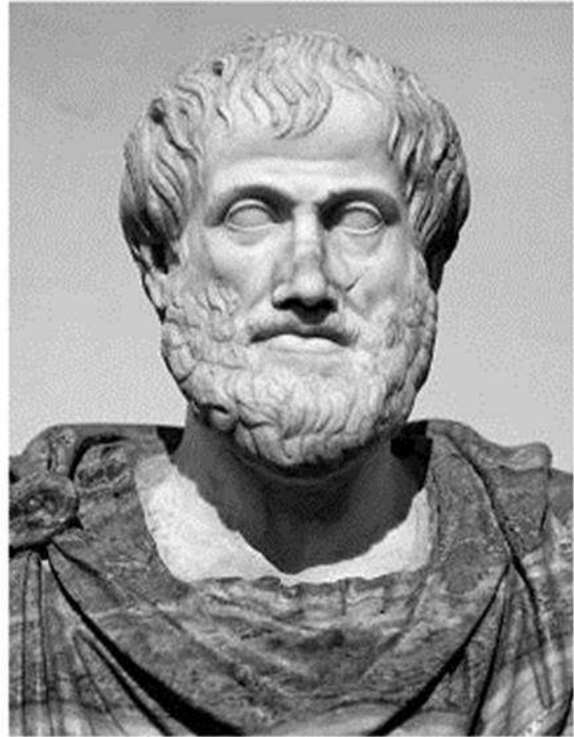


Рис. 2.2. Бюст Аристотеля.
Мармурова римська копія з
бронзового грецького оригіналу

Зі спадщини Аристотеля збереглися трактати, що являють собою конспекти його лекцій, написані в оповідній формі. З точки зору природознавства становлять інтерес трактати **«Фізика»**, **«Про небо»**, **«Про виникнення і знищення»**, **«Метеорологія»**, а також написані у формі питань і відповідей **«Проблеми»** і **«Механіка»**. Твори Аристотеля у формі діалогів не збереглися, і ми знаємо про них лише з переказів.

За Аристотелем, фізика є ключем до розуміння світу, проте в поняття «фізика» він вкладав дещо інший сенс, ніж ми вкладаємо сьогодні. У його «Фізиці» немає математичних формул, приладів і експериментів. Під фізикою вчений розумів природу, поведінку тіл у природному стані, і в своїх дослідженнях він намагався відшукати «природу», природний характер речей. Матерія, як вважав Аристотель, це вихідний субстрат кожної речі. Вона складається з чотирьох стихій: землі, вогню, повітря і води. До неї додається і п'ята – ефір. Перші чотири стихії переходять одна в іншу, утворюють речовини, а ефір – вічний і незмінний. Світ, на думку Аристотеля, неоднорідний. У підмісячному світі речі виникають, руйнуються і зникають. Надмісячний світ небесних сфер – вічний, незмінний і непорушний.

Основою фізичних уявлень Аристотеля є вчення про рух і простір. При цьому рух Аристотель розумів як будь-яку кількісну або якісну зміну, надаючи йому широкий сенс. Механічний рух, тобто зміну положення тіл, Аристотель визначав як частковий, локальний рух. Ці локальні рухи він поділяв на природні і насильницькі. Природні рухи бувають прямолінійними (наприклад, падіння тіл) і круговими (обертання зірок) і не вимагають ніякої сили. Регулярність і вічність кругового руху обумовлена першодвигуном, що передав цей рух сферам, до яких прикріплені зірки. Центр обертання знаходиться в центрі Землі.

Грунтуючись на побутових повсякденних спостереженнях, Аристотель вважав, що для підтримки рівномірного прямолінійного руху тіла до нього необхідно постійно докладати сили. Це уявлення Аристотеля про насильницький рух лежить в основі античної динаміки. При цьому швидкість руху обернено пропорційна опору середовища. При відсутності зовнішньої сили, відповідно до Аристотеля, тіло рухатися не може. До того ж рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, яке не підтримується силами, Аристотель пояснює властивостями повітря. Він, нібито, підштовхує тіло в русі, як вітрило за вітром, прагнучи зайняти місце, що звільняється тілом під час руху. Таким чином, за відсутності опору середовища (рух в порожнечі), з одного боку, при дії сили тіло повинно мати необмежену швидкість, а при її відсутності рухатися не може. Це суперечило повсякденним уявленням, тому Аристотель прийшов до висновку про неможливість існування порожнечі в природі. За висновком Аристотеля, «природа не терпить порожнечі», весь простір заповнений матерією. Властивості простору залежать від властивостей тіл, що рухаються в ньому. За Аристотелем, немає і часу, що існує незалежно від руху і подій, що відбуваються.

Наслідком уявлень Аристотеля про рух є також висновок про пропорційність швидкості падіння тіл вазі тіла в даному середовищі. Поступове збільшення швидкості при падінні Аристотель пояснював збільшенням ваги при наближенні тіла до місця, обумовленого його природою.

Таким чином, через помилки Аристотеля, в механіці утвердилися абсолютно неймовірні уявлення про причини механічного руху. Що стосується іншого розділу механіки – статички, то тут внесок вченого є істотнішим. Саме він створив такий науковий напрям, як кінематична статика, що згодом виріс в аналітичну статику. Він сформулював правило складання переміщень (для окремого випадку перпендикулярності переміщень) і, грунтуючись на співвідношенні швидкостей точок

механізмів, отримав правила рівноваги важеля, блоків і ваг. Вчений з точки зору кінематики описав дію найпростіших механізмів. Найбільш повно це вчення Аристотеля викладено у праці «**Механічні проблеми**», яке йому зазвичай і приписується. Згодом зі вчення Аристотеля виросло «золоте правило механіки», а потім і принцип віртуальних переміщень.

В астрономії зусиллями Аристотеля остаточно утвердилася геоцентрична система будови світу. Католицька церква, яка була спочатку вороже налаштована до вченого, з XIII століття визнала його найбільшим авторитетом з усіх питань, окрім догматів релігії. Незважаючи на величезні заслуги Аристотеля, його уявлення про причини руху і відмова від спеціально поставлених експериментів завдали розвитку науки величезної шкоди, оскільки її розвиток був зупинений на дві тисячі років. Хоча філософи вважають Аристотеля «засновником істинного природознавства», він жодним чином не вважається таким у фізиків і механіків.

Проте Аристотель зробив великий внесок у розвиток науки та її методології. Він вчив, що докази не тільки встановлюють справедливість тих чи інших фактів, але виявляють сутність цих фактів і розкривають логічні зв'язки між ними. Заслугою Аристотеля в галузі природознавства є також його внесок у біологію, який вважається навіть більшим, ніж у фізику. Він зібрав і класифікував величезний матеріал з анатомії тварин. У біології Аристотель керувався ідеєю прагнення всього в природі до досконалості. Він визначив життя як здатність до самозабезпечення, до незалежного росту і розпаду. Разом з тим Аристотель відкидав ідею еволюції і вважав, що всі види тварин і рослин незмінні.

Визначним досягненням Аристотеля є створення ним формальної логіки. Основою для логіки стала ідея класифікації, яка проходить через усі праці Аристотеля. На основі формальної логіки Аристотеля згодом виникла математична логіка.

Учень Платона Аристотель однак відкидав низку принципових позицій у світогляді свого вчителя. Він вважав матеріальний світ реально існуючим, істинним буттям володіють конкретні речі, а не платоновські «ідеї».

Другим напрямком античної філософії стала **атомістика**. Одним з її основоположників є грецький філософ-матеріаліст *Левкпп* (бл. 500–440 до н. е.). Цей вчений одночасно з Емпедоклом і Анаксагором висунув ідею множинності елементів існуючого. Дотримуючись ідеї Парменіда про незмінність і якісну однорідність сущого, для пояснення різноманітності предметів він стверджує існування відносного небуття, тобто наявність

порожнечі, що розділяє все суще на безліч елементів. Властивості цих елементів залежать від обмежуючого їх порожнього простору, вони розрізняються за величиною, фігурою, рухом, але всі елементи мисляться як однорідні, безперервні, і тому неподільні. Як і філософи іонійської школи, Левкіпп вважав рух внутрішньо притаманним атомам. На жаль, ніяких робіт, які можна з упевненістю вважати його творами, не зберіглося.

Більш струнку теорію атомістичної будови матерії, що мала величезний вплив на розвиток природних наук, висунув і розвинув **Демокрит** (460–370 до н. е.). Він народився у Фракії на березі Егейського моря в місті Абдери в родині заможного торговця і рабовласника. Демокрит багато подорожував, побував в Месопотамії, Єгипті, Індії, в Афінах зустрічався з Сократом. Він був слухачем визначних грецьких філософів Левкіппа і Анаксагора, у яких вивчив філософію мілетської школи. Демокрит також був добре знайомий зі вченням софістів, навіть вів полеміку з його творцями.

Праці Демокрита до нас не дійшли, але їхній зміст розкривається у творах інших авторів, які викладають суть його поглядів, у тому числі вчення про **атоми** (*atomoi* – неподільні). Атоми різні за розмірами і формою і недоступні для людського сприйняття. Вони знаходяться в безперервному русі, і з їх поєднань утворюються всі предмети. Згідно з Демокритом, атоми, які складають матеріальну основу Всесвіту, є вічними, так само вічним є і Всесвіт, що складається з атомів і порожнечі. Демокрит вважав Всесвіт не тільки вічним, але і нескінченним в просторі.

Нічого не існує, крім атомів і порожнечі; уявлення про все інше є лише припущенням. Атоми являють собою абсолютно щільні, неподільні частинки, які мають вагу, форму і величину. Число атомів і число їх нескінченних форм також є нескінченним. Таким чином, Демокрит поклав початок матеріалізму у філософії на противагу ідеалізму Піфагора і Платона. Він заперечував випадковість подій, розглядав її як результат незнання. Джерелом пізнання Демокрит вважав чуттєве сприйняття, пояснюючи його витоком від досліджуваних об'єктів тонких оболонок – «ідолів», що впливають на органи чуття. Це сприйняття відбувається на низькому «темному» рівні. «Світлий» же рівень забезпечується тільки розумом, який веде до пізнання сутності Світу, що складається з атомів і порожнечі.

Демокрит визнавав існування душі у людини, яка складається з найдрібніших атомів. Поряд з філософією, Демокрит розробляв і питання математики, фізики, філософії, психології, медицини, мистецтва, етики.

Архіт Тарентський

(бл. 428–365 до н. е.)

Давньогрецький філософ, математик і астроном, одночасно був видатним державним діячем і полководцем. Архіт сім разів обирався стратегом Тарента, встановив демократичну конституцію. Архіт був послідовником піфагорійської школи і став одним з найвизначніших представників стародавнього піфагореїзму. Архіт відомий своєю дружбою з Платоном. Саме він у 361 до н. е. врятував вченого від розправи сицилійського тирана Діонісія II.



З інших вчених Афінського етапу можна виділити **Архіта Тарентського**. Йому належить вирішення задачі подвоєння куба, основане на побудові перетину декількох поверхонь обертання.

Характерною рисою античної механіки є роз'єднаність вчення про рух – кінематики і вчення про рівновагу – статики. Статика була безпосередньо пов'язана з запитами практики, її основними проблемами були розрахунок виграшу в силі при використанні простих механізмів і висновок умов рівноваги при плаванні тіл і зважуванні. Основою античної статики служив **«принцип важеля»**. Встановлення перших принципів механіки приписується Архіту. Він також розробляв теорію блоку і поліспасти. Вчений з Тарента перший упорядкував механіку, приклавши до неї математичні основи, і перший звів рух механізмів до геометричного креслення. Уривки з його праць **«Про математичні науки»** та **«Бесіди»** цитуються в творах Аристотеля та інших античних авторів. Вчений розв'язав багато геометричних задач, зокрема відому задачу подвоєння куба. Архіт був також відомим винахідником блока і гвинта. Є відомості, що він розробляв автоматичний летальний апарат, який імітував політ голуба. Корпус пристрою був циліндричної форми, виготовленим із дерева, порожнім всередині. З боків розташовувалось два великих та два маленьких крила. Автомат працював на паровій тязі.



Євдокс Кнідський (бл. 408 – бл. 355 рр. до н. е.)

Давньогрецький математик, механік та астроном. Народився у Кніді, на південному заході Малої Азії. Навчався медицині у Філістіона в Сицилії, потім математиці в Архіта в Таренті, далі в школі Платона в Афінах. Близько року вчений провів у Єгипті, вивчав астрономію у Геліополі. Пізніше Євдокс переселився до міста Кизик на Мармуровому морі, заснував власну математико-астрономічну школу, читав лекції з філософії, астрономії та метеорології. Тут ним було побудовано обсерваторію, у якій уперше в Греції велися систематичні спостереження за небом. Завдяки цьому школа Євдокса

випустила перший у Греції зірковий каталог. Євдокса можна вважати творцем античної теоретичної астрономії як самостійної науки. Великий внесок вчений зробив у розвиток математики, він розробив метод вичерпування, який потім перетворився на обчислення визначеного інтеграла.

Близько 368 року до н. е. Євдокс разом із частиною учнів повернувся до Афін. Помер він на 53-му році життя у рідному Кніді, оточений славою та пошаною.

Серед учнів Архіта був **Євдокс Кнідський**, який є одним з основоположників інтегрального числення і теоретичної астрономії. Використовуючи ідею мізерно малої величини, він розробив для визначення площі криволінійних фігур і об'єму тіл обертання метод вичерпання – предтечу визначеного інтеграла.

2.2. Розквіт античної науки

Подальший розвиток науки пов'язаний з загибеллю Перської імперії і завоюваннями Александра Македонського. Після смерті Александра Великого його величезна імперія розпалася і на її місці утворився цілий ряд еллінізованих держав. Найбільш багатою з цих держав був Єгипет і найважливішим науковим центром елліністичного світу стає нова столиця Єгипту – Александрія, заснована Александром в 332 році до н. е. Саме там наступник Александра Великого, засновник династії царів Єгипту, **Птолемей I Сотер** вперше реалізував державну організацію та фінансування науки. На початку III століття до н. е. в Александрії був

організований **Мусейон** (Будинок Муз) – перша в світі науково-дослідна установа. При ньому в роки правління **Птолемея II Філадельфа** були створені лабораторії, де можна було проводити експерименти, зоологічний сад з найрізноманітнішими тваринами, ботанічний сад з рослинами, привезеними з різних країн. І найголовніше, при Мусейоні була організована знаменита **Александрійська бібліотека**, зразком для якої послужили збори книг при школах Платона та Аристотеля. У світі не було такого цінного твору, оригінал або копія якого не зберігалися б в Александрійській бібліотеці. За різними оцінками чисельність книг в ній складала до 700 тисяч екземплярів. Сотні грамотних рабів щодня трудилися над переписуванням сувоїв. Для роботи вченим в Мусейоні були створені всі умови. Саме тому там працювали найвидатніші вчені, серед яких можна виділити, перш за все, імена Евкліда, Епікура й Архімеда. Так почався **Александрійський етап** (приблизно 330 рік – I століття до н. е.), що став самим плідним у розвитку античної науки. Його ще називають елліністичним етапом.

Вчені Александрії об'єднали стародавні знання вавилонських та єгипетських математиків у галузі обчислень із науковими моделями еллінів. Значно просунулися плоска і сферична тригонометрія, статика і гідростатика, оптика, музика та ін. Великий внесок елліністична доба зробила в розвиток писемності яка входить в звичайне повсякденне життя античного світу.

До Александрійського етапу належить і спроба створення геліоцентричної системи світу. Піфагорієць **Аристарх Самоський** (310–230 до н. е.), який працював в Александрії, висунув гіпотезу про обертання кулястої Землі навколо Сонця. Але ця гіпотеза залишилася без уваги.

Також в Александрії жив і працював основоположник пневматики **Ктесібій** (285–222 до н. е.). Він займався пневматичними і гідравлічними пристроями, винайшов двоциліндровий пожежний насос, водяний годинник, водяний орган (гідравлос). Ктесібій створив першу пневматичну зброю – аеротрон, в якому снаряд виштовхується стиснутим повітрям. Таким чином, він першим застосував кінематичну пару циліндр – поршень. Вчений також написав перші наукові трактати про пружну силу стисненого повітря і її використання, проте жодна з його робіт не збереглася.

Найвидатнішим вченим не тільки Александрійського етапу, але і всього античного періоду був **Архімед**. Діяльність Архімеда докорінно змінила математику і механіку, тому його вважають найвеличнішим вченим античності. Він був також і найвеличнішим винахідником-

механіком. Він побудував безліч корисних машин для підймання і переміщення важких вантажів. Окрім цього, вчений створив гвинт для підняття води, йому належить і винахід черв'ячної передачі. Архімед також придумав спосіб визначення складів сплавів шляхом їх зважування у воді.

Архімед побудував **планетарій** або «**небесну сферу**», при русі якої можна було спостерігати рух п'яти планет, схід Сонця і Місяця, фази і затемнення Місяця, зникнення обох тіл за лінією горизонту. Займався проблемою визначення відстаней до планет; імовірно в основі його обчислень лежала система світу з центром в Землі, але планетами Меркурієм, Венерою і Марсом, що обертаються навколо Сонця, і разом ним – навколо Землі. Основою механічного глобуса Архімеда був звичайний зоряний глобус, на поверхню якого наносяться зірки, фігури сузір'їв, небесний екватор і екліптика – лінія перетину площини земної орбіти з небесною сферою. Уздовж екліптики розташовані 12 зодіакальних сузір'їв, через які рухається Сонце, проходячи одне сузір'я в місяць. Не виходять за межі зодіаку й інші небесні тіла – Місяць і планети. Глобус закріплюється на осі, спрямованій на полюс світу (полярну зірку), і занурюється до половини в кільце, на якому зображено горизонт. Повертаючи кулю на потрібні кути, можна було легко дізнатися про вигляд неба в будь-який час. Якесь частинка кулі ніколи не опинялася вище горизонту. У цій частині знаходилися сузір'я південної півкулі, невідомі вченим того часу. Сонце, Місяць і зірки на звичайному зоряному глобусі відсутні, їх неможливо зобразити, оскільки вони безперервно змінюють своє положення по відношенню до зірок. Архімед зробив так, щоб макети цих світил переміщувалися за допомогою спеціальних механізмів.



Рис. 2.3. Реконструкція планетарію Архімеда

Багато винаходів Архімеда використовувалися у військових цілях. Під час Другої Пунічної війни він очолював оборону Сиракуз, обложених римлянами. Вчений побудував для оборони міста металеві машини, що дозволяли метати великі стріли, а також камені вагою до 10 талантів (500 кг). Інші машини, як пише Плутарх, «захоплювали судна, піднімали їх в повітря і потім кормом занурювали у воду». Налякані цим римляни вдавалися до втечі. Ворота міста відкрила зрада, і при взятті Сиракуз штурмом Архімед був убитий.

З успіхами статистики пов'язано і зародження науки про міцність, перші знання про яку з'явилися ще у давнину. Зокрема в стародавньому Єгипті вже були відомі отримані емпіричним шляхом правила, без яких неможливо було зводити грандіозні споруди – піраміди, храми, обеліски та ін. Великий внесок у розвиток будівельного мистецтва зробили грецькі вчені. Вони розробили статистику, що лежить в основі опору матеріалів.

З I століття до н. е. Рим безмежно панує у всьому Середземномор'ї. Він стає найважливішим центром Європи, Північної Африки і Східної Азії. У розвитку науки настає **Римський етап розвитку античної науки** (середина I ст. до н. е. – V ст. н. е.). Елліністична наука почала активно проникати в Рим ще у II ст. до н. е. Рим стає центром наукової діяльності, хоча значення Александрії і Афін, як і раніше, залишається значним. Однак у I столітті н. е. вчені Александрії втратили державну матеріальну підтримку.

Найбільшим науковим центром залишалася Александрія. У цьому місті в I столітті н. е. працював видатний грецький математик і механік **Герон Александрійський** (подробіці його життя невідомі). Герон є найбільшим інженером-винахідником за всю історію людства і основоположником теплотехніки і автоматики. На його рахунок десятки винаходів, серед яких діоптр – прообраз сучасного теодоліта, одометр – пристрій для вимірювання протяжності доріг, скорострільний самозарядний арбалет та пожежний насос. Герон першим почав створювати програмовані пристрої за допомогою вала зі штирями і намотаною на нього мотузкою.

Герону Александрійському належить і перше використання теплової енергії. Його **Геронова куля – еоліпіл** (в перекладі з грецької куля Еола – бога вітрів) стала прообразом реактивної парової турбіни. Та внесок Герона у розвиток теплотехніки не обмежується еоліпілом, на його рахунок є й різні автоматичні пристрої, що працюють під дією тиску гарячого повітря або пари. Наприклад, пристрій для автоматичного відкривання дверей храму,

по суті є прообразом парових насосів Томаса Севері. Однак більшість винаходів Герона в силу слабого розвитку техніки в античному світі і відсутності потреби в складних машинах були відкинуті й забуті на тривалий термін. Розробка теплових машин була зупинена більш ніж на півтора тисячоліття. Багато автоматичних пристроїв Герона слугували для розваг або для відправлення релігійних культів.

Герон був розробником і наукових основ своїх винаходів. Він використовував досягнення попередників: Евкліда, Архімеда і Стратона з Лампсака. Учений займався геометрією, механікою, гідростатикою та оптикою. Збереглися основні його твори: «**Метрика**», «**Пневматика**», «**Автоматопоетика**», «**Механіка**» (твір повністю зберігся в арабському перекладі), «**Катоптрика**» (наука про дзеркала; зберіглася лише в латинському перекладі) та ін. У 1814 році було знайдено твір Герона «**Продіоптр**», в якому викладені правила земельної зйомки, що фактично ґрунтуються на використанні прямокутних координат. Однак багато книг Герона, які містилися в Александрійській бібліотеці, безповоротно втрачені.

Широкого розмаху набуло у римлян будівництво. Багато храмів, стадіонів, мостів, доріг та фортифікаційних споруд, побудованих ними, не тільки збереглися, а й досі використовуються. Про будівельні прийоми і матеріали, які застосовували в стародавньому Римі, ми знаємо з книги знаменитого римського архітектора Вітрувія. **Марк Полліон Вітрувій** жив в I столітті до н. е. в епоху імператора Августа та був найбільш знаним ученим й архітектором Римської імперії. Серед втілених проєктів Вітрувія найбільш значущими є базиліка у Фано і конструкція римського акведука. Його трактат «**Десять книг про архітектуру**» є єдиною збереженою античною роботою про архітектуру. Вона є джерелом наших знань про ті будівельні прийоми і правила, якими користувалися стародавні римляни. У книзі Вітрувія наведені також відомості про деякі типи споруд і будівельні матеріали, а також про підйомні механізми. Найбільшої популярності робота набула в епоху Ренесансу, і багато хто вважає, що з відкриття цієї роботи почалося італійське Відродження. В основі поглядів Вітрувія лежить уявлення про універсальне об'єктивне значення числових закономірностей і пропорційних відносин у споруді та Всесвіті і людини. Саме цими пропорціями і належить керуватися при спорудженні будівель і при побудові машин. Вітрувій створив систему пропорціонування, пізніше вона набула поширення в образотворчому мистецтві і архітектурі під назвою «**Вітрувіанська людина**».

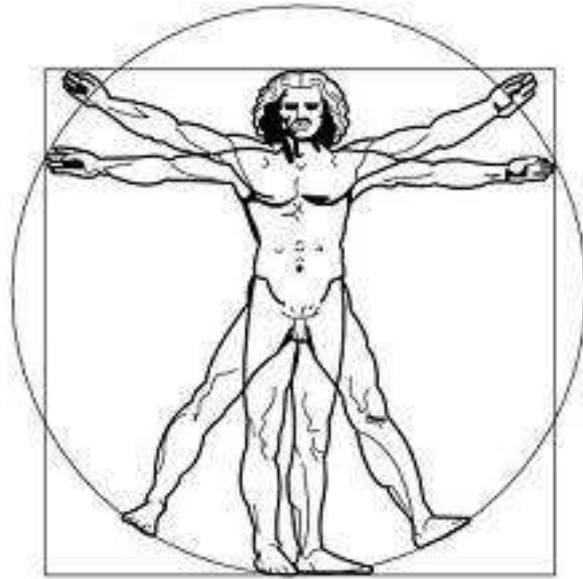


Рис. 2.4. Вітрувіанська людина. Малюнок виконаний Леонардо да Вінчі

Однак спроби істориків науки знайти роботи античних авторів, присвячені питанням міцності, залишилися безрезультатними. Порівняння римських споруд, зокрема арок, з більш пізніми говорить про те, що римляни ще не володіли знаннями про аналіз напруженого стану.

Величезний внесок у розвиток астрономії зробив старогрецький астроном, астролог, математик, оптик, теоретик музики і географ **Клавдій Птолемей** (бл. 87 – бл. 165). У період з 127 до 151 року він жив в Александрії, де проводив астрономічні спостереження. Основною його працею є трактат «**Велика побудова**», відомий під арабською назвою «**Альмагест**». У ньому Птолемей виклав зібрання астрономічних знань стародавньої Греції і Вавилону. Вчений сформулював складну геоцентричну модель світу з епіциклами, яка була прийнята і в західному, і в арабському світі. До створення геліоцентричної системи Миколи Коперника астрономічні обчислення проводилися за системою Птолемея. «Альмагест» також містив каталог зоряного неба. Він містив тільки ті зірки, які Птолемей міг бачити, перебуваючи в Александрії. Список з 48 сузір'їв не покривав повністю небесної сфери.

Після III століття н. е. александрійська школа проіснувала ще близько 100 років, але поширення християнства та часті смути в імперії різко знизили інтерес до науки. Великого удару розвитку візантійської науки було завдано релігією. Хоча в країні і зберігалися античні наукові традиції, але після того, як християнство стало державною релігією, наука там виявилася переслідуваною. Так в 391 році фанатики-християни, яких

патріарх Александрії закликав знищити язичницькі книги, спалили Александрійську бібліотеку, багато рукописів було безповоротно втрачено. Під тиском реакційного християнського духовенства закривалися не тільки язичницькі храми, а й школи, які існували при них. Мусейон також був розорений. На початку V століття останні з александрійських вчених були вбиті або вигнані. Їх керівник **Гіпатія** (між 350 і 370–415) – перша в світі жінка наука-математик, була роздерта релігійними фанатиками за намовою християнських попів.

Александрійські вчені, що залишилися живими, зібралися в Афінах, де працювали до 529 року, коли офіційним указом імператора Юстиніана їх діяльність була заборонена. Було закрито всі «язичницькі» школи, зокрема Академія Платона і Лікей Аристотеля, які проіснували тисячу років. Останні вчені переїхали до Сирії чи Ірану, де вони влаштувалися працювати в **Джунді-Шапур** – новий університет царя Хосрова. Саме від них уцілілі скарби античного знання здобули вчені Індії та ісламських країн.

Падіння Західної Римської імперії в V столітті призвело і до занепаду всієї античної науки. Хоча Східна Римська імперія – Візантія проіснувала ще 1000 років, там розвитку науки непоправної шкоди завдала християнська релігія. Християнство претендувало на роль монопольної ідеології і боролось з іншими релігіями і з іншими богами, переслідуючи будь-яке інакомислення. Так, наприклад, Біблія запозичила у Вавилоні давню картину

Гіпатія

(між 350 и 370–415)

Філософка-неоплатоністка, математик, астрономка та механік. Гіпатія здобула освіту під керівництвом свого батька Теона, який був одним з найбільших учених Александрії і керував власною школою при Мусейоні. Близько 400 року Гіпатія сама почала читати лекції у школі Теона. Викладала філософію Платона та Аристотеля, а також математику, а також займалася обчисленням астрономічних таблиць. Написала коментарі до творів Аполлонія Пергського та Діофанта Александрійського. З 405 року після смерті батька Гіпатія керувала його школою.



світу, згідно з якою Земля лежить посеред Океану і накрита, як шатром, сімома куполами неба. У центрі світу знаходиться Єрусалим, а на Сході, за Індією, розташований рай і там беруть початок чотири священні річки: Тигр, Євфрат, Інд і Ганг. Це ніяк не узгоджувалося з античною наукою. Зрештою, отці церкви погодилися прийняти систему Клавдія Птолемея і визнали, що наша планета має форму кулі, а рай перенесли за сьому птолемеївську сферу, в «житло блаженних». Однак із системою Коперника і відкриттями Галілея католицька церква погодилася тільки в кінці XX століття.

2.3. Загибель Західної Римської імперії та розвиток науки у Візантії

Падіння Західної Римської імперії призвело до занепаду економіки, торгівлі, ремесл, науки і мистецтва. Знання, накопичені античною наукою за тисячу років, були в Західній Європі забуті. Єдиними центрами освіченості там залишалися монастирі і церкви. Таким чином, в Середні віки протягом 1000 років в Європі спостерігається занепад науки і культури. Розвитку науки також перешкоджало те, що католицька церква узаконила геоцентричну систему будови світу і механіку Аристотеля, засновану на хибних припущеннях.

Спадкоємицею греко-римського світу й елліністичного Сходу стала Східна Римська імперія (Візантія). Вона ще упродовж тисячі років служила свого роду мостом між Сходом і Заходом і в галузях науки та культури була попереду інших країн середньовічної Європи. Візантія була багатонаціональною державою, в якій переважала грецька мова. У 425 році візантійським імператором Феодосієм II у Константинополі була заснована вища школа. Але під час правління імператора Фоки (602–610) вона припинила свою діяльність.

З VI століття в країні панувала православна християнська релігія. Імперія зберегла сильну імператорську владу і централізоване управління. На відміну від Західної Європи, де в ранньому середньовіччі міста занепадали, у Візантії вони, як і раніше, процвітали та були центрами не тільки мистецтв і ремесл, а й науки і освіти. Найбільш значущими центрами науки і культури стали Александрія, Афіни, Антіохія, Бейрут, Дамаск, Нікея, Салоніки і Трапезунд.

У II столітті н. е. почалося відродження грецької науки, однак наукові праці грецькою мовою писали в основному не греки, а сирійці. В галузі математики виділяються *Нікомах Гераський* і *Феодосій Тріполійський*.

В Середні віки розвиток механіки базувався на теорії **імпетусу** – «рушійної сили», джерелом якої є знаряддя, за допомогою якого тілу надається рух. У процесі руху імпетус витрачається, і тіло зупиняється. Основи цієї теорії заклав александрійський учений **Іоанн Філопон** (бл. 490–570). На перший погляд здається, що імпетус є аналогом кількості руху (імпульсу) тіла. Але насправді це величина не векторна, а скалярна, і теорія імпетусу є тільки спробою примирити Аристотелеве пояснення причин механічного руху з практикою. Подальшого розвитку ця теорія набула у працях Ібн Сіні і Аль-Біруні.

У розглянутий час починає розвиватися сирійська склепінчаста архітектура. Цей стиль широко розповсюджується в Римській імперії, з його застосуванням був збудований знаменитий собор Святої Софії в Константинополі і перебудований Пантеон в Римі. Саме від сирійських учених антична наука стає відомою арабам. Розквіт їх діяльності припав на VII–VIII століття, коли столиця Сирії – Дамаск була столицею всього Арабського халіфату. Приблизно в 750 році столиця халіфату була перенесена в Багдад, і більший вплив на розвиток арабської науки почали справляти іранські вчені.



Рис. 2.5. Собор Святої Софії в Константинополі.
Побудований в 523–527 роки

У IX столітті у Візантії починає відроджуватися вища освіта. У 855 році при правленні Барди – регента при малолітньому імператорі Михаїлі III було відроджено вищу школу, яку розмістили в Магнаврі – розкішному залі для церемоній у Великому Константинопольському палаці (звідси й назва – «Магнаврська школа»). Її ректором був обраний видатний вчений Лев Математик (бл. 790 – бл. 870). Він також став одним з основоположників алгебри. Саме візантійські учені почали застосовувати літерні символи замість цифр. Лев Математик прославився також як винахідник, він створив багато хитромудрих механізмів, які вражали іноземців. Це були рухливі статуї, механічні співочі птахи і т. п. А найцікавішим його винаходом є **світловий телеграф**.

Магнаврську школу часто називають найстарішим в Європі університетом. Хоча в стародавньому Римі були аналогічні навчальні заклади, але вони припинили своє існування. Константинопольський університет справив великий вплив на розвиток вищої освіти в Західній Європі. У ньому велася підготовка чиновників, дипломатів і воєначальників. Багато випускників ставали видатними діячами візантійської культури. Навчання в Константинопольському університеті проводилося грецькою і латинською мовами. Хоча згодом освіту було переведено на церковну основу, але поряд із богослов'ям студенти вивчали праці стародавніх вчених, зокрема Платона і Аристотеля. Для цього викладачі школи збирали старовинні книги, що зберігалися в монастирях. В результаті візантійці заново ознайомилися з працями античних вчених, у тому числі і з геометрією Евкліда, та дізналися про кулястість Землі. Поряд з граматиною, риторикою і філософією в Магнаврській школі також викладалися математика – арифметика, геометрія, музика і астрономія і природничі науки. Школа проіснувала до взяття турками Константинополя в 1453 році. На її місці за наказом султана Мехмета Завойовника був заснований Стамбульський університет.

Можна відзначити досягнення візантійської медицини, зокрема лікарі просунулися в розпізнаванні хвороб – діагностиці. У галузі хімії були досягнуті важливі практичні результати – налагоджено виробництво скла, кераміки, емалей і фарб. Був також винайдений «грецький вогонь» – аналог сучасного напалму, за допомогою якого спалювали ворожі кораблі. Візантійські купці і паломники здійснили багато важливих географічних спостережень.

З гуманітарних наук у Візантії найбільш були розвинені правознавство та історія. Найвидатнішим візантійським істориком був **Проконій Кесарійський** (між 490 і 507 – після 565), який жив за царювання Юстиніана і знаходився під його заступництвом. Найважливішою його працею є восьми томний твір «Історія воєн», присвячений кампаніям полководця Велізарія, в яких автор сам брав участь. Розвинені товарно-грошові відносини породили складну систему цивільного права і сприяли піднесенню юриспруденції.

В XI столітті прославився всебічно обдарований учений-енциклопедист **Михайло Пселл** (1018 – бл. 1078, або пізніше). Вчений, чернець, філософ і математик Пселл був наближеною особою до багатьох імператорів. Він одним з перших на противагу захопленню Аристотелем висунув вчення Платона, що посприяло розквіту платонізму в добу Відродження.

Михайло Пселл є автором двох історичних творів: **«Короткі історії царів старшого Риму, а також молодшого з виключенням тих царів, які не вчинили нічого вікопомного, що починається з Ромула»** і **«Хронографи»**. Останній твір охоплює правління чотирнадцяти імператорів і імператриць XI століття і представляє особливий інтерес, тому що Михайло Пселл більшу частину життя провів при імператорському дворі і був не лише очевидцем, але й безпосереднім учасником багатьох подій.

Таким чином, незважаючи на домінування християнської релігії, яка відкидала язичницьку давньогрецьку релігію, культуру і науку, Візантія все ж залишалася берегинею античної спадщини. Завдяки цьому до цивілізації долучилися багато народів, у тому числі і слов'янські. Слід зазначити, що творці слов'янського алфавіту Кирило і Мефодій навчалися в Константинопольському університеті. В останнє століття свого існування Візантія зіграла важливу роль у поширенні давньогрецької літератури в Італії в епоху раннього Ренесансу. Основним центром вивчення астрономії і математики на той час стала академія Трапезунда.

У 1453 році турки-османи штурмом оволоділи Константинополем, Візантія загинула. Що стосується мусульманського світу, то до XV століття він втратив свою інтелектуальну силу. Але до цього часу на порівняно високий інтелектуальний рівень піднялася Західна Європа, що пройшла шлях від краху Західної Римської імперії до початку Відродження.

2.4. Розвиток науки в Середньовіччі на Сході

VII–VIII століття стали періодом арабських завоювань. Величезні території в Азії (Близький Схід, Середня Азія, Кавказ, Північно-Західна Індія), Північна Африка, острови в Середземному морі, в тому числі Мальта, Родос і Крит, а також Піренейський півострів в Європі були захоплені арабами, що об'єдналися під прапором нової релігії – ісламу. На цій території був заснований величезний Арабський халіфат. Арабські завойовники довершили розгром античної науки і культури. Багато храмів і пам'ятників були зруйновані. У 642 році під час взяття Александрії мусульманським халіфом Омаром найбільша в світі бібліотека була повністю знищена.

Але остаточно винищити культурні та наукові традиції давніх цивілізацій завойовникам не вдалося. Збереглися не тільки деякі архітектурні, іригаційні та фортифікаційні споруди, а й праці античних і візантійських вчених. Потреби халіфату в розвитку військової техніки, будівництві мечетей та інших споруд, розвиток ремесл, землеробства і торгівлі змусили арабів повернутися до науки й освіти. Так вони звернулися до творів Евкліда, Платона, Аристотеля, Архімеда, Герона, Вітрувія, Птолемея та їх послідовників.

У Сирії, Ірані та інших місцях зберігалася грецька філософська і наукова традиція. Сирійською мовою були перекладені Аристотель та інші грецькі філософи. А справжній прорив в освоєнні грецької культури почався з царювання в Багдаді династії Аббасидів. Правління *Харуна аль Рашида* (763 або 766–809) ознаменувало собою початок першого всебічного елліністичного ренесансу в арабському світі. Араби засвоювали не тільки елліністичну культуру. Вони встановили важливі контакти з Іраном, Індією і Китаєм. Уже в кінці IX століття столиця Арабського халіфату Багдад став центром освіченості арабського світу. Тут був відкритий та знаходився під особливою опікою халіфа «**Будинок мудрості**». Велика група вчених, перекладачів і переписувачів займалася арабськими перекладами наукових трактатів з грецької і сирійської мов. На ранній стадії більша частина перекладів робилася християнами. Аль Рашид не тільки активно підтримував вчених, які вивчали грецьку мову і перекладали грецькі філософські та наукові праці, але також посилав людей на Захід для придбання грецьких манускриптів. Оскільки переважна більшість наукових праць писалася арабською мовою, науку Сходу прийнято називати арабською, хоча далеко не всі її представники були арабами. Важливою

заслугою вчених Сходу стало збереження наукової спадщини античного світу, проте арабські вчені також зробили видатний внесок в багато сфер знань.

Велика робота з перекладу античних праць і їх поширення привела до створення бібліотек, які зазвичай перебували при мечетях і медресе. Переклади нерідко супроводжувалися коментарями і доповнювалися новими результатами, отриманими авторами в результаті власних досліджень і роздумів. Халіфи і їх наближені часто виявлялися широко освіченими людьми, поціновувачами книг. У Багдаді, Каїрі, Дамаску, Реї, Гургандже (Ургенче), Бухарі, Газні, Самарканді та інших містах відкривалися не тільки публічні бібліотеки, а й будинки мудрості та навчальні заклади. Однією з головних заслуг вчених Сходу стало збереження наукової спадщини античного світу.

Історичний період із середини VIII до середини XIII століття часто називають **Мусульманським ренесансом**, на початку якого Арабський халіфат був найбільшою державою. У рамках халіфату склався загальномусульманський культурний простір, який продовжував існувати і після розпаду єдиної держави. У цей час розвинулися математика, астрономія, медицина, філософія, фізика, хімія та інші науки. Ісламська культура, що простягалася від Іспанії до Китаю, увібрала в себе досягнення вчених із різних національностей і віросповідань. Вона розвивала знання єгиптян, вавилонян, сирійців греків і римлян і досягла великих успіхів, які підготували ґрунт для епохи Відродження. IX–XI століття стали періодом найбільшого розквіту арабської науки.

Видатний математик **Мухаммад ібн Муса аль-Хорезмі** (бл. 780–847) на початку IX століття заклав основи алгебри. Про це можна дізнатися з глави 4.

Особливе місце в розвитку арабської науки займає **Абу Алі аль-Хасан Ібн Аль-Хайсам аль-Басрі** (965–1039). Його головна праця з оптики «**Скарб оптики**» у багатьох аспектах була проривом у цій науці. Ібн Аль-Хайсам домогся великого успіху у вивченні лінз, сферичних і параболічних дзеркал. Більш того, він був видатним представником експериментального підходу до вивчення оптичних явищ і зробив точний для свого часу аналіз будови і функціонування ока. Всупереч Аристотелю вчений стверджував, що промінь світла виходить від об'єкта, що спостерігається, а не з ока. Сьогодні Ібн Аль-Хайсам розглядається як найбільший фізик арабського світу. Він

сильно вплинув на західну науку, в тому числі на Роджера Бекона, Кеплера і Ньютона. Ібн Аль-Хайсам також написав коментарі до «Начал» Евкліда.

Варто згадати і діяльність цілої низки інших арабських вчених Середньовіччя.

Абу-р-Райхан Мухаммад ібн Ахмад аль-Біруні (973–1048) – видатний хорезмійський вчений-енциклопедист. Він володів майже всіма науками свого часу, коло його інтересів надзвичайно широке: математика, хронологія, географія, геологія, геодезія, астрономія, фізика, ботаніка, мінералогія, фармакологія, етнографія та історія. В астрономії Аль-Біруні поряд з геоцентричною системою визнавав геліоцентричну. Він також зробив внесок в розвиток математики. Так для розв'язання кубічних рівнянь вчений використовував метод спроб.

Абу Алі аль-Хусейн ібн Абдаллах ібн Сіна (980–1037) – представник східного аристотелізму – філософ, лікар, астроном, математик, відомий в Європі під ім'ям **Авіценна**. Першим в інструментах використовував ноніус. Ібн Сіна був вченим, який володів дослідницьким духом і прагненням до енциклопедичного охоплення всіх сучасних галузей знань. Проводячи експерименти він першим в інструментах використовував ноніус. Ібн Сіна відрізнявся феноменальною пам'яттю і гостротою думки. Написав 450 праць у 29 наукових галузях, 274 праці дійшли до нас. Ібн Сіна вважав, що хвороби викликаються найдрібнішими тваринами, невидимими оком. Він ввів поняття про клінічні дослідження та фармакологію. Твір вченого «**Канон лікарської науки**», який складається з п'яти книг, протягом століть був настільною книгою не тільки арабських, але й європейських лікарів і справив великий вплив на розвиток європейської медицини.

Омар Хайям (1048–1131) – астроном, математик, філософ і поет. В математиці знайшов графічний спосіб розв'язання рівняння третього ступеня. Учень Омара Хайяма **Аль-Хазіні**, діяльність якого розгорталася між 1115 і 1121 роками, написав чудовий трактат з фізики, в який увійшли таблиці питомих ваг твердих і рідких тіл, описи дослідів по зважуванню повітря, спостереження явища капілярності, опис застосування ареометра для вимірювання густини рідини.

Улугбек Мухаммед Тарагай (1394–1449) – узбецький астроном та математик, один з найвидатніших мислителів і просвітителів Середньовіччя. Будучи онуком Тамерлана, став правителем величезної імперії Тимуридів, що включала сучасний Іран, Кавказ, Месопотамію, Афганістан, більшу частину Середньої Азії, а також частини сучасного

Пакистану, Сирії. Основним інтересом вченого була астрономія. У 1428 році Улугбек побудував в Самарканді обсерваторію. Головним її інструментом був грандіозний кутомір – секстант (або квадрант), орієнтований точно з півночі на південь. Радіус секстанта був 40,2 м, а його дуга дозволяла спостерігати небо в діапазоні від 20° до 80° , тобто становила шосту частину окружності. Завдяки величезним розмірам кожному градусу приладу відповідає інтервал в 70 см. За допомогою секстанта проводилися вимірювання висоти небесних світил над горизонтом при проходженні їх через небесний меридіан. Азимутальні спостереження могли проводитися на горизонтальному колі на даху будівлі. В обсерваторії були і інші інструменти, які не збереглися. Розташовувалася обсерваторія в триповерховій циліндричній будівлі діаметром 46,4 м, висотою 30,4 м і з підвалом глибиною 12 м.

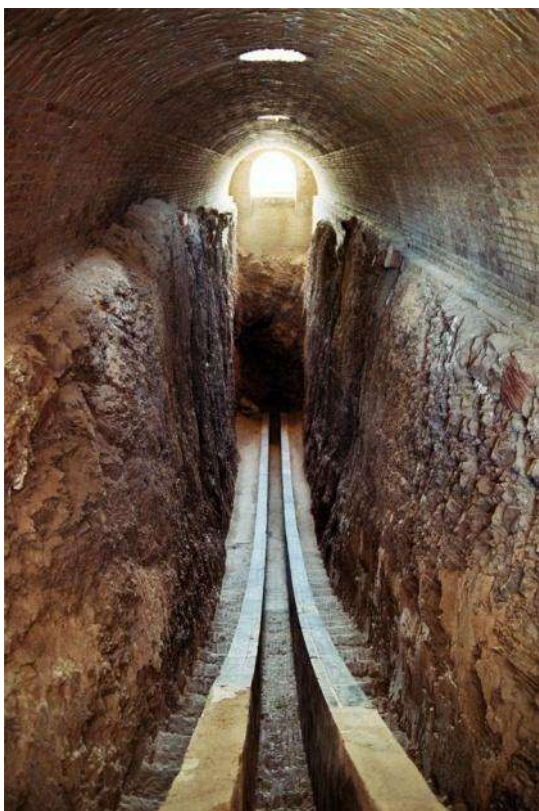


Рис. 2.6. Залишки обсерваторії Улугбека в Самарканді



Рис. 2.7. Пам'ятник Улугбеку у Самарканді

В обсерваторії Улугбека працювали такі великі астрономи, як *Казі-заде ар-Румі, ал-Каші і ал-Кушчі*. Тут до 1437 року був складений **Гурганський зідж** – каталог зоряного неба, в якому були описані 1018 зірок. Цей каталог був найточнішим у світі до винаходу телескопа. У тому ж 1437 році Улугбек визначив довжину астрономічного року – 365 днів, 6 годин, 10 хвилин, 8 секунд. Похибка склала + 58 секунд.

Наукова та просвітницька діяльність Улугбека викликала невдоволення мусульманського духовенства і реакційних феодалів, що звинувачували його в єресі й організували проти нього змову. Улугбек був підступно вбитий, а його обсерваторія по-варварськи зруйнована. Після вбивства Улугбека керівник Самаркандської обсерваторії **Алауддін Абуль-Касім Алі ібн Мухаммад аль-Кушчі** (1403–1474) переїжджає до Константинополя, встановлюючи зв'язок із візантійськими вченими. Інші самаркандські вчені потрапляють до Індії, де потім традиції їхньої школи розвивалися протягом кількох століть. Таким чином, збереження античних знань та передача їх разом із досягненнями індійських учених до європейських наук, що відроджуються, стало найважливішою історичною заслугою математиків ісламських країн.

Майже у всіх галузях наукового дослідження в Середні віки – астрономії, математиці, медицині та оптиці – арабські вчені займали провідні позиції. Протягом більш ніж шести століть араби в технічному і науковому відношенні перевершували Захід. Тож виникають питання. Чому зупинився розвиток арабської філософії і науки? Як можна пояснити занепад арабської науки після XIV століття? Чому арабська наука не стала джерелом сучасної науки? Чому наукова революція відбулася в XVI–XVII століттях в Європі, а не в арабському ісламському світі?

На перший погляд може здатися, що однією з причин застою і занепаду східної науки в XV столітті була арабська спроба «ісламізації» грецької науки. Майже без винятку всі вищезгадані арабські філософи заробляли собі на життя як лікарі, правники, або державні службовці. Хоча всі вони були мусульманами, але засновували свою діяльність на грецькій філософії і науці і не намагалися «ісламізувати» її проблеми і результати. З цим мирилися, але в той же час ці вчені все більше ставали об'єктами критики з боку релігійних кіл. У XII–XIII століттях зріс тиск з боку специфічних ісламських наук. Так звані «іноземні» науки могли розраховувати на підтримку лише тоді, коли вони були обґрунтовані релігійно або, скажімо, виконували певну релігійну функцію (астрономія, геометрія і арифметика були серед цих наук, оскільки для здійснення молитви мусульмани повинні були знати точний час і напрям на Мекку). Однак багато інших наукових галузей критикувалися з релігійної точки зору як «непотрібні» або як такі, що підривають картину світу, викладену в Корані. Таким чином, зростаюча ісламізація «іноземних наук» вірогідно призводила до обмеження того, що законно могло трактуватися як актуальні дослідницькі задачі.

Ймовірно, що іншою великою проблемою була також відсутність в арабській культурі офіційних основ науки. Головними арабськими центрами освіти були релігійні мусульманські школи – **медресе**. Вони почали розквітати в XI столітті, ставши головними ісламськими культурними установами. Медресе переважно призначалися для вивчення релігійних (ісламських) наук. Усе навчання зосереджувалося на вивченні Корану, життя Пророка і його послідовників, а також мусульманського вчення про право (шаріат). Філософія і природничі науки не вивчалися, хоча основні пов'язані з ними тексти копіювалися в медресе і передавалися в бібліотеки. Багато філософів і вчених були викладачами в медресе, але вони не читали тут лекцій з «іноземних» наук. Зростаючою мірою заняття цими науками ставало особистою справою або асоціювалося з мечеттю (астрономія) і двором халіфа (медицина). Незалежна арабська наука ніколи не була офіційно оформлена і санкціонована арабо-ісламською релігійною і політичною елітою. Середньовічний іслам не визнавав гільдій і корпорацій. Професійні групи студентів і викладачів не могли бути юридично оформлені, що перешкоджало їх самостійному внутрішньому розвитку. Відповідно було майже неможливим створення автономних академічних інститутів із внутрішнім самоврядуванням, як це було в європейських університетах пізнього Середньовіччя. Тому, очевидно, найбільш важливою причиною стагнації арабської науки в XIV столітті є те, що арабський світ так і не зміг створити незалежні інститути, до яких ставилися б з терпимістю і які могли б розраховувати на підтримку як світської, так і релігійної влади.

2.5. Розвиток техніки в період Середньовіччя

Падіння Західної Римської імперії і створення «варварських королівств», нескінченна низка воєн, навали арабів, угорців, вікінгів, а також епідемії чуми сильно скоротили населення Європи. У результаті робочих рук ставало менше, а земельні наділи скоротилися. Для того щоб прогодувати населення Європи, необхідно було підвищити продуктивність праці в сільському господарстві і врожайність.

Зробити це допомогли три ключових винаходи, які були впроваджені в сільському господарстві в доіндустріальну середньовічну епоху і послужили запорукою випереджального розвитку Європи, – це плуг, млин і хомут.

Основними сільськогосподарськими знаряддями для оранки в Єгипті і Середземномор'ї були мотика і соха, якими в землі робили борозни. Глибина оранки сохою становить зазвичай 12–15 сантиметрів. У Північній Європі, де ґрунти були гіршими, цього виявлялося замало. Там для отримання прийнятної врожаю потрібно було перегорнути верхній шар землі. У період римського панування (I–V століття) у Британії став поширюватися плуг – вдосконалена соха. Крім сошника (вертикального ножа, яким розпушують ґрунт), він був оснащений лемешем, краючим ґрунт горизонтально, і відвалом, перегортаючим зрізаний шар землі. Пізніше плуг поставили на колеса, що не тільки значно полегшило роботу і орачеві, і тягловим тваринам, а й дало можливість натиском регулювати глибину оранки залежно від якості ґрунту. Впровадження колісного плуга і трипільної сівозміни забезпечило Британії, північній Франції і Німеччині стабільну врожайність на рівні сам-п'ять – сам-сім.

Основними джерелами енергії в Середні віки, як і в стародавньому світі, залишалася м'язова сила людей і тварин. Протягом століть єдиною машиною, яка застосовувалася в сільському господарстві, був млин. Конструкцію водяного млина описав ще в I столітті до н. е. римський інженер і архітектор Вітрувій. Однак актуальним цей винахід почав бути тільки тоді, коли робочих рук стало не вистачати. Уже до кінця XI століття тільки в Англії налічується близько 6000 водяних млинів. У XII столітті **Бернард Клервоський**, автор типового чернечого статуту католицької Європи, наказує кожному монастирю мати власний млин, щоб не залежати від поставок хліба ззовні. Приблизно тоді ж в Європі стали з'являтися і вітряки, хоча водяні млини так і залишилися поширенішими. Млини стали використовувати не тільки під час помелу зерна, а й для роботи пилорам, насосів, пресів, а також первинної обробки каменю. Це була перша масштабна механізація господарства, що прискорила не тільки розвиток сільського господарства, а й ремесл і торгівлі.

Тривалий час тяговою силою і при оранці, і для переміщення важких вантажів служили бики. На конях їздили або верхи, або запрягали їх в легкий візок – колісницю. Причиною цього є використання в якості упряжі ярма або нашійника. Ярмо дає навантаження на голову, нашійник, відповідно, на шию. Через особливості їхньої анатомії, биків можна запрягати і в ярмо, і в нашійник. Що ж стосується коней, то ярмо просто зламає їм шию, а нашійник можна використовувати тільки при невеликому навантаженні, інакше він задушить їх. Через це коні були поширені тільки для поїздки знаті і для військової справи. Однак навали кочівників

принесли в Європу ряд удосконалень, пов'язаних з кіньми. Серед них стремена і хомут. Хомут – це система широких ременів, яка розподіляє навантаження на груди і шию коня. Він дозволив запрягати в плуг коней, які набагато спритніші биків. Швидкість оранки збільшилася, це дозволило збільшити площу орних земель і, відповідно, з тими ж затратами праці виробляти більше хліба.

Таким чином, завдяки плугу, млину і хомуту, Європа до XI–XII століть подолати аграрну кризу, викликану скороченням робочої сили в «темні віки». Крім того, в Середні віки в Європі впроваджені найважливіші технічні досягнення, такі, як водяний і вітряний двигуни, механічний годинник, компас, порох, папір, окуляри. Вони зробили сильний вплив і на подальший розвиток науки. Усе зазначене викликало зростання міст і розвиток торгівлі і культури. Пізня середньовічна цивілізація вже якісно відрізняється від античної.

2.6. Крах феодальної системи і епоха Відродження

Наука в середньовічній Європі розвивалася в більш складних економічних і політичних умовах. Античні наукові традиції зберігалися у Візантії та в арабському світі. Саме розквіт східної науки IX–XIII ст. дозволив людству не тільки зберегти досягнення античної культури, а й істотно розвинути деякі галузі знань. Однак розвиток економіки Європи в XII–XV століттях спонукав до розвитку наукових знань. У XVI столітті першість в науці поступово переходить до європейських вчених.

Реанімування науки в Європі починається вже в XI столітті. Йому сприяли також і хрестові походи, що забезпечили знайомство європейців з досягненнями Сходу. У X–XII століттях в Європі з'являються водяні млини і вітряки, механічний годинник, розвивається містобудування, кораблебудування, будуються великі гідротехнічні споруди. Контакти з арабами та розквіт економічної діяльності привели до інтелектуального пробудження в Іспанії, Лотарингії, Франції, Шотландії. В Італії були створені перші установи, призначені для розповсюдження і розширення знань – університети. У 1100 році університет в Болоньї вже досяг слави. Пізніше став відомим і Паризький університет (Сорбонна), заснований в середині XII століття. За зразком Парижа і Болоньї були створені університети в Падуї (1222), Оксфорді (1229), Кембриджі, Неаполі, Римі та ін. В XIV столітті були відкриті університети в Пізі, Павії, Кракові,

Відні, Гейдельберзі, Феррарі та ін. Викладання всюди велося латиною, яка набуває статусу загальної мови науки.

У XII–XIII століттях в Іспанії і Італії латиною були перекладені праці Аристотеля, Евкліда і Птолемея. Однак однобоке вивчення античних авторів призвело до розвитку схоластики. Схоластика відрізнялася абстрактними і часом зовсім безпредметними і безплідними роздумами. Вона ґрунтувалася на догматах церкви і почала панувати в науці. В цей час праці Архімеда і Герона ще не дійшли до європейців, так що все вивчення механіки було засновано на працях Аристотеля і «Проблемах механіки», які також приписувалися Аристотелю. В результаті набув розвитку кінематичний напрям статички, що походить від Аристотеля. Поряд з античними, стають відомі і праці арабських вчених, таких, як Аль Хорезмі, Ібн Корра, Ібн Сіна та ін.

Одночасно зростали багатство і могутність католицької церкви. Інокентій II, який займав папський престол в 1198–1216 роки, оголосив себе намісником Бога на землі. Основну роль в ідеології стала відігравати теологія. Для боротьби з «єресю» були створені чернечі ордени домініканців і францисканців, а потім запроваджена інквізиція. Її жертвами стали багато видатних вчених Середньовіччя.

У результаті наука в Середні віки розвивалася повільними темпами, в ній не було значних проривів. Однак занепад античної цивілізації не став для науки катастрофою. Наукові знання вдалося зберегти для нової цивілізації. Хоча далеко не всі твори стародавніх вчених були збережені, інтелектуальний потенціал античної науки був такий високий, а обсяг знань такий великий, що це дозволило науці не тільки вижити, а й піднятися на вищий рівень.

Певну просвітницьку роль відіграли і нові світові релігії – християнство та іслам, які стали природною реакцією на деградацію і занепад античного світу. Біблія і Коран справили величезний вплив на розвиток світової культури. Вони стали основою для вирішення політичних, правових, економічних та морально-етичних проблем. Починаючи з Раннього Середньовіччя, протягом багатьох століть церква мала монополію на вченість і освіту. Тільки церковні школи і монастирі забезпечували навчання, збереження знань і підготовку духовенства. Саме з церковних шкіл виросли перші європейські університети з курсами навчання семи вільних мистецтв. Але поряд з підготовкою духовенства університети давали і світські знання. Таким чином, політичні, правові та економічні концепції формувалися на основі релігійного світогляду. При

цьому концепції ісламських мислителів, в першу чергу, про державу, її сутність, цілі та задачі, а також про взаємини церкви і держави значно відрізнялися від учень західноєвропейських теоретиків.

В XIV столітті в Італії починається період інтелектуального і художнього відродження античної культури, так званий Ренесанс (Відродження). Це епоха розквіту, який і, досягнув піку в XVI столітті і справив значний вплив на європейську культуру. Провісниками Ренесансу стали поет *Данте Аліг'єрі* (1265–1321) і художник *Джотто ді Бондоне* (1267–1337). Їхня творчість пронизана вірою в людину, її можливості, волю і розум, а також запереченням схоластики і аскетизму. Розпочавшись в Італії в XIV столітті, Відродження античного мистецтва, культури і науки протягом 200 років поширилося в Європі. Процвітають філософські ідеї неоплатонізму і пантеїзму. Ренесанс мав величезне значення для становлення експериментальних наук. Він відповідав інтересам нового класу буржуазії, який тоді народжувався.

Після взяття турками в 1453 році Константинополя і падіння Візантії багато інтелектуалів вирушили на Захід. Так само як араби за кілька століть до цього принесли в Європу знання натурфілософії Аристотеля, вони принесли з собою нове знання про античну грецьку філософію, особливо філософію Платона. Повернення в XV столітті до Європи античних теорій створило умови, які сприяли виникненню експериментальної науки. Через це знову прокинувся інтерес до використання і перетворення природи та контролю над нею. Для цього були адекватні поняття і теорії, запозичені з грецької філософії, а також теоретична вченість, придбана в процесі занять середньовічною схоластичною філософією. Саме поєднання теорії та практичної зацікавленості у вивченні природи створило умови для виникнення природничих наук в епоху Ренесансу. Цьому передували процеси розвитку природничо-наукових понять в лоні середньовічної філософії і накопичення технічних знань в межах ремесл і сільського господарства в епоху Середньовіччя. Природознавство не могло виникнути тільки з теорії або тільки з практичного інтересу. Необхідно було поєднання цих факторів, що і сталося в епоху Ренесансу.

Одним з перших гуманістів епохи Відродження є німецький філософ, теолог, математик, кардинал римської католицької церкви *Микола Кузанський* (1401–1464). Заперечуючи, що Земля є центром Всесвіту, він також відкидав і схоластичні методи доказів, пропагуючи

знання, засновані на досвіді. Творчість Миколи Кузанського мала великий вплив на М. Коперника і Дж. Бруно.

Якщо до цього часу розвиток виробництва і техніки відбувався на основі емпіричних даних, то в умовах капіталістичного виробництва, яке розширювалося, вирішального значення набували науково обґрунтовані знання, які не тільки підсумовують досвід, але і створюють теорію. Прогрес виробництва збагачував науку досвідом, а наука зі свого боку допомагала вдосконалювати техніку, технологію і організацію виробництва.

Розвиток механіки, наприклад, стимулювався застосуванням у виробництві, будівництві та гірничій справі різних механізмів. Розвиток артилерії також потребував вирішення задач механіки. Будівництво складних гідротехнічних споруд викликало появу гідродинаміки. Розвиток мореплавання вимагав вдосконалення астрономічних знань. Розвиток металургії, фарбувальної справи і медицини допомагав прогресу хімії. Таким чином, виробництво сприяло вдосконаленню засобів наукового експерименту. У тісній взаємодії з виробництвом формувалися основи сучасних наук. Прогрес в економіці привів не тільки до зародження капіталізму, але і підготував корінний переворот у науці – наукову революцію, яка мала місце в XVII столітті.

Серед титанів Відродження одне з перших місць по праву належить великому італійському художнику, винахіднику і вченому **Леонардо да Вінчі** (1452–1519). У механіці він став попередником Галілея в сфері опору матеріалів. Леонардо ввів поняття сили і моменту, коефіцієнт тертя, а також виробив рекомендації для будівництва арок. Сила його розуму, його геніальні наукові передбачення, його чудові технічні винаходи, нарешті, його велике реалістичне мистецтво – все це викликало подив та захоплення людей Ренесансу, схильних сприймати Леонардо як живе втілення того ідеалу всебічно розвиненої особистості, про який мріяли кращі з мислителів і письменників XV–XVI століть.

Накопичення нових знань про природу породжувало **новий матеріалістичний світогляд** і нові методи наукового дослідження. Великий внесок в обґрунтування нових методів наукового пізнання, побудованих на досвіді, зробив **Френсіс Бекон** (1561–1626). Цей філософ був також державним діячем і займав пост лорда-канцлера при дворі англійського короля Якова I Стюарта. У творі «**Новий органон**» він гостро критикує схоластичні методи доказу істини, висувуючи замість їх пізнання світу за допомогою наших почуттів і розуму. Бекон розробив методологію експериментального дослідження явищ природи: на першому етапі

проводиться спостереження над досліджуваним об'єктом, вивчаються його властивості і встановлюються часткові закони; потім на основі узагальнення цих даних, отриманих при конкретному дослідженні, з'ясовуються загальні закони. Остаточне судження про об'єктивність встановленої істини приймається тільки після її перевірки за допомогою досвіду і практики.

Таким чином, в природничих науках епохи Відродження був створений новий метод мислення, звільнений від догм і схоластики. Завдяки цьому наука висувається на передові позиції в духовній культурі. У всіх сферах людської діяльності в цей час панує дух мистецтва. Це вплинуло і на характер наукових досліджень. Наукові трактати були написані в літературно-художньому стилі. Технічні проекти видатних вчених і винахідників не були підкріплені науковим обґрунтуванням, а часом були й зовсім фантастичні. Однак у низці напрямів, таких, як механіка, оптика, хімія, електрика, магнетизм та ін. наука досягла ступеня великих змін.

Однак в епоху Ренесансу середньовічний морок не був повністю розвіяний світлом мистецтва і науки. Централізовані держави цієї епохи були менш демократичними, ніж середньовічні феодальні королівства. В інтелектуальному плані Ренесанс у багатьох відношеннях був навіть менш виразним, ніж Середньовіччя. Досить згадати спалення відьом в період Реформації, інквізицію, звірства якої були гіршими за середньовічну жорстокість.

Проте водночас в епоху Відродження сформувався **гуманізм** як широкий ідейно-культурний рух. Свобода і розкутість думки створила передумови для заснування низки наукових напрямків, концепцій і теорій в гуманітарній сфері:

- працями Макіавеллі було покладено початок політології;
- соціальні ідеали гуманізму сформувалися у вигляді утопічних концепцій комунізму;
- у релігійній сфері найбільшим ідейно-політичним рухом стала Реформація, яка в дусі епохи закликала до відродження справжнього первісного християнства, апостольської церкви;
- виникає перша в історії економічної думки школа – меркантилізм, що відображає справжні закономірності економічного розвитку країн Європи в період становлення абсолютизму.

Питання для самоконтролю

1. Чому вважається, що наука зародилася у Стародавній Греції, а не в давніх цивілізаціях Сходу?
2. Чим грецька наука відрізнялася від наукових знань цивілізацій Стародавнього Сходу?
3. Які етапи у своєму розвитку пройшла антична натурфілософія?
4. Хто вважається першим ученим в античній науці?
5. Назвіть найвидатніших учених першого етапу розвитку античної науки.
6. Які дві лінії античної філософії розвивалися в Афінах?
7. Який внесок зробив Аристотель у розвиток науки і чому вважається, що він зупинив її розвиток на дві тисячі років?
8. У чому полягає вчення атомістів?
9. Яке місто було найважливішим науковим центром елліністичного світу і чому?
10. Чому Архімед вважається найвидатнішим ученим часів античності?
11. Основоположником яких технічних наук є Герон Александрійський?
12. Чому геоцентрична система називається системою Птолемея?
13. У чому причини занепаду античної науки?
14. Які досягнення візантійської науки Ви можете відзначити?
15. У чому полягають заслуги арабської науки?
16. Назвіть найвидатніших представників арабської науки.
17. Назвіть найвидатніших учених епохи Відродження.

ГЛАВА 3 ЧИСЛА І СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

3.1. Розвиток систем числення

Найважливішим питанням в історії розвитку математики стало питання про застосовувані системи числення. Число, яке є одним із основних понять математики, дозволяє виражати результати рахунку або вимірювання. У повсякденному житті людині властиво маніпулювати числами: здійснювати математичні операції, записувати їх результати для зберігання, передавати на відстань як інформацію про об'єкти чи процеси. Способи запису чисел для зручного виконання зазначених операцій прийнято називати системами числення. Вже в епоху палеоліту люди для полегшення розрахунків прагнули групувати елементи множин по 3, 4, 5 і навіть 7.

У ті далекі часи чисельність множини не відділяли від інших її якостей, і для того щоб порівняти дві множини, їх елементи розміщували один проти одного. Але потім виявилось, що зручніше порівнювати всі множини з одною і тою самою множиною-посередником. Оскільки пальці були завжди при собі, то їх і стали використовувати як такий посередник, що дозволяло групувати предмети підрахунку по 5 або по 10. Згодом з'явилися і особливі назви для чисел, спочатку для невеликих, а потім все для більших і більших. Десяток десятків отримав особливу назву – сотня, десяток сотень – свою назву – тисяча тощо. Такі числа у системі підрахунків стали **вузловими**.

З розвитком писемності виникають і методи запису чисел. Найпершим символом для цього були прямолінійні рисочки (палички), які досі використовуються в римських цифрах. Однак для зображення чисел великих кількох одиниць цей спосіб стає незручним. Тому з'являються символи для позначення чисел 5 та 10. Вони узгоджуються з десятковим рахунком, звичайним для рахунку на пальцях.

Для позначення високих чисел розроблялися різні системи нумерації, де роль цифр відігравали букви. Дані системи відрізнялися не лише символами, а й способами їхнього з'єднання для відображення великих чисел. У більшості систем нумерації використовують десяткову основу. Такими є давньоєгипетська ієрогліфічна система, давньогрецька, давньогрузинська, давньовірменська, давньоримська та інші системи.

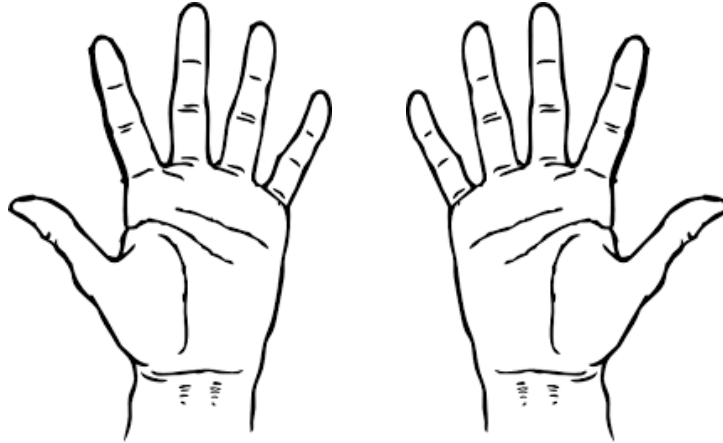


Рис. 3.1. Множина-посередник, яка завжди при собі

Для зручності запису вузлові числа стали позначати спеціальними знаками. Якщо в перерахунку виявлялося дві сотні, три десятки і ще чотири предмети, то двічі повторювали знак для сотні, три рази – знак для десятка та чотири рази – знак для одиниці. У Стародавньому Єгипті 5000 років тому число 1 стали позначати вертикальною рисою, число 10 – ієрогліфом П (можливо, це символ дуги, яку ставили над десятком крапок), число 100 – знаком © (це символ вимірювальної мотузки). З таких цифр складали десятковий запис будь-якого числа. Наприклад, запис числа 234 має вигляд ПП©©©. За такого способу запису числа цифри (знаки) можна було розташовувати у будь-якому порядку і значення записаного числа при цьому не змінювалося. Ця обставина спонукала називати подібні системи числення непозиційними.

Існували також знаки для більш великих чисел – 1000 – , 10 000 – , 100 000 – , та, нарешті, для мільйона – .

З таких цифр становили десятковий запис будь-якого числа. Наприклад, на рис. 3.2 наведено число 1 203 428 та деякі інші дробові числа, які записані в єгипетській, системі.

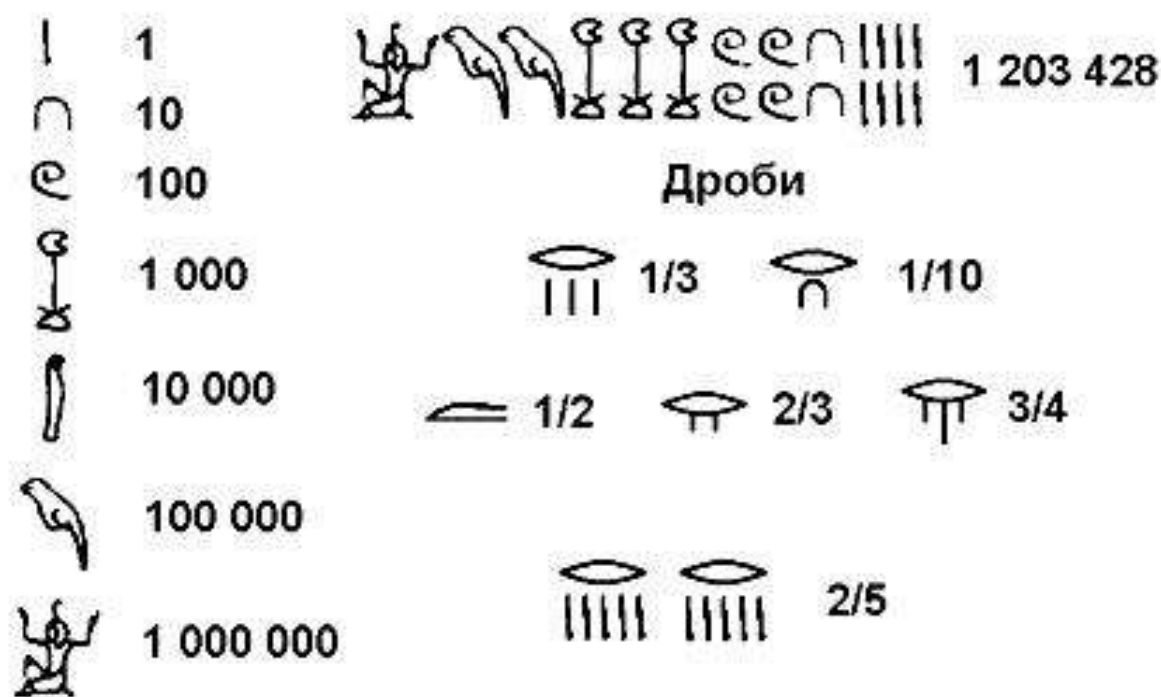


Рис. 3.2. Єгипетська система запису чисел

Непозиційні системи числення використовували також давні греки та давні римляни. У Стародавній Греції спочатку числа 5, 10, 100, 1000 та 10000 позначали літерами Г, Δ, Н, Χ, Μ, а число 1 – рискою /. При використанні таких позначень число 234 матиме вигляд ННΔΔΔ////.

Пізніше числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1 000, 2 000, 3 000, 4 000, 5 000, 6 000, 7 000, 8 000, 9 000, 10 000, 20 000 стали позначати літерами грецького алфавіту (рис. 3.3), до яких довелося додати ще кілька застарілих літер. Щоб відрізнити цифри від літер, над літерами ставили риску.



Рис. 3.3. Літери грецького алфавіту

У Стародавньому Римі також використовувалася непозиційна система числення, у якій для запису чисел застосовуються букви латинського алфавіту:

1 – I, 5 – V, 10 – X, 50 – L, 100 – C, 500 – D и 1000 – M.

Одні вчені вважають, що V означає розкриту долоню, а X – дві долоні чи схрещені руки. Інші вважають, що знак X веде своє походження від двох ліній, якими хрест-навхрест перекреслювали десять рисок (одиниць), а V означає половину від X. Від римлян цей спосіб нумерації перейшов до Європи та багатьох арабських країн і дійшов до нашого часу.

Подібна система позначення чисел застосовувалася і в Стародавній Русі (див. рис. 3.4), культура якої була тісно пов'язана з грецькою культурою Візантії.

Ѧ	Ѣ	Г	Д	Є	Ѕ	З	И	Ѡ	І
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ѦІ	ѢІ	ГІ	ДІ	ЄІ	ЅІ	ЗІ	ИІ	ѠІ	К
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
КѦ	КѢ	КГ	КД	КЄ	КЅ	КЗ	КИ	КѠ	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	
Л	М	Н	Ѫ	Ѧ	П	Ч	Р		
30	40	50	60	70	80	90	100		
Ѣ	Т	Ѧ	Ф	Х	Ѧ	Ѡ	Ц		
200	300	400	500	600	700	800	900		

Рис. 3.4. Літери давньоруського алфавіту та їх числова відповідність

Позначення цифр під час запису відбувалося зліва направо. Виняток становили числа від «11» до «19». Вони писалися праворуч наліво. Історично ця обставина збереглася в назвах сучасних числівників (один-на-дцять, два-на-дцять і т. д., тобто першою стоїть літера, що означає одиниці,

другою – десятки). Кожна літера алфавіту позначала цифри від 1 до 9, від 10 до 100 та від 200 до 900.

При цьому над літерами, що позначали цифри, ставили титло – спеціальний надрядковий знак у вигляді хвилястої або зигзагоподібної лінії. Великі числа слов'яни записували тими самими літерами, але для позначення тисяч поруч із літерою ставили знак $\ddot{\text{I}}$. Приклади запису чисел показано на рис. 3.5.

$$1000 \rightarrow \ddot{\text{I}}\text{A}, \quad 3000 \rightarrow \ddot{\text{I}}\text{G}$$

Рис. 3.5. Запис чисел старослов'янською

Число 10 000 позначали тією ж літерою, що і 1, але обведеною суцільним колом. Називалося це число «*тьма*». Число наступного розряду – 100 000 – мало назву «*легіон*». Для позначення цього числа писали букву **A**, а довкола розміщували крапки по колу. Десять легіонів складали нову одиницю – «*леодр*». Леодр позначався літерою **A** з розміщеними по колу короткими відрізками, радіального спрямування. Десять леодрів – «*ворон*», десять воронів – «*колода*» (див. табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Позначення великих чисел старослов'янською

	Тисяча	1000
	ТЬма	10 000
	Легіон	100 000
	Леодр	1 000 000
	Ворон	10 000 000
	Колода	100 000 000

Непозиційні системи числення були більш менш придатні для виконання операцій складання та віднімання, але зовсім незручні для множення і поділу.

У шумерів та їхніх послідовників – вавилонян система числення спочатку теж була непозиційною, але згодом вони навчилися використовувати інформацію, закладену в порядок запису знаків, та перейшли до позиційної системи числення. При цьому на відміну від звичної нам десяткової системи числення, в якій значення цифри змінюється в 10 разів при переміщенні на одне місце, у вавилонян при переміщенні знаку відбувалася зміна значення числа в 60 разів. Таку систему числення називають **шістдесятковою**.

Через специфічний спосіб, що застосовувався під час запису, так званого клинопису, для чисел використовувалися лише два клинописні знаки – **прямий клин**  для позначення одиниці і **лежачий клин**  – для позначення десятка. Пізніше з'явився значок для нуля. Запис необхідних перших 60 чисел був своєрідним. Десять перших цифр зображалися в адитивній системі, одержуваній складанням знаків. Числа з 11 до 59 зображалися двома знаками, що відповідають десяткам та одиницям, див. рис. 3.6. Далі число 60 знову позначалося знаком. Таким чином, хоча вавилонська система числення вважається шістдесятковою, на практиці вона є складним гібридом шістдесяткової та десяткової систем.

1		11	 	21	  	31	   	41	    	51	    
2		12	 	22	  	32	   	42	    	52	    
3		13	 	23	  	33	   	43	    	53	    
4		14	 	24	  	34	   	44	    	54	    
5		15	 	25	  	35	   	45	    	55	    
6		16	 	26	  	36	   	46	    	56	    
7		17	 	27	  	37	   	47	    	57	    
8		18	 	28	  	38	   	48	    	58	    
9		19	 	29	  	39	   	49	    	59	    
10		20	 	30	  	40	   	50	    		

Рис. 3.6. Запис чисел за вавилонською шістдесятковою системою

Тривалий час у вавилонській системі числення не було нуля, тобто знаку для пропущеного розряду. Це не створювало незручностей, оскільки порядок числа був зазвичай відомий. Але коли почали створювати великі математичні та астрономічні таблиці, виникла потреба у такому знаку. Він зустрічається і в пізніх клинописних записах, і в таблицях, складених в Александрії на початку нашої ери.

На основі вавилонської системи було сформульовано однакові правила арифметичних дій, як з цілими числами, так і з дробами. Для найчастіших дробів $1/2$, $1/3$ і $2/3$ були спеціальні значки.

Сліди вавилонської системи числення збереглися до наших днів у порядку розрахунку одиниць часу (1 година = 60 хв, 1 хв = 60 с) та в розрахунках градусів кутів: один градус дорівнює 60 хвилин ($1^\circ = 60'$), одна хвилина дорівнює 60 секунд ($1' = 60''$).

Індійські математики багато що запозичили у вавилонських учених, створили чисто десяткову систему числення. Перший запис цифр **брахмі**, у якому застосовуються лише перші дев'ять цифр, а десятки і сотні позначаються тими самими цифрами, як і одиниці, належить до 595 року. На той час вчений **Аріабхата** запропонував записувати цифри санскритськими літерами. Нуля в цій системі рахунку ще не було, замість нього ставилася прогалина. Символ для позначення нуля ввів у обіг індійський математик **Брахмагупта** у VII столітті. Створення десяткової системи числення стало визначним досягненням давньоіндійської науки.

Значення окремих знаків у десятковій системі числення визначалося місцезнаходженням цифри. На першому місці праворуч вони відповідають одиницям, на другому – десяткам, далі – сотням тощо.

Через арабів, які завоювали у VII–VIII сторіччях великі райони Середземномор'я та Азії, індійська система числення набула широкого розповсюдження. Звідси й найпоширеніша назва – арабські цифри. При цьому самі араби називають ці цифри індійськими.

У країни Європи нова, індійська нумерація також була занесена арабами в X–XIII століттях, проте ще до XVIII століття в офіційних паперах дозволялося ставити лише римські цифри. На початку XIX століття індійську нумерацію почали застосовувати повсюдно. На Русі вже у XVII сторіччі у всіх без винятку математичних рукописах зустрічається лише позиційна десяткова система числення.

У десятковій системі числення кожна одиниця складається з десяти дрібніших одиниць, що дозволяє записувати ці одиниці за допомогою

ступеня числа 10: 1 сотня = 10^2 одиниць, 1 тисяча = 10^3 одиниць, 1 десяток тисяч = 10^4 одиниць. При цьому, наприклад, число 35742 може бути подане у вигляді: $3 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$. Іменні назви ступенів тисячі наведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Іменні назви ступенів тисячі

Значення	Коротка шкала		Довга шкала	
	Назва	Логіка побудови	Назва	Логіка побудови
10^0	одиниця	$1000^{1+(-1)}$	одиниця	$1\ 000\ 000^0$
10^3	тисяча	1000^{1+0}	тисяча	$1\ 000\ 000^{0,5}$
10^6	мільйон	1000^{1+1}	мільйон	$1\ 000\ 000^{1,0}$
10^9	білльйон (мільярд)	1000^{1+2}	мільярд (тисяча мільйонів)	$1\ 000\ 000^{1,5}$
10^{12}	трильйон	1000^{1+3}	білльйон	$1\ 000\ 000^{2,0}$
10^{15}	квадрильйон	1000^{1+4}	білльярд (тисяча білльйонів)	$1\ 000\ 000^{2,5}$
10^{18}	квінтильйон	1000^{1+5}	трильйон	$1\ 000\ 000^{3,0}$
10^{21}	секстильйон	1000^{1+6}	трильярд (тисяча трильйонів)	$1\ 000\ 000^{3,5}$

Термін «мільйон» італійського походження зустрічається вже в першій друкованій арифметиці, що вийшла в італійському місті Тревизо в 1478 році. Ще раніше цей термін згадується у нематематичній книзі венеціанського мандрівника **Марко Поло** (1254–1324), а до нього ще в рукописі 1250 року використовується форма «мільйо».

У рукописі французького математика XV століття **Нікола Шюке** (1445(?) – 1488) вперше з'являються терміни «білльйон» – 10^{12} , «трильйон» – 10^{18} та подальші; у друкованому посібнику білльйон у значенні 10^{12} з'являється у 1602 році.

У XVII сторіччі у Франції почали вживати **коротку шкалу**: «білльйон» – 10^9 , «трильйон» – 10^{12} і т. ін.

Слово «мільярд», що мало спочатку значення 10^{12} , отримало значення 10^9 (тисячі мільйонів) у 1558 році в «**Арифметиці**» **Траншана** і вживалося у Франції в XIX столітті нарівні зі словом «більйон». У Німеччині це слово увійшло у вжиток лише після отримання від Франції 5 мільярдів контрибуції після франко-пруської війни 1871 року.

Для читання чисел з великою кількістю цифр анонімний рукопис 1200 року вперше рекомендує розбити цифри на групи по 3 або відзначати групи точками вгорі або дугами; це потім рекомендує й **Леонардо Пизанський** (1170–1250). До цієї системи приходять і наступні автори, проте вони не пропонували окремих назв. Введені **Миколою Шюке** найменування великих чисел, але з угрупованням цифр по 6 належать до системи найменування чисел із довгою шкалою.

У Росії спочатку було введено систему найменування чисел з довгою шкалою, про що свідчить надрукована в 1703 «**Арифметика**» **Леонтія Пилиповича Магніцького** (1669–1739). Однак наприкінці XVIII століття, за царювання імператора Павла I, слідом за Францією стався перехід на коротку шкалу. В опублікованому в 1798 перекладі з французької «**Курсі математики**» **Етьєнна Безу** (1730–1783) введена система найменування чисел з короткою шкалою. При цьому, в опублікованій в 1791 році книзі «**Арифметика або числівник**» російського просвітителя **Н. Г. Курганова** (1725 або 1726–1790 або 1796) використовується довга шкала. Довга шкала зустрічається й у деяких російських підручниках XIX сторіччя, проте до XX сторіччя фактично закріпилася коротка шкала. У 1948 році IX Генеральна конференція з мір і ваг прийняла пропозицію Міжнародного комітету мір і ваг, яка рекомендує для європейських країн застосування довгої шкали.

Завдяки тому, що для чисел, поданих у десятковій системі числення, було вироблено досить прості правила виконання математичних операцій, цей спосіб запису чисел поширився по всьому світу.

Незважаючи на те, що десяткові індо-арабські цифри вкоренилися в Європі з XIII сторіччя, дробі використовувалися або натуральні, або шістдесяткові, або вони масштабувалися до цілих чисел. Наприклад, коли **Регіомонтан** у 1467 році склав першу чисто десяткову таблицю тангенсів, вона містила тільки цілі числа, що відповідають радіусу кола 100 000 одиниць. Хоча **Іммануїл Бонфіс**, **Вієт** та деякі інші математики використовували у своїх працях десяткові дробі, але до праць **Симона Стевіна** (1547–1620) це загальним правилом ще не стало. Його трактат «**Десята**», виданий фламандською та французькою мовами у 1585 році, широко пропагував застосування десяткових дробів, їх корисність у

системах мір та монетній справі. Праця Стевіна містила практичний опис арифметики десяткових дробів, а також палку та добре аргументовану пропаганду корисності їх застосування. Десятинну кому (в Англії її замінює крапка) ще не використовували, і Стевін над кожною цифрою числа вказував номер її розряду, обведений колом, для цілої частини – додатний, а для мантиси – від’ємний.

Незважаючи на зручність десяткової системи, у світі було розроблено й інші системи числення. При цьому за основу в такій системі числення може бути прийнято і будь-яке натуральне число p , більше одиниці, оскільки ступені одиниці не зростають (будь-який ступінь одиниці дорівнює самій одиниці). Наприклад, у деяких народів можна знайти **двійкову** систему числення, в якій кожна одиниця складається з двох менших одиниць. Сліди **дванадцяткової** системи числення ще сьогодні можна спостерігати у деяких народів і навіть в англійській системі вимірювань. Відомі випадки змішування систем числення, коли для великих чисел використовується десяткова система, а для чисел менше десяти – двійкова. В існуючій англійській грошовій системі (1967 рік) змішувалися дванадцяткова і двадцяткова системи: 12 пенні становили 1 шилінг, а 20 шилінгів – один фунт стерлінгів.

Досить старою прийнято вважати й двійкову систему числення. Вона зустрічалася, щоправда, у досить недосконалій формі, в деяких племен Австралії та Полінезії, а також у стародавньому Китаї. Проте правила виконання математичних операцій над числами у двійковій системі на той час були відсутні. Такі правила винайшов провідний німецький філософ, логік, математик, фізик, мовознавець і дипломат **Готфрід Вільгельм Лейбніц** (1646–1716) лише у 1697 році, коли він розробив двійкову арифметику. В 1703 він написав трактат про використання двійкової арифметики, який вийшов під назвою **«Пояснення двійкової арифметики»**. Лейбніц настільки був захоплений цим своїм відкриттям, що випустив спеціальну медаль, на якій було дано двійкові зображення початкового ряду натуральних чисел. Можливо, це був перший випадок в історії науки, коли саме математичне відкриття було удостоєне такої високої честі.

Проте Лейбніц не рекомендував двійкову систему для практичних обчислень замість десяткової. Але при цьому наголошував, що «обчислення за допомогою двійок, тобто 0 і 1, на винагороду його довготи, є для науки основним і породжує нові відкриття, які виявляться корисними згодом, навіть у практиці чисел, а особливо в геометрії: причиною чого є та обставина, що від зведення чисел до найпростіших початків, які є 0 і 1,

всюди виявляється чудовий порядок».

Двійкова система досить проста, тому що для подання інформації в ній використовуються лише два стани або дві цифри. Таке подання інформації прийнято називати двійковим кодуванням. Подання інформації в двійковій системі використовувалося людиною з давніх-давен. Так, мешканці островів Полінезії передавали необхідну інформацію за допомогою барабанів: чергування дзвінких та глухих ударів. Звук над поверхнею води поширювався на досить велику відстань, у такий спосіб «працював» полінезійський телеграф.

Двійковий код знайшов застосування у засобах зв'язку. У 1828–1832 роках російський учений **Павло Львович Шиллінг** (1786–1837) створив перший придатний для практики електромагнітний телеграф. Своім винаходом Шиллінг відкрив шлях багатьом ученим у галузі телеграфії. Електромагнітний телеграф був побудований в Німеччині Карлом Гауссом і Вільгельмом Вебером (1833), у Великій Британії Куком і Уїтстоном (1837), а в США в 1840 телеграфний апарат запатентував Семюел Морзе. Телеграфні апарати Шиллінга, Гаусса – Вебера та Кука – Уїтстона були стрілкового типу. Стрілка на приймачі показувала літери алфавіту, розташовані по колу на кшталт цифр у годиннику. Недоліком такого кодування була необхідність великої кількості дротів телеграфної лінії. На відміну від них, у телеграфі Морзе використовувався телеграфний код (азбука Морзе), в якому літери алфавіту були подані комбінацією коротких і довгих сигналів – «точок» та «тире». Абетка Морзе виявилася дуже зручною для передачі і прийому сигналів, стійкою до перешкод і набула великого поширення у світі, не лише для телеграфу, але й для радіозв'язку.

Порівнюючи записи десяткових і двійкових чисел, можна виявити, що останні займають значно більше позицій, оскільки для їхнього подання використовуються лише два символи. У двійковій системі числення навіть порівняно невеликі числа займають багато позицій. Наприклад:

$$101101_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 45_{10}.$$

Тут для зручності ідентифікації запису двійкових та десяткових чисел у вигляді нижнього індексу числа записані 2 та 10 відповідно.

При цьому, однак, у двійковій системі числення, так само, як і в десятковій, кожній позиції (розряду) надано певну вагу. Ваги перших 10 позицій (розрядів) цифр двійкового числа мають значення, що показані в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Ваги розрядів двійкового числа

512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

З кінця XX сторіччя, сторіччя комп'ютеризації, людство щодня користується двійковою системою (іноді навіть не здогадуючись про це), оскільки вся інформація в сучасних ЕОМ обробляється та зберігається у двійковому вигляді. При записі двійкового числа (слова) кожна його позиція зайнята двійковою цифрою (0 або 1), яка називається **бітом** (див. рис. 3.7). У загальному випадку число/слово може складатися з довільної кількості біт, хоча зазвичай це 8, 16 або 32. Сукупність з восьми біт називається **байтом**. Залежно від положення байта у слові виділяють **молодший байт** і **старший байт**. Найменший значущий біт (мінімальна вага), розташований крайнім праворуч, називається **молодшим значущим розрядом**. Найбільший значущий біт (максимальна вага), розташований крайнім ліворуч, називається **старшим значущим розрядом**.

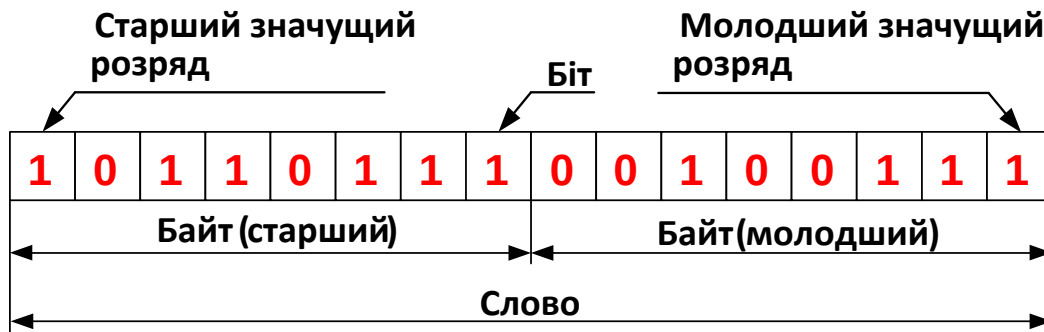


Рис. 3.7. Двійкове число/слово

Спочатку в ЕОМ планували використовувати десяткову систему числення. Для цього кожен регістр арифметичного пристрою обчислювальної машини, кожний осередок пам'яті повинні були бути фізичною системою, що складається з деякого числа однорідних елементів. При цьому кожен такий елемент повинен був мати здатність перебувати в десяти станах, щоб відповідати вазі одного з розрядів числа. Саме тому кожен елемент осередку називають розрядом. Такі машини було створено. Проте конструкція їх елементів виявилася надзвичайно складною. Крім

того, мали місце труднощі при передачі інформації на відстань, особливо за наявності перешкод.

Найбільш надійними та дешевими виявилися пристрої, кожен розряд яких може мати лише два стани: намагнічено – не намагнічено, висока напруга – низька напруга, а в перфокартах та перфострічках, що використовуються для введення/виведення інформації, – є отвір чи його немає. У сучасній електроніці розвиток апаратної бази ЕОМ йде саме у цьому напрямку. Отже, використання двійкової системи числення як внутрішньої системи подання інформації викликано конструктивними особливостями елементів обчислювальних машин.

3.2. Розвиток поняття числа

Число є одним із основних понять математики і дозволяє виражати результати рахунку або вимірювання. Давньогрецькі математики вважали реальними лише натуральні числа, тобто числа, призначені для позначення кількості предметів, що виникають природним чином. Поступово складалося уявлення про нескінченність множини натуральних чисел. Однак у практичних розрахунках ще за два тисячоліття до нашої ери у Стародавньому Єгипті та Стародавньому Вавилоні вже застосовувалися дробі – числа, що складаються з цілого числа часток одиниці. Множини натуральних чисел і дробів було достатньо, щоб виразити результат будь-якого вимірювання. При цьому дуже довгий час вважали, що результат будь-якого вимірювання можна виразити натуральним числом чи у вигляді відношення двох таких чисел, тобто дробом. Давньогрецький філософ і математик Піфагор вчив, що «... елементи чисел є елементами всіх речей, і весь світ загалом є гармонією і числом». Сильного удару на цей погляд було завдано відкриттям, яке зробив давньогрецький філософ-піфагорієць, математик і теоретик музики *Гіппас з Метапонта* (574–522 до н. е.). Він суворо довів, що діагональ квадрата непорівнянна з його стороною, тобто її довжина не може бути виражена через сторону квадрата у вигляді простого дробу. Це означає, що число $\sqrt{2}$ не є раціональним числом.

Незабаром виявилось, що співвідношення діагоналі та сторони квадрата не є винятком. Піфагорієць *Феодор з Кірені* (кінець V – початок IV ст. до н. е.), що став учителем Платона, довів, що сторони квадратів із площами 3, 5, 6, 7, ..., 17 непорівнянні зі стороною одиничного квадрата, оскільки цілих чисел і простих дробів замало для відображення відносин

будь-яких двох відрізків. Це спричинило введення поняття ірраціонального числа та розширення самого поняття «число». Саме з цього відкриття починається ера теоретичної математики: відкрити існування незрівнянних величин за допомогою досвіду, не вдаючись до абстрактного міркування, було неможливо.

Оскільки сукупність геометричних величин (довжин відрізків) виявилася повнішою, ніж безліч раціональних чисел, то виникло більш повніше обчислення в геометричній формі, відоме як геометрична алгебра. Первинними елементами у ньому є відрізки, їх множення дає прямокутник, а добуток трьох відрізків – прямокутний паралелепіпед. Добуток більшої кількості співмножників розглядати не можна. Однак не лише цим обмежувалися можливості геометричної алгебри – при розв’язанні рівнянь можна визначати лише додатний корінь. Ще більше її недоліки як загальної математичної теорії підкреслюються класом задач, вирішення яких у цьому обчисленні неможливе. Серед них задачі про квадратуру кола, трисекцію кута та подвоєння куба, які неможливо розв’язати за допомогою циркуля та лінійки.

Відкриття **незрівнянних величин** (для яких не існує загальної міри, яка б цілу кількість разів, містилася в кожній з них), наклало глибокий відбиток на розвиток давньогрецької математики. Оскільки на той час не знали чисел, відмінних від натуральних, і дробів виникли дві математичні науки, які розвивалися паралельно, але мали різні об’єкти вивчення: **арифметика** – наука про числа та **геометрія**, в якій розглядалося вчення про величини – довжини, площі, об’єми.

Прагнення бездоганної точності розв’язку призвело грецьких математиків до відмови від арифметичних способів розв’язання квадратних рівнянь, оскільки часто корінь може бути ні парним, ні непарним, тобто є ірраціональними. Тому греки застосовували для цих рівнянь громіздкі геометричні методи. При цьому вони суворо дотримувалися вимог: всі геометричні побудови повинні виконуватися за допомогою циркуля та лінійки без шкали з поділками, тобто за допомогою досконалих ліній – прямих та кіл.

Давньогрецькі вчені вміли складати і віднімати величини, знаходити їх кратні і частки, а над їхніми відношеннями вміли виконувати операції множення, поділу, піднесення до ступеня. Однак, оскільки не існувало загальної ідеї числа, всі ці операції неможливо було об’єднати в єдину систему, арифметику дійсних чисел, що гальмувало розвиток давньогрецької науки. У роботах вчених, які займалися практичними

задачами, у період із II століття до н. е. до III ст. н. е. поступово стирається грань між числами та величинами. Великих зусиль до завершення цього процесу доклали математик середньовічного Сходу **Омар Хайям**.

З розвитком алгебри, вже при розв'язанні лінійних рівнянь з одним невідомим, виникає потреба у **від'ємних числах**. Тут слід зазначити, що запровадження від'ємних чисел було зроблено китайськими математиками ще за два століття до н. е. У III столітті н. е. грецький математик Діофант застосовував від'ємні числа, а також знав правила дії з ними. У VII столітті н. е. ці числа докладно вивчали індійські вчені, які асоціювали такі числа із боргом. За допомогою від'ємних чисел можна було записувати зміни величин.

Десяткові дроби вперше зустрічаються в Китаї приблизно в III сторіччі н. е. Це було пов'язано з обчисленнями на рахунковій дошці суаньпань. При цьому в письмових джерелах десяткові дробі зображували у традиційному, не позиційному форматі. Арабський математик **Абу-л-Хасан Ахмад ібн Ібрахім ал-Уклідісі**¹, який працював у Дамаску в X столітті склав «**Книгу розділів про індійську математику**» (953), де описав всілякі події з числами, записаними в десятковій системі числення. У цій книзі міститься перша спроба запровадження десяткових дробів у позиційній системі числення. У Європі вперше десяткові дробі застосовує єврейський математик та астроном **Іммануїл Бонфіс бен Яков** (1300–1377) близько 1350 року. Однак вони не знайшли подальшого застосування.

Пізніше самаркандський математик та астроном **Джамшид Гіяс-ад-дін аль-Каші** у трактаті «**Ключ арифметики**» опублікував перший систематичний виклад теорії десяткових дробів. У цій праці аль-Каші вводить десяткові дробі, формулює основні правила дій з ними і наводить способи переведення шістдесяткових дробів у десяткові та назад.

Це нововведення довго залишалося невідомим європейським математикам. Хоча Віет та деякі інші математики вже застосовували десяткові дробі, але їх широке використання в Європі почалося тільки після виходу в 1585 році трактату **Симона Стевіна** «**Десята**». Нідерландський математик, механік та інженер остаточно пориває з античною традицією, зрівнюючи у правах ірраціональні числа. У своєму трактаті «**Арифметика**» Стевін визначив число як «**міру кількості якоїсь речі**» та вказав, що «одиниця ділима» і що немає жодних ірраціональних чи неправильних чисел. Пізніше Стевін запровадив дробові (як простих дробів) показники ступеня. Вчений використовує і від'ємні числа, щоправда, підходячи до них з деякою обережністю.

¹ Значення прозвища ал-Уклідісі означає переписувач Евкліда.

Остаточно від'ємні числа увійшли у вжиток у європейській науці після того, як Декарт розробив аналітичну геометрію. У ній корені рівняння визначаються як координати точок перетину деякої кривої з віссю абсцис. Принципова відмінність між додатними і від'ємні коренями рівняння перестала існувати.

При цьому всі цілі та дробові числа (додатні і від'ємні), а також нуль отримали загальну назву **раціональних чисел**.

Таким чином, у множині R дійсних чисел поруч із раціональними було виділено і ірраціональні числа, тобто, числа, які можна записати у вигляді простого дробу виду p/q та числа, які так уявити не можна. При десятковій формі запису ці види чисел різняться тим, що у записі раціонального числа, починаючи з певного моменту, незмінно повторюється одна і та сама цифра чи група цифр, тоді як у записі ірраціонального числа такого повторення немає. Так, наприклад, $1/3=0,333\dots$; $2491/495 = 5,0323232\dots$ – раціональні числа, а $\sqrt{2} = 1,4142135623730950488\dots$ та $\pi = 3,14159265358979323846\dots$ – ірраціональні числа.

Раціональні та ірраціональні числа утворюють сукупність **дійсних чисел**, необхідних для вимірювання геометричних та фізичних безперервних величин навколишнього світу, а також проведення таких обчислювальних операцій, як вилучення кореня, обчислення логарифмів, розв'язання рівнянь алгебри.

Далі було виділено **алгебраїчні числа**, тобто числа, які є корінням рівнянь виду

$$a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n = c,$$

де $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ – цілі числа (якщо, крім того, $a_0 = 1$, то корінь рівняння називають цілим алгебраїчним числом). Прикладами алгебраїчних чисел можуть бути:

$$1 + \sqrt{2} \text{ (корінь рівняння } x^2 - 2x - 1 = 0);$$

$$\sqrt[3]{11} \text{ (корінь рівняння } x^3 - 11 = 0).$$

Кожне раціональне число p/q є алгебраїчним, оскільки воно є коренем рівняння $qx - p = 0$.

Усі числа, які не є алгебраїчними, називаються **трансцендентними**. Очевидно, що всі трансцендентні числа ірраціональні. Радянський математик **Олександр Осипович Гельфонд** (1906–1968) в 1934 році

розв'язав цьому проблему Гільберта² і довів, що будь-яке число виду α^β є трансцендентним, якщо α – алгебраїчне число, відмінне від 0 і 1, а β – ірраціональне. Число e^π згодом навіть отримало назву постійної Гельфонда. Незважаючи на те, що абстрактний доказ існування трансцендентних чисел є досить простим, перевірити, що певне конкретне число трансцендентне виявляється дуже складно. Існують числа, для яких питання про їхню трансцендентність не з'ясовано досі.

У процесі вивчення принципів розв'язання квадратних і кубічних рівнянь виявилось, що в ділянці дійсних чисел не будь-яке рівняння можна розв'язати. Наприклад, рівняння $x^2 + 1 = 0$ немає дійсного кореня, оскільки немає дійсного числа, квадрат якого дорівнював би -1 . Проте наведене вище рівняння може бути наділене розв'язком. Якщо позначити цей розв'язок буквою i , то приєднавши це число до сукупності дійсних чисел, отримаємо нову систему чисел. Серед одержаних чисел будуть і числа виду

$$a + bi + ci^2 + di^3 + \dots + ui^n.$$

Однак високих ступенів числа i можна уникнути, оскільки його квадрат дорівнює -1 , куб дорівнює $-i$, четвертий степінь дорівнює 1 і так далі. Це дозволяє розглядати лише числа виду $a + bi$. Дотримуючись принципу сталості дій, додавання та множення цих «чисел» бажано було б здійснювати наступним чином:

$$(a + bi) + (c + di) = a + c + bi + di = (a + c) + (b + d)i;$$

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bic + bdi^2 = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Таким чином, «нові числа» можуть бути задані за допомогою пар дійсних чисел, а дії над ними можуть проводитись вказаним вище способом. При цьому нові числа не можуть бути подані у вигляді дробів. Нехай, наприклад, $a + bi = c + di$ тоді $(a - c) = (d - b)i$. Звідси при $d \neq b$ отримуємо, що

$$i = (a - c)/(d - b),$$

але це неможливо, оскільки i не є дійсним числом. Згодом «нові числа» отримали назву **комплексних**.

Необхідність у комплексних числах виникла ще XVI сторіччі, у зв'язку з вивченням кубічних рівнянь, коли виявилось необхідним отримувати

² Проблеми Гільберта – список із 23 проблем математики, які стануть кардинальними у наступному XX столітті. Був представлений німецьким математиком **Давидом Гільбертом** (1862 – 1943) 8 серпня 1900 року на II Міжнародному конгресі математиків у Парижі.

квадратний корінь з від'ємних чисел. На той час від'ємні числа ще не набули поширення і доводилося окремо вирішувати такі типи рівнянь як

$$x^3 + px = q \text{ и } x^3 + q = px.$$

Італійський математик **Сципйон дель-Ферро** (1465–1526) вирішив рівняння $x^3 + px = q$ та повідомив рішення своєму учневі **А.-М. Фіоре**, який викликав на математичний турнір чудового математика-самоучку **Ніколло Тарталья**. За кілька днів до турніру Тарталья знайшов загальний метод розв'язання кубічних рівнянь та переміг, швидко розв'язавши всі запропоновані йому 30 завдань. Однак знайдена Тартальєю формула для розв'язання рівняння виду

$$x^3 + px + q = 0 ;$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

була опублікована не ним, а італійським ученим-алгебраїстом **Джероламо Кардано**, який дізнався її від Тартальї.

Ця формула безвідмовно працювала у тому випадку, коли рівняння мало один дійсний корінь (наприклад, $x^3 + 3x - 4 = 0$), а якщо воно мало три дійсні корені (наприклад, $x^3 - 7x + 6 = 0$), то під знаком квадратного кореня виявлялося від'ємне число. Виходило, що шлях до цих трьох коренів веде через неможливу операцію отримання квадратного кореня з від'ємного числа.

Щоб пояснити парадокс Дж. Кардано в 1545 році запропонував ввести числа нової природи. Він показав, що система рівнянь

$$x + y = 10, \quad xy = 40,$$

яка не має розв'язку у множині дійсних чисел, має розв'язок у вигляді

$$x = 5 \pm \sqrt{-15}, \quad y = 5 \pm \sqrt{-15}$$

і треба лише домовитися, як діяти над такими висловлюваннями за правилами звичайної алгебри і вважати, що

$$\sqrt{-a} \times \sqrt{-a} = -a.$$

Кардано називав такі величини «чисто від'ємними» і навіть «софістично від'ємними», тобто хитросплетеними, оманливими. Він вважав

їх марними і намагався не застосовувати, оскільки за допомогою таких чисел не можна було виразити ні результат вимірювання будь-якої величини, ні її зміни. Однак вже в 1572 році напередодні своєї смерті інший італійський алгебраїст **Рафаель Бомбеллі** (1526–1572) випустив у світ книгу, в якій були встановлені перші правила арифметичних операцій над комплексними числами, аж до отримання з них кубічних коренів.

У 1637 році французький математик і філософ **Рене Декарт** «нові числа» запропонував називати «**уявними числами**». У теперішній час термін «чисто уявне число» використовують для позначення комплексного числа з нульовою дійсною частиною, хоча в деяких випадках цей термін також використовується і для позначення довільних комплексних чисел з ненульовою уявною частиною. В 1777 **Леонард Ейлер** запропонував використовувати перші літери – *im* французького слова *imaginaire* (уявний) для позначення числа $\sqrt{-1}$ («уявної» одиниці). У широкий вжиток цей символ увійшов у 1807 завдяки **Карлу Фрідріху Гауссу**. Структура ієрархії всіх чисел, відомих на той час, показана на рис. 3.8.

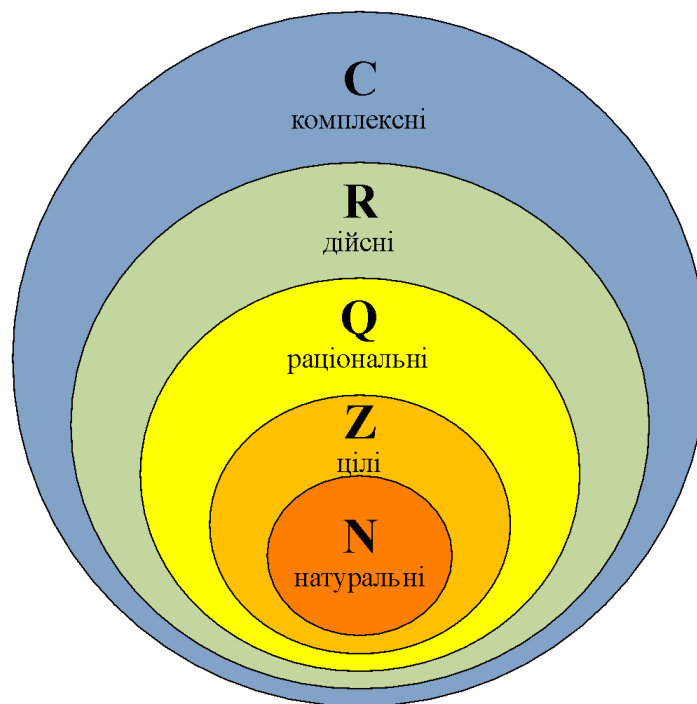


Рис. 3.8. Ієрархія чисел

Протягом XVII сторіччя тривало обговорення арифметичної природи уявності, можливості надати їм геометричного тлумачення. Поступово розвивалася техніка операцій над комплексними числами. На межі XVII і XVIII століть було побудовано загальну теорію коренів n -го ступеня спочатку з від’ємних, а потім і з будь-яких комплексних чисел, що була

заснована на формулі англійського математика **Абрахама де Муавра** (1667–1754):

$$(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos n\varphi + i \sin n\varphi.$$

За допомогою цієї формули можна довести рівності для косинусів та синусів кратних дуг. В 1748 році Л. Ейлеру вдалося вивести чудову формулу

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x,$$

яка пов'язала воєдино показову функцію з тригонометричними. За допомогою цієї формули можна підносити число e в будь-який комплексний ступінь. Цікаво відзначити, що $e^{i\pi} = -1$. З іншого боку, можна знаходити синуси і косинуси від комплексних чисел, обчислювати логарифми таких чисел, тобто будувати теорію функцій комплексного змінного.

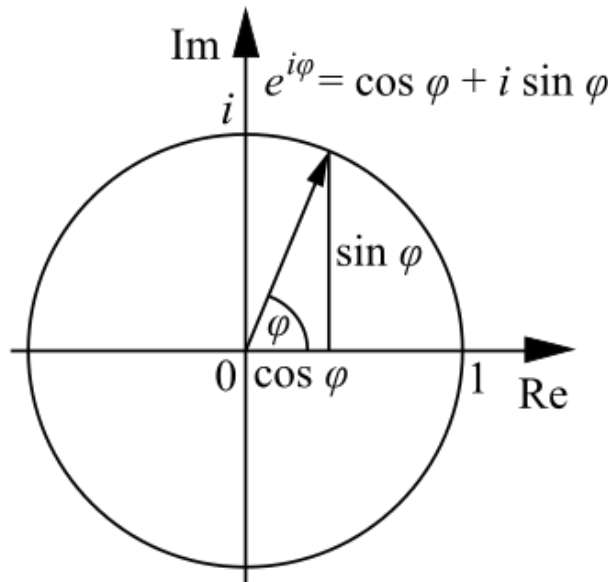


Рис. 3.9. Графічна ілюстрація формули Ейлера

Наприкінці XVIII сторіччя французький математик **Жозеф Луї Лагранж** зазначав, що математичний аналіз не ускладнюють уявні величини. За допомогою комплексних чисел навчилися розв'язувати лінійні диференціальні рівняння із постійними коефіцієнтами. Такі рівняння зустрічаються, наприклад, у теорії коливань матеріальної точки в опорному середовищі. Ще раніше швейцарський математик **Якоб Бернуллі** застосував комплексні числа для обчислення інтегралів.

Протягом XVIII сторіччя за допомогою комплексних чисел було розв'язано багато, зокрема, і прикладних задач, пов'язаних з картографією і гідродинамікою. Проте суворого логічного обґрунтування теорії цих чисел

ще не було. Саме тому французький вчений **П'єр-Симон Лаплас** (1749–1827) вважав, що результати, отримані за допомогою уявних чисел, – лише наведення, які набувають характеру справжніх істин лише після підтвердження прямими доказами.

Наприкінці XVIII – на початку XIX сторіччя було отримано геометричне тлумачення комплексних чисел. Данець **Каспар Вессель** (1745–1818), француз **Жан Робер Арган** (1768–1822) та німець **Карл Гаусс** у різний час і незалежно один від одного запропонували зображати комплексне число $z = a + bi$ точкою $M(a, b)$ на координатній площині (див. рис. 3.10). Пізніше виявилось, що ще зручніше зображувати число не точкою M , а радіусом-вектором $\overline{OM}$, що йде в цю точку з початку координат. При такому тлумаченні додаванню та відніманню комплексних чисел відповідають ці ж операції над векторами. Вектор можна задавати не тільки його координатами a та b , але також його довжиною r та кутом φ , який він утворює з додатним напрямом осі абсцис. При цьому

$$a = r \cos \varphi, \quad b = r \sin \varphi$$

і число z набуває вигляду

$$z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi),$$

який називається тригонометричною формою комплексного числа.

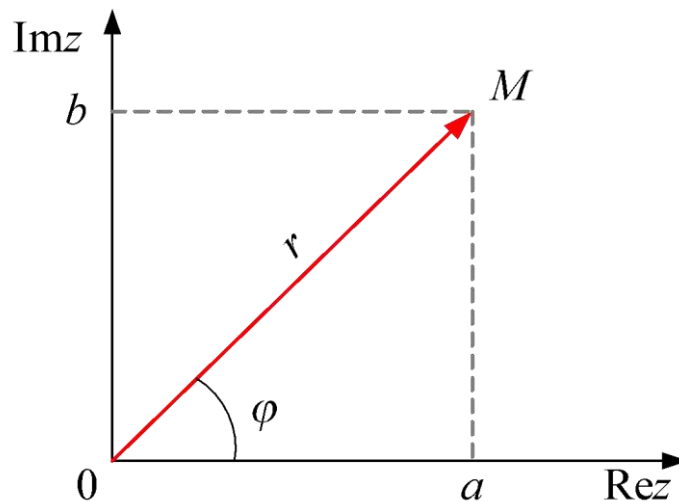


Рис. 3.10. Комплексне число на координатній площині

Число r називають модулем комплексного числа z і позначають $|z|$. Очевидно, що

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Число φ називається аргументом z та позначають $\text{Arg}(z)$. При цьому якщо $z = 0$, значення $\text{Arg}(z)$ не визначено, а при $z \neq 0$ воно визначено з точністю до кратного 2π . Згадана раніше формула Ейлера дозволяє записати число z як $z = re^{i\varphi}$ (показова форма комплексного числа).

Показова форма комплексного числа дуже зручна для виконання дії множення, що проводиться за формулою

$$r_1 e^{i\varphi_1} \cdot r_2 e^{i\varphi_2} = r_1 r_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)},$$

тобто при множенні комплексних чисел їх модулі перемножуються, а аргументи складаються.

Геометричне тлумачення комплексних чисел дозволило визначити багато понять, пов'язаних з функціями комплексного змінного, розширило сферу їх застосування. Стало зрозуміло, що комплексні числа можуть бути корисними при вирішенні багатьох завдань, де величини подаються векторами на площині: щодо течії рідини, при вирішенні завдань пружності.

Застосування комплексних чисел в електротехніці дає можливість використовувати закони, формули та методи розрахунків, що застосовуються в колах постійного струму, для розрахунку кіл змінного струму, спростити деякі розрахунки, замінивши графічне розв'язування з використанням векторів алгебраїчним розв'язуванням, розраховувати складні кола, які іншим шляхом вирішити не можна, спростити розрахунки кіл постійного та змінного струмів.

Наприклад, за допомогою комплексних чисел може бути визначено повний опір Z електричного кола (див. рис. 3.11, а), де R – активний опір; X_L – індуктивний опір. При цьому повний опір може бути представлений у вигляді прямокутного трикутника (рис. 3.11, б).

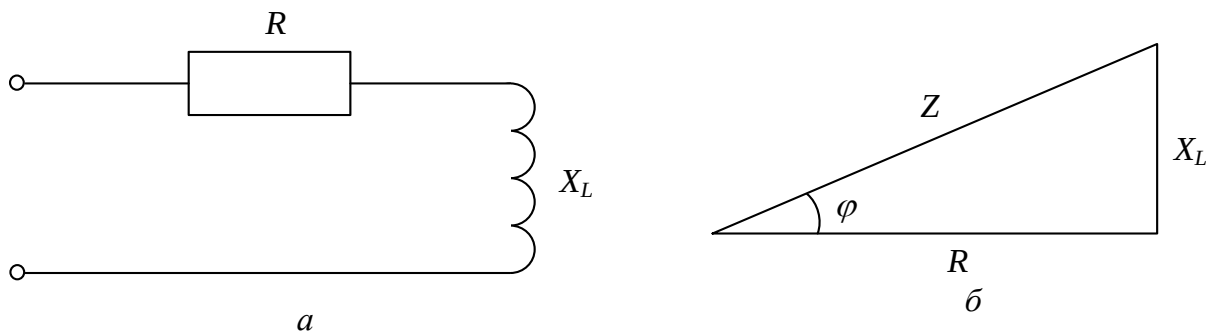


Рис. 3.11. Подання повного опору електричного кола

Якщо відрізок R відкладається по осі дійсних чисел, а відрізок X_L – по осі уявних чисел, то опір у комплексній формі, позначений буквою Z , може бути визначений як

$$Z = R + iX_L \text{ – в алгебраїчній формі;}$$

$$Z = z(\cos \varphi + i \sin \varphi) \text{ – в тригонометричній формі;}$$

$$Z = ze^{i\varphi} \text{ – в показовій формі,}$$

де $z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ – модуль, а $\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}$ – аргумент.

Таким чином, у комплексі опору модуль дорівнює повному опору, а аргумент – зсуву фаз.

Великий внесок у розвиток теорії функцій комплексного змінного зробили російські та радянські вчені. **Микола Іванович Мусхелішвілі** (1891–1976) займався її застосуванням до теорії пружності, **Мстислав Всеволодович Келдиш** (1911–1978) та **Михайло Олексійович Лаврентьєв** (1900–1980) – до аеро- та гідродинаміки, **Микола Миколайович Боголюбов** (1909–1992) та **Василь Сергійович Владимиров** (1923–2012) – до проблем квантової теорії поля.

Питання для самоконтролю

1. Математики якої країни першими запровадили використання від'ємних чисел?
2. Які сліди вавилонської системи числення збереглися до наших днів?
3. Хто з учених запровадив позиційну десяткову систему числення?
4. Які європейські вчені пропагували застосування десяткових дробів?
5. Хто винайшов правила виконання математичних операцій у двійковій системі числення?
6. Хто запропонував увести комплексні числа та встановив правила арифметичних операцій над ними?
7. Яка система числення використовується для внутрішньої системи подання інформації у сучасних ЕОМ?

ГЛАВА 4

СТАНОВЛЕННЯ НАУКИ МАТЕМАТИКИ

4.1. Зародження математики як науки

Математика як наука з'являється у Стародавній Греції з початком епохи античності. Сталося це у VI столітті до н. е. під впливом природничих наук, що зароджуються, – механіки, астрономії та фізики. Поряд із вузькопрактичними задачами з'явилися і математичні теореми. У цей час у математиків проявляється прагнення систематизувати математичні знання та викласти їх із логічною послідовністю. Першим грецьким геометром, який запровадив у математику систему доказів, був **Фалес Мілетський**. Він довів кілька теорем, серед яких такі:

- діаметр ділить коло навпіл;
- кути при основі рівнобедрених трикутників рівні;
- вертикальні кути рівні;
- якщо у двох трикутників сторона та два кути, що прилягають до неї, рівні, то рівні і трикутники;
- теорема Фалеса про паралельні прямі.

Корінне перетворення математики здійснив **Піфагор**. Він першим збудував геометрію як дедуктивну науку. Школа Піфагора (**піфагорійський союз**) виділяла чотири розділи математики: арифметику, геометрію, астрономію та музику. Піфагорійцям належить думка про кулястість Землі та існування безлічі світів.

Особливо важливий внесок піфагорійці зробили в геометрію, в основному в планіметрію прямолінійних фігур. Піфагор першим зрозумів значення аксіоматичного методу, чітко виділяючи базові припущення (аксіоми, постулати) і теореми, що дедуктивно виводяться з них. Вершиною піфагорійської системи стало підтвердження теореми Піфагора, яка раніше,

хоч і застосовувалася для практичних цілей, але сприймалася як наближений спосіб.

У школі Піфагора з арифметики було виділено теорію чисел, знайдено багато математичних закономірностей теорії музики. Особливістю піфагорійського союзу було те, що числовим співвідношенням приписувалися таємничі магичні властивості. Цю стрункість порушило відкриття піфагорійцем *Гіппасом* несумірності діагоналі квадрата та його сторони. Він надав логічний суворий доказ ірраціональності $\sqrt{2}$. Незабаром виявилось, що співвідношення діагоналі та сторони квадрата не є винятком. Піфагорієць *Феодор з Кірені* (кінець V – початок IV ст. до н. е.), що став учителем Платона, довів, що сторони квадратів із площами 3, 5, 6, 7, ..., 17 непорівнянні зі стороною одиничного квадрата. Це означало, що цілих чисел і простих дробів замало для виразу відносин будь-яких двох відрізків. Це спричинило введення поняття ірраціонального числа та розширення самого поняття «число».

Оскільки сукупність геометричних величин (довжин відрізків) виявилася повнішою, ніж безліч раціональних чисел, то виникло повніше обчислення в геометричній формі, відоме як геометрична алгебра. Первинними елементами у ньому є відрізки, їх множення дає прямокутник, а добуток трьох відрізків – прямокутний паралелепіпед. Добуток більшої кількості співмножників розглядати не можна. Однак не лише цим обмежувалися можливості геометричної алгебри – при розв'язанні рівнянь можна визначати лише додатне коріння. Ще більше її недоліки як загальної математичної теорії підкреслюються класом задач, розв'язання яких у цьому обчисленні неможливе. Серед них задачі про квадратуру кола, трисекцію кута та подвоєння куба, нерозв'язні за допомогою циркуля та лінійки.

Прагнення бездоганної точності розв'язку призвело також до відмови від арифметичних способів розв'язання квадратних рівнянь, оскільки часто корінь може бути ні парним, ні непарним, тобто є ірраціональними. Тому греки застосовували для цих рівнянь громіздкі геометричні методи. При цьому вони суворо дотримувалися вимог: всі геометричні побудови повинні виконуватися за допомогою циркуля та лінійки без шкали з поділками, тобто за допомогою досконалих ліній – прямих та кіл.

У V столітті до н. е. найбільшим центром науки стають Афіни. Вчені Афінського етапу розвитку античної науки зробили великий внесок у розвиток математики.

Серйозного удару було завдано піфагореїзму, коли у V столітті до н. е. з'явилися класичні задачі, розв'язання яких за допомогою циркуля та лінійки не вдавалося. Це **подвоєння куба** (побудова ребра куба, об'єм якого вдвічі більший за об'єм заданого куба), **трисекція кута** (розподіл заданого кута на три рівні частини) і **квадратура кола** (задача, що полягає в знаходженні квадрата, рівновеликого за площею даному колу).

Другого удару по піфагореїзму завдав **Зенон Елейський** (бл. 490 – бл. 430 до н. е.), запропонувавши ще одну тему для багатовікових роздумів математиків. Він висловив понад 40 парадоксів (**апорій**), з яких найбільш відомі три апорії про рух. Найвідомішою з них є парадокс «**Ахіллес і черепаха**», згідно з яким швидконогий Ахіллес ніколи не наздожене неквапливу черепаху, якщо на початку руху черепаха знаходиться попереду Ахіллеса. Всупереч багаторазовим спробам спростувати ці парадокси і навіть висміяти їх, вони й досі є предметом серйозного аналізу. У цих апоріях торкнулися найделікатніших питань математики – **кінченність і нескінченність, безперервність і дискретність**. Математика тоді вважалася засобом пізнання реальності, і суть суперечок можна було виразити як неадекватність безперервної, нескінченно поділеної математичної моделі фізично дискретної матерії.

Великий вплив на давньогрецьку математику зробили атомістичні погляди видатного мислителя **Демокріта** (бл. 460 – бл. 370 до н. е.). Він відомий не тільки створенням концепції атомів, але й тим, що заклав основи **методу вичерпування**, а також знайшов об'єми піраміди і конуса, хоча доказів своїх формул не дав.

389 року до н. е. Платон засновує в Афінах свою знамениту Академію. При цьому сам учений математичних досліджень не вів, але опублікував глибокі міркування щодо філософії та методології математики. Серед математиків, які приєдналися до Академії, можна назвати **Теетета Афінського** (бл. 417–369 до н. е.), **Архіта Тарентського** і **Євдокса Кнідського**.

Про життя Теетета відомо мало, здебільшого з діалогу Платона «Теетет», в якому автор повідомляє, що Теетет навчався, як і сам Платон, у **Феодора Кіренського**. Теетет створив перше загальне вчення про ірраціональність. Він довів, що й квадратний корінь із цілого числа не вилучається націло, він ірраціональний. Теетет також класифікував непорівнянні величини за рівнем їх ірраціональності: квадратне коріння, вищі ступені, їх суми, твори і т. і.

Великий внесок у розвиток математики зробив Архіт Тарентський. Він увійшов в історію науки завдяки вирішенню задачі подвоєння куба, заснованому на побудові перетину декількох поверхонь обертання, як основоположник оптики та механіки, один із перших теоретиків музики, автор класичного доказу на користь нескінченності Всесвіту. На основі робіт Архіта написано 7, 8, 9 та 11 книги «Начала» Евкліда.

Характерною рисою античної механіки є роз'єднаність вчення про рух – кінематики і вчення про рівновагу – статички. Статика була безпосередньо пов'язана з запитами практики, її основними проблемами були розрахунок виграшу в силі при використанні простих механізмів і висновки умов рівноваги при плаванні тіл і зважуванні. Основою античної статички служив «принцип важеля». Встановлення перших принципів механіки приписується Архіту. Він також розробляв теорію блоку і поліспасти. Вчений з Тарента перший упорядкував механіку, приклавши до неї математичні основи, і перший звів рух механізмів до геометричного креслення. Уривки з його праць «Про математичні науки» та «Бесіди» цитуються в творах Аристотеля та інших античних авторів.

Євдокс Кнідський, ґрунтуючись на вченні атомістів, використав ідею мізерно малої величини і розробив для визначення площі криволінійних фігур та об'єму тіл метод вичерпування – предтечу визначеного інтегралу. Метод полягав у тому, що для знаходження площі фігури до неї вписувалася монотонна послідовність інших фігур і доводилося, що їх площі необмежено наближаються до площі шуканої фігури. Після цього обчислювалася межа послідовності площ. Така сама ідея використовувалася і у визначенні об'єму тіла. Однак поняття нескінченності Євдокс не використав і загальної теорії меж у нього не було. Тому метод вичерпування розвивався лише у зв'язку з конкретними задачами та не набув абстрактного характеру. Тим не менш, Євдокс Кнідський є одним із основоположників інтегрального обчислення, його метод включений до 12-ї книги «Начала» Евкліда, ним широко користувався Архімед.

Таким чином, на початку IV століття до н. е. грецька математика далеко випередила математичні знання Сходу. Математика формується як міждисциплінарна наука, яка використовується при розв'язанні як наукових, так і прикладних задач. У цей час у математиків проявляється прагнення систематизувати математичні знання та викласти їх із логічною послідовністю. У методології найважливішим досягненням античності є

створення дедуктивного методу досліджень, викладеного у найповнішому вигляді у «**Логіці**» Аристотеля. Створення формальної логіки стало визначним досягненням Аристотеля. Основою для неї стала ідея класифікації, яка проходить через усі праці Аристотеля. На основі формальної логіки Аристотеля згодом виникла математична логіка. Це стало важливим моментом на шляху до майбутньої формалізації математичних доведень. Аристотель припускав докази важливої складової науки, вважаючи, що «докази не тільки встановлюють справедливість тих чи інших фактів, але проясняють сутність цих фактів і розкривають логічні зв'язки між ними».

4.2. Досягнення Александрійської школи математики

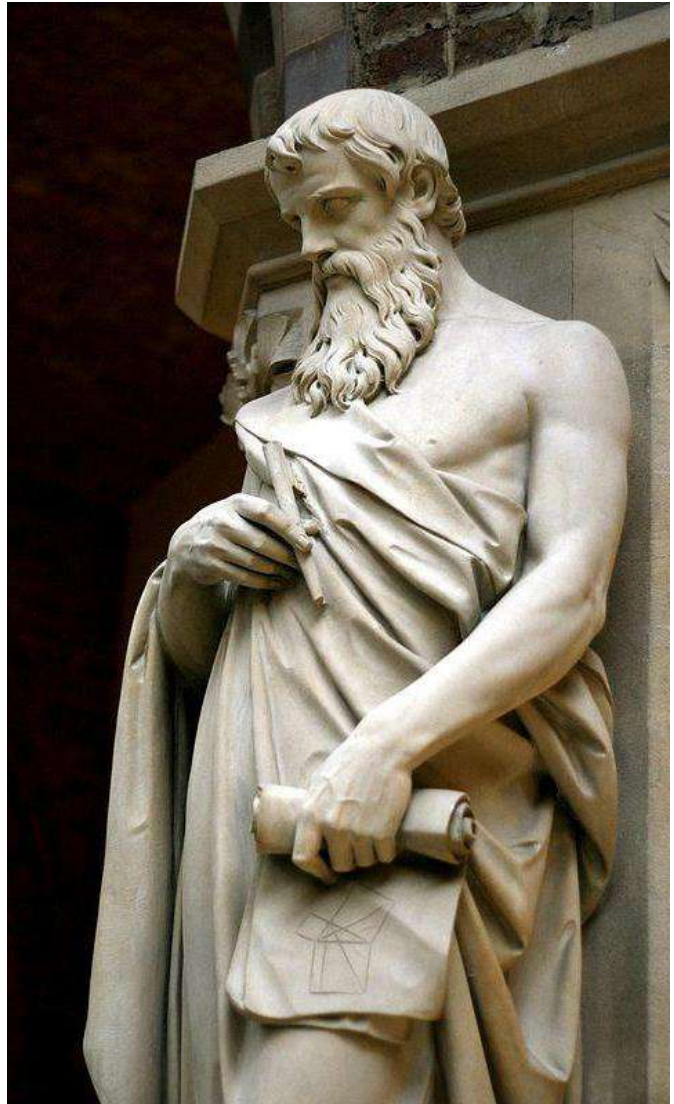
Провідним математиком Александрійської школи був **Евклід**. Його головна робота «**Начала**», видана як посібник, призначений для учнів Евкліда в Мусейоні, складається з тринадцяти книг і є результатом 300-річного розвитку давньогрецької математики. Створюючи свій підручник, Евклід включив у нього багато з того, що було створено його попередниками, обробивши цей матеріал і звівши його до купи. Книга містить виклад планіметрії, стереометрії та низки питань теорії чисел і стала фундаментом для подальшого розвитку математики. У ньому вперше геометрія будується з урахуванням аксіоматики. Вся математична система Евкліда заснована на п'яти постулатах і п'яти аксіомах, прийнятих без доказів. Логічна строгість викладу геометрії залишалася неперевершеною протягом 20 століть, і досі «Начала» лежать в основі всіх шкільних курсів геометрії.

Але цим не обмежується значення «Начал» Евкліда. Вони стали загальною основою для подальших геометричних трактатів інших античних авторів і залишалися зразком математичного трактату, який суворо і систематично викладає основні положення тієї чи іншої математичної науки. Завдяки аксіоматичному методу побудови науки, ця робота послужила взірцем для багатьох вчених у створенні нових наук. Зокрема, «Начала» відіграли важливу ідейну роль у створенні та розвитку науки Нового часу. Вплив та авторитет цієї книги були величезні протягом двох тисяч років.

Евклід

(бл. 325–265 рр. до н. е.).

Біографічні відомості про Евкліда вкрай мізерні. Достовірним вважатиметься лише те, що його наукова діяльність проходила в Александрії у III столітті до н. е. Він працював у Мусейоні і багато часу проводив в Александрійській бібліотеці. Вчений зайнявся об'єднанням арифметичних законів, геометричних принципів та теорії ірраціональних чисел в єдине вчення. Результати своїх праць Евклід описав у книзі «Начала» – творі, який мав велике значення для розвитку математики. Протягом двох тисяч років п'ятнадцять томів «Начал» були базовим навчальним посібником з геометрії. Робота перекладена арабською мовою, потім – англійською. «Начала» передруковувалися сотні разів, і зазначені в них базові математичні викладки залишаються актуальними до цього дня.



У I книзі «Начал» вивчаються властивості трикутників і паралелограмів, вінчає її знаменита теорема Піфагора для прямокутних трикутників. Книга II присвячена «геометричній алгебрі», що розроблялася піфагорійцями. Книги III і книга IV засновані на творах *Гіппократа Хіоського*, в них викладається геометрія кіл, а також вписаних та описаних багатокутників. У V книзі вводиться загальна теорія пропорцій, побудована Євдоксом Кнідським, а у VI книзі вона додається до теорії подібних постатей. Книги VII–IX присвячені теорії чисел і також сягають піфагорійського вчення. У цих книгах розглядаються теореми про пропорції та геометричні прогресії, вводиться метод для знаходження найбільшого загального дільника двох чисел (відомий нині як алгоритм Евкліда), будуються парні досконалі числа, доводиться нескінченність безлічі простих чисел. Автором VIII книги, ймовірно, був Архіт Тарентський.



Рис. 4.1. Один з найдавніших фрагментів «Начал» Евкліда

Найоб'ємнішою і найскладнішою частиною «Начал» є X книга, заснована на працях Теетета Афінського. У ній будується класифікація ірраціональностей. Книга XI містить основи стереометрії. У XII книзі за допомогою методу вичерпування доводяться теореми про відношення площ кіл, а також обсягів пірамід і конусів. Автором цієї книги за загальним визнанням, є Євдокс Кнідський. Нарешті, XIII книга присвячена побудові п'яти правильних багатогранників. Вважається, що частина побудов була розроблена Теететом Афінським.

Згодом до цих тринадцяти книг було додано ще дві. Книга XIV належить александрійцю *Гіпсіклу* (бл. 200 р. до н. е.), а XV книга створена за життя *Ісидора Мілетського*, будівельника храму Святої Софії в Константинополі (початок VI ст. н. е.).

З інших творів Евкліда з математики треба відзначити трактат «**Про поділ фігур**», що зберігся в арабському перекладі, чотири книги «**Конічні перерізи**», матеріал яких увійшов у твір тієї ж назви *Аполлонія Пергського*, а також «**Поризми**», уявлення про які можна отримати з «**Математичних зборів**».

Найвидатнішим ученим як Александрійського етапу, так й усього античного періоду був *Архімед*. Це був один із небагатьох математиків античності, які однаково охоче займалися і теоретичною, і прикладною наукою. Він розширив фундамент математики, створений Евклідом.

Архімед

(287–212 рр. до н. е.).



Народився в Сиракузах на острові Сицилія, але довго навчався та працював у Александрії. Вчений прославився як механік і математик, який вразив як сучасників, так й нащадків оригінальністю мислення і винахідливістю. Архімед є засновником геометричного напрямку у статистиці. Він вперше підійшов до механіки як математичної дисципліни і математично суворо вивів закон важеля. Після цього опис роботи всіх простих механізмів він зводить до важеля. Архімед також вивів способи визначення центрів тяжкості тіл. Великий вчений давнини використав свої досягнення для створення різних підйомних механізмів. Діяльність Архімеда докорінно змінила математику та механіку, тому його вважають найбільшим ученим античності.

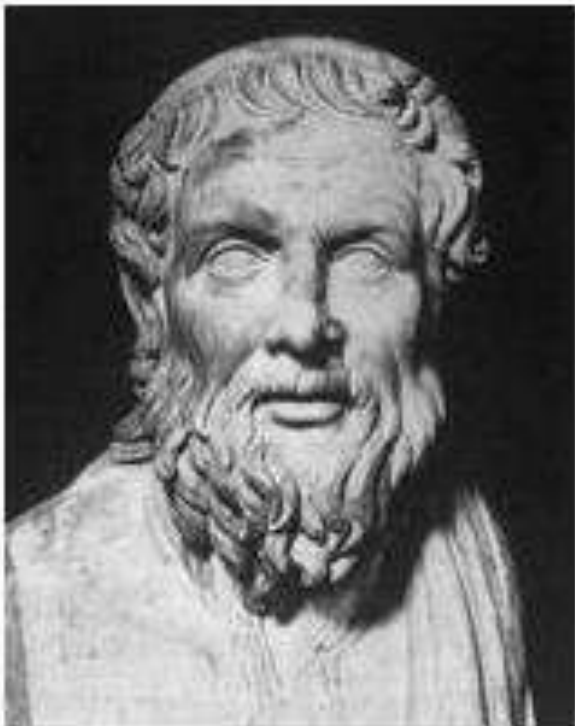
Обчислення ірраціональних та трансцендентних чисел породило ідею їх наближення числами раціональними. У роботі «**Вимірювання кола**» Архімед визначає число π за допомогою обчислення периметра вписаного та описаного правильного багатокутника. При числі сторін, рівному 96, він отримує верхню та нижню межі $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ або $3,14085 < \pi < 3,14286$, тобто обидва значення приблизно рівні 3,14. Але важливим є також те, що вчений застосовує метод, близький до диференціального. До того ж способу належить і метод знаходження дотичної до спіралі. Таким чином, Архімед заклав основи диференціального та інтегрального обчислення майже за два тисячоліття до створення математичного аналізу Ньютоном і Лейбніцем. Крім того, він впритул підійшов і до варіаційного обчислення.

Розвиваючи метод вичерпування, близький до інтегрального числення, Архімед довів, що обсяги циліндра, кулі та конуса, що мають однакову висоту та ширину, співвідносяться як 3:2:1 відповідно. Він також зумів обчислити площі та об'єми численних фігур і тіл, які раніше не

піддавалися зусиллям математиків. Однак у нього ще не запроваджено загальні поняття межі, інтеграла, нескінченної суми тощо. До того ж, метод застосовується індивідуально для кожної задачі.

Поряд з Евклідом і Архімедом одним з великих геометрів античності, що жили в III столітті до н. е., був **Аполлоній Пергський**. Він прославився насамперед монографією «**Конічні перерізи**» (8 книг), яка зберіглася не повністю – перші чотири книги в оригіналі, три наступні в арабському перекладі, а восьма книга втрачена. Про неї збереглися відомості у працях пізніших античних авторів. Розглядаючи конічні перерізи, Аполлоній використовував засоби геометричної алгебри. Він дав змістовну загальну теорію еліпса, параболи та гіперболи. Саме Аполлоній запропонував узвичаєні назви цих кривих; до нього їх називали просто «перетинами конуса». Він запровадив інші математичні терміни, латинські аналоги яких назавжди увійшли в науку, зокрема: асимптота, абсциса, ордината, апліката.

З інших заслуг Аполлонія перед наукою зазначимо те, що він переробив астрономічну модель Євдокса, ввівши епіцикли та ексцентрики для пояснення нерівномірності руху планет. Цю теорію пізніше розвинули Гіппарх та Птолемей. Він також дав розв'язання задачі про побудову кола, що стосується трьох заданих кіл («задача Аполлонія»), вивчав спіральні лінії, займався геометричною оптикою.



Аполлоній Пергський

(262–190 до н. е.)

Давньогрецький математик. Народився в еллінізованому малоазійському місті Перзі в Памфілії. У ранній молодості приєднався до Александрійської математичної школи Евкліда і згодом став викладати в Мусейоні, будучи визнаним авторитетом у геометрії та астрономії. Наприкінці життя на деякий час повернувся на батьківщину, де ним на зразок Александрійських було відкрито навчальний центр та бібліотеку. Помер учений, мабуть, в Александрії.

З II століття до н. е. у науці почався спад, нових глибоких ідей у галузі математики не з'являється. Рим захоплює Грецію 146 року до н. е., а 31 року до н. е. – Александрію. Настає римський етап розвитку античної науки, коли на перше місце виходять практичні знання. У результаті в математиці спостерігається застій. Він обумовлений відірваністю результатів математичних теорій від практики та обмеженістю геометричної форми досліджень. Для нового підйому математики потрібен був підйом продуктивних сил. У Європі він настав лише в епоху Відродження.

Серед нечисленних досягнень вчених цього етапу можна відзначити:

- відкриття **Нікомедом** конхоїди (плоска крива, що одержується при збільшенні або зменшенні радіус-вектора кожної точки даної плоскої кривої на постійну величину);
- Формулу **Герона Александрійського** для визначення площі трикутника (I століття н. е.);
- дослідження **Менелая Александрійського** в галузі сферичної геометрії (I–II століття н. е.);
- завершення **Птолемеєм** геоцентричної моделі світу (II століття н. е.), для чого знадобилася глибока розробка плоскої та сферичної тригонометрії. Система Птолемея стала вищою точкою розвитку всієї античної астрономії, нею користувалися аж до створення системи **Коперника**.

Ще слід згадати вченого з Александрії **Діофанта**, який жив у III столітті. Його книга «**Арифметика**» присвячена знаходженню додатних раціональних рішень невизначених рівнянь. Нині під «діофантовими рівняннями» зазвичай розуміють рівняння з цілими коефіцієнтами, розв'язання яких потрібно знайти серед цілих чисел. Діофант був першим грецьким математиком, який розглядав дробі нарівні з іншими числами. Діофант також першим серед античних вчених запропонував розвинену математичну символіку, яка дозволяла формулювати отримані ним результати у досить компактному вигляді. Таким чином, він заклав основи алгебри і нерідко згадується як «**батько алгебри**».

Необхідно також відзначити діяльність вченого III століття **Паппа Александрійського**. Його головна праця – трактат «**Математичні збори**» у восьми книгах є навчальним керівництвом для вивчення грецької геометрії. Цей твір має коментарі та історичні довідки. Виклад відомих теорем та їх доведення покращено та видозмінено. Крім того, книга містить деякі власні результати автора. Саме завдяки Паппу до нас дійшли відомості про античних вчених та їх праці.

4.3. Розвиток математики у Середні віки на Сході

Після падіння Західної Римської імперії та краху античної науки розвиток математики протягом кількох століть відбувається в основному в країнах Близького та Середнього Сходу, спочатку в Месопотамії та Єгипті. Саме цей регіон був колыскою цивілізації, а після завоювань Александра Македонського тут були головні наукові центри. А найбільше розвиток математики за доби Середньовіччя пов'язаний з країнами ісламу. На перше місце тут виходить обчислювальна математика, розвивається алгебра, наближені обчислення, теорія чисел, тригонометрія. Арабські вчені у цих науках значно перевершили рівень, досягнутий в Александрії. IX–XI століття стали періодом найбільшого розвитку арабської математики.

Проте країни ісламу були не єдиними, де відбувався розвиток науки. Математика розвивалася у Східній Римській імперії – Візантії та у країнах Закавказзя, тісно із нею пов'язаних. Значних успіхів досягла математика Індії та Китаю. Характер математики у всіх цих країнах був переважно однаковим. Це була математика постійних величин і незмінних геометричних фігур. Хоча розвиток середньовічної математики починається зі значно нижчого рівня розвитку, ніж в епоху еллінізму, до кінця цього періоду він значно вищий за античний. Математики Середньовіччя досягли великих успіхів у комерційній арифметиці, алгебрі, наближених обчисленнях, вченні про число та тригонометрію. Загалом середньовічна математика близька до математики Римського етапу – на першому місці стоїть вирішення практичних задач, необхідних для розвитку виробництва, мореплавання, торгівлі, а також таких наук як механіка, оптика та астрономія.

Математика Китаю в даний період розвивалася переважно в обчислювально-алгоритмічному напрямку як сукупність обчислювальних алгоритмів, призначених для вирішення задач на лічильній дошці. Найбільш важливими з них є методи розв'язання систем лінійних рівнянь та рівнянь алгебри вищих ступенів. Поруч із цим непогано розвивалися елементи комбінаторики.

Найважливішим досягненням китайських математиків стало запровадження від'ємних чисел. Довгий час вони вважалися чимось ефемерним, несправжнім. Наприклад, у Вавилоні та в Стародавньому Єгипті, якщо при обчисленні виходило від'ємне число, вважалося, що розв'язку немає. Перша згадка про від'ємні числа зустрічається у II столітті до н. е. у книзі «**Математика у дев'яти розділах**» китайського вченого

Чжан Цань. При цьому вони вважаються «боргами», а додатні називалися «майном». Сучасного запису тоді не було, і від'ємні числа записували чорним кольором, а додатні – червоним.

Однак за всіх своїх здобутків китайська математика залишалася догматичною, мало схожою на дедуктивну науку грецького зразка.

Математика Індії. Великий внесок у розвиток математики в Середньовіччі зробили індійські математики, хоча в математиці Індії до XVIII століття так само, як і в Китаї, переважали обчислювально-алгоритмічні методи та були спроби побудови системи доведень. Геометрія стародавньої Індії також має практичний характер. Розквіт індійської математики починається у VI столітті. Там утворюється позиційна десяткова система рахунку. Перший запис цифр, у якому застосовуються лише перші дев'ять цифр, а десятки і сотні позначаються тими самими цифрами, як і одиниці, належить до 595 року. Такий спосіб запропонував вчений **Аріабхата**. Нуля в цій системі рахунку ще не було, замість нього ставилася прогалина. У творах Аріабхати також формулюються правила елементарної математики.



Аріабхата

(476–550)

Індійський астроном і математик, діяльність якого відкриває «золоте століття» індійської математики та астрономії. Аріабхата здобув освіту в столиці царства Магадха, де знаходився монастир буддистів Наланда – найбільший «університет» того часу. У ньому він провів довгі роки та написав свої основні праці.

З творів, написаних Аріабхатою, зберігся текст лише одного – «Аріабхаті» (499 р.). Ця праця вплинула на подальший розвиток математики та астрономії в Індії і започаткувала нову наукову традицію в цій країні. В середині VIII століття трактат «Аріабхати»

переклав арабською мовою багдадський астроном Абу аль-Хасан аль-Ахвасі, який застосовував «систему Аріабхати» у своїх розрахунках. На цей переклад посилався великий учений аль-Біруні, що зробило «Аріабхату» відомою у Європі науковою працею.



Брахмагупта

(598 – бл. 660)

Індійський астроном і математик народився і жив у одному з найдавніших індійських міст Удджайн. У 628 році Брахмагупта написав «Удосконалене вчення Брахми» – астрономічний трактат, що містив розділи, присвячені арифметиці та алгебрі. Він виклав вчення про арифметичної прогресії (правило підсумовування) і розв'язання квадратних рівнянь. У математичних операціях Брахмагупта допускав і розглядав вживання нуля.

Створення десяткової системи обчислення стало визначним досягненням давньоіндійської науки. У VII столітті індійський математик **Брахмагупта** ввів у обіг від'ємні числа і символ для позначення нуля. У той час, коли в Китаї застосування від'ємних чисел намагалися звести до мінімуму, в Індії, навпаки, вони не здавалися чимось незрозумілим і використовувалися дуже широко. Зокрема, Брахмагупта залишив докладні пояснення роботі з від'ємними числами та навів усі арифметичні дії з ними.

У Європі від'ємні числа не визнавали дуже довго. Їх вважали «уявними» та «абсурдними». Жодних дій з ними не робили, а просто відкидали, якщо відповідь виходила негативною. Зокрема, вважалося, що з 0 відняти будь-яке число, то відповіддю буде 0, оскільки ніщо не може бути менше нуля, тобто порожнечі.

Високого розквіту в Індії досягли алгебраїчні обчислення. Алгебру індійці називають «мистецтвом обчислення з невідомими». Великим досягненням індійських математиків стало створення символіки алгебри, яка була багатшою, ніж у Діофанта. Індійським математикам були також відомі розв'язання квадратного рівняння та систем рівнянь.

У сфері тригонометрії індійські математики запровадили функції синуса та косинуса. При цьому вони користувалися співвідношеннями, які у звичному нам вигляді записуються так:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha);$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta.$$

Індійська математика справила величезний вплив на розвиток арабської математики. В Індії арабські вчені почерпнули багато знань, зокрема десяткову позиційну систему числення. Перша згадка про неї міститься в рукописі 662 року сирійського християнського єпископа *Севера Себохта*, який пише, що «індійська система обчислення перевершує всі описи».

Поширення десяткової системи обчислення стало важливим досягненням арабської науки. Арифметичний трактат аль-Хорезмі **«Про індійські числа»** формулював правила виконання чотирьох арифметичних дій над багатозначними числами з використанням десяткової системи числення.

У XII столітті трактат був перекладений латинською мовою, і ця система стала відома в Європі, хоча паралельно з нею зберігалася успадкована від вавилонян 60-річна система. Оскільки європейці запозичили індійські цифри у арабів, у нас вони називаються арабськими. Що стосується десяткових дробів, то в Європі вони були введені С. Стевіном тільки на початку XVII століття.

У країнах ісламу вивчення механіки почалося з перекладів і коментарів античних авторів – Аристотеля, Архімеда, Герона і в подальшому йшло в тих самих напрямках.

Видатний математик *Мухаммад ібн Муса аль-Хорезмі* (бл. 780–847) на початку IX століття заклав основи алгебри. Найважливішою його працею є **«Книга про операції відновлення та приведення»**, написана приблизно 830 року. У ній учений вводить дві дії: **ал-джабр**, яка полягає у перенесенні від'ємного члена з однієї частини до іншої для отримання в обох частинах додатних членів та **ва-ль-Мукабала** – приведення подібних членів в обох частинах рівняння. Крім того, аль-Хорезмі вводить правило множення багаточленів.

У теоретичній частині трактату аль-Хорезмі наводить класифікацію рівнянь 1-го та 2-го ступеня, виділяючи шість їх видів. Охарактеризувавши кожен з них і показавши на прикладах правила їх розв'язання, аль-Хорезмі дає геометричний доказ цих правил для трьох останніх видів, для яких розв'язання не зводиться до вилучення кореня.

Крім правил розв'язання рівнянь, книга аль-Хорезмі включає розділи з геометрії, тригонометрії, астрономічні таблиці, а також таблиці широт і довгот міст. Трактат містить ще **«главу про угоди»**, в якій розглядається правило для знаходження невідомого члена пропорції за трьома відомими членами та **«главу про вимір»**, де розглядаються правила для обчислення площ різних багатокутників, наближена формула для площі кола і формула обсягу усіченої піраміди. У 834 році аль-Хорезмі відокремив алгебру від геометрії.

Абу Абдаллах Мухаммед ібн Муса аль-Хорезмі

(780 – бл. 850)



Великий математик. Походив із зороастрійських жерців – носіїв культури та науки Ірану та Середньої Азії. Був також добре знайомий з наукою Індії та елліністичних держав Близького Сходу. На початку IX ст. заклав основи алгебри.

При халіфі ал Мамуні (813–831) аль-Хорезмі очолив у Багдаді бібліотеку «Будинка мудрості». У 827 році він брав участь у вимірі довжини градуса земного меридіана на рівнині Сінджара, а при халіфі ал Васіке в 847 році керував експедицією до хазар. Ця подія і є останньою згадкою про діяльність вченого. Твори аль-Хорезмі вплинули на розвиток математики не тільки на Сході, але і на Заході. Саме

*у працях аль-Хорезмі алгебра виділилася у самостійну науку. За вагомий внесок у математичну науку та її популяризацію у світовій науковій громадськості аль-Хорезмі справедливо називають «**Батьком алгебри**». Він є найбільшим математиком свого часу і одним з найбільших математиків всіх часів. Ім'я вченого в латинізованій формі «**Algorithmus**» стало в Європі позначати систему десяткової позиційної арифметики, а згодом слово «**алгоритм**» набуло більшого змісту і означає регулярний обчислювальний процес.*

Трактат аль-Хорезмі започаткував розвиток нової самостійної наукової дисципліни і дав назву новій науці – **алгебра** (від арабського ал джебр – відновлення). Пізніше вона вдосконалювалася багатьма східними математиками, серед яких *Ібн Турк, Абу Каміл, ал-Караджі* та ін. У XII столітті ця книга була двічі перекладена латинською мовою і відіграла надзвичайно важливу роль у розвитку математики в Європі.

Аль-Хорезмі описав прийом вилучення квадратних коренів. Близько 1000 року *Куш'яр ібн Лаббан* запропонував спосіб вилучення кубічних коренів.

Подальша розробка прийомів вилучення коренів належить *Омару Хайяму*. У книзі з алгебри він згадує методи індійських математиків, засновані на формулах

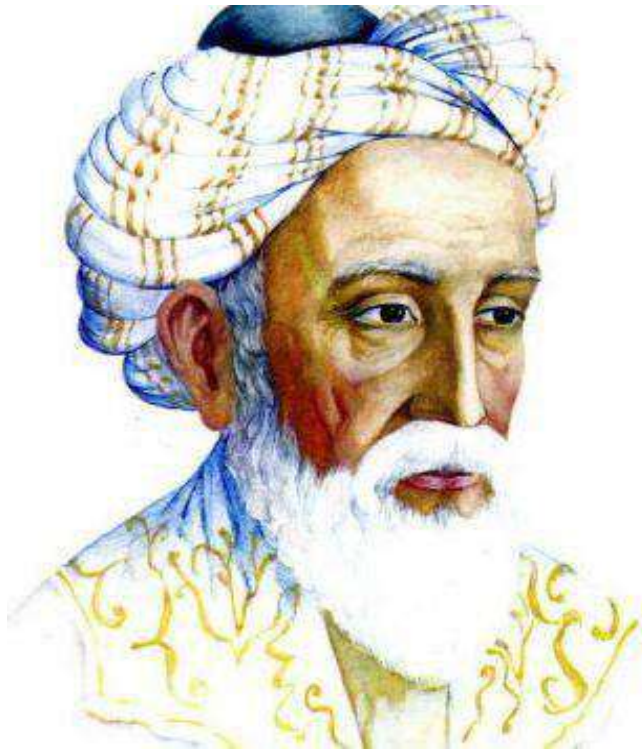
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

та

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Після цього вчений повідомляє, що у спеціальному творі він узагальнив ці методи у разі вилучення коренів з будь-яким цілим показником. Омар Хайям володів правилом зведення двочлена в будь-яку цілу додатну міру.

Омар Хайям написав важливі трактати з алгебри, арифметики, філософії та трактат **«Про мистецтво визначення кількості золота і срібла в тілі, що складається з них»**. Йому також належить **«Трактат про доведення задач алгебри і алмукабали»**, де у вступі він дає перше, що дійшло до нас, визначення алгебри як науки. У перших розділах трактату автор викладає метод алгебри



Ал Хайям Гіясаддін Абу-л-Фахт Омар ібн Ібрагім

(бл. 1048–1131)

Визначний середньоазіатський математик, філософ та поет. Народився в Нішапурі (Хорасан), працював у Самарканді та Бухарі. В 1074 Омара Хайяма запросили в Ісфахан, до двору сельджукського султана Мелік-шаха I. Він стає духовним наставником султана. Через два роки Мелік-шах призначив вченого керівником палацової обсерваторії, однією з найбільших у світі. Цей період став найпліднішим для Омара Хайяма. Тут

під його керівництвом було створено астрономічні таблиці. Він також займався реформою іранського сонячного календаря. У цьому календарі Хайямом прийнято було співвідношення «8 високосних на 33 роки», тобто з кожних 33 років 8 були високосними та 25 звичайними. Цей календар точніше за всіх інших відомих відповідає року весняних рівнодень. Проєкт Омара Хайяма ліг в основу іранського календаря, який з 1079 року досі діє в Ірані як офіційний. 1092 року помер його покровитель сельджукський султан Малік-шах, і Омар Хайям був звинувачений «у безбожному вільнодумстві», після чого залишив сельджукську столицю. Після цього він майже 40 років поневіряється, іноді працює в Мерві при дворі наступників Малік-шаха, але відновити обсерваторію йому вже не вдається.

розв'язання квадратних рівнянь, описаний ще аль-Хорезмі. У наступних розділах він розвиває геометричний спосіб розв'язання кубічних рівнянь, основи якого заклав Архімед. Корені даних рівнянь у цьому методі визначалися як загальні точки перетину двох відповідних конічних перерізів. Хайям наводить обґрунтування свого методу, класифікацію типів рівнянь, алгоритм вибору типу конічного перерізу, оцінку числа (додатних) коренів та їх величини. Однак він не помітив, що кубічне рівняння може мати три додатні дійсні корені, і до аналітичних формул йому дійти не вдалося, але вчений висловив сподівання, що явний розв'язок буде знайдений в майбутньому.

Пізніше арабські вчені розробили багато методів розв'язання кубічних рівнянь. Наприклад, *Аль-Біруні* (973–1048) використовував метод проб, а співробітник обсерваторії Улугбека *Джамшид ібн Масуд аль-Каші* розробив для них ітераційний метод.

Джамшид ібн Мас'уд ібн Махмуд Гіяс ад-Дін ал-Каші (1380–1429)

Один з найбільших математиків та астрономів XV століття, співробітник Улугбека, перший директор Самаркандської обсерваторії народився в іранському місті Кашан близько 1380 року. Він зробив великий внесок у математичні науки. Ал-Каші є автором першого систематичного викладу теорії десяткових дробів, обчислення величини числа π з точністю до 16-го знаку. У трактаті *«Сходи небес»* (1407) ал-Каші обговорює відстані до Місяця та Сонця, їх обсяги, відстані до планет та до сфери нерухомих зірок. У трактаті *«Пояснення спостережних інструментів»* (1416) описуються інструменти, що використовуються в спостережній астрономії. У трактаті *«Насолода садів»* – побудований ал-Каші пристрій, за допомогою якого можна визначати широти та довготи світил, їх відстань до Землі і т. д. Відомі також його трактати з астрономії.



4.4. Розвиток математики у Середні віки у Європі

Що ж до Західної Європи, там розвиток математики припинився практично до XIII століття. Лише після появи арабських перекладів там знову виявляється інтерес до математики. Першим великим математиком Європи епохи Середньовіччя став **Леонардо Пізанський**, більш відомий під прізвиськом **Фібоначчі** (бл. 1170 – бл. 1250). Леонардо вивчав математику в арабських вчителів в Алжирі, де у торговельних справах часто бував разом із батьком. Пізніше Фібоначчі відвідав Єгипет, Сирію, Візантію, Сицилію. Він вивчив арабську мову та ознайомився з досягненнями античних та індійських математиків в арабському перекладі. У результаті вчений написав ряд математичних трактатів, які є визначним досягненням середньовічної західноєвропейської науки.

Праця Фібоначчі «**Книга абака**» (1202) стала першим підручником арифметики в Європі, призначеним для широкого читача. У ньому 15 розділів, у яких викладено майже всі арифметичні та алгебраїчні відомості того часу. У перших п'яти розділах «Книги абака» викладається позиційна десяткова система обчислення, зручніша за римську, що застосовується в Європі. У VI і VII розділах Леонардо наводяться події над звичайними дробами. У VIII–X розділах містяться додатки до комерційних розрахунків, викладено прийоми розв'язання задач комерційної арифметики, що ґрунтуються на пропорціях. У XI розділі розглянуто задачі на змішання, зокрема задачі на визначення монетних проб. У XII розділі наводяться задачі на підсумовування арифметичної та геометричної прогресій, ряду квадратів натуральних чисел і, вперше в математиці, поворотного ряду, що приводить до послідовності так званих чисел Фібоначчі^{3*}. У XIII розділі викладається правило двох помилкових положень та ряд інших задач, що приводять до лінійних рівнянь, у тому числі знаходження цілих рішень невизначених рівнянь першого ступеня. XIV глава присвячена способам наближеного вилучення квадратних і кубічних коренів та операцій з «біноміями». В останньому XV розділі коротко викладається алгебра та валь-Мукабаля, близька до алгебри ал Хорезмі. У ній також зібрано ряд завдань застосування теореми Піфагора і велика кількість прикладів на

^{3*} Числа Фібоначчі – числова послідовність, перші два числа якої є 0 і 1, а кожне наступне число є сумою двох попередніх. Є окремим прикладом лінійної рекурентної послідовності. Закономірність, що описується числами Фібоначчі, набула популярності в епоху Відродження і особливо Нового часу, де вплинула на різні сторони життя – від фундаментальної та прикладної математики до мистецтва та архітектури.

квадратні рівняння. Саме праця «Книга абака» сприяла поширенню в Європі позиційної системи обчислення, зручнішої за римську. Також уперше в Європі Леонардо використав від'ємні числа, які розглядав як борг.

У 1220 р. Фібоначчі написав підручник **«Практична геометрія»**, який складається з семи частин і містить теореми, що належать до вимірювальних методів. Поряд із класичними результатами Фібоначчі наводить свої власні, у тому числі доведення теореми про те, що три медіани трикутника перетинаються в одній точці. Хоча Архімеду ця теорема була відома, але її доведення до нас не дійшло чи не існувало. Останній розділ книги присвячений землемірним прийомам.

«Книга квадратів», яка опублікована 1225 року, є набором числових задач на розв'язання невизначених квадратних рівнянь. Книга охоплює кілька тем теорії чисел, серед яких індуктивний метод знаходження піфагорових трійок, заснований на послідовності непарних цілих чисел. Справа в тому, що сума перших непарних цілих чисел і є розв'язанням проблеми конгруентних чисел. Книга визначила подальші роботи таких математиків, як П'єр де Ферма та Леонард Ейлер.

Слід зазначити, що після робіт Леонардо Фібоначчі аж до епохи Відродження в європейській математиці не було яскравих ідей та великих відкриттів. Серед досягнень європейських математиків можна назвати такі.

Професор Паризького університету **Нікола Орезмський** (до 1330–1382) узагальнив поняття ступеня, ввівши дробові показники ступеня, правила проведення операцій над ними та спеціальну символіку, передуючи фактично ідею логарифма. Він також одним з перших для функції, що залежить від часу, використовував координатне зображення.

Наприкінці XV століття бакалавр Паризького університету **Нікола Шюке** (1445 – бл. 1488) в 1484 написав алгебраїчний трактат **«Наука про числа в трьох частинах»**, в якому крім загальної арифметики і правил обчислення коренів, міститься вчення про рівняння і збірник задач. Крім дробового показника ступеня, Шюке вводить від'ємні та нульові показники, а також від'ємні числа. Він також зробив внесок в удосконалення символіки алгебри. Однак у цій символіці ще немає спеціального символу для невідомого, а більшість символів утворено шляхом скорочення слів. Наприклад, m – скорочення слова «*minus*». Знаком кореня служить Rx від слова *radix*, корінь, знаком додавання – p . У трактаті Шюке також за аналогією із запропонованим Марко Поло терміном

мільйон, вводяться терміни більйон, трильйон тощо, до нонільйону. Ці назви закріпилися у всіх європейських мовах.

У широких колах учених, де поширювалися й накопичувалися нові математичні знання, вирішувалися як теоретичні так і практичні завдання. Це, своєю чергою, вело до нового наукового піднесення. Серед усіх проблем намітилися два головні напрями розвитку математики: удосконалення символіки алгебри та оформлення тригонометрії як окремої науки.

4.5. Розвиток математики в епоху Відродження

Ще з давніх-давен склалося так, що саме в «цариці наук» – математиці люди починають шукати останній критерій істини. З одного боку, чисто практична перевага, яку отримував купець над конкурентами навіть за невеликого поліпшення способів обчислення своїх координат на морі, а з іншого боку – релігійні традиції, які стверджували, що Всесвіт побудований Богом (або Богами) за математичним планом, і ставили математику в центр уваги. І якщо на початку Середніх віків «математиками» називали людей, які займалися астрологією, і піддавали їх переслідуванню як чаклунів, то Леонардо да Вінчі пише, що «той, хто паплюжить вищу достовірність математики, той харчується сумбуром». І хоча в міру зростання дійсної могутності математики такі пихаті декларації змінюються тверезішим розумінням її можливостей, вона вже в ті часи стає і також залишається основним інструментом відомої європейської культури.

У XV–XVI століттях математика розвивається головним чином в Італії, Франції та Німеччині, до яких наприкінці XVI століття приєднується Голландія. Першим значним твором з математики стали **«П'ять книг про трикутники всякого роду»** німецького астронома та математика **Йоганна Мюллера** (1436–1476), відомого також під ім'ям **Регіомонтан**. У цій роботі тригонометрія вперше трактувалася як самостійна наука. Крім того, Регіомонтан ввів в обіг радикали та правила дій над ними. Також ним у радикалах розв'язані деякі рівняння третього та четвертого ступенів.

Важливе місце в математиці протягом багатьох століть займало **розв'язання ступеневих рівнянь**. Після багаторічних зусиль професор математики Болонського університету **Сципйон дель Ферро** (1465–1526) знайшов загальний метод розв'язання неповного кубічного рівняння виду

$$x^3 + px = q, \text{ де } p, q > 0. \quad (4.1)$$

Дель Ферро не опублікував свій метод розв'язання, але повідомив про

нього свого зятя *Анібала делла Наве* та учня *Антоніо Маріо Фіоре*. Фіоре успішно застосовував цей алгоритм на популярних тоді математичних турнірах. Так у 1535 році, вже після смерті дель Ферро, Фіоре на одному з таких турнірів зустрівся з талановитим математиком-самоуком *Нікколо Тарталья*. Тарталья, як він сам стверджував, самостійно відкрив правило дель Ферро і вирішив усі запропоновані задачі, а наступного дня ще й знайшов розв'язання рівняння виду

$$x^3 = px + b. \quad (4.2)$$

В 1539 р. міланський професор *Джероламо Кардано* вигадав спосіб зведення повного кубічного рівняння до виду, у якому відсутній член із квадратом невідомого. Кардано в 1545 р. опублікував ці результати, включивши також у свою книгу і метод вирішення рівняння четвертого ступеня, відкритий його учнем *Луїджі Феррарі* (1522–1565). Таким чином секрет дель Ферро був зрештою оприлюднений. Причому алгоритм дель Ферро увійшов до історії як формула Кардано. Сам Кардано у своїй книзі «**Велике мистецтво**» чесно повідомив: «Сципій дель Ферро відкрив формулу, згідно з якою куб невідомого плюс невідоме дорівнює числу. Це була дуже гарна і чудова робота... Змагаючись з ним, Нікколо Тарталья з Бреції – наш друг, будучи викликаний на змагання з учнем дель Ферро на ім'я Антоніо Маріо Фіоре, вирішив, щоб не бути переможеним, ту ж саму проблему і після довгих прохань передав її мені».

В результаті італійські вчені розв'язали проблему, з якою кілька століть не могли впоратися найкращі математики світу. При цьому виявилось, що у рішенні іноді з'являлися «неможливі» корені з від'ємних чисел. Після аналізу ситуації європейські математики назвали ці коріні «уявними числами» і виробили правила поводження з ними, що приводять до правильного результату. Так, у математику вперше увійшли комплексні числа.

Що стосується суперечки між Тарталья та Кардано про пріоритет на способи розв'язання ступеневих рівнянь, то він обговорюється майже 500 років, проте істину навряд чи вдасться знайти. Але позитивним результатом цієї суперечки стало прагнення вчених не приховувати своїх досягнень, щоб заробляти за їхньою допомогою гроші на диспутах, а публікувати їх у наукових виданнях.

Пошуками розв'язання рівнянь алгебри вищих ступенів займалися багато астрономів і математиків протягом наступних 300 років. У тому

числі Лаплас, Лагранж, Леверрье, Ейлер та інші. Намагаючись знайти формулу для розв'язання рівнянь k -го ступеня, Ейлер знайшов загальний вигляд формули для коренів рівняння будь-якого ступеня не вище четвертої. Але звести загальне буквене рівняння п'ятого ступеня до рівнянь нижчих ступенів йому не вдалося. У 1770–1771 роках Лагранж розпочав систематичне дослідження всіх методів розв'язування і дійшов висновку: «Дуже сумнівно, щоб методи ... могли б дати повне розв'язання рівняння 5-го ступеня». У 1799 році італійський математик **Паоло Руффіні** (1765–1822), хоча з деякими пробілами довів, що рівняння алгебри ступеня вище четвертого з буквеними коефіцієнтами не розв'язуються в радикалах. В 1826 р. норвезький математик **Нільс Хенрік Абель** (1802–1829) навів повний доказ цього факту.

Нікколо Тарталья

(1499–1557)

Італійський математик-самоучка, інженер-фортифікатор. Народився в місті Брешіа в сім'ї листоноші на прізвище Фонтана. 1506 року його батько загинув від руки грабіжника, і хлопець не мав можливості вчитися. У 1512 році, під час взяття Брешії французами ворожий солдат завдав йому удару мечем в нижню частину обличчя, чому хлопчик став непрямым, і отримав прізвисько «заїка» (італійською *tartaglia* – Тарталья), яке і стало його прізвищем. Через відсутність коштів Тарталья змушений був вчитися самостійно. Опанувавши математику, він склав кваліфікаційний іспит і сам став викладати в університетах Верони, Брешії та Венеції. У результаті Тарталья став одним із найвідоміших математиків та механіків свого часу.



В галузі механіки Тарталья розглядає вільне падіння тіл і задачу балістики, зокрема, він першим знаходить, що далі камінь полетить, якщо його кинути під кутом 45° до горизонту. Він також займається топографією, питаннями артилерії та фортифікацією, у тому числі питаннями зміцнення міст. Вчений розглядає різні проблеми арифметики, алгебри, геометрії та теорії ймовірностей. Учень Тарталі був видатний вчений доби Відродження Джамбатіста Бенедетті.

Джероламо Кардано

(1501–1576)

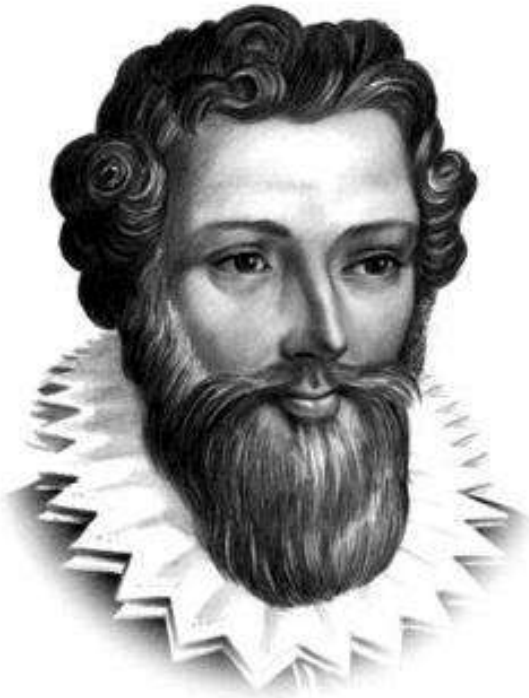
Італійський математик, інженер, філософ, лікар, астролог. Опублікував фундаментальні праці з алгебри, теорії ймовірностей і механіки, які вплинули на розвиток науки. В 1520 р. Кардано вступив до університету Павії на медичний факультет, але через закриття університету в 1524 р. перейшов до Падуанського університету, який закінчив в 1526 р., отримавши диплом доктора. Спочатку займався виключно медициною. У 1534 р. став професором у Міланському університеті, читав лекції з медицини та математики. У 1562 році залишив Мілан і став викладати медицину в Болоньї, здобувши репутацію одного з найкращих європейських лікарів, але не переставав займатися іншими науками. В галузі алгебри Кардано першим припустився існування від'єиних коренів рівняння, а також увів у розгляд уявні числа.



Кардано є основоположником теорії механізмів та машин. Він першим запропонував для вивчення машини розкласти її на елементарні складові (ланки) і ввів поняття передавального відношення.

Другий найважливіший крок до нової математики зробив француз **Франсуа Вієт**. Вієт бачив у працях математиків велику ваду – застосування словесної символіки, через яку вивчати вирази алгебри або алгебраїчні рівняння в загальному вигляді було неможливо. Кожен вид рівняння з числовими коефіцієнтами розв'язувався за особливим правилом, наприклад, Кардано розглядає 66 видів рівнянь алгебри.

Вієт поставив собі за мету вивчати не числа, а дії над ними і ввів у вжиток буквене числення. Літерна алгебра стала символічною мовою арифметики. Вієт вводить такі правила: додавання та віднімання виконуються тільки над однорозмірними величинами; множення та поділ приводять до зміни розмірності. Вієт – автор теореми про залежність між коренями квадратного рівняння та його коефіцієнтами, оприлюдненої 1591 року. Основи алгебри викладені вченим у книзі **«Вступ до мистецтва аналізу»**. Тут же наведені і знамениті формули Вієта, які зв'язують



Франсуа Вієт

(1540–1603)

Французький математик, основоположник символічної алгебри. Народився у місті Фонтене-ле-Конт провінції Пуату в родині прокурора. Вієт отримав юридичну освіту і розпочав адвокатську практику в рідному місті. Але незабаром він захопився вивченням астрономії та тригонометрії і навіть отримав деякі важливі результати. В 1571 р. Вієт переїхав до Парижа, де зробив блискучу кар'єру і став радником короля Генріха III, а після його смерті – Генріха IV. Вієта називають «батьком алгебри» завдяки створенню буквенної символіки.

коефіцієнти багаточлена та його корені. Ними зручно користуватися для перевірки правильності знаходження коренів багаточлена, а також для складання багаточлена за заданим коренями. Таким чином, Вієт підбиває підсумок математики епохи Відродження. У працях Вієта та його послідовників алгебра була побудована як символічне обчислення. Значними були досягнення плоскої та сферичної тригонометрії, удосконалено методи обчислення таблиць.

Символіка Вієта одразу була сприйнята вченими різних країн. Серед тих, хто її вдосконалив, можна назвати **Герріота** (1560–1621), **Жирара** (1595–1632) та **Отреда** (1575–1660). А в працях **Рене Декарта** алгебраїчна мова набула практично сучасного вигляду. В результаті алгебра Декарта витіснила алгебру Вієта, а декартове поняття «**змінна величина**» стала поворотним пунктом у математиці XVII століття.

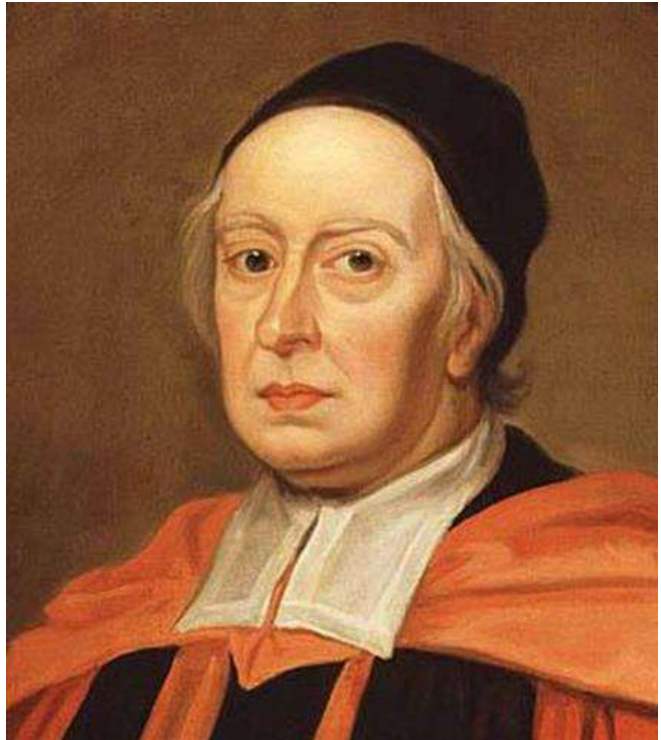
У 1657 році **Джон Валліс** опублікував монографію «**Загальна математика, або повний курс арифметики**», в якій творчо переробив досягнення алгебри Декарта і Вієта. Значно доповнений «**Трактат з алгебри**», опублікований 1685 року, історики розцінюють як енциклопедію алгебри свого часу. Цей трактат містив докладний виклад теорії логарифмів, у якій логарифмування було подано як операція, обернена до ступеня. Винахідник логарифмів Непер визначив їх кінематично і не розкрив їх істинної природи.

Джон Валліс

(1616–1703)

Англійський математик, один із попередників творців математичного аналізу. Брав участь у створенні Лондонського Королівського товариства (1662). Народився у графстві Кент у сім'ї священника. У 1637 р. закінчив Кембриджський університет, в 1640 р. став священником англіканської церкви.

Математичної освіти Валліс не отримав. У 1647–1648 роках самостійно займався математикою, вивчаючи праці Декарта і Отреда. У 1649 р. став професором геометрії Оксфордського університету і займав це місце до кінця життя. Виконував також обов'язки охоронця Оксфордського університетського архіву. Валліс отримав значні результати в математичному аналізі, що зароджувався тоді, геометрії, тригонометрії, теорії чисел.



Валліс ввів терміни: мантиса, інтерпретація, безперервний дріб, інтерполяція, вивів рекурентні співвідношення для відповідних дробів безперервного дробу, а також розкладання бінома. Книга також містила наближені обчислення та геометричну інтерпретацію комплексних чисел, но, на жаль, залишилася непоміченою сучасниками.

Таким чином, в Епоху Відродження математика Європи вперше вийшла за межі знань, отриманих античними та східними вченими. У цей час остаточно було введено десяткову позиційну систему рахунку, введено десяткові дробі, введено дробові та від'ємні показники та від'ємні числа.

Великим успіхом європейської математики стало розв'язання в радикалах рівнянь третього та четвертого ступенів – проблема, яку не змогли вирішити вчені країн ісламу. У зв'язку з вирішенням цієї проблеми було формально введено уявні числа.

Зусиллями вчених Епохи Відродження було створено умови виникнення теорії змінних величин, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального обчислень.

4.6. Обчислювальна математика та застосування логарифмів

Однією з найважливіших подій у математиці в Епоху Відродження стало відкриття логарифмів. Наука, що бурхливо розвивалася, вимагала проведення складних розрахунків, зокрема множення і поділу багатозначних чисел. Після створення системи Коперника семимильними кроками розвивається астрономія, завдяки вдосконаленню інструментів збільшується точність спостережень, що, своєю чергою, ставить підвищені вимоги до точності обчислень. Розробка нової моделі Всесвіту, дослідження планетних рухів вимагало виконання величезного обсягу обчислень. Зокрема, встановлення справжньої орбіти Марса коштувало великому астроному та математику **Йоганну Кеплеру** (1571–1630) багато років напруженої праці. Великі проблеми виникали і в інших галузях, наприклад, у фінансових розрахунках та страховому бізнесі. Основні труднощі становили операції множення та особливо розподілу багатозначних чисел.

Щоб привести ці операції до більш простих – додавання та віднімання – могли використовуватися таблиці синусів і косинусів. Так для перемноження тригонометричних функцій застосовувалися формули

$$\begin{aligned}\sin \alpha \cdot \sin \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]; \\ \cos \alpha \cdot \cos \beta &= \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)].\end{aligned}\tag{5.3}$$

Для множення багатозначних чисел користувалися таблицею квадратів, складеною до числа 100 000. Тут діяло таке правило

$$a \cdot b = \frac{1}{4} [(a + b)^2 - (a - b)^2].\tag{5.4}$$

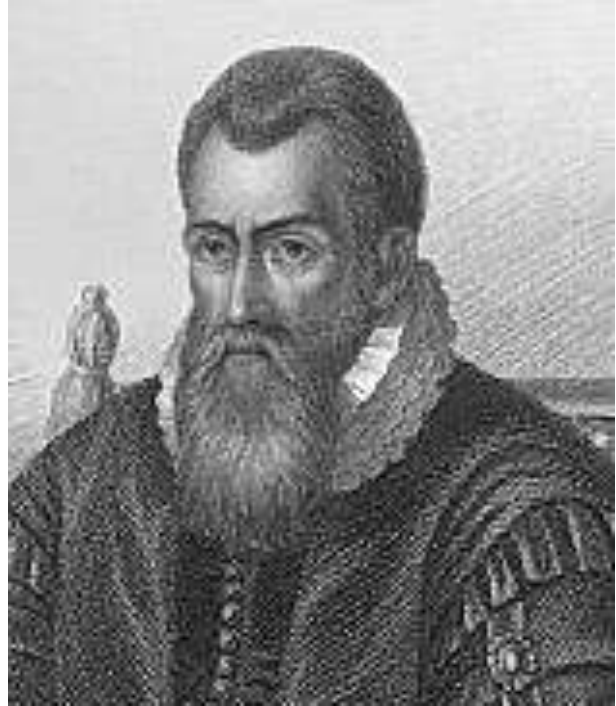
Однак ці способи кардинально вирішити проблеми обчислень багатозначних чисел не могли. Набагато продуктивніше стало використання **логарифмів**. Їх відкриття – одна із головних подій у математиці XVII століття. Логарифми суттєво полегшили проведення громіздких обчислень та використовувалися для цієї мети протягом майже чотирьох століть.

Теоретичні основи логарифмів почали формуватися задовго, до їх відкриття, ще у працях Архімеда та Діофанта Александрійського. Ніколай Орезмський у трактаті «**Обчислення пропорцій**» вперше використовував ступені з дробовими показниками і фактично впритул підійшов до ідеї логарифмів.

Йост Бюргі

(1552–1632)

Швейцарський та німецький математик, астроном, годинникар та приладобудівник. З 1579 по 1604 роки був придворним астрономом ландграфа Гессен-Касселя Вільгельма IV, а з 1604 р. по 1630 рік перебував на службі в імператора Священної Римської імперії Рудольфа II Габсбурга у Празі, де надвірним астрономом був Йоганн Кеплер. У 1585 році Бюргі сконструював для ландграфа Вільгельма IV годинник, в якому, крім годинної і хвилинної була вбудована ще й секундна стрілка. За допомогою цього годинника стало можливим вимірювати нову одиницю часу – секунду. У 1594 р. разом із Антоніусом Ейзенхойтом створює автоматичний небесний глобус із зображенням відомих до кінця XVI століття сузір'їв. У 1588 р. Бюргі відкрив логарифми, таблиці яких він опублікував у 1620 році.



Одним із перших ідею застосування логарифмів запропонував швейцарський математик **Йост Бюргі**. Він був висококваліфікованим механіком і майстром годинникових справ, а математику вивчив самостійно. Працюючи в обсерваторії Йоганна Кеплера майстром астрономічних інструментів, Бюргі допомагав йому у проведенні розрахунків. Там він представив перші таблиці логарифмів, які були готові до 1611 року. Однак винахідник довго зволікав з їх виданням і опублікував таблиці логарифмів тільки в 1620 році, і то на вимогу Кеплера. Книга вийшла в Празі і була озаглавлена «**Таблиці арифметичної та геометричної прогресій, разом із ґрунтовною настановою, як їх потрібно розуміти та з користю застосовувати у всіляких обчисленнях**».

Книга Бюргі не набула великого поширення, оскільки його випередив шотландський барон **Джон Непер**. Він відкрив логарифми раніше за Бюргі, не пізніше 1594 року, але також, як і швейцарський математик, не поспішав з їх опублікуванням. Тільки в 1614 році Непер в Единбурзі (Шотландія) видав твір «**Опис дивовижних таблиць логарифмів**». У цій книзі містився короткий опис логарифмів та їх властивостей, а також семизначні таблиці

Джон Непер

(1550–1617)

Шотландський математик, один із винахідників логарифмів, перший публікатор логарифмічних таблиць, астроном. Непер, щиро віруючий пуританин, присвячував увесь свій час заняттям богослов'ям, астрологією та пов'язаними з нею математичними розрахунками. За його словами, тлумачення біблійних пророцтв завжди становило головний предмет його занять, математика ж служила йому лише відпочинком. Проте Непер увійшов до історії як винахідник чудового обчислювального інструменту – логарифмів.



логарифмів синусів, косинусів та тангенсів для кутів від 0° до 90° з кроком $1'$. Усього в ній було 56 сторінок тексту та 90 сторінок таблиць. Теоретичні викладки та пояснення способу обчислення таблиць були опубліковані в другій книзі, що вийшла вже після смерті Непера в 1619 році під назвою «**Побудова дивовижної таблиці логарифмів**». Слід зазначити, що таблиці Непера були практичнішими та зручнішими у користуванні, ніж таблиці Бюргі. Підставою таблиці логарифмів Непера є ірраціональне число, до якого наближаються числа виду $(1 + 1/n)^n$ при безмежному зростанні n . Це число називають неперовим числом та позначають буквою $e \approx 2,7183$.

У передмові до своєї книги Непер писав: «Переконавшись у тому, що немає нічого іншого, що викликало б великі труднощі в математичній практиці, а також заважало і докучало б обчислювачам, ніж множення, розподіл, вилучення квадратних і кубічних коренів, ці операції, крім виснажливої витрати часу є основним джерелом численних помилок, я почав розмірковувати над тим, яким надійним і легким способом міг би усунути ці перешкоди. І, обмірковуючи різні засоби, придатні для досягнення цієї мети, я нарешті знайшов чудові короткі правила, якими можна буде користуватися надалі. Серед усіх цих правил немає більш корисних, ніж ті, що... виключають з обчислень числа, які мають бути перемножені, розділені або перетворені на корені, і на їх місці ставлять інші

числа, за допомогою яких усі обчислення виконуються тільки додаванням, відніманням або поділом на два чи три».

Логарифми швидко поширилися в обчислювальній практиці у всьому світі. Їхнє відкриття суттєво полегшило працю обчислювачів, складні розрахунки спростилися у багато разів. Французький математик і астроном Лаплас говорив, що Непер своїм винаходом «продовжив життя астрономів», спростивши та прискоривши їх обчислення. Математика отримала нову трансцендентну функцію з широкою сферою застосування. Слід зазначити, що математичне визначення логарифма, дане Непером, справило значний вплив на розвиток числення нескінченно малих, показавши приклад розв'язання диференціального рівняння.

Крім логарифмів, Непер винайшов лічильний пристрій, що складається з 10 паличок, що мають форму видовженого прямокутного паралелепіпеда. Цей прилад описаний ним у трактаті **«Дві книги про рабдологію чи рахунок за допомогою паличок»**, опублікованому в 1617 році. У ньому замість складної операції множення використовувався процес складання.

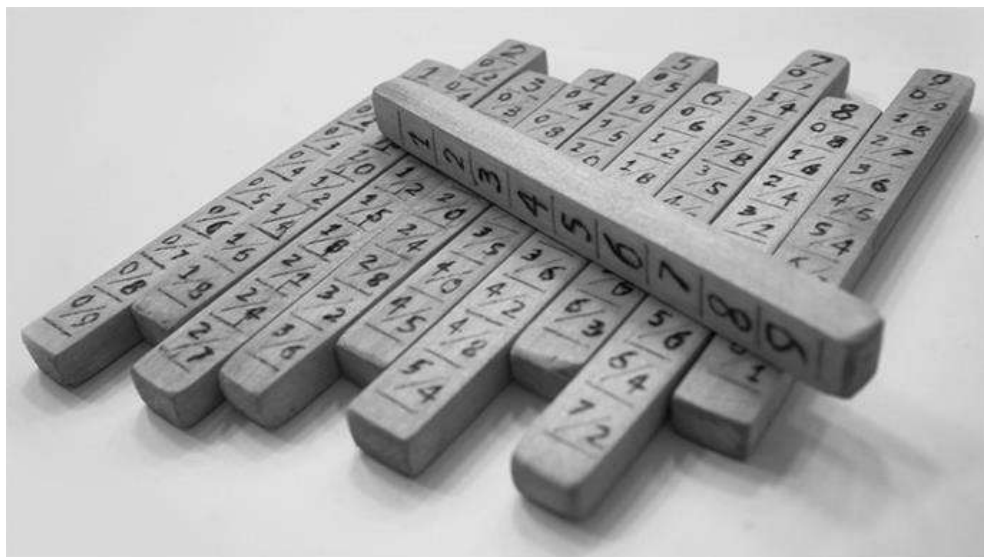


Рис. 4.2. Рахункові палички Непера

Кожна з бічних граней палички ділилася поперечними рисами на дев'ять квадратів, розділених, у свою чергу, що проводяться в тому самому напрямку діагоналями на пари трикутників. Ці квадрати містили результати множення одного з перших дев'яти чисел на числа від 1 до 9 в послідовному порядку. При цьому результат множення поданий таким

чином, що його десятки містяться у верхньому трикутнику, а одиниці у нижньому. Використовуючи цю схему, більш трудомісткий процес поділу також можна замінити операцією віднімання, хоча це буде менш зручним, ніж у разі виконання множення. Неперові палички дозволили помітно полегшити роботу обчислювачам.

Палички Непера підказали ідею аналогового обчислювального пристрою, що використовує для виконання операції множення відкриті Непером логарифми. В результаті була винайдена логарифмічна лінійка. Принцип її дії заснований на тому, що множення та ділення чисел замінюється відповідно до додавання та віднімання їх логарифмів.

Спочатку англійський математик **Едмунд Гунтер** (1581–1626) збудував логарифмічну шкалу. Це досягнення було описано **Едмундом Уінгейтом** (1593–1656) у творі, виданому в Парижі 1624 року. Однак для того щоб користуватися шкалою Гунтера, потрібно було відкладати циркулем на ній відрізки.

Англійський математик-аматор **Вільям Отред** (1575–1660) в 1630 році запропонував використовувати дві однакові круглі шкали, одна з яких переміщається відносно іншої. У 1632 році в Лондоні вийшла книга Отреда і Форстера «**Круги пропорцій та горизонтальний інструмент**» з описом кругової логарифмічної лінійки.

У 1654 році англійці **Роберт Біссакар** і незалежно від нього в 1657 році **Сет Партрідж** розробили прямокутну логарифмічну лінійку. Пізніше, в 1672 році, Сет Партрідж винайшов рухливу шкалу, яка ковзає всередині нерухомої, а також візир, надавши логарифмічній лінійці сучасного вигляду.

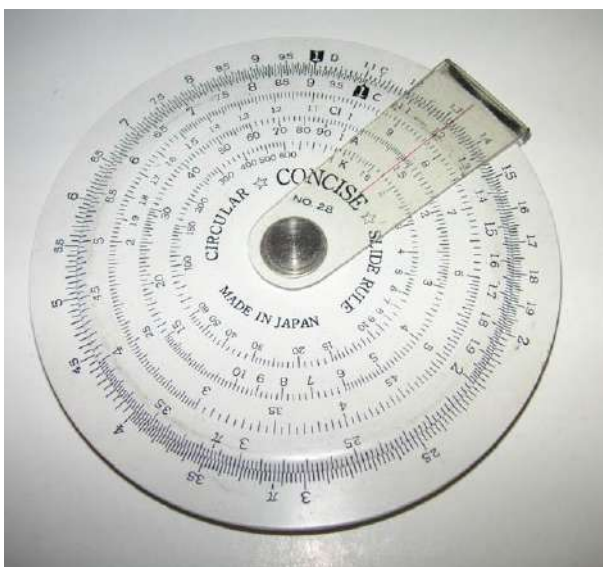


Рис. 4.3. Кругова та прямокутна логарифмічні лінійки

Логарифмічна лінійка дозволяла виконувати кілька математичних операцій, у тому числі множення та ділення чисел, піднесення до ступеня (найчастіше до квадрата і куба), обчислення квадратних та кубічних коренів, обчислення логарифмів, тригонометричних функцій та інші операції.

Однак обчислення на логарифмічній лінійці мають точність до другого – третього знаку. Цієї точності достатньо лише для прикидкових інженерних розрахунків, а остаточні потребують більш точного засобу. Таким упродовж багатьох років були **математичні таблиці**.

Найдокладніший збірник десяткових логарифмічних та тригонометричних таблиць склали у Франції до початку XIX століття. У 1792 році на запит Національних Зборів Франції математик і інженер-гидравлік **Гаспар Клер Франсуа Марі Ріш, барон де Проні** (1755–1839) приступив до фундаментальної проблеми – складання нових уточнених таблиць логарифмів і тригонометричних функцій для французького Кадастру. Це було необхідне запровадження метричної системи заходів і терезів мови у Франції, покликаної замінити безліч заходів, вимірів і місцевих стандартів, що функціонували в країні. Таблиці були великі, значення розрахункових величин займали від 14 до 29 десяткових розрядів.

Проні застосував те, що тепер називається «**науковою організацією праці**», звівши аналітичну роботу до послідовності елементарних операцій. Він запропонував проводити обчислення за «конвеєрною системою». Для цього виконавці були поділені на три групи. Перша складалася з п'яти – шести кваліфікованих математиків. Серед них були маститі вчені, зокрема військовий інженер і математик **Лазар Карно** (1753–1823), який першим запропонував поняття «**комплексного числа**», та академік **Адрієн-Марі Лежандр** (1752–1833). Ця група займалася вибором формул та складанням схем розрахунків.

Друга, більш численна група, складалася з рядових математиків, серед котрих були і студенти старших курсів. Вони поділили загальні розв'язання і формули, виконані першою групою, на окремі прикладні задачі і подали методи цифрових розрахунків, перетворюючи формули загального вигляду на послідовність простих дій, зручних для обчислень, формуючи таким чином «робочі задачі» для третьої групи.

Найбільш численна третя група займалася простою технічною роботою. Вона налічувала до дев'яноста обчислювачів низької кваліфікації, від яких вимагалось лише вміння складати і віднімати. Кожен із лічильників отримував перелік формул для розрахунків і великі таблиці

чисел, які треба було підставляти в ці формули. Він рахував і вів записи отриманих значень. Робота обчислювачів ретельно перевірялася.

Роботу було закінчено до 1801 року. Завдяки такій ієрархічній структурі величезні розрахунки були блискуче виконані за фантастично короткий для того часу термін – дев'ять років. Через постійні війни та пов'язані з ними економічні труднощі надрукувати таблиці навіть малим тиражом не вдалося. Натомість організація праці обчислювачів, запропонована де Проні, справила величезний вплив на створення Чарльзом Беббіджем першого програмованого комп'ютера. З організацією людей для обчислень Беббідж познайомився, перебуваючи у Франції, 1822 року. Саме вони навели його на думку про можливість замінити третю групу обчислювачів на машину. Беббідж стверджував, що це набагато не лише знизить робочий час та витрати, а й зробить розрахунки абсолютно точними.

У Радянському Союзі найпоширенішими стали чотиризначні таблиці, створені **Володимиром Модестовичем Брадісом** (1890–1975). У 1921 році вперше вийшли його **«Таблиці чотиризначних логарифмів та натуральних тригонометричних величин»**. Пізніше ці таблиці доповнювалися іншими функціями та видавалися під назвою **«Чотиризначні математичні таблиці»**. В основному вони включали тригонометричні функції, значення логарифмічних функцій, площі кола, квадрати і куби чисел.

Питання для самоконтролю

1. Хто запровадив у математику систему доказів?
2. Чому у грецькій математиці було надано перевагу геометричній алгебрі, а не арифметичним способам розв'язання задач?
3. Яке значення для розвитку науки мають «Начала» Евкліда?
4. Хто з античних учених розробляв метод вичерпування і в чому він полягає?
5. Чому Архімед вважається найвидатнішим ученим античного періоду?
6. Хто з учених заклав основи алгебри?
7. У чому полягає значення задачі про розв'язання степеневих рівнянь?
8. Хто з учених запровадив у математику буквене числення?
9. Поясніть внесок Рене Декарта у розвиток математики.
10. Хто відкрив логарифми і для чого вони застосовувалися?

ГЛАВА 5

СТАНОВЛЕННЯ КЛАСИЧНОЇ НАУКИ

5.1. Розвиток астрономії і система Коперника

До XVI століття, що вважається початком сучасної ери в науці, переважав погляд на Всесвіт, заснований на теоріях Аристотеля і астронома Птолемея, який розвинув їх. За ними Земля знаходилася в центрі Сонячної системи, що відповідало християнській теології, яка зробила драму гріхопадіння і порятунку душі наріжним каменем історії. Коли ж, роблячи астрономічні спостереження, учені виявили протиріччя в системі Птолемея, орбіти планет були накреслені по-іншому і набули доволі хитромудрого вигляду винятково для того, щоб відповідати цій теорії.

Не всі вчені погоджувалися з точкою зору Птолемея, однак протягом усього періоду середньовіччя її ніхто не оскаржував. Перша ретельно розроблена альтернативна теорія була представлена Коперником. Польський вчений **Микола Коперник** (1473–1543), будучи кафедральним каноніком, більшу частину життя присвятив науковим дослідженням. Він отримав гарну освіту, закінчивши Краківський університет, а потім навчаючись у Болоньї, Падуї та Феррарі.

Коперник запропонував революційно нову модель світобудови – геліоцентричну (з Сонцем в центрі), яка кардинально відрізнялася від відомої на той момент геоцентричної. Він стверджував, що Сонце є нерухомим центром, навколо якого обертаються планети, і що Земля – одна з цих планет. Період обертання нашої планети навколо Сонця дорівнює року, крім того, вона обертається навколо власної осі, здійснюючи повний оберт за добу. Вчений також вважав, що Місяць – це не одна з планет, як вважали в той час, а супутник Землі. Коперник першим розташував планети в правильному порядку за ступенем їх віддаленості від Сонця, тобто Меркурій як найближчу до Сонця, а Сатурн як найдальшу (Уран, Нептун

і Плутон тоді ще не були відкриті). Нова теорія в основному була правильною, але в ній були і слабкі місця – для обчислень ця система була майже такою ж складною, як і Птолемеєвська, головним чином тому, що Коперник помилково вважав орбіти планет колами.

Створення Коперником геліоцентричної системи Всесвіту, заснованої на описовій астрономії, стало найбільшим досягненням епохи Відродження. У теорії Коперника поряд з науковими поглядами проголошувалися гіпотези, що мають естетичний зміст, характерні для епохи мистецтва. Ідея Коперника про пересічне місце Землі у Всесвіті приголомшила світобачення епохи, посилила критичний дух, такий необхідний для становлення науки. Хоча далеко не всі ієрархи католицької церкви виступали проти нових ідей, Коперник усвідомлював, що його висновки не тільки змінюють уявлення про Всесвіт, але можуть виявитися й єретичними. Тому він вважав за необхідне підготувати суспільство до сприйняття нової системи і не поспішав публікувати свою працю **«Про обертання небесних сфер»**, яка вийшла у світ тільки в рік смерті вченого (1543). Книга була присвячена Папі Римському, а в передмові було зазначено, що метою написання праці є бажання допомогти астрономам при обчисленнях, а не критика теорії Птолемея.

Хоча в ті часи теорія Коперника ще не була остаточно підтверджена, застаріла картина світу стрімко руйнувалася. Значний удар помилковим уявленням було завдано датським астрономом **Тихо Браге** (1546–1601), який 1572 року помітив наднову зірку – незмірно далеку і дуже яскраву, чия поява в «незмінному» просторі за Місяцем була б неможливою. Через кілька років Браге спостерігав настільки ж неймовірну появу комети. Точність спостережень зірок і планет він підвищив більш ніж на порядок (похибка менше кутової хвилини), а положення Сонця за його таблицями можна було знайти з точністю до однієї хвилини, тоді як попередні таблиці давали помилку в 15–20 хвилин. У результаті масштабних і систематичних спостережень дослідник визначив положення багатьох небесних тіл і видав перший сучасний каталог зірок.

Ще більш вражаючі й переконливі дані були отримані італійським вченим **Галілео Галілеєм** (1564–1642). Йому пощастило, оскільки він вже міг використовувати технічне нововведення – зорову трубу, винайдену в Голландії приблизно в 1600 році. Майже відразу ж після отримання в 1609 році звісток про її існування Галілей сконструював набагато більш досконалий прилад для спостереження за небом – телескоп. Його відкриття

мали величезне значення, оскільки, крім усього іншого, Галілей встановив існування безлічі зірок, не видимих неозброєним оком, плям на Сонці, кратерів на поверхні Місяця, супутників Юпітера і фаз Венери.

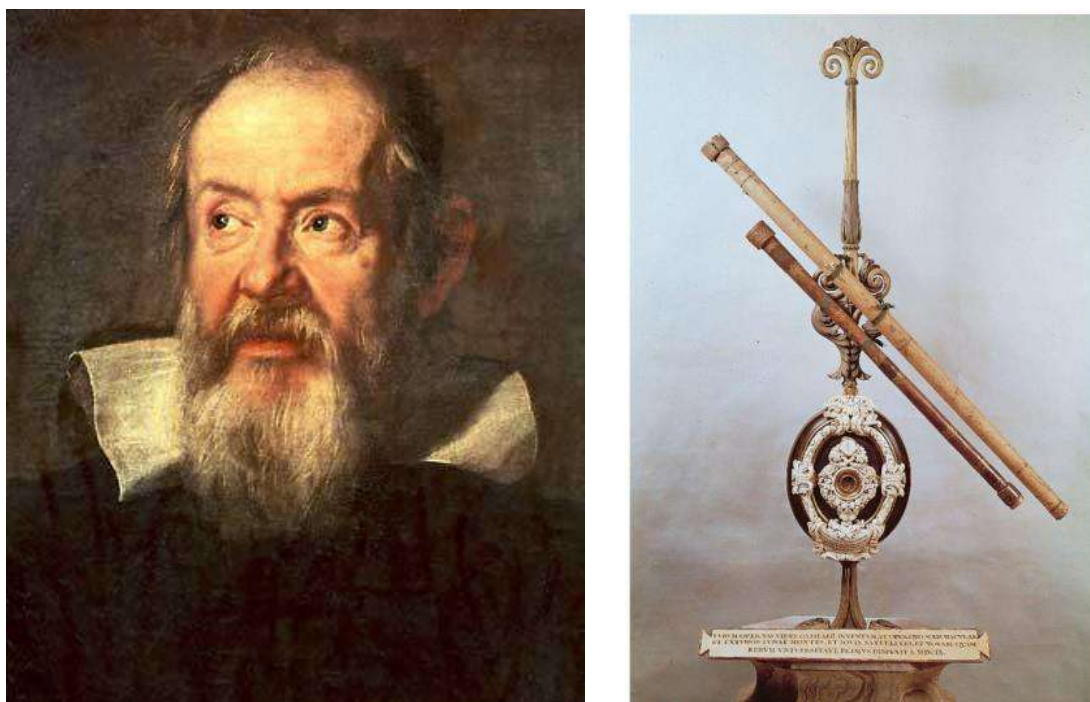


Рис. 5.1. Галілео Галілей і його телескоп, що зберігається в астрономічному музеї Лондона

Галілей використовував свої відкриття для підтвердження геліоцентричної теорії Коперника. Однак це загрожувало традиціям і авторитету біблійного вчення, заснованого виключно на геоцентричній теорії, і Церква забила тривогу. Сам Папа Римський заборонив Галілею захищати погляди Коперника, і вчений довгі роки нічого на цю тему не публікував. Але, розраховуючи, що слава зможе захистити його від переслідувань Церкви, в 1632 році Галілей опублікував трактат **«Діалог про дві найголовніші системи світу»**, в якому спростовував положення системи Птолемея. При цьому він зберіг видимість того, що виконує вказівки Папи і закінчив книгу твердженням, що творіння рук Господніх у дійсності недоступні розумінню людини. Однак це не допомогло, 69-річний вчений був викликаний в Рим, де постав перед судом інквізиції і був звинувачений в єресі. Під загрозою смертної кари Галілей змушений був визнати свою «помилку» і покаятися. Через це він відбувся досить м'яким для того часу покаранням, і протягом решти восьми років свого життя перебував під домашнім арештом на своїй віллі в Арчетрі.

Спроби Церкви заборонити теорію Коперника зазнали невдачі, оскільки книга Галілея була перекладена багатьма мовами і стала популярною в Європі. Крім того, важливі підтвердження справедливості теорії Коперника надав німецький астроном **Йоганн Кеплер** (1571–1630), який в 1609–1619 роки відкрив три закони руху планет. Згідно з Коперником і Галілеєм планети обертаються навколо Сонця по круговій орбіті, Кеплер же визначив, що орбіти планет є еліптичними, і тим самим усунув помилки своїх попередників. Він продемонстрував, що геліоцентрична теорія простіша за систему Птолемея, а також вільна від її протиріч. Кількома роками пізніше Кеплер створив Рудольфові таблиці, за допомогою яких було можливо передбачити рух планет в майбутньому. Засновані на роботах Тихо Браге, ці відкриття ознаменували початок всеосяжного і математично точного опису Сонячної системи.

Революція в астрономії, що пов'язана з іменами Коперника, Галілея, Браге і Кеплера, дозволила зовсім по-новому поглянути на місце людини у Всесвіті і на можливості людини раціональним чином пояснити астрономічні явища. Те, що небесна механіка давала можливість поповнити земну механіку, надавало сміливості людям науки.

5.2. Винаходи та поширення знань

Отже, до XVII століття наука дійсно далеко просунулася у своєму розвитку. Наукові досягнення постійно множилися, інтерес до науки проявлявся повсюдно. Цьому сприяло й те, що наукові знання були ще не дуже спеціалізованими, і будь-яка освічена людина могла провести експеримент і зробити відкриття.

Розвитку експериментальних методів дослідження сприяв винахід різних приладів. У XVI–XVII ст. були створені мікроскоп і телескоп, в результаті чого були відкриті незвідані до того часу мікро- та макросвіт. З'явилися такі звичайні для сучасності прилади, як термометр, ртутний барометр і повітряний насос.

Найважливішим досягненням науки XVII століття стало створення маятникового годинника. Точний годинник (хронометр) був у край необхідним мореплавцям для визначення місця знаходження корабля. У 1636 році Галілей запропонував уряду Голландії виготовити годинник з маятником. Однак далі листів справа не пішла. У 1641 році він все-таки взявся за виготовлення годинника, але смерть завадила довести дослідження до кінця. Його син, **Вінченцо Галілей**, продовжуючи справу батька, в 1648 році взявся за виготовлення годинника, але теж скоро помер.

Перший годинник з маятником побудував Християн Гюйгенс, який в 1657 році отримав на нього патент Генеральних штатів (уряду) Голландії. У книзі «Маятниковий годинник» він розповідав про позитивні результати випробувань цього приладу в морі. У тому ж році паризький майстер **Ісаак Тюре** виготовив годинник з урахуванням усіх удосконалень. Але наступні випробування показали недоліки застосування маятникового годинника на хиткому судні, і Гюйгенс прийшов до висновку, що хронометр повинен являти собою пружинний годинник з балансиrom. Такий хронометр вдалося створити тільки в 1735 році **Дж. Гаррісону**.

Знаменитими англійськими експериментаторами були **Вільям Гілберт** (1544–1603), що заклав основи вивчення електрики і магнетизму, і **Роберт Гук** (1635–1703), який в біології ввів поняття «клітина» для опису того, що побачив через лінзи вдосконаленого ним мікроскопа. Ірландець **Роберт Бойль** (1627–1691) винайшов вакуумний насос і сформулював закон, відомий під назвою закону Бойля – Маріотта, який встановлює співвідношення між об'ємом газу і тиском.

Справжньою революцією в розвитку науки і освіти були винахід друкарства (середина XV ст.) і виробництво дешевого матеріалу для письма – паперу. Честь винаходу друкарства належить **Йогану Гуттенбергу** (бл. 1399–1468). Але без ганчіркового паперу книгодрукування не могло б мати такого величезного успіху. Від арабів європейці вперше навчилися робити бавовняний папір для письма, але він був міцний і незручний для скоропису. Тому до нього почали домішувати лляні тканини і, нарешті, стали робити папір з ганчірок. Цей ганчірковий папір за своєю міцністю, дешевизною та зручністю для письма до кінця Середніх віків увійшов до загального вжитку. Книгодрукування надзвичайно збільшило число книг і зробило їх незрівнянно дешевшими, ніж раніше, і доступнішими для народу. А разом з поширенням книг швидше почали поширюватися і знання, тобто швидше пішла вперед просвіта людства.

Вогнепальна зброя, порох, компас і кораблі, здатні перетинати океани, дозволили європейцям відкрити, досліджувати і нанести на карту значну частину світу, а винахід друкарства означав, що будь-яка інформація швидко ставала доступною вченим усього континенту. Карл Маркс зазначав: «Порох, компас, книгодрукування – три великих винаходи, що передують буржуазному суспільству. Порох підриває лицарство, компас відкриває світовий ринок і засновує колонії, а книгодрукування стає знаряддям протестантизму і взагалі засобом відродження науки, найпотужнішим важелем для створення необхідних передумов духовного розвитку».

Починаючи з XVI століття, взаємозв'язок між суспільством, наукою і технікою став все більш тісним, оскільки прогрес в одній з галузей знання підштовхував до розвитку інших. Нова наука намагалася підтвердити справедливість спостережень шляхом експериментів і перевести результати на універсальну мову математики. Галілей був першим вченим, який усвідомив, що саме такий підхід є ключем до розуміння всього сущого, і стверджував, що «книга природи ... написана математичними знаками».

5.3. Наукова революція XVII століття

Наступним кроком у розвитку науки стала так звана **наукова революція**. Найбільший внесок у її підготовку зробив великий італійський вчений Галілео Галілей, заклавши основи класичної механіки і опору матеріалів. Свої експериментальні дослідження він проводив на основних найпростіших задачах механіки, вивчаючи падіння важких тіл та їх рух по похилій площині, коливання маятника і балістичну задачу. Серед багатьох видатних вчених XVII століття, які зробили внесок в підготовку наукової революції, можна відзначити наступних.

Голландський математик **Ісаак Бекман** (бл. 1570–1637), який незалежно від Галілея вивів закони швидкостей і відстаней при падінні тіл. Він також експериментально досліджував коливання натягнутої струни.

Марен Мерсенн (1588–1648) – французький фізик, математик і богослов. Він одним з перших відроджував експериментальні методи в механіці, зокрема, досліджував коливання маятника і струни і вимірював швидкість звуку в повітрі. Запропонував схему дзеркального телескопа. Мерсенн вів переписку з усіма видатними вченими того часу з різних країн і завдяки цьому відігравав роль сполучного центру. У 1932–1970 роках видано 11 томів листів, адресованих Мерсенну. Діяльність вченого сприяла науковому спілкуванню – на основі гуртка Мерсенна в 1666 році була організована Паризька Академія наук.

Рене Декарт (латинізоване ім'я **Картезій**) (1596–1650) – французький філософ, фізик, математик і фізіолог. Заклав основи аналітичної геометрії, ввів систему координат, удосконалив алгебру. Механіку Декарт будував на основі закону збереження кількості руху, який вважав аксіомою. Вчений також створив філософське вчення картезіанство.

П'єр Гассенді (1592–1655) – французький філософ-матеріаліст, математик і астроном. Свій курс філософії він будував таким чином, що спочатку викладав вчення Аристотеля, а потім показував його

помилковість. Відкриття Коперника і твори Джордано Бруно остаточно переконали Гассенді в непридатності аристотелівської фізики і астрономії. За вченням Гассенді, все існуюче складається з атомів і порожнечі і знаходиться в просторі, як нескінченної можливості наповнення, і часі; час і простір ніким не створені і не можуть бути знищені, на відміну від атомів, які, за Гассенді, створені Богом. Тіла складаються не з первинних атомів, а з їхніх сполук, які Гассенді називав «молекулами» (від слова *moles* – «маса»). Атомне вчення Гассенді було доброзичливо прийнято природодослідниками XVII століття. Багато з них, у тому числі Р. Бойль, І. Ньютон і Р. Гук, ґрунтуючись на побудовах Гассенді, викладали у своїх працях корпускулярні вчення.

П'єр Ферма (1601–1665) – французький математик, один із творців аналітичної геометрії і теорії чисел (теорема Ферма). Був автором праць з теорії ймовірностей, обчислення нескінченно малих і оптики (принцип Ферма). У створенні математичного аналізу був попередником Лейбніца і зводив задачу інтегрування до алгебраїчної.

Бенедетто Кастеллі (1577–1644) – італійський фізик і математик, друг і учень Галілея. Основні праці Кастеллі належать до гідравліки і гідрометрії. З творів Кастеллі найбільш відоме «**Вимірювання поточної води**» (1628), в якому він вперше виклав основи гідрометрії. Він також продовжив дослідження Галілея в галузі гідростатики.

Учень Кастеллі і Галілея, математик і фізик **Еванджеліста Торрічеллі** (1608–1647). Відомий як автор концепції атмосферного тиску і продовжувач справи Галілея в галузі розробки нової механіки. У 1641 році Торрічеллі переїхав до Галілея в Арчетрі, де став його учнем і секретарем, а після смерті Галілея (1642) – його наступником на кафедрі математики і філософії Флорентійського університету. У 1644 році розвинув теорію атмосферного тиску, довів можливість отримання так званої «торрічеллівської порожнечі» і винайшов ртутний барометр.

Блез Луї Паскаль (1623–1662) – французький математик, механік, фізик, літератор і філософ. Є одним із засновників математичного аналізу, теорії ймовірностей і проєктивної геометрії. Створив першу лічильну машину.

Джованні Альфонсо Бореллі (1608–1679) – італійський вчений-універсал, основоположник біомеханіки, учень Кастеллі і Галілея, автор праць з фізики, медицини, астрономії, геології, математики та механіки. Бореллі одним з перших розглянув проблему динаміки планетних рухів, яку розв'язав І. Ньютон, відкривши закон всесвітнього тяжіння.

Вінченцо Вівіані (1622–1703) – італійський фізик і математик. У 1639 році Вівіані стає учнем Галілея і спільно з Торрічеллі проводить різні фізичні досліди. Він став неоціненним помічником незрячого вченого, який в той час знаходився під наглядом інквізиції. Після смерті Галілея і Торрічеллі Вівіані продовжив наукові дослідження своїх наставників. Підготував до друку збірник праць Галілея і першу біографію вченого.

Нільс Стенсен (1638–1686) – данський анатом і геолог. Однією з головних його заслуг є пояснення ролі м'язів. Учений показав, що рухи здійснюються завдяки скороченню м'язів, які відбуваються самі собою. Стенсен зробив також великий внесок у розвиток палеонтології.

Християн Гюйгенс (1629–1695) – нідерландський вчений, математик, астроном і фізик, один з основоположників хвильової оптики. У 1665–1681 роках він працював у Парижі. Він не тільки винайшов маятниковий годинник із спусковим механізмом, а й дав його теорію, встановивши закони коливань фізичного маятника, оприлюднену у трактаті «**Маятниковий годинник**» в 1673 році. Гюйгенс також в механіці заклав основи теорії удару. У 1678 році вчений створив хвильову теорію світла (опубліковано в 1690 році), пояснив подвійне променезаломлення. Спільно з Робертом Гуком Гюйгенс встановив постійні точки термометру. Удосконалив телескоп; сконструював окуляр, названий його ім'ям. Він відкрив кільце у Сатурна і його супутник Титан. Гюйгенс є автором однієї з перших праць з теорії ймовірностей (1657).

У XVII столітті з'являються і перші спільноти – академії. Найстарша з них – **Академія деї Лінчеї (Академія рисьооких)** – була заснована в 1603 році в Римі графом Федеріко Чези і відразу стала інтелектуальним центром італійської науки. Найбільш авторитетним вченим академії був Галілей, який став її членом в 1611 році. Після смерті графа Чези у 1630 році і суду інквізиції над Галілеєм (1633) діяльність академії пішла на спад, і в 1651 році Академія деї Лінчеї припинила своє існування.

Другою стала **Академія дель Чіменто (Академія експерименту)**, заснована у Флоренції в 1657 році на кошти Леопольда де Медічі. Одними з перших в Європі члени академії використовували в природознавстві експериментальні методи Галілея. У числі її перших членів були учні Галілея Вінченцо Вівіані і Джованні Альфонсо Бореллі, а також Нільс Стенсен – лікар великого герцога тосканського Фердинанда II.

У 1667 році Академія дель Чіменто видала італійською мовою опис багатьох дослідів над тиском повітря, пружністю води, теплотою, світлом,

звуком, рухом тіл і т. д. Ці записки відіграли велику роль у розвитку науки в Європі. **Пітер ван Мушенбрук** (1692–1761) здійснив їх переклад латиною і збагатив своїми примітками. У тому ж 1667 році академія була розпущена.

Підвів підсумок наукової революції великий англійський учений **Ісаак Ньютон** (1643–1727). Він створив класичну фізику і заклав основи сучасного природознавства. Ньютон зробив рішучий крок у розвитку механіки. Він поставив перед собою грандіозну задачу – пояснити з єдиних позицій рух в Космосі і на Землі. «Експериментальним матеріалом» йому послужили закони Кеплера. Він вивів закон всесвітнього тяжіння і сформулював три аксіоми динаміки (закони Ньютона). Дав основні поняття механіки: маса, щільність, кількість руху, сила. Учений висунув концепцію абсолютного – єдиного простору і часу і розвинув ідеї відносності руху Галілея. Все це дозволило Ньютону пояснити рух планет Сонячної системи, особливості руху Місяця, прецесії і стиснення Юпітера, форму Землі, описати явище припливів і відливів. Ньютонова модель Всесвіту залишалася незмінною аж до нової наукової революції початку ХХ століття.

Ньютон став творцем нової динаміки. Основоположним твором для класичної механіки є його праця «**Математичні начала натуральної філософії**», написана в 1686 році і опублікована 1687 року. У ній основоположник сучасного природознавства вводить основні поняття механіки і встановлює три аксіоми (закони Ньютона). При цьому під філософією автор, як і стародавні мислителі, розуміє сукупність всіх знань про природу і людину. Так що правильніше було б латинську назву «**Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica**» перекласти як «**Математичні начала природознавства**».

Першим поняттям у Ньютона вводиться маса тіла як кількість матерії. При цьому вчений вказує, що маса відома, якщо відома вага тіла. Він, на відміну від попередніх авторів, не плутає ці два поняття, а їх пропорційність доводить за допомогою експериментів з маятником. Кількість руху Ньютон вводить як добуток маси на швидкість, а точного визначення сили не дає.

Свої принципи Ньютон застосував на практиці. Першою задачею, яку він вирішив, була така: «Знаючи закони руху планет, визначити силу, яка виробляє їх рух». При цьому він використовує точні закони руху планет, знайдені Кеплером. Спочатку Ньютон вирішує цю задачу за допомогою створеного ним аналізу нескінченно малих. Однак в «Началах» він наводить розв'язання, отримане традиційним геометричним методом. У результаті ним отримана сила, яка виражає закон всесвітнього тяжіння.



Ісаак Ньютон

(1642–1727)

Англійський математик, механік фізик, дослідник природи і астроном. З 1672 року член, а в 1703–1727 роках президент Лондонського королівського товариства. Ісаак Ньютон народився у селі Вулсторп (графство Лінкольншир) у родині фермера, який помер, не дочекавшись народження сина. У 1661 році Ісаак закінчив школу і був прийнятий до Трініті-коледжу Кембриджського університету. У той час природознавство та філософію в Кембриджі, як і раніше, викладали за Аристотелем. Проте Ньютон самостійно вивчає праці Галілея, Коперника, Декарта,

Кеплера та атомістичну теорію Гассенді. Істотно вплинули на нього Евклід, Ферма, Гюйгенс, Валліс і Барроу. Лекції з математики 34-річного Ісаака Барроу, що став для Ньютона вчителем та другом, розпочалися у березні 1664 року. Саме він пробудив у талановитого студента інтерес до математики. Багато своїх відкриттів Ньютон зробив у 1665–1667 роках у Вулсторпі, коли під час епідемії чуми заняття в Трініті-коледжі були припинені і персонал розпущений. На початку 1667 року епідемія затихла, і Ньютон повернувся до Кембриджу. Цьогож року 1 жовтня він був обраний членом Трініті-коледжу, а 1668 року став магістром.

Основними працями Ньютона є «**Математичні начала натуральної філософії**» (1687), де він виклав закон всесвітнього тяжіння і три закони механіки, що стали основою класичної механіки, та монографія «**Оптика**» (1704), що визначала розвиток цієї науки до початку XIX століття. Вона також містила додаток «**Про квадратуру кривих**» – перший виклад ньютонівської версії математичного аналізу.

Ньютон заклав основи сучасного природознавства, створив класичну механіку, розробив диференціальне та інтегральне числення, теорію кольору, розробив основи сучасної фізичної оптики, створив багато інших математичних та фізичних теорій. Своєю науковою діяльністю Ньютон підбив підсумок наукової революції, розпочатої у роботах вчених Епохи Відродження, об'єднавши в універсальну систему світу.

Тріумфом ньютонівської механіки стало відкриття Нептуна – восьмої планети сонячної системи. Математики англієць **Джон Адамс** і француз **Урбен Левер'є** незалежно один від одного, використовуючи закони Ньютона, розрахунковим шляхом за відхиленням Урана від своєї орбіти

знайшли його положення на небі. У 1846 році німецькі астрономи **Йоганн Галле** і **Генріх д'Аррест** виявили Нептун за допомогою телескопа. Слід зазначити, що Нептун неозброєним оком не видно, і відкрити його можна було тільки шляхом обчислень.

Ньютон відкрив дисперсію світла, хроматичну аберацію, досліджував інтерференцію і дифракцію, розвивав корпускулярну теорію світла, висловив гіпотезу, що поєднала корпускулярні і хвильові уявлення. Він продемонстрував, що потік світла, який здається нам білим, складається зі спектральних кольорів, на які його можна розділити за допомогою призми. Геніальний твір Ньютона «Математичні начала натуральної філософії» ознаменував наукову революцію, яка стала можливою завдяки динамічному розвитку суспільства, що вже досягло значного технологічного прогресу.

Найважливішим досягненням математиків на межі XVIII століття стало створення аналізу нескінченно малих. Воно стало завершенням тривалого процесу і початком революційних перетворень, що змінили математику і підняли її роль в системі природничих наук. Поява математичного аналізу перетворила математику в науку про змінні величини.

5.4. Вивчення статичної електрики

Найважливішим досягненням науки XVIII століття стало вивчення статичної електрики. Перші спостереження явищ, відомих під назвою електрики і магнетизму, належать до часу античності і були зроблені народами, що живуть в басейні Середземного моря, особливо греками. Почалося це з виявлення властивості натертого бурштину притягати легкі предмети. Крім того, в стародавньому світі спостерігали явища атмосферних розрядів і анестезуючу дію деяких видів риб при зіткненні їх з людським тілом. Але уявлень про те, що в цьому виявляються одні й ті самі електричні явища, не виникало.

Сам термін «електрика» з'явився на межі XVI і XVII століть, а потім поступово наповнювався змістом. Починаючи з XVIII століття, відбувається більш швидке накопичення знань, але тільки в XIX столітті електрика почала служити людині.

Переломний момент в історії електрики стався в 1600 році, коли вийшла у світ чудова праця англійського натураліста **Вільяма Гільберта** (1544–1603) «**Про магніт, магнітні тіла та про великий магніт Землі**», що являє собою один з перших наукових трактатів, написаних на основі експериментів. До цього вважалося, що електричні сили притаманні тільки

янтарю і одного з різновиду турмаліну – лінкуріону, а магнітні – тільки залізу. Гільберт експериментально довів, що електризація при терті виявляється у багатьох речовин – скла, смоли, мінералів та ін., а Земля є величезним магнітом, хоча і не складається з одного тільки заліза. Гільберт ввів поняття «**vis electrica**» («**сила бурштину**»), тобто електричної сили. З XVIII століття похідний термін «**electricitas**» став широко застосовуватися. У російській науковій літературі в XVIII столітті набув поширення термін «електрика».

Наступний великий крок у вченні про електрику зробив німецький фізик, інженер і філософ **Отто фон Геріке** (1602–1686). У 1663 році він винайшов один з перших електростатичних генераторів – кулю з сірки, яка натирається руками. Розплавленою сіркою наповнювали порожнисту скляну кулю, яку, коли сірка застигала, розбивали. Крізь кулю пропускали залізну вісь і поміщали на особливій склянці так, що її можна було обертати навколо осі. Потім на кулю, що обертається, натискали рукою, і вона наелектризовувалася тертям. У 1672 році фон Геріке першим спостерігав електролюмінесценцію, виявивши, що заряджена куля потріскує і світиться в темряві. Крім того, ним було виявлено властивість електричного відштовхування однополярно заряджених предметів.

Англійський учений **Стівен Греї** (1666–1736) в 1720-і роки провів ряд дослідів, що привели до відкриття передач електрики на відстань і поділу всіх речовин на провідники й ізолятори.

Пітер ван Мушенбрук звернув увагу на різний характер електризації скла і бурштину, що сприяло відкриттю в 1733 році **Шарлем Франсуа Дюфе** «смоляної» і «скляної» електрики (позитивної і негативної, згідно з термінологією Бенджаміна Франкліна). До числа найбільш відомих досягнень Мушенбрука належить лейденська банка (рис. 5.2) – перший конденсатор, винайдений ним в 1745 році. При цьому винахідник створив перший прообраз його зовнішньої

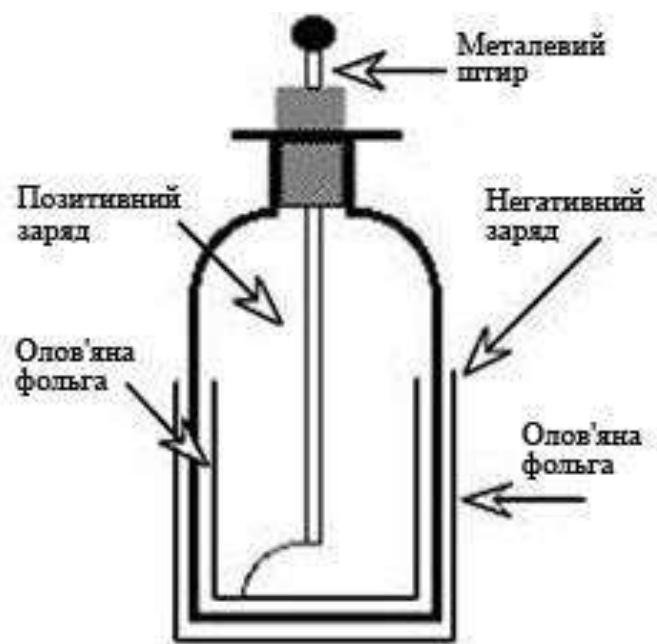


Рис. 5.2. Схема лейденської банки

обкладинки (спочатку нею служила рука експериментатора, який тримав банку). Мушенбрук звернув увагу на фізіологічну дію розряду, порівнявши його з ударом скату (вченому належало перше використання терміну «**електрична риба**»). Він провів досліди для перевірки своїх припущень. При цьому Мушенбрук заперечував електричну природу блискавки, переглянувши свої погляди лише після дослідів Франкліна.

Американський вчений **Бенджамін Франклін** (1706–1790) пояснив принцип дії лейденської банки, встановивши, що головну роль в ній відіграє діелектрик, що розділяє провідникові обкладинки. Вчений ввів загальноприйняте тепер позначення електрично заряджених станів «+» і «-». Він також розробив загальну «унітарну» теорію електричних явищ, що виходила з припущення про існування єдиної електричної субстанції, недолік або надлишок якої обумовлює знак заряду тіла. Велика заслуга Франкліна – встановлення тотожності атмосферної і такої, що отримується за допомогою тертя, електрики і доказ електричної природи блискавки. Виявивши, що металеві вістря, з'єднані з землею, знімають електричні заряди з заряджених тіл навіть без дотику з ними, Франклін запропонував ефективний метод захисту від грозового розряду – громовідвід.

Франкліну належить також ряд інших технічних винаходів: лампи для вуличних ліхтарів, економічна «франклінівська» піч, особливий музичний інструмент – «електричне колесо», що обертається під дією електростатичних сил, застосування електричної іскри для вибуху пороху та ін.

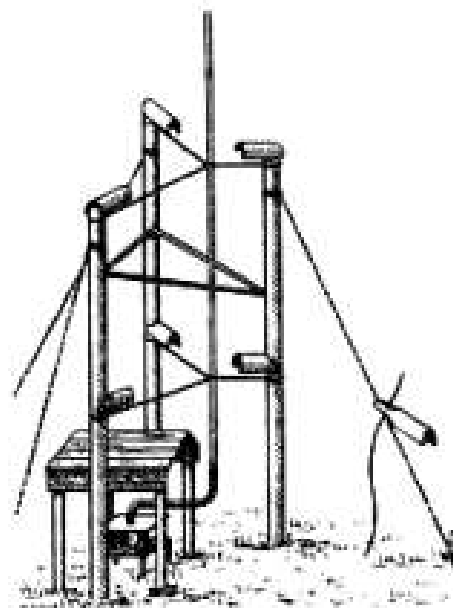
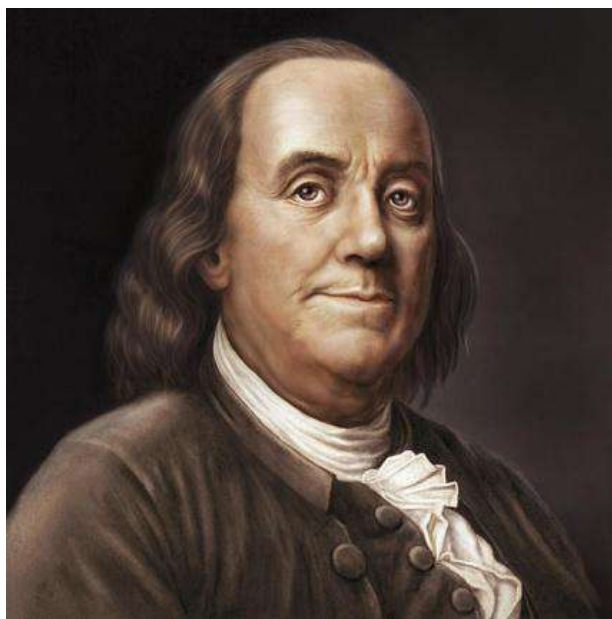


Рис. 5.3. Бенджамін Франклін і конструкція громовідводу

Сутність електричних і магнітних явищ і зв'язку між ними тоді не знали. Гільберт вважав ці явища абсолютно різними, і цей погляд панував до середини XVIII століття, коли, завдяки працям члена Петербурзької академії наук **Франца Ульріха Теодора Епінуса** (1724–1802), було започатковане нові погляди: наука збагатилася уявленнями про подібність електричних і магнітних явищ. Аж до кінця XVIII століття вчені займалися вивченням тільки статичної електрики і її застосуванням у практичних цілях: для лікування, для підризу порошу від іскор при розряді і для передачі зарядів на відстань – першої спроби створення електричного телеграфу.

Таким чином протягом XVIII століття накопичився великий дослідний матеріал про статичну електрику. Було встановлено існування провідників і непровідників електрики, доведено існування двох його родів – позитивного (скляного) і негативного (смоляного). Вдалося знайти більш досконалі методи отримання значних статичних зарядів з допомогою машин, винайти способи їх накопичення за допомогою лейденських банок і конденсаторів. Було виявлено явище електростатичної індукції. У кінці XVIII століття французький фізик **Шарль Огюстен де Кулон** (1736–1806) і незалежно від нього англійський фізик **Генрі Кавендіш** (1731–1810) встановили і кількісну характеристику взаємодії зарядів (**закон Кулона**).

Хоча всі ці досягнення ще не віщували широкого застосування електрики для практичних цілей, вони мали істотне значення. Були створені перші теорії електрики, удосконалено методику експерименту, розроблено ряд приладів. У результаті процесу вивчення електричного струму електротехніка в останній третині XIX століття стала важливою самостійною галуззю науки і техніки та революційно вплинула на всю техніку в цілому, а у зв'язку з цим і на весь розвиток продуктивних сил суспільства.

В останнє десятиліття XVIII століття увагу вчених було повернуто до нових електричних явищ, виявлених **Луїджі Гальвані** (1737–1798) і розвинених **Алессандро Вольт** (1745–1827). Був знайдений новий вид електрики, який вважали відмінним від статичного – електричний струм. У 1800 році Вольт, аналізуючи досліди і висновки Гальвані, приходить до побудови перших джерел електричного струму – вольтового стовпа і чашкової батареї. Почалося вивчення електричного струму, яке показало, що він може дати для практики те, чого не здатні дати інші галузі фізики.

Різноманітні застосування електричної енергії можна розділити на дві групи:

– в першій групі електрична енергія використовується в значних кількостях з метою її перетворення в інші види енергії: механічну (привід, тяга), світлову (освітлення), теплову (термічні процеси, опалення), хімічну (електроліз) і т. ін.

– до другої групи належать такі застосування електричної енергії, за яких, хоча і відбуваються її перетворення в інші види енергії, але вони не є метою. Тут використовуються електричні імпульси або малі струми для впливу на будь-які індикатори або приймачі (телеграф, телефон, вимірювальні прилади, прилади керування або регулювання і т. д.).

5.5. Епоха Просвітництва

Після відкриттів епохи Відродження і наукової революції в розвитку науки відбувся певний спад. Великий Ньютон набагато випередив у своїх працях сучасників, а його праці виглядають досконало і завершено. Тому знадобився певний час для того, щоб вчені змогли повною мірою скористатися новим математичним апаратом і класичною механікою. Спаду інтересу до науки сприяв і занепад дворянства, на зміну якому прийшов новий клас буржуазії, яка тоді ще не усвідомила користі науки для промисловості. Протягом першої половини XVIII століття промисловість, заснована в більшості випадків ще на ручній праці, не мала потреби в досягненнях науки. Проте в другій половині XVIII століття ситуація почала змінюватися. Промислова революція стимулювала підйом наукової діяльності та почала давати їй підтримку. У середовищі буржуазії й освіченого дворянства зростало прагнення використовувати досягнення науки для розвитку мануфактур. Інтерес до науки стає більш практичним.

Під впливом наукової революції XVII століття наукові знання стали широко розповсюджуватися в Європі. Цей інтелектуальний рух отримав назву «**Епоха Просвітництва**». В основі філософії Просвітництва лежала критика існуючих у той час традиційних інститутів, звичаїв і моралі. На перший план виходять принципи раціоналізму і вільнодумства. Просвітництво похитнуло авторитет аристократії і церкви, а також дуже вплинуло на подальші зміни в етиці та соціальному житті Європи і Америки. Під впливом ідей Просвітництва в багатьох країнах проводилися реформи, що перебудовували життя суспільства. Настала епоха освіченого абсолютизму. Але найбільш значним наслідком ідей Просвітництва вважаються Американська і Велика французька революції. Саме принципи Просвітництва були покладені в основу американської «Декларації

незалежності» і французької «Декларації прав людини і громадянина». В епоху Просвітництва відбувається відмова від релігійного світорозуміння і звернення до розуму як до єдиного критерію пізнання людини і суспільства. Вперше в історії було поставлено питання про практичне використання досягнень науки в інтересах суспільного розвитку.

У 1728 році англійський перекладач і книговидавець **Ефраїм Чемберс** (1680–1740) підготував двотомний енциклопедичний словник під назвою «**Циклопедія або загальний словник ремесл і наук**». Книга стала дуже популярною і витримала п'ять видань, а її автор був прийнятий до Лондонського королівського товариства. Паризький видавець **А. Ф. ле Бретон** залучив до перекладу Циклопедії французькою мовою філософа **Дені Дідро** (1713–1784) та математика і механіка **Жана Лерона д'Аламбера**. Однак ці вчені перекладом не обмежилися, вони збільшили обсяг словника і внесли до нього полемічні замітки. Дідро написав для нього 6000 статей, а д'Аламбер – 1600. З головними редакторами співпрацювали філософи **Вольтер, Руссо, Монтеск'є, Гольбах**, скульптор **Фальконе**, архітектор **Блондель** й інші. Робота тривала майже тридцять років (1751–1780). Перше видання містило 17 томів статей та 11 томів ілюстрацій, а тираж в 4 тисячі примірників розійшовся дуже швидко. Наступне видання вийшло меншим форматом, на папері більш низької якості і з меншою кількістю ілюстрацій. Зате ці заходи зробили видання доступним не тільки для заможних читачів, а й для студентів.

«**Енциклопедія**» Дідро зібрала воедино все накопичене людством до того часу знання. У ньому в доступній формі пояснювалися всі сторони світу, життя, суспільства, наук, ремесла і техніки, повсякденних речей. «Енциклопедія» стала не просто довідковою книгою, але відіграла величезну роль в поширенні ідей Просвітництва та ідеологічній підготовці Французької революції. Французькі просвітителі стали «володарями думок» суспільства. Французька освітня література в особі Вольтера, Монтеск'є, Руссо, Дідро та ін. письменників отримала в XVIII столітті загальноєвропейське значення.

У другій половині XVIII століття з'являються вчені нового типу, які прагнуть поширювати знання, популяризувати його. Тепер знання повинно бути доступне всім і мати практичну користь, а не бути виключною власністю обраних і посвячених. Воно стає надбанням широких верств суспільства, предметом громадських дискусій. До знань отримують доступ і жінки, які раніше не мали можливості вчитися. Латина перестала бути

науковою мовою, її місце в європейській науці займає мова французька. При цьому популярна і ненаукова література писалася національними мовами.

Поява академій наук. У XVIII столітті центрами розвитку науки стають не університети, як це було в епоху Середньовіччя і Відродження, а академії наук. Серед них особливо можна виділити Паризьку, Берлінську і Петербурзьку академії. Викладання в університетах мало менше значення. Це був період, коли деякі з провідних європейських країн керувалися освіченими деспотами: серед них прусський король Фрідріх II, російська імператриця Катерина II і французькі королі Людовик XV та Людовик XVI. Ці монархи любили оточувати себе вченими людьми і розуміли значення природознавства і прикладної математики в підвищенні боєздатності армії і поліпшенні мануфактур. Тому природно, що уряди фінансували через академії наук, перш за все, роботи прикладного характеру. Наприклад, багато робіт Ейлера мають прикладне значення для армії і флоту. Слід зазначити, що відмінні якості французького флоту пов'язані з тим, що при конструюванні кораблів суднобудівники частково спиралися на математичної теорії. Астрономія також користується заступництвом королів та імператорів.

У 1662 році за зразком італійських академій було створено **Лондонське королівське товариство**, а в 1666 році на основі гуртка Мерсенна була організована **Королівська** (її часто називають **Паризькою**) **академія наук**. Ініціатором її створення став глава уряду Людовика XIV **Жан-Батист Кольбер**, який сприяв розвитку національного флоту, торгівлі і промисловості.

У першій половині XVIII століття наука розповсюджується широко за межі Англії, Франції та Голландії – країн, де вона розвивалася в XVII столітті. Завдяки зусиллям Лейбніца і заступництву прусського короля Фрідріха-Вільгельма I в Берліні в 1700 році створюється вчене товариство. Однак король відмовився його фінансувати, надавши натомість монопольне право на видання календарів. І тільки коли в 1740 році королем сів Фрідріх II, наука отримала фінансування, в 1744 році товариство було перейменовано в Королівську Академію наук. Академія отримала лабораторії, до неї були запрошені найвидатніші вчені. У XVIII столітті там працювали Л. Ейлер, Вольтер, Мопертюї і Лагранж. Берлінська академія наук стала однією з найавторитетніших наукових установ. Пізніше академії наук з'являються в Австрії і різних землях Німеччини.

У 1724 році указом імператора Петра I була заснована **Петербурзька академія наук**. За структурою вона відрізнялася від західноєвропейських академій, оскільки повинна була поєднувати функції наукового дослідження і навчання. Для цього при ній були створені Академічний університет і гімназія. Академія була державною установою, і її члени повинні були забезпечувати науково-технічне обслуговування держави.

Серед перших академіків були сини Йоганна Бернуллі – Микола (по кафедрі механіки) і Данило (по кафедрі фізіології). Після смерті Миколи Данило зайняв його місце по кафедрі механіки, а на своє запропонував прийняти Леонарда Ейлера, який і став академіком в 1727 році, коли йому виповнилося лише 20 років.

У 1739 році була організована **Шведська Королівська академія наук**. Одним з її організаторів був творець єдиної системи класифікації рослинного і тваринного світу **Карл Лінней** (1707–1778). Він узагальнив і впорядкував усі попередні знання в галузі біології. Однією з головних заслуг Ліннея є введення точної термінології при описі біологічних об'єктів. Як вихідна категорія в систематиці стало виділення біологічного виду на основі розроблених критеріїв віднесення природних об'єктів до одного виду. У Швеції Ліннея також шанують як одного з творців літературної шведської мови. Окрім того, він сприяв введенню викладання природничих наук у систему університетської освіти.

Створення цих наукових товариств, а також видання наукових журналів дозволяло швидко поширювати відомості про кожне наукове відкриття, даючи можливість дослідникам використовувати новітню інформацію. Співпраця вчених і публікація результатів досліджень прискорила розвиток наукового прогресу. У результаті цієї «революції» в XVI–XVII століттях наука стає одним з найяскравіших прикладів діяльності на благо людини. З цього моменту наукові знання набули незворотного характеру, а їх обсяг так само, як і кількість вчених, подвоюється кожні 10–15 років.

5.6. Велика Французька революція і реформа науки і освіти

Найважливішою соціально-політичною подією, яка наклала печатку на суспільне і інтелектуальне життя Європи першої половини XIX століття, стала Велика Французька буржуазна революція 1789 року. Вона послужила КУ потужним поштовхом для філософського природничо-наукового мислення XIX століття.

Одним з результатів революції стала реформа вищої освіти. У 1794 році були організовані вищі навчальні заклади нового типу – Політехнічна і Нормальна школи. Політехнічна школа стала першим у світі вищим технічним навчальним закладом широкого профілю. В її роботі брали участь видатні математики *Гаспар Монж* (1746–1818) і *Лазар Карно* (1753–1823).

Середньовічні університети в ході промислової революції змінилися, а їх освітні стандарти наблизилися до сучасних. Крім того, з'явилися нові вищі навчальні заклади, зокрема, політехнічні та спеціалізовані інститути та академії. У Франції, та й в інших країнах, важливу роль в підготовці вчених у XVIII столітті відіграли військові, військово-інженерні, морські школи, математичні програми яких нерідко перевершували за змістом та обсягом університетські курси.

Що стосується практичних застосувань досягнень науки, то треба зазначити, що в XVIII столітті вони майже не знаходили застосування в машинобудуванні, яке бурхливо розвивалося, не кажучи вже про інші галузі промисловості. Це пояснюється тим, що громіздкі і тихохідні машини не мали поки що потреби в проведенні розрахунків на міцність. Розвиток фізики також поки що не мав зв'язку з виробництвом, а такі науки як теплотехніка, електромагнітна теорія та ін. перебували ще в зародковому стані і не могли допомогти розвитку промисловості. З наук в цей період розвиваються, перш за все, механіка і математика, до кінця його з'являється хімія, електромагнетизм та ін.

В зазначену епоху знання, яких вимагав розвиток техніки, як правило, мали емпіричний характер. Це були знання про конкретні речі, які не суперечать законам природи. Однак машинне виробництво, що розвивалося, вимагало об'єднання в одному технологічному циклі різних механічних і фізико-хімічних процесів, використання нових матеріалів і видів енергії. Завдяки цьому незмірно зросла роль науки у створенні нової техніки.

У цілому XVIII століття з точки зору розвитку науки можна охарактеризувати не тільки як століття освіти, але так само як аналітичний період. У цей час відбувається становлення теоретичних основ таких фундаментальних наук, як математика, механіка, хімія, біологія, закладаються також основи багатьох розділів фізики.

Питання для самоконтролю

1. Хто з астрономів зробив вагомий внесок у підтвердження системи Коперника?
2. В чому полягає значення законів руху планет Кеплера, крім астрономії?
3. Які винаходи часів епохи Відродження Ви вважаєте найважливішими?
4. Які видатні вчені зробили найбільший внесок у підготовку наукової революції XVII століття?
5. Яке значення для розвитку науки має твір Ньютона «Математичні начала натуральної філософії»?
6. Які вчені займалися вивченням статичної електрики?
7. Чия «Енциклопедія» відіграла величезну роль у поширенні ідей Просвітництва та ідеологічній підготовці Французької революції?
8. Які академії наук можна виділити серед інших як найбільш продуктивні для розвитку науки?
9. У чому полягала реформа вищої освіти у Франції після революції 1789 року?

ГЛАВА 6

СТВОРЕННЯ ПАРОВОЇ МАШИНИ І ПРОМИСЛОВА РЕВОЛЮЦІЯ

6.1. Створення універсальної парової машини

Мануфактурне виробництво, що виникло в кінці XVII століття, було засновано на застосуванні мускульної сили людей, тварин, а також енергії води і вітру. Але в кінці XVII століття, коли почався бурхливий розвиток гірничодобувної, металургійної, металообробної, верстатобудівної та інших галузей виробництва, виникла гостра потреба в значно потужніших джерелах механічної енергії. Подальший розвиток промисловості гальмувався відсутністю таких джерел. Розвиток промислового виробництва, таким чином, до кінця XVII століття опинився у глухому куті. Вихід полягав у розвитку теплової енергетики, тобто використанні енергії горючого палива.

Застосування парових турбін було дуже привабливим, тому що в них відразу виходить рівномірний обертальний рух ротора, і немає необхідності в механізмах, що перетворюють поступальний рух поршня в обертання валу, як це відбувається в парових машинах і ДВЗ. Однак виготовлення парової турбіни можливе тільки при високому рівні технології, наявності спеціальних матеріалів і методів дуже точної обробки металів. Крім того, створення парової турбіни вимагає знання властивостей пари і законів її протікання. Без усього перерахованого ККД парових турбін знаходився на надзвичайно низькому рівні, і вони могли відігравати хіба що роль цікавих іграшок.

Відкриття атмосферного тиску і науково поставлені досліди Е. Торрічеллі, Б. Паскаля і О. фон Геріке спонукали використовувати його як рушійну силу. Для цього необхідно було створити в циліндрі, забезпеченому поршнем, розрідження. Поршень в початковий момент повинен знаходитися в крайньому положенні, після чого зробити хід під тиском повітря. Це і лягло в основу створення атмосферних машин.

Першими запропонували такі машини абат **Готфрейл** у 1678–1681 роках і **Християн Гюйгенс** у 1681 році. Для створення розрідження вони мали намір використовувати не пару, а вибухи порошу всередині робочого циліндра, тому ці винахідники і вважаються піонерами, які висунули ідею ДВЗ.

Дені Папен (1647–1712), який працював у Гюйгенса асистентом, переконався в небезпеці і незручності використання вибуху порошу і запропонував здійснювати розрідження за допомогою водяної пари. У 1690 році в Марбурзі він створив паровий двигун, який здійснював корисну роботу за рахунок нагрівання і конденсації пари. Вода в циліндрі при нагріванні перетворювалася на пару і рухала поршень вгору. Через спеціальний клапан пара виштовхувала повітря, а при конденсації пари створювався розріджений простір і зовнішній тиск рухав поршень донизу. Опускаючись, поршень тягнув за собою мотузку з вантажем. Але двигун Папена не міг здійснити безперервну дію. Такі машини, в яких поршень повертається у вихідне положення під дією атмосферного тиску, отримали назву пароатмосферних.

У 1698 році англійський механік **Томас Севері** (1650–1715) винайшов працюючий без поршня паровий насос, призначений для відкачування води з шахт. Його насос складався з парового котла і робочого циліндра. У машини було два робочих цикли: цикл всмоктування, який відбувався шляхом конденсації пари, і цикл виштовхування, що здійснювався під тиском пари. Незважаючи на те, що цей насос коштував дорого, загрожував вибухом і мав низьку економічність, він знайшов широке застосування і отримав назву «друг рудокопів».

Більш радикально проблему відкачування води з шахт вирішив **Томас Ньюкомен** (1663–1729). Машина, створена ним в 1707 році, є майстерною комбінацією ідей Севері і Папена. У ній пара готувалася в окремому котлі, а поршневий двигун був відділений від поршневого насоса, який відкачує воду. Система клапанів регулювала надходження пари і води в циліндри. Ці машини широко застосовувалися, мали приголомшливу надійність і служили по сто років і більше. Остання машина Ньюкомена була демонтована в Англії аж у 1934 році.

У 1766 році російський інженер **Іван Іванович Ползунов** (1728–1766) побудував двоциліндрову машину з автоматичним паророзподіленням, щоправда, вона залишалася пароатмосферною. Винахідник помер до запуску машини, яка після невеликої неполадки була зупинена і забута, хоча за короткий час роботи не тільки себе окупила, але і принесла великий прибуток.

Створити перший універсальний паропоршневий двигун вдалося механіку, шотландцю за походженням **Джеймсу Ватту** (1736–1819). Спочатку будівництво машини через фінансові та інші труднощі не просувалося, поки за нього в 1773 році не взявся інвестор **Меттью Болтон** (1728–1809). В результаті в 1774 машина була побудована. Її випробування показали хороші експлуатаційні якості машини та вдвічі меншу витрату палива порівняно з найкращими машинами Ньюкомена.

У 1782 році Ватт отримав патент на розширення пари в циліндрі парової машини, а також зайнявся важливішим питанням – створенням машини з безперервним обертанням. Оскільки застосування кривошипно-шатунного механізму в парових машинах було захищено патентом, Ватт застосував балансир і планетарну передачу. Для забезпечення безперервного ходу він також увів подвійну дію (пара по черзі надходила згори і знизу поршня), золотниковий паророзподіл і махове колесо. У 1784 році винахідник конструює двоциліндрову машину. Для режиму автоматичної підтримки роботи машини Ватт в 1788 році запропонував відцентровий регулятор обертів. Це один з найважливіших його винаходів. Відцентрові регулятори і в наш час є обов'язковою приналежністю будь-якого двигуна внутрішнього згорання або турбіни.

Спільна компанія Болтона – Ватта успішно діяла протягом двадцяти п'яти років, в результаті чого Ватт став дуже заможною людиною. Його машини отримали широке визнання. У 1826 році у Великобританії налічувалося вже 1500 машин загальною потужністю 80 000 к. с. Машини Ватта також постачалися на експорт, але вже в 1780 році їх виробництво починається у Франції, на межі XIX століття – у Німеччині і США, а в 1818 році – у Бельгії.

Створена парова машина була саме у Великобританії не випадково. Англія була світовим промисловим і торговим лідером, володіла великими колоніями, тому мала величезні фінансові ресурси. Крім того, держава не пригнічувала економічну активність. Виробництво парових машин було не тільки великим досягненням у галузі енергетики. Це був крок уперед і в машинобудуванні. При проєктуванні нових машин Ватт користувався розробленими ним емпіричними формулами. Крім того, завод Болтона – Ватта став першим в світі спеціалізованим заводом. На ньому з самого початку прагнули до якомога точнішого виготовлення деталей. Це в основному заслуга М. Болтона, який розробив правила виробництва деталей і впроваджував їх не тільки у себе, а й на інших заводах, що виготовляють комплектуючі парових машин. У 1779 році була розроблена

інструкція зі збирання машин з рисунками і докладним порядком установки кожної її частини. У 1784 році з'являються і правила з догляду за машиною безперервного обертального руху.

Створення ефективного парового двигуна – парової машини Ватта викликало промислову революцію XVIII століття. Цей винахід за своїм значенням у житті людства може зрівнятися тільки з освоєнням вогню і створенням комп'ютера.

6.2. Розвиток металургії

Збільшення числа машин викликало підвищену потребу в металі, що потребувало розвитку металургії. Головним досягненням цієї епохи в металургії була заміна деревного вугілля на кам'яно-вугільний кокс. Його запровадили у процес виплавки чавуну представники сім'ї металургів **Дарбі**. Першим був засновник династії **Абрахам Дарбі** (1678–1717), який в 1709 році отримав чавун з руди в доменній печі за допомогою коксу. У 1750-х роках його син **Абрахам Дарбі II** (1711–1763) побудував ще кілька доменних печей, і його вироби стали ще дешевшими і більш якісними, ніж виготовлені на деревному вугіллі. У 1778 році онук Дарбі, **Абрахам Дарбі III** (1750–1791), зі свого лиття побудував в Шропширі знаменитий **Залізний міст**, перший в Європі міст, що повністю складався з металевих конструкцій.

Але різке зростання машинобудування і металообробки поставило питання не тільки про збільшення виплавки чавуну, а й переробки його в залізо. Однак для цього застосовувався спосіб переділу чавуну на залізо у кричних горнах, які працювали на деревному вугіллі. У 1784 році **Генрі Корт** (1740–1800) запатентував пудлінгову піч, яка повністю витіснила «кричний переділ». Суть пудлінгування полягала в тому, що розплавлений чавун вручну перемішували металевою штангою, в процесі чого на неї налипав метал, а розплав ставав більш в'язким. На кінцевій стадії процесу важку тістоподібну масу яка утворилася, розламували ломом на кілька шматків і потім знову сплавляли їх у печі. Для отримання заліза з чавуну процес плавки повторювали до 9 разів. Також Генрі Корт в 1783 році встановив в Ланкастері перший прокатний стан.

Науковою основою для отримання металів з заданими властивостями стало металознавство. Його основоположником був начальник Алтайських гірських заводів і Томський цивільний губернатор **Павло Петрович Аносов** (1796–1851). Він першим почав дослідження впливу на сталь різних елементів і першим довів, що фізико-хімічні та механічні властивості сталі

можуть бути значно змінені і поліпшені домішками деяких легувальних елементів. Російський учений став зачинателем виробництва спеціальних сталей – титанових, марганцевих, хромистих й ін. Він також заклав основи металографії, вперше застосувавши в дослідженнях будови сталі мікроскоп. Аносов також розкрив втрачені секрети булатної сталі, виробленої в давнину і в середньовіччі у східних країнах.

Однак найактуальнішою проблемою в XIX столітті було здешевлення сталі і її виробництво у великому обсязі. Англійський винахідник **Генрі Бессемер** (1813–1898), займаючись поліпшенням якості сталі для гарматних стволів, розробив в 1856 році спосіб отримання сталі без додаткового нагріву. Для цього в резервуарі грушоподібної форми (бесемерівський конвертер) через розплав чавуну продувалося повітря. У 1860 році був винайдений конвертер, який обертається, з подачею повітря крізь днище.

Однак бесемерівський спосіб мав суттєві недоліки – великі обмеження по хімічному складу чавунів. У 1864 році французький артилерист **П'єр Мартен** (1824–1915) розробив спосіб отримання литої сталі в полум'яній регенеративній печі. Він використовував розроблений незадовго до цього німецькими інженерами Фрідріхом і Вільгельмом Сіменсами принцип регенерації тепла продуктів горіння. Отримані в мартенівських печах болванки прокочувалися потім в листи і профільні смуги. Цей спосіб забезпечив промисловість недорогим будівельним матеріалом, більш міцним, ніж залізо. Мартенівський процес отримання сталі доповнював бесемерівський, дозволяючи переробляти сталеві відходи бесемерівського виробництва, які накопичилися у великих кількостях на заводах. При цьому обладнання в мартенівському цеху коштувало набагато дешевше, ніж в бесемерівському.

Ще одним дуже важливим досягненням металургії став дешевий алюміній. Тривалий час вчені шукали способи отримання алюмінію, але метал виходив дуже дорогим. І тільки в 1886 році двоє молодих людей – американський студент **Чарльз Мартін Холл** (1863–1914) і французький інженер **Поль Луї Туссен Еру** (1863–1914) незалежно один від одного відкрили спосіб отримання алюмінію за допомогою розкладання електричним струмом оксиду алюмінію, попередньо розплавленого в кріоліті. Правда, електролітичний спосіб вимагав великої кількості енергії, але на той час вже були достатньо потужні електростанції. Цей дуже легкий метал не піддається корозії, стійкий до органічних кислот, досить пластичний для отримання прокату і дроту, добре заповнює форму при литві і має малий омичний опір. Це зробило його незамінним у техніці.

6.3. Переворот у машинобудуванні

Наприкінці XVIII століття починається переворот у машинобудуванні. Механізація в першу чергу торкнулася провідної галузі – ткацької промисловості. Англієць **Едмунд Карптрайт** (1743–1823) винайшов чесальну машину, парову обробку волокнистих речовин і в 1785 році ткацький верстат з ножним приводом, який в 40 разів збільшив продуктивність праці. На початку XIX століття ткацькі верстати вже розраховувались на застосування парового двигуна. У 1804 році **Жозеф Марі Жаккар** (1752–1834) створив ткацький верстат з програмним управлінням, здатний автоматично ткати мереживну тканину. Управління вперше здійснювалося за допомогою перфокарт. У 1825–1830 роках англійський механік **Річард Робертс** (1789–1864) винайшов автоматичну прядильну машину. Механізується і праця швачки, з'являється безліч варіантів швейних машинок, найвдалішою з яких стає машинка американця **Ісаака Меррита Зінгера** (1811–1875), який винайшов для неї човник.

Важливі зміни відбуваються в металообробці. Замість старого токарного верстата з'являються нові високоточні автоматичні верстати. Початок автоматизації поклав англійський винахідник і промисловець **Генрі Модслі** (1771–1831). Він винайшов безліч верстатів, у тому числі поперечно-стругальний верстат з кривошипно-шатунним механізмом. У 1794 році Модслі винайшов «хрестовий супорт», що являв собою дві каретки, які могли незалежно переміщатися в двох взаємно перпендикулярних напрямках за допомогою гвинта. У 1797 винахідник побудував токарно-гвинторізний верстат з набором зубчастих коліс, що дозволило механізувати виробництво гвинтів і гайок, а також стандартизувати розміри різьби. Це поклало початок стандартизації деталей, що мало величезне значення для розвитку машинобудування. Модслі також уперше об'єднав верстати в одну потокову лінію.

Великий внесок у розвиток машинобудування зробив американський винахідник і промисловець **Елі Вітні** (1765–1825). Він створив бавовноочищувальну машину і один із перших фрезерних верстатів. Однак найголовнішим його досягненням стало те, що Вітні заклав основи організації масового виробництва в машинобудуванні. У 1800 році він побудував мушкетний завод, на якому вперше впровадив принцип взаємозамінності деталей на збірці. Нові токарні та фрезерні верстати дозволили замінити ручну працю при високоточній обробці металів.

Так зароджувалося велике виробництво. На фабриках і заводах робочі машини приводилися в дію спільним центральним двигуном (паровою машиною), а передача енергії проводилася за допомогою механічної, як правило, пасової трансмісії. До кінця XIX століття на зміну паровій машині приходять нові теплові двигуни, а механічний привід витісняється електроприводом. Поява металорізальних верстатів, таких, як токарний, дозволили спростити процес виготовлення металевих частин парових машин і надалі створювати все більш досконалі верстати для різноманітних цілей. Упровадження точних верстатів не тільки підвищило продуктивність праці, а й дозволило використовувати працю менш кваліфікованих робітників і тим самим розширювати виробництво. У військовій справі впровадження високоточних верстатів дозволило перейти до нарізної, а пізніше і казнозарядної зброї.

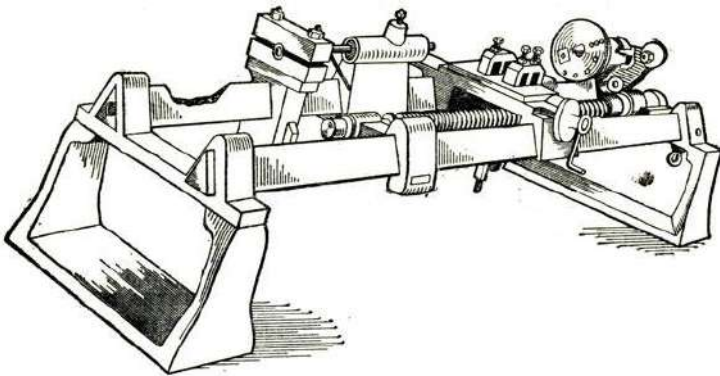


Рис. 6.1. Токарно-гвинторізний верстат Модслі

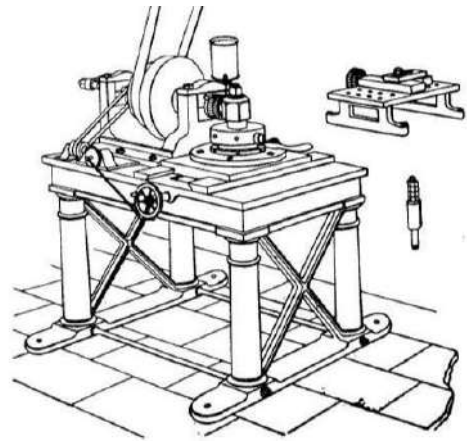


Рис. 6.2. Фрезерний верстат Несміта

Великий внесок у розвиток верстатобудування зробив шотландський астроном, інженер і підприємець-машинобудівник **Джеймс Несміт** (1808–1890). У 1829–1831 роках він побудував фрезерний верстат з ділильною головкою для кріплення заготовки. Це пристосування використовується до нашого часу. У 1842 році Несміт запатентував паровий молот. Перші молоти використовували вільне падіння, але пізніше було зроблено підсилене падіння і оператор отримав можливість управляти силою кожного удару. Молот Несміта набув широкого поширення, до 1856 року було вироблено 490 одиниць, які продавалися не тільки в Європі, але і в Індії, і навіть в Австралії.

Принцип парового молота Несміт застосував у машині для забивання паль, яку він виготовив у 1843 році. При демонстрації можливостей нової

машини 3 липня 1845 році палю довжиною 21 м вона забила за чотири з половиною хвилини, в той час як традиційним методом на це було потрібно дванадцять годин.

Несміт був також одним з перших виробників інструментів, який запропонував стандартизацію ряду верстатів, до нього виробники виготовляли інструменти відповідно до специфікацій індивідуальних клієнтів, що викликало проблеми сумісності.

Ще одним з досягнень промислової революції стало вуличне освітлення. Його поява в британських містах стала можливою завдяки шотландському інженерові **Вільяму Мердоку** (1754–1839). Ним було винайдено процес отримання світильного газу шляхом піролізу кам'яного вугілля, а також способи його накопичення, транспортування і використання в газових ліхтарях. Світильний газ – суміш водню (50%), метану (34%), окису вуглецю (чадний газ – 8%) та інших горючих газів, що отримується при піролізі кам'яного вугілля або нафти. Перші газові світильники були встановлені в Лондоні в 1812–1820 роках. Незабаром велика частина вугілля, що видобувалася у Великобританії, йшла на потреби освітлення, оскільки воно не тільки підвищувало комфорт і безпеку на міських вулицях, а й сприяло подовженню робочого дня на фабриках і заводах.

Друга половина XIX століття – це період розвиненого капіталізму. До провідних капіталістичних країн приєдналися Німеччина, що стала в 1871 році єдиною державою, і США, в яких після громадянської війни 1861–1865 років бурхливо розвивається промисловість. Ці країни наздоганяють Англію в промисловому розвитку, а до кінця століття США навіть починають її випереджати. Після скасування в 1861 році кріпосного права на шлях капіталістичного розвитку стає і Росія.

Політичні умови для стрімкого зростання капіталізму були створені в США після перемоги у війні за незалежність. Це – всебічна підтримка урядом підприємництва і відсутність цехових організацій. Важливу роль також відігравало використання досвіду англійських промисловців. Високими темпами розвивалося верстатобудування, текстильна і харчова промисловість. Ще більше сприяла промисловому розвитку перемога жителів Півночі в громадянській війні. Важливим стимулом розвитку промисловості стала дуже висока заробітна плата її працівників, що перевищувала європейську в кілька разів. Прискореному зростанню машинобудування США сприяло масове застосування парових машин, причому найпоширенішими стали економні та потужні машини **Джорджа Генрі Корлісса** (1817 – 1888).

Швидкими темпами розвивається видобувна промисловість. До кінця XIX століття США посіли перше місце в світі з видобутку вугілля – на той час основного джерела енергії. Вони також обійшли Англію за обсягами виплавки чавуну і сталі. У 1850-ті роки починається видобуток нафти. На початку XX століття США вийшли на перше місце за видобутком нафти і цинку, а також видобували більше половини мідної руди світу. У 1890-ті роки розвиваються нові галузі промисловості – хімічна та електротехнічна, зароджуються турбінобудування і автомобільна промисловість. За чисельністю машин, що випускалися, їх поширенню та якості Америка значно перевершила всі європейські країни, включно з Великобританією. Тому іноді цей період називають другою промисловою революцією.

6.4. Революція на транспорті

У XIX столітті парові машини знаходять широке застосування не тільки в промисловості, але й на транспорті. Слід зазначити, що поки не була створена універсальна парова машина Ватта, всі спроби побудувати судно або наземний транспортний засіб, що рухався силою пари, або приводили до невдачі, або залишалися на папері.

У США винахідником **Робертом Фултоном** (1765–1815) був створений перший пароплав, який мав комерційний успіх. Судно під назвою «**North River Steamboat of Clermont**» (у літературі його неправильно називають просто «Клермонт») здійснювало регулярні рейси по річці Гудзон між Нью-Йорком і Олбані з 1807 року. Незабаром після цього не тільки в Сполучених Штатах, але і в Англії, і в інших країнах розгорнулося будівництво пароплавів.

У 1819 році американський колісний пароплав «**Саванна**» вперше перетнув Атлантичний океан. Однак більшу частину шляху судно пройшло під вітрилами. І тільки в 1838 році англійський пароплав «**Ciprius**» перетнув Атлантику без застосування вітрил. У військовому флоті остаточний перехід на парові двигуни відбувся тільки після Кримської війни 1853–1856 років. Однак архаїчні вітрила зберігалися на більшості бойових кораблів ще років 30.

Саме суднові парові машини були найдосконалішими. У 1829 році німецький інженер **Моріц Рентген**, який працював у Нідерландах, запропонував машину типу компаунд. Машина мала два робочих циліндра різного діаметра. Пара з котла надходила в менший циліндр високого тиску, а відпрацювавши там, спрямовувалася в більший циліндр низького тиску. Це дозволяло більш повно використовувати енергію пари і підвищити ККД

машини. З підвищенням у 1860-х роках тиску в пароплавних котлах до 5–7 атм. машини подвійної дії набули широкого застосування. У 70-х, 80-х роках XIX століття потужності машин досягли 5000 к. с., що змусило через збільшення розмірів розділити циліндр низького тиску на два. На цьому розвиток пароплавних машин не зупинився, при подальшому збільшенні тиску до 10–12 атм. був зроблений перехід до машин потрійного розширення. При цьому витрата вугілля скоротилася майже в півтора рази. Потужність машин зросла до 8–9 тис. к. с., а діаметр циліндра середнього тиску досяг трьох метрів. Тому його також часто ділили на два.

Найбільшими паровими машинами стали дві машини чотириразового розширення, побудовані для німецького розкішного лайнера «**Дойчланд**» (1900 р.). Вони мали потужність 18 900 к. с., по шість циліндрів і тиск пари 16 атм. Цей пароплав поставив рекорд швидкості (23,15 вузла) і тримав його до введення в стрій англійських турбінних лайнерів «**Мавританія**» і «**Лузітанія**». Що стосується машин чотириразового розширення, то їх подальший розвиток було припинено через перехід суднобудування на початку XX століття на застосування парових турбін і дизелів.

Парові машини справили також революцію і в наземному транспорті. Перший діючий паровий транспортний засіб створив в 1769 році французький офіцер **Жозеф Кюньо** (1725–1804). Дерев'яний візок мав три колеса, невеликий паровий котел і машину з вертикальним паровим циліндром. Переднє кероване колесо було провідним і забезпечувалося зубцями. Віз рухався без зупинки тільки 15 хвилин і проходив за цей час 1000 м, після чого потрібно було зупинитися і заправляти котел. Двигун візка Кюньо мав малу потужність через низький тиск в циліндрі. Після аварії, що сталася у 1770 році на паризькій вулиці він був визнаний небезпечним і переданий до музею.



Рис. 6.3. Паровий візок Кюньо



Рис. 6.4. Паровий омнібус Тревітіка

У 1801 році **Річард Тревітік** (1771–1833) побудував карету (омнібус) з паровим двигуном, яку продемонстрував на вулицях міста Кемборн. «**Пихкаючий диявол**» мав величезні задні колеса, які приводилися в рух одноциліндровою паровою машиною з тиском 9,5 атм. і горизонтально розташованим циліндром. Автомобіль вміщував вісім пасажирів. У 1829 році парові омнібуси стали найшвидшим пасажирським транспортом, розвиваючи на звичайних шосейних дорогах швидкість 24 км/год. Побоюючись конкуренції, власники залізниць і кінних диліжансів домоглися прийняття в 1865 році закону, що обмежує швидкість парових омнібусів 7 км/год за містом і 4 км/год в містах. Крім того, перед екіпажом повинна була бігти людина з червоним прапорцем і попереджати всіх про небезпеку. Цим законом розвиток парового безрейкового транспорту було зупинене на три десятиліття.

У кінці XIX століття парові і електричні автомобілі отримали велике поширення. Так, у США в 1900 році приблизно половина автомобілів була на паровому ході. Перший час після появи автомобілів з ДВЗ парові автомобілі перевершували їх за своїми характеристиками. Але не дивлячись на ряд переваг (хороша тяга, багатопаливність), парові автомобілі до 1930 року зійшли зі сцени через свою неекономічність і складнощі при експлуатації. У 1920-х роках парові автомобілі вироблялися вже зовсім у невеликій кількості. Але все ж до 1960-х років промисловість випускала парові вантажівки, які, зокрема, використовувалися фермерами США і Великобританії.

Створення перших паровозів. Значно довше парові машини використовувалися в залізничному транспорті. До моменту появи залізниць на початку XIX століття рейковий шлях вже досяг певного рівня розвитку. Перший паровоз побудував Річард Тревітік у 1803 році на замовлення металургійного підприємства в Південному Уельсі для заміни кінної тяги на рейковій дорозі, по якій возили вугілля. Однак паровоз «**Непереможний**» виявився важким і рейки часто ламались, чого не було при використанні кінної тяги. Замість того щоб посилити рейки, господар підприємства використовував паровоз як стаціонарну установку для відкачування води.

У період 1810–1813 роках низка винахідників створили більш досконалі локомотиви. Серед них найвдалішими виявилися паровози, спроектовані і побудовані **Джорджем Стефенсоном** (1781–1848). У 1814 році він створив свій перший паровоз «Блюхер», а в наступні роки ще безліч машин. Усі вони працювали на промислових дорогах невеликої довжини.

У результаті розвитку паровозів на порядок денний було поставлено питання створення міжміських доріг загального призначення. Будівництво першої в такої залізниці протяжністю 21 км між Стоктоном і Дарлінгтоном почалося в 1822 році. Для цієї дороги Стефенсон побудував три паровози типу «**Locomotion**» – «**Саморух**», потужністю 7–8 к. с., що забезпечувала швидкість 13 км/год. Саме від їх назви походить звичне слово «локомотив». Паровози «Саморух» безперервно пропрацювали до 1904 року, тобто більше 80 років. Будувалися вони на першому в світі паровозобудівному заводі в Ньюкаслі. 27 вересня 1825 року дорога була відкрита. У житті людства починалася нова епоха.

Однак паровози на дорозі Стоктон – Дарлінгтон водили тільки тихохідні вугільні состави. Пасажирів перевозили в спеціальних вагончиках, запрягаючи в них коней, оскільки паровози мали малу швидкість. Проте експлуатація першої дороги приносила хороший прибуток, і в Англії 15 вересня 1830 року була відкрита дорога Ліверпуль – Манчестер. Для неї були замовлені вісім паровозів Стефенсона типу «**Ракета**» (див. рис. 6.5) і вона стала першою в світі дорогою, де і вантажний, і пасажирський рух здійснювався паровозами. Обсяги перевезення пасажирів на лінії Ліверпуль – Манчестер перевершили очікування, що викликало поділ паровозів на пасажирські і вантажні. Ця дорога також стала еталоном при створенні залізниць не тільки в Англії, але і в інших країнах. Досі 75% доріг мають стефенсонівську ширину колії (1435 мм).

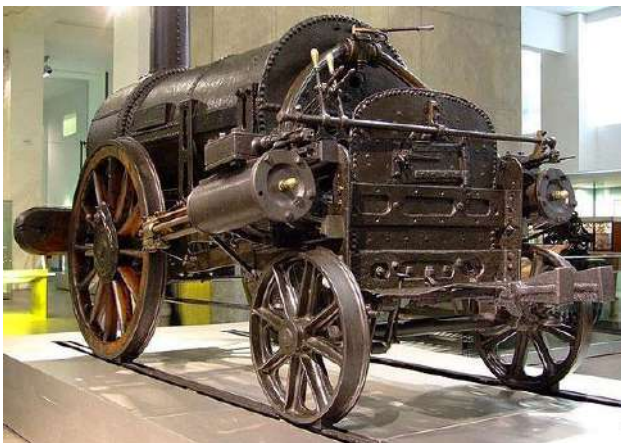


Рис. 6.5. Паровози Стефенсона «**Ракета**» – ліворуч і «**Патентований**»

У 1830-і роки в Англії розгорнулося масштабне будівництво залізниць. Крім того, їх стали будувати відразу в декількох державах Європи і в Америці. Це зажадало різкого збільшення випуску паровозів і відповідно заводів з їх випуску. Тоді ж було закладено класичний тип паровоза.

Парові машини, як правило, мали два циліндра. До паровозу стали чіпляти спеціальний вагон з запасом води і палива – тендер. Можна вважати, що на цьому закінчився період формування паровоза.

Перша половина XIX століття – час тріумфальної ходи парової машини. Спочатку парова машина служила водяним насосом, була пристосована для дуття в горнах, кування заліза, а також для заміни водяного колеса в силових установках. Але машинна індустрія, заснована на паровому двигуні як джерелі енергії, охоплювала все нові і нові галузі промисловості. На зміну гужовому транспорту прийшли залізні дороги і парові автомобілі та трактори, парові машини на водному транспорті витісняли вітрила і весла.

6.5. Кораблебудування – найпрогресивніша галузь техніки в XIX столітті

Як приклад розглянемо розвиток кораблебудування – найбільш передової галузі техніки XIX століття. Хоча дерев'яні парусні кораблі, що становили основу флотів у першій половині XIX століття, мали водотоннажність до 5000 т і вражали уяву сучасників, вони були скоріше витвором мистецтва «майстрів доброї пропорції», ніж інженерною конструкцією. На рис. 6.6 показано креслення 120-гарматного лінійного корабля «Дванадцять апостолів», одного з останніх вітрильних кораблів і найбільшого в російському флоті (водотоннажність 4790 т).

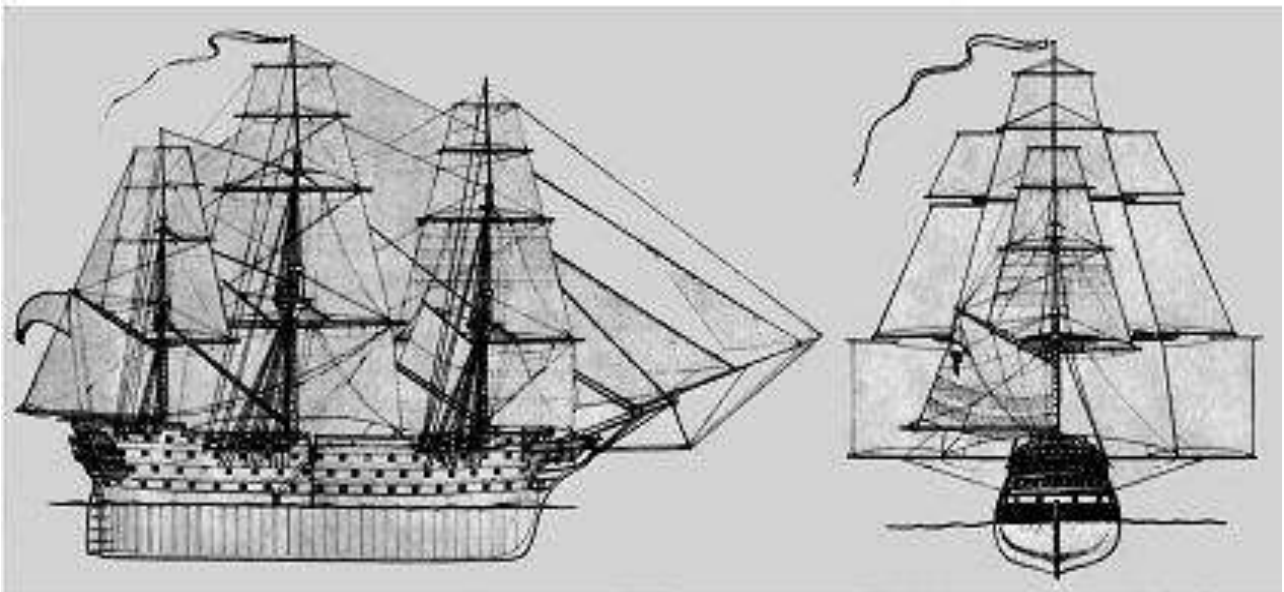


Рис. 6.6. Лінійний корабель «Дванадцять апостолів», Росія.
Побудований в Миколаєві в 1841 році

На початку XIX століття на річках починають успішно експлуатуватися пароплави. Однак довгий час парові машини в військовому флоті вважалися допоміжними двигунами. Впровадження парового двигуна на бойових кораблях стримувалося недосконалістю колісного рушія. Громіздкі гребні колеса не дозволяли розташувати повноцінну бортову батарею, доводилося встановлювати в носовій і кормовій частинах корабля невелику кількість гармат великого калібру. До того ж колеса були уразливі для вогню супротивника.

Упровадження гребного гвинта вирішило ці проблеми. Перший гвинтовий пароплав «Архімед» був побудований в Англії у 1838 році. У 1841 році до строю вступив французький гвинтовий пароплавофрегат «Гомер», водотоннажністю 2700 т, озброєний 20 гарматами. Ходові якості гвинтових пароплавів виявилися значно вище, ніж у колісних.

У 1848 році у Франції був закладений перший в світі парусно-гвинтовий 90-гарматний лінійний корабель «Наполеон», водотоннажністю 5047 т. Дві парові машини сумарною потужністю 900 к. с. надавали йому швидкість 13,5 вузлів. У ряді країн частина вітрильних лінійних кораблів переобладнали в парусно-гвинтові, роблячи вставку з паровою машиною. Однак під час Кримської війни 1853–1856 років основна частина флотів не тільки Росії і Туреччини, але навіть таких промислово розвинених країн, як Англія і Франція, була парусною. Наприклад, з 16 лінійних кораблів союзників, які увійшли в Чорне море, тільки п'ять були гвинтовими, але зберігали при цьому повне вітрильне оснащення. Навпаки, у російському Чорноморському флоті всі 14 лінійних кораблів були вітрильними. Саме відсутність парових кораблів позбавила змоги Чорноморський флот дати бій противнику у відкритому морі, а досвід війни показав, що вітрильні судна віджили свій вік, і майбутнє – за пароплавами з гвинтовими рушіями.

Кримська війна справила величезний вплив на розвиток військово-морського флоту. Після неї бойові кораблі, які не мали машин, були виключені зі списків військових флотів. Остання битва вітрильного флоту при Синопі також показала велику вразливість дерев'яних кораблів від вогню тогочасних бомбічних гармат. Це призвело до створення броненосців. У 1859 році у Франції був введений в дію перший броненосний корабель «Глуар» водотоннажністю 5600 т, озброєний 30 162-мм гладкоствольними гарматами, які розміщувалися в заброньованій батареї. Насправді це був не новий корабель, а перероблений за проєктом інженера

Дююї де Лома дерев'яний гвинтовий лінійний корабель типу «Наполеон», на якому була зрізана одна палуба для компенсації ваги броні.

Першим броненосцем, повністю побудованим з заліза, став англійський «**Воріор**» (1860). Застосування для конструкції корпусу заліза дозволило збільшити довжину корабля до 116 м, внаслідок чого водотоннажність зросла до 9 360 т. «Воріор» був озброєний 26 68-фунтовими (203 мм) гладкоствольними гарматами і 10 110-фунтовими (178 мм) нарізними казнозарядними гарматами Армстронга, які розміщувалися в казематі, захищеному 112-мм бронєю. Відсутність броні на краях корабля компенсувалася встановленням там водонепроникних перегородок. Однак казнозарядні гармати на той момент виявилися вкрай ненадійними, а гладкоствольні марними в бою з броньованими кораблями, і «Воріор» був переозброєний нарізними, але дульнозарядними гарматами. На сьогодні перший у світі броненосець зберігся і використовується в якості плавучого музею (див. рис. 6.7).



Рис. 6.7. Броненосець «Воріор». Сучасний вигляд

Розвиток металургії дозволив спочатку широко використовувати в кораблебудуванні залізо, а потім перейти до дешевшого, але міцнішого матеріалу – сталі. Будівництво залізних, а потім і сталевих кораблів з паровими машинами і гвинтовими двигунами вимагало застосування в суднобудуванні розрахунків на основі сучасних досягнень науки. У результаті з майстерності дерев'яної архітектури кораблебудування перетворилося в найбільш розвинену галузь промисловості, яка

використовувала найрізноманітніші спеціальності. Будівництво гігантських броньованих кораблів потребувало розробки теоретичних основ будівельної механіки корабля, а також вивчення законів остійності і качки. На відміну від попередніх років, коли тип корабля не зазнавав суттєвих змін впродовж століть, у другій половині XIX і початку XX століть корабель часто встигав застарівати ще до спуску на воду.

Поява броненосців звела нанівець попередню потужність усіх військових флотів світу, що і послужило причиною поспішного швидкого будівництва нових кораблів. Якщо для прикриття корабля від вогню гладкоствольних гармат було досить тонкої залізної броні, то поява нарізних гармат змусила збільшувати її товщину. Це зі свого боку призвело до підвищення калібру артилерійських систем. Удосконалення броньового захисту змусило збільшувати калібр гармат, у результаті чого замість численної артилерії кораблі стали озброювати декількома гарматами великого калібру, які розміщувалися в барбетних або баштових установках. Уже в 1873 році англійська фірма Армстронг побудувала 406-мм гармати. Чотирма такими артилерійськими системами (в двох баштах) був озброєний англійський броненосець «**Інфлексібл**», що зійшов на воду в 1878 році.

Ще більш потужні 450-мм гармати масою 100 т були виготовлені англійською фірмою «**Елсвік**» для італійських броненосців «**Дуїліо**» і «**Дандоло**» водотоннажністю 12 000 т, що вступили в стрій в 1878 році. У результаті змагання між бронею і артилерією не лише збільшився калібр гармат, а й товщина броні досягла 600 мм. Гармати вітрильних кораблів розташовувалися на колісних лафетах і стріляли майже горизонтально, а енергія пострілу погашалась просто відкотом гармати по палубі. Для далекобійних нарізних артилерійських систем були створені лафети, які обертаються на платформі, а для погашення надзвичайно сильної віддачі почали використовувати гідрогальма. Дулова енергія баштових гармат броненосців «**Інфлексібл**» і «**Дуїліо**» перевищила енергію старих гладкоствольних гармат у 60 разів.

За якихось два – три десятка років у військовому флоті відбувся перехід від вітрильних дерев'яних кораблів, водотоннажність яких не перевищувала 5 000 т до сталевих гігантів, водотоннажністю 15 000 т. Для управління рухом і озброєнням цих кораблів використовувалося безліч механізмів, рис. 6.8.

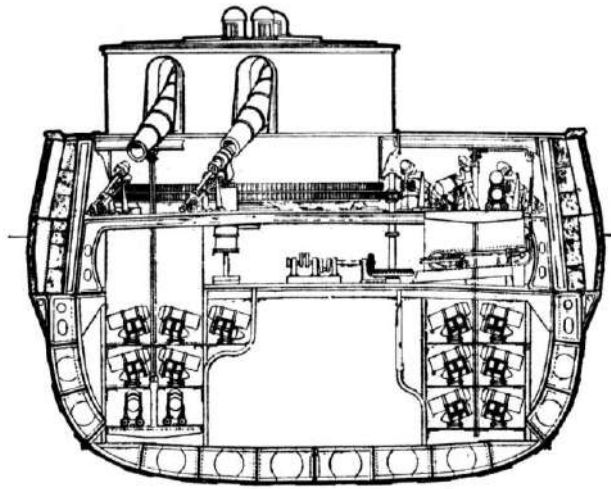


Рис. 6.8. Процес заряджання гармат броненосця «Дуіліо». Снаряди калібру 450 мм і масою 908 кг подавалися за допомогою спеціальних парових машин

Те ж явище спостерігалось і в комерційному суднобудуванні. Так, вже у 1858 році в Англії був побудований гігантський пароплав «**Грейт Істерн**» водотоннажністю 32 700 т і довжиною 210,4 м (рис. 6.9). Пароплав призначався для вантажопасажирських перевезень і поряд з двома паровими машинами сумарною потужністю 7500 к. с., одна з яких працювала на гвинт, а друга приводила в рух гребні колеса, мав ще й шість щогл з вітрилами, площа яких досягала 3400 м². Щоправда, експлуатація цього гіганта виявилася економічно не вигідною, і його використовували для прокладання трансатлантичного кабелю, а в 1890 році розібрали на металобрухт.

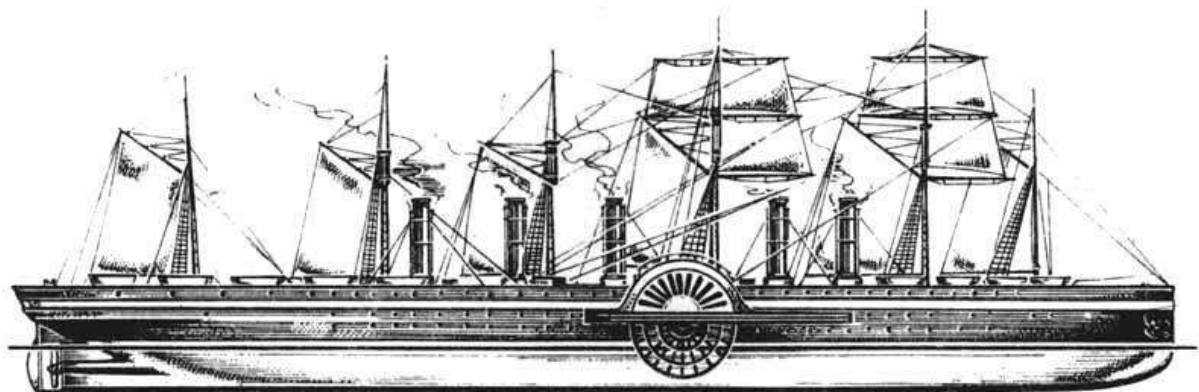


Рис. 6.9. Пароплав «Грейт Істерн»

Перехід на нові будівельні матеріали, що супроводжувався полегшенням суднових конструкцій, поставив перед суднобудівниками цілу низку нових проблем, у тому числі і динамічної міцності, і потребував проведення нових типів розрахунку, таких як дослідження концентрації

напружень, коливання суднових корпусів та ін. Основи будівельної механіки корабля заклав ще Л. Ейлер, який в 1770 році отримав премію Паризької Академії наук за мемуар «Дослідження зусиль, які повинні виносити всі частини корабля під час бічної і кильової качки». Ним були розроблені правила навантаження корабля, правила обладнання зв'язків і розроблена раціональна система конструкції дерев'яних суден. Через 100 років, в 1870 році цей мемуар послужив головному кораблебудувальнику Британського флоту *Едварду Ріду* (1830–1906) в розробці правил побудови залізних судів.

Особливі труднощі виникли, коли розміри судна збіглися з довжиною океанської хвилі (понад 130 м). Тоді корабель виявляється між гребенями двох хвиль, або повисає на гребені однієї хвилі посередині. Першими з цією проблемою зіткнулися англійські кораблебудівники, і кораблі, в яких довжина корпусу співмірна з довжиною хвилі, називаються суднами Ріда. До того ж корозійний вплив морської води може істотно знизити межу витривалості при циклічних навантаженнях. Ситуація, коли судно ламається в середній частині, не витримавши навантаження, досить поширений вид аварії. У військовому кораблебудуванні потреби в динамічних розрахунках були вищими, оскільки корпуси військових кораблів легше комерційних, а машини у них більш швидкохідні. Крім того, вони повинні розраховуватися на такі навантаження, як постріли зі своїх гармат, попадання ворожих снарядів і навіть гідравлічний удар при підводних вибухах.

До кінця XIX століття в усіх флотах склався тип ескадреного броненосця – основного класу бойових кораблів. Як правило, він мав водотоннажність від 10 до 15 тис. т, озброювався чотирма 12-дюймовими (305 мм) гарматами, розташованими в двох баштах, 12–16 гарматами середнього калібру, зазвичай 6-дюймовими (152 мм), і безліччю малокаліберних гармат калібру 37–76 мм для захисту від міноносців. Обов'язковим атрибутом була також зброя ближнього бою – таран і торпедні апарати. Двигунами служили парові машини, що забезпечували швидкість 16–18 вузлів. Бронею товщиною 200–300 мм прикривалися життєве важливі ділянки, в тому числі артилерія великого калібру і бойові рубки, а також був броньовий пояс по ватерлінії. Основна частина надводного борту броні не мала. На рис. 6.10. представлено ескадрений броненосець «Ретвізан», побудований у 1901 році у Філадельфії (США) для російського флоту за російським ж креслениками. Його довжина складає 117,9 м, ширина 22 м, осадка 7,9 м, а водотоннажність 13 106 т. Парові машини потужністю 17 600 к. с. забезпечують максимальну швидкість

18 вузлів. Товщина броньових листів доходить до 229 мм. Броненосець озброєний чотирма 305-мм гарматами, розташованими у двох баштах, 12 152-мм гарматами у казематах, а також великою кількістю малокаліберних гармат (20 × 75-мм, 24 × 47-мм, 8 × 37-мм), також має дві 63,5-мм десантних гармати, 4 кулемети та 6 торпедних апаратів калібру 380 або 450 мм. Цей броненосець в роки Російсько-японської війни був одним з кращих кораблів Російського флоту.

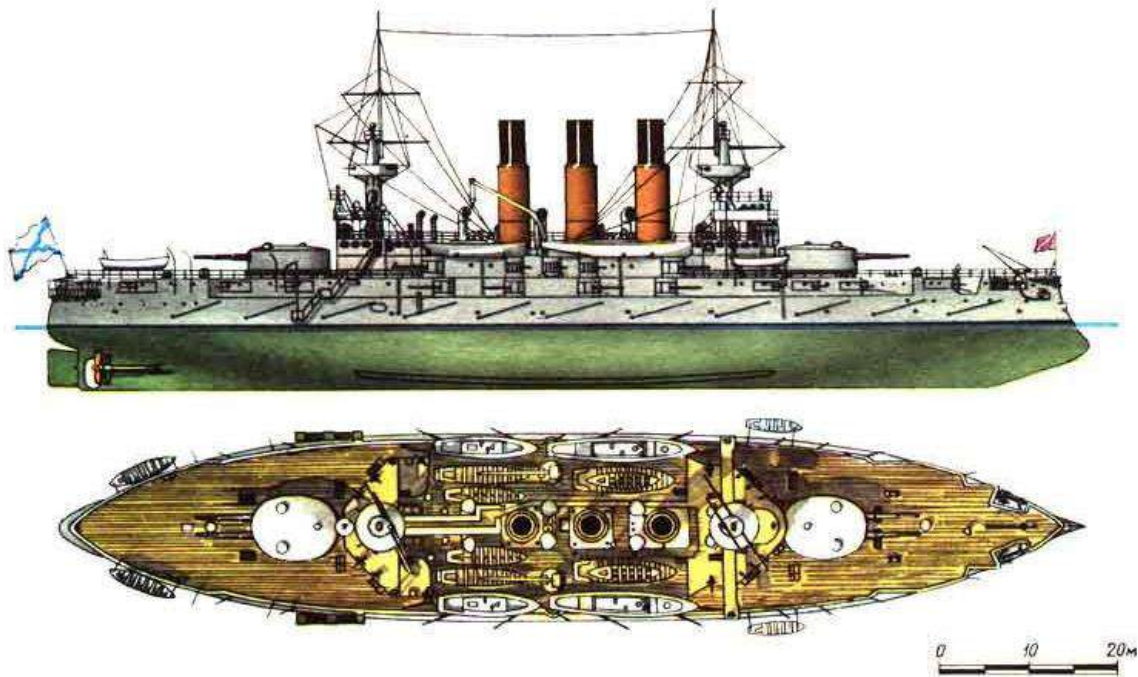


Рис. 6.10. Ескадрений броненосець «Ретвізан», Росія, 1901 р.

6.6. Наслідки промислової революції

Промислова революція (промисловий переворот, велика індустріальна революція) – це перехід від ручної праці до машинної, від мануфактури до фабрики, від аграрної економіки до індустріального виробництва. Термін «промислова революція» був введений у науковий обіг видатним французьким економістом **Жеромом Бланкі**. Промисловий переворот відбувався в різних країнах не одночасно, але в цілому можна вважати, що період цих змін починався від другої половини XVIII століття і тривав протягом XIX століття. Характерною рисою промислової революції було стрімке зростання продуктивних сил на базі великої машинної індустрії та затвердження капіталізму як панівної світової системи господарства. Важливою складовою промислового перевороту було впровадження в транспорт і виробництво робочих машин і механізмів, які замінили ручну працю людей.

Розвиток буржуазного суспільства змінює не тільки економіку, політику і соціальні відносини, а й породжує зміни в свідомості людей. Промислова революція пов'язана не просто з початком масового застосування машин, а й зі зміною всієї структури суспільства. Вона супроводжувалася різким підвищенням продуктивності праці, швидкою урбанізацією, початком бурхливого економічного зростання (до цього економічне зростання, як правило, було помітне лише в масштабах століть), історично швидким збільшенням життєвого рівня населення. У результаті промислової революції з'явилося конвеєрне виробництво, що на порядок підвищило продуктивність праці і підготувало суспільство до масового виробництва. Промислова революція дозволила протягом життя всього лише трьох – п'яти поколінь перейти від аграрного суспільства (де більшість населення вело натуральне господарство) до індустріального.

Протягом XIX століття відбулися величезні зрушення у розвитку техніки. Будувалися залізниці, сталеві парові судна, великі фабрики і заводи. У промисловості впроваджувалися нові ефективні методи виробництва сталі, бурхливо розвивалося хімічне виробництво. Зміна технічної основи промисловості, перехід від мануфактур до великої машинної індустрії, змінили й сферу суспільних відносин. Промисловість повністю відокремилася від сільського господарства і стала провідною галуззю господарства. Зростання машинної індустрії призвело до виникнення центрів виробництва – великих промислових міст. У результаті в XIX столітті сформувалася індустріальна цивілізація. Подальший прогрес у промисловості пов'язаний з новітньою революцією в природознавстві, яка сталася на межі XX століття.

Питання для самоконтролю

1. Які винахідники передували Ватту у винаході парової машини?
2. Чому саме парова машина вважається одним із трьох найбільших технічних досягнень людства?
3. Хто з винахідників зробив найважливіші внески у розвиток чорної металургії?
4. Які винаходи зумовили переворот у машинобудуванні?
5. Які технічні здобутки стали головними для масштабного будівництва залізниць?
6. Яка галузь техніки була у XIX столітті найпрогресивнішою і чому?
7. Які найважливіші наслідки має промислова революція?

ГЛАВА 7

МЕХАНІЧНІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ ПРИСТРОЇ

7.1. Створення арифмометрів

Перші арифмометри. Паралельно з логарифмічною лінійкою, яка є аналоговим обчислювальним пристроєм, розвивалися цифрові засоби для обчислень – арифмометри. Перші кроки у створенні арифмометрів зробив геніальний італієць *Леонардо да Вінчі* (1452–1519). Близько 1500 року він розробив ескіз **підсумовуючої обчислювальної машини**, в якій передбачалося використовувати принцип десятизубих коліс (рис. 7.1). Однак, недостатній рівень розвитку техніки не дозволив реалізувати задуми великого вченого та винахідника. Тому, як і багато інших винаходів Леонардо, його арифмометр залишився лише у вигляді ескізів. До того ж арифмометр Леонардо да Вінчі ніяк не вплинув на розвиток обчислювальної техніки, тому, що його ескізні начерки були виявлені лише у 1967 році.

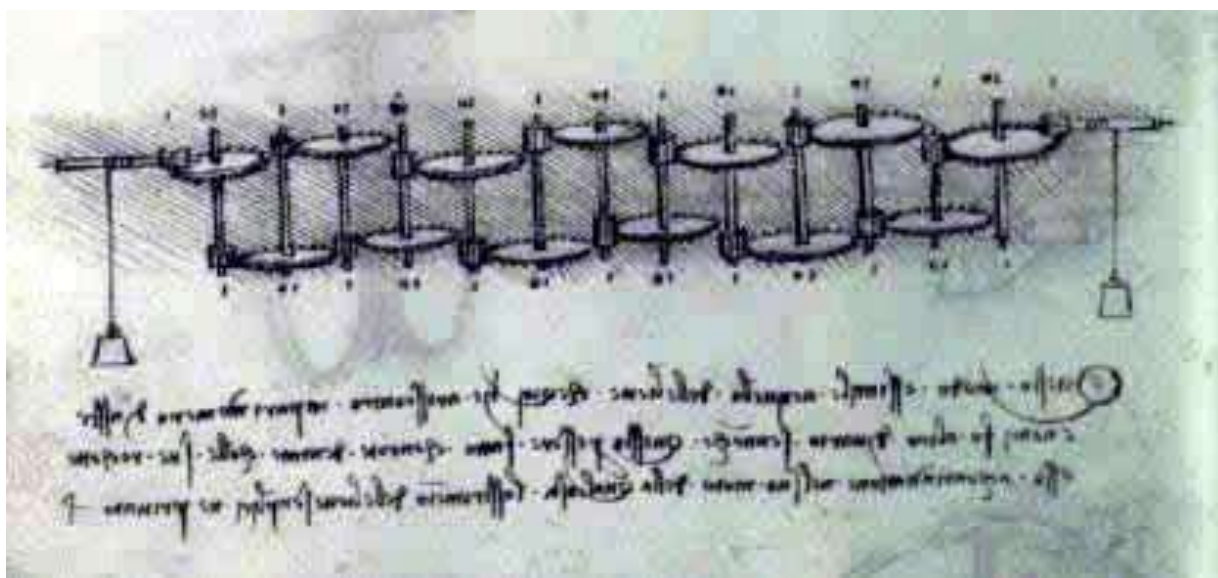


Рис. 7.1. Ескіз калькулятора Леонарда да Вінчі

У 1968 році відомий експерт з творчості Леонардо да Вінчі доктор **Роберто Гуателлі** на замовлення американської фірми IBM на підставі двох зображень виконав реконструкцію машини. Модель підтримувала постійне відношення десяти до одного в кожному з його 13 «цифрових» коліс. Після повного обороту першої ручки колесо одиниць трохи поверталось, щоб відзначити нову цифру в межах від нуля до дев'яти. Таким чином, машина виявилася здатною складати 13-розрядні десяткові числа. Цей перший механічний цифровий суматор із ручним управлінням є прообразом майбутнього електронного суматора – найважливішого елемента сучасних ЕОМ.

Перший арифмометр з'явився у 1623 році, коли професор Тюбінгенського університету (земля Баден-Вюртемберг, Німеччина) **Вільгельм Шиккард** (1592–1636) виготовив пристрій, який він назвав «годинником для рахунку» (рис. 7.2.).

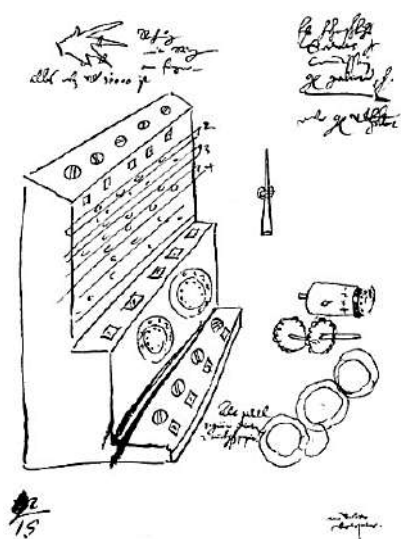


Рис. 7.2. Малюнок і схеми роботи годинника, що рахує, які Шиккард приклав до одного з листів Кеплеру (ліворуч). Праворуч – реконструкція обчислювальної машини Шиккарда.

Ця перша механічна машина містила підсумовуючий і розмножувальний пристрої, а також механізм для запису проміжних результатів. Першим блоком була шестирозрядна підсумовувальна машина, яка була з'єднанням зубчастих передач. На кожній осі були шестірня з десятьма зубцями і допоміжне однозубе колесо – палець, який служив для того, щоб передавати одиницю в наступний розряд (повертати шестірню на десятую частину повного обороту, після того як шестірня попереднього розряду зробить такий оборот). При відніманні шестірні необхідно було обертати у зворотний бік. Контроль ходу обчислень можна було проводити за

допомогою спеціальних вікон, де з'являлися цифри. Для перемноження використовувався пристрій, головну частину якого складали шість осей з «навернутими» на них таблицями множення. Але машина Шиккарда незабаром згоріла під час пожежі, не збереглися також її кресленики. Відомості про пристрій залишилися лише у листі Шиккарда від 25 лютого 1624 року, адресованому Йоганну Кеплеру, з яким винахідник був дружний. У ньому Шиккард, посилаючись на креслення, описував винайдену ним лічильну машину. Лист був опублікований, проте без креслення. Оригінал ескізу невідомого раніше лічильного пристрою було виявлено в архіві Йоганна Кеплера в Пулковській обсерваторії поблизу Санкт-Петербурга. У 1957 році директор Кеплерівського наукового центру Франц Гаммер зробив у Німеччині на семінарі з історії математики сенсаційну доповідь, з якої випливало, що перша лічильна машина була виготовлена в середині 1623 року.

До цього понад 300 років пріоритет у створенні працюючого механічного обчислювального пристрою був закріплений за Блезом Паскалем (1623–1662). У 1642 році він виготовив підсумуючу машину, яка могла складати і віднімати десяткові цифри. «Паскаліна» – так називали машину – складалася з набору вертикально встановлених коліс з нанесеними на них цифрами від 0 до 9. При повному обігу колеса воно зчіплювалося з сусіднім колесом і повертало його на один поділ. Число коліс визначало число розрядів – так, два колеса дозволяли рахувати до 99, три – вже до 999 і так далі. «Паскаліна» призначалася для роботи з 6-8-розрядними числами, мала розміри 36×13×8 см.

Паскаль отримав королівський привілей на виробництво рахункових машин. Було створено приблизно 50 зразків машин із найрізноманітніших матеріалів, але практичного застосування ці пристрої не отримали. Вісім екземплярів збереглися до наших днів (рис. 7.3).

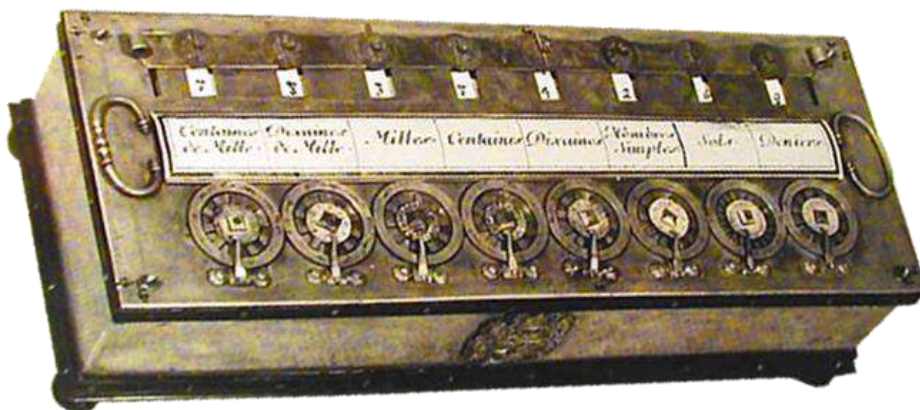


Рис. 7.3. Підсумувальна машина Паскаля

Більш практичною стала лічильна машина **Вільгельма Готфріда Лейбніца**, здатна не тільки складати, а й множити 12-розрядні десяткові числа. Ідею механічного множення без послідовного складання великий німецький вчений висловив у 1673 році. До зубчастих коліс він додав ступінчастий валик, що дозволяє здійснювати множення та ділення. У 1694 році в Парижі Лейбніц побудував остаточний варіант механічного калькулятора. Його арифмометр являє собою пристрій зі ступінчастими валиками, і нерухомим механізмом результату, та пересувним настановним і переносним механізмами. Машина мала значні розміри: 100×30×20 см і вимагала для встановлення спеціального столу (див. рис. 7.4). Але саме кілька видозмінених колеса Лейбніца стали основою масових лічильних приладів.



Рис. 7.4. Калькулятор Лейбніца

Однак унаслідок недоліків механічного виконання робота машини Лейбніца була далеко не бездоганною. Найбільш вдалу машину для виконання всіх чотирьох дій створив **Метьюс Ган** у період із 1773 до 1790 років. У ній також застосовуються ступінчасті валики, проте як механізм переносу використовує тільки один ролик, навколо якого розташовуються числові диски.

У XIX столітті арифмометри удосконалюються і починається їх серійне виробництво. У 1821 році ельзасець **Шарль-Ксав'є Тома де Кольмар** (1785–1870) відкрив у Парижі фабричне виробництво машин із ступінчастими валиками. Його 16-розрядні арифмометри були удосконаленими машинами

Лейбніца. Коштували вони досить дорого – 400 франків і випускалися в кількості до 100 екземплярів на рік. Усього до 1878 року було продано 1500 таких пристроїв.

До кінця століття різні конструктори вносять удосконалення в арифметри, що укладаються, в основному в додаткових зручностях при експлуатації. Так з'являється дзвінок, що сигналізує про помилки типу віднімання з меншого числа більшого, набірні важелі замінюються клавішами, арифмометр оснащується ручкою для перенесення, підвищуються ергономічні показники, вдосконалюється дизайн. Додалися також низка корисних функцій – запам'ятовування проміжних результатів з використанням їх у наступних операціях, друк результату тощо.

Зростаючи з появою нових виробників конкуренція призводить до зниження цін і, як наслідок, до зростання кількості покупців. До кінця XIX століття виробництво арифмометрів стає масовим. Створення недорогих, надійних машин дозволило використовувати їх для комерційних цілей та наукових розрахунків. У 1874 році талановитий петербурзький винахідник і удачливий бізнесмен **Вільгодт Теофіл Однер** (1845–1905) винайшов для переносного механізму колеса з штифтами, що висуваються. Особливість конструкції механічного арифмометра Однера з важільною установкою даних полягала у використанні як основного елемента зубчастого колеса зі змінним числом зубців, названого на ім'я автора «колесо Однера». Колесо має дев'ять зубців, кут між двома зубцями приймається за одиницю. Кожному розряду відводиться одне колесо. При наборі чисел з тіла колеса важелем висувається кількість зубців, що дорівнює встановлюваній цифрі. Якщо рукояткою дати повний оберт, то зубці увійдуть у зачеплення з проміжними шестернями і повернуть колесо лічильного механізму на кут, що відповідає встановленому числу і відбудеться передача числа у лічильник.



Рис. 7.5. В. Т. Однер

Впродовж кількох років В. Т. Однер відпрацьовував конструкцію першого арифмометра, в результаті з'явилася нова модель, у якій використовувалися проміжні колеса між числовими (встановлювальними) та колесами лічильного механізму (рис. 7.6). Це дозволило при виконанні додавання та множення обертати ручку традиційно за годинниковою стрілкою, при відніманні та розподілі – проти, настановні цифри винести на лицьову панель, а лічильники розташувати поряд на одній осі. За рахунок збільшення розрядності основних механізмів підвищилася точність обчислень. Арифмометр Однера мав просту та надійну конструкцію, яка була настільки досконалою, що не зазнала серйозних змін за весь подальший час існування арифмометра. Крім того, пристрій мав зручну форму та невеликі розміри, що значно полегшувало роботу обчислювача. Машини з колесами Однера стали основними математичними машинами першої чверті XX століття.



Рис. 7.6. Арифмометр Однера

Найпоширенішим в СРСР був арифмометр «Фелікс», названий так на честь Фелікса Дзержинського (рис. 7.7). Він був модифікацією арифмометра Однера і випускався з 1929 до 1978 року. Усього було створено понад два десятки модифікацій арифмометра, а загальний тираж склав кілька мільйонів екземплярів. Механічні арифмометри вдосконалювалися до 1970-х років.

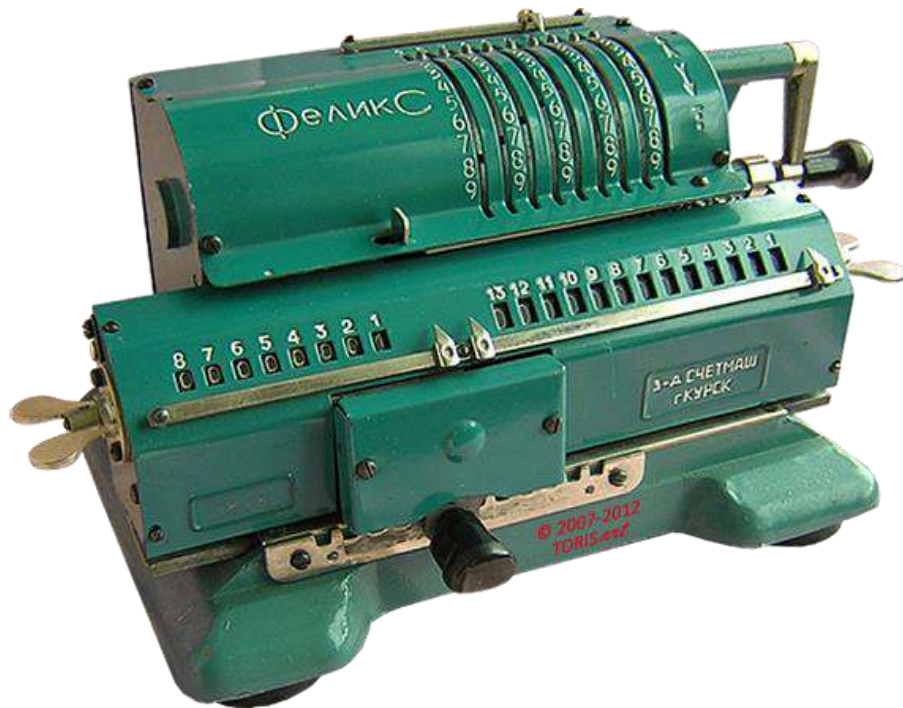


Рис. 7.7. Арифмометр «Фелікс»

Подальшим розвитком механічних арифмометрів стали чисельні конструкції з електричним приводом (див. рис. 7.8 та 7.9).

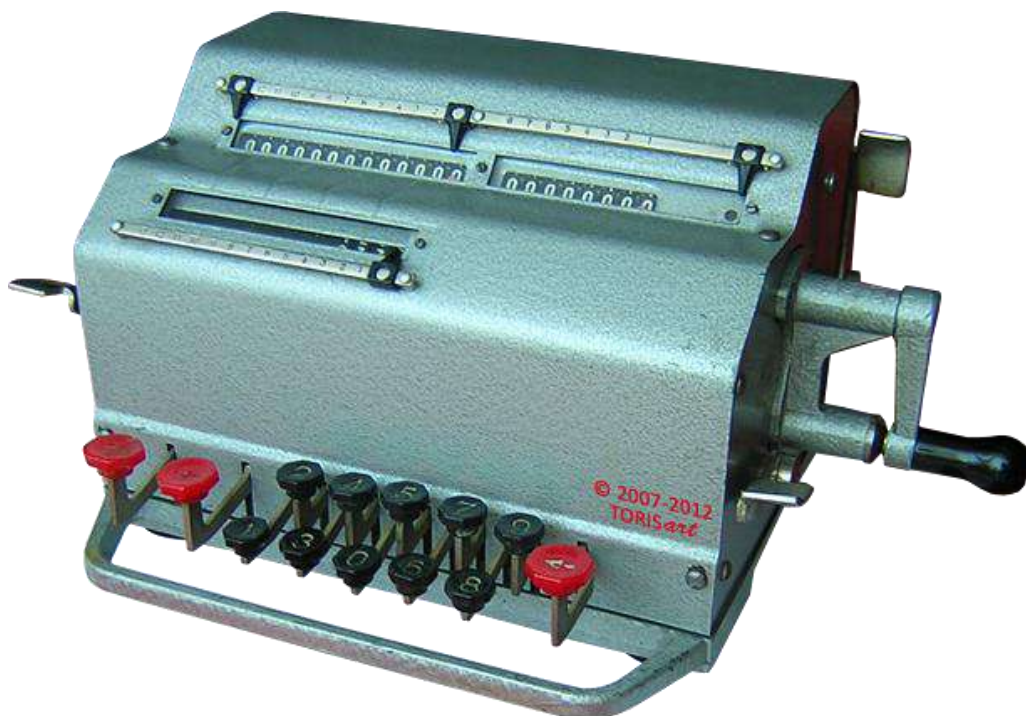


Рис. 7.8. Арифмометр «ВК-1» –
клавійна модифікація арифмометра Однера



Рис. 7.9. Обчислювальна багатоклавішна напівавтоматична машина з електроприводом «ВМП-2»

Надалі механічні арифмометри поступилися місцем електронним настільним калькуляторам. Першим таким пристроєм став британський ANITA Mark VII, у якому використовувався дисплей на газорозрядних цифрових індикаторах із 177 мініатюрних тиратронів. У червні 1963 року Friden представив EC-130 із чотирма функціями. Він був повністю на транзисторах, мав 13-цифровий дозвіл на 5-дюймовій електронно-променевої трубці та представлявся фірмою на ринку калькуляторів за ціною 2200 доларів. До наступної моделі – EC 132 були додані функція обчислення квадратного кореня та зворотні функції. У 1965 році Wang Laboratories випустив LOCI-2 – настільний калькулятор на транзисторах із 10 цифрами, який використовував дисплей на газорозрядних цифрових індикаторах та міг обчислювати логарифми.

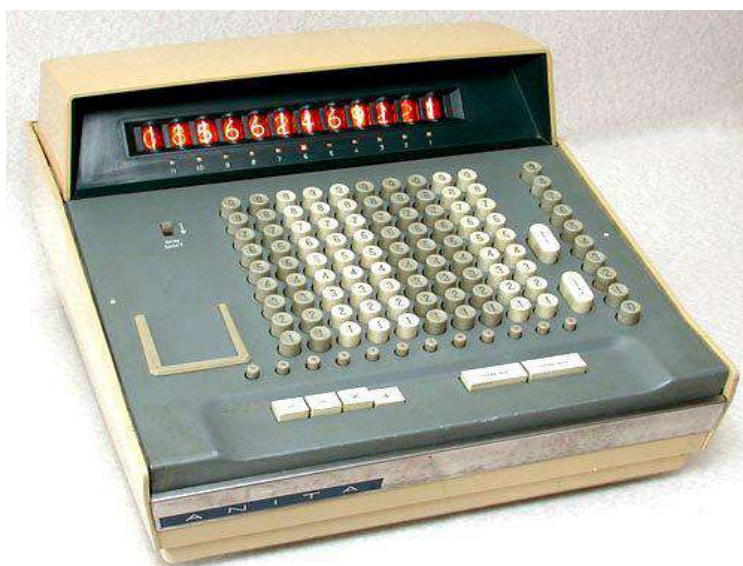


Рис. 7.10. Настільний електронний калькулятор ANITA Mark VIII, 1961 рік

7.2. Інтегруючі інструменти

Планіметри та інтеграфи. Поряд з арифметичними рахунковими пристроями XIX століття розвивалися різні інтегруючі інструменти.

Одним із найстаріших таких інструментів, що використовуються для визначення площ замкнутих контурів будь-якої форми на картах, планах та будь-яких інших графічних зображеннях, є **планіметр**. Він призначений для визначення площ плоских фігур будь-якої форми, і навіть їх моментів (статичний момент, момент інерції, чи момент опору). Механічні планіметри відомі досить давно. Вони є системою шарнірно з'єднаних важелів. Відоме положення ролика щодо ланок механізму дозволяє при обході штифтом або візиром контуру вимірювання співвідносити контур з прямокутником з відомою довжиною сторін і площею, що дорівнює площі вимірюваного контуру. На сьогодні застосовуються електронні планіметри. Фактично, планіметр – це окремий випадок інтегратора – аналогового обчислювального пристрою, який обчислює визначений інтеграл.

За своєю конструкцією планіметри бувають лінійними та круговими (полярними). Лінійні планіметри в робочому стані переміщуються за планом паралельно до свого первісного положення. Усі їхні точки під час обведення контуру рухливі. При використанні полярних планіметрів одна їхня точка – полюс залишається нерухомою.

Перший планіметр винайшов у 1814 році королівський баварський тригонометр **Йоганн Мартін Германн**. Діюча модель приладу була виготовлена механіком із Мюнхена **Самметом**. Точність виміру за допомогою цього приладу становила 0,25 %. Як інтегруючий механізм використовувався абсцис конус, який переміщується в напрямку осі, на поверхні якого пересувався вимірювальний ролик таким чином, що відстань його від вершини була пропорційна ординаті. Винахід був забутий, і тільки в 1848 році після смерті Саммета в його паперах була виявлена нотатка, на підставі якої в 1855 році професор Бауерфейнд повідомив про винахід Германна.

Незалежно від Германна на тому ж принципі були створені планіметри – у 1824 році флорентійським професором **Тімо Гонеллою** (1794–1867), і у 1827 році швейцарським інженером **Іоханом Опнікофером**. У 1825 році Гонелла винайшов інтегруючий механізм, заснований на застосуванні ролика, який названий його ім'ям і знайшов широкого застосування. Поліпшена версія планіметра Гонелли була представлена в Лондоні на Міжнародній виставці 1851 року, де здобула найвищу нагороду.

В 1854 році швейцарський професор **Якоб Амслер** (1823–1912) винайшов полярний планіметр. Він складався з обвідного важеля, що має візир, полюсного важеля, з'єднаного з нерухомим полюсом, роль якого виконує голка або вантаж, та інтегруючого колеса (лічильного ролика), що пересувається по площині креслення. Важелі з'єднані в корпусі лічильника. Саме ця модель планіметра використовувалася до впровадження сучасної обчислювальної техніки.

У тому ж 1854 році російський винахідник-самоук **Павло Олексійович Зарубін** (1816–1886) створив круговий планіметр (рис. 7.11). Принцип його дії такий самий, як і у полярного планіметра Амслера, але користування приладом простіше та зручніше. Однак круговий планіметр не набув широкого поширення через крихкість і складність його рахункового механізму.

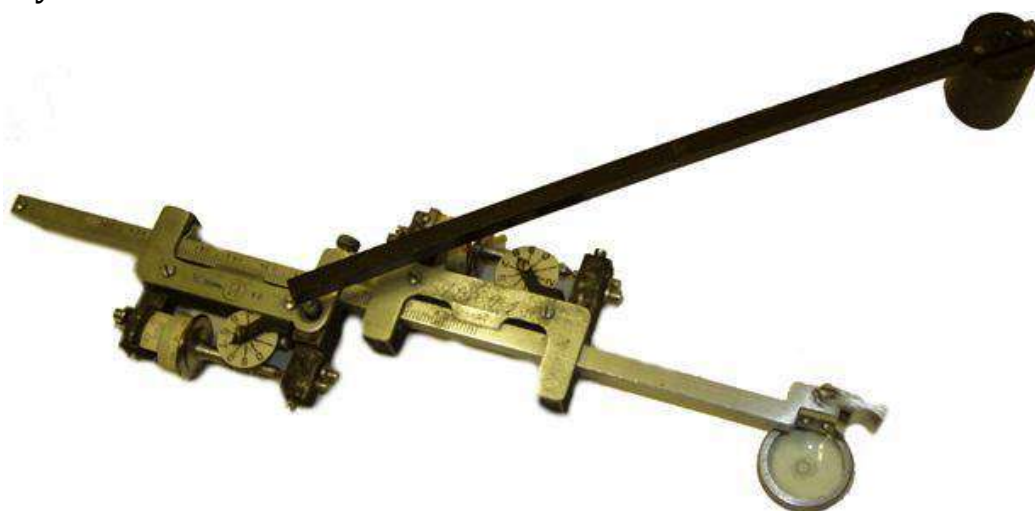


Рис. 7.11. Полярний планіметр МІЗ, розроблений у Московському інституті інженерів землеустрою

Слідом за планіметром був винайдений **інтеграф** – прилад, що використовується в математиці для побудови та автоматичного креслення інтегральної кривої за заданим диференціальним рівнянням, тобто подає результат інтегрування у формі графіка.

Вперше принцип роботи механічного інтеграфа описав у 1836 р. **Гаспар-Гюстав де Коріоліс** (1792–1843). Повний опис інтеграфа було опубліковано близько 1880 року британським фізиком **Чарльзом Верноном Бойсом** (1855–1944) і незалежно від нього російським математиком, інженером-електротехніком, мостобудівником польсько-литовського походження **Бруно Абданк-Абакановичем** (1851–1900). У 1876 році він створив працюючий механізм, який назвав «інтеграф» (рис. 7.12), але запатентований він був тільки у 1880 році. Прилад виконував графічне

розв'язання простого диференціального рівняння. Він складався з декількох лінійок, з'єднаних між собою шарнірами, що рухаються на металевій рамі, яка котиться по паперу на чотирьох циліндричних колесах. До важелів прироблено два штифти: один водиться по накресленій на папері кривій (побудованій по точках), що виражається в загальному випадку рівнянням $y = f(x)$. Інший штифт, з олівцем, викреслює криву так, що її ординати дають величини $y = \int f(x) dx$, тобто ця крива є інтегралом вихідної функції. Інтеграф заснований на властивості інтеграла від функції – у кожній точці інтегральної кривої тангенс кута нахилу дотичної дорівнює значенням вихідної функції. Хоча за допомогою інтеграфа не можна отримати точного значення інтеграла даної функції, але він дає можливість швидко розв'язувати практичні задачі.

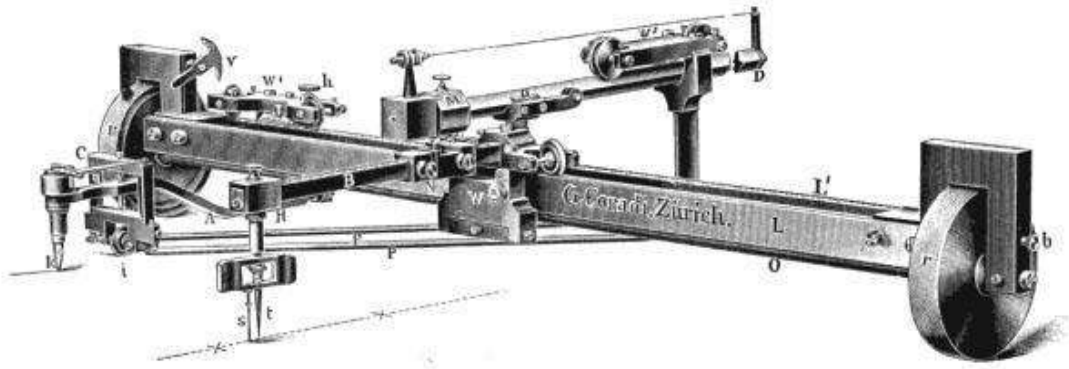


Рис. 7.12. Інтеграф Бруно Абданк-Абакановича

Пізніше було запропоновано ще кілька систем таких приладів, але найдосконаліша належить Б. Абданк-Абакановичу. Він зробив кілька прототипів приладів і розпочав їх виробництво у Франції у 1880 році. Згодом принцип інтеграфа був використаний **А. Н. Криловим** при створенні першої у світі аналогової обчислювальної машини для розв'язання диференціальних рівнянь.

Інтегратори. Іншим інструментом для інтегрування став інтегратор. На відміну від інтеграфа він здатний розв'язувати складніші рівняння вищих порядків. Перший механічний обчислювальний інтегратор створили у 1876 р. **Джеймс Томсон** (1822–1892) і його брат **Вільям Томсон**, згодом **лорд Кельвін**^{4*} (1824–1907).

^{4*} В 1866 р. Вільям Томсон зведений в дворянську гідність, в 1892 році королева Вікторія подарувала йому перство з титулом «Перший барон Кельвін».

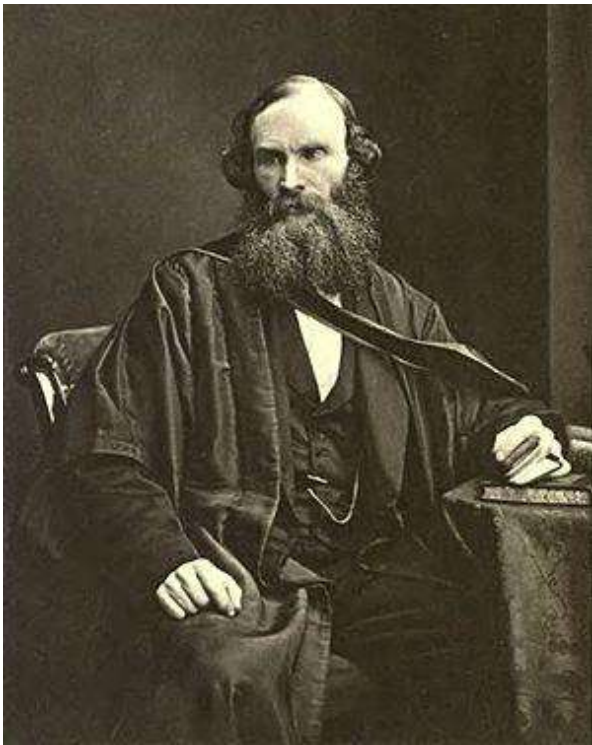


Рис. 7.13. Джеймс Томсон

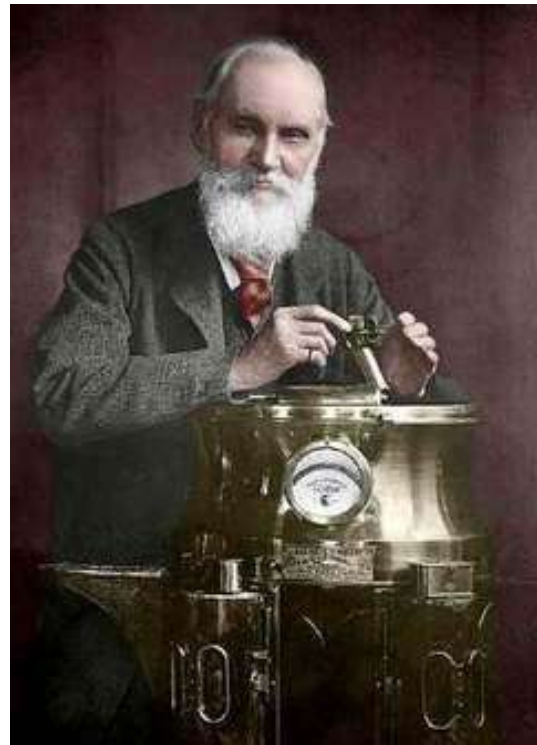


Рис. 7.14. Вільям Томсон (лорд Кельвин)

Джеймс Томсон винайшов інтегруючий прилад з колесом, що котиться – фрикційний інтегратор (рис. 7.15). В основі приладу лежить система диск – сфера – циліндр. Диск нахилений на 45° по відношенню до горизонтальної площини і обертається навколо осі, перпендикулярної до його площини. Його обертання передається циліндру за допомогою сфери, яка одночасно притискається до диска і циліндра.

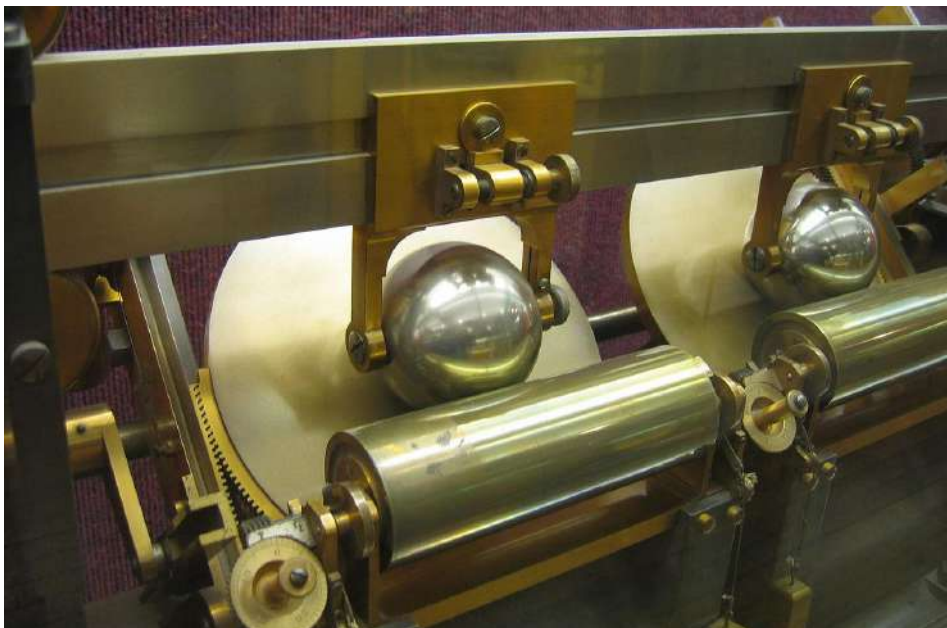


Рис. 7.15. Кульковий інтегратор – ключовий компонент приладу Джеймса Томсона

По горизонтальній осі циліндр може рухатися паралельно площині диска. Швидкість обертання циліндра за постійної швидкості обертання диска буде пропорційна відстані від центру сфери до осі диска. Якщо ця відстань пропорційна значенню підінтегральної функції $y = f(x)dx$, а кут повороту диска пропорційним значенню незалежної змінної dx , то кут повороту циліндра буде пропорційним $\int f(x)dx$.

Для розкладання складних періодичних функції, заданих графічно, у ряд Фур'є, тобто для знаходження амплітуд гармонік служили гармонійні аналізатори. Вони застосовувалися для попередньо оцінки впливу зовнішніх періодичних впливів на коливальну систему при динамічних розрахунках машин та механізмів, для аналізу звукових коливань та вирішення аналогічних завдань. До складу практично всіх типів гармонійних аналізаторів входять пристрій введення, перемножуючи пристрої, інтегруючи пристрої. Класифікуються гармонійні аналізатори за видом функції (графік, електричний сигнал, механічне переміщення), найбільшому номеру визначається гармоніки, кількості одночасно обчислюваних коефіцієнтів. Найбільш поширені механічні гармонійні аналізатори, з яких вручну обводячи графік заданої функції, можна отримати одночасно значення амплітуд 20–25 гармонік розкладання Фур'є.

У 1876 році Вільям Томсон застосував фрикційний інтегратор у проєкті гармонійного аналізатора (рис. 7.16) для аналізу та пророкування висоти припливів у різних портах. Він вирішив створити аналізатор гармонік, здатний розкласти функції, отримані шляхом спостережень, до ряду Фур'є. Об'єктом стали записи приливних рухів, які реєструвалися мареографами^{5*}, встановленими на південному узбережжі Англії, біля берегів Франції, а також у Рамсгейте і Ліверпулі (Англія), Бомбеї (Індія) та у Форт-Пойнт (США, штат Каліфорнія).

Для гармонійного аналізу, тобто розкладання функції у ряд Фур'є потрібні обчислення інтегралів від добутку двох функції виду)

$\int f(x)g(x)dx$. Для цього кут повороту диска інтегратора повинен дорівнювати $\int g(x)dx$, а зміщення сфери щодо центра диска рівним $f(x)$.

^{5*} Мареограф – стаціонарний прилад для автоматичного безперервного запису на стрічці коливань рівня моря у цьому пункті. Чутливим елементом служить зазвичай поплавець.

Вільям Томсон з'єднує інтегратори послідовно так, що кожен із них обчислює конкретну гармоніку за записаними даними про рух припливів та відливів.

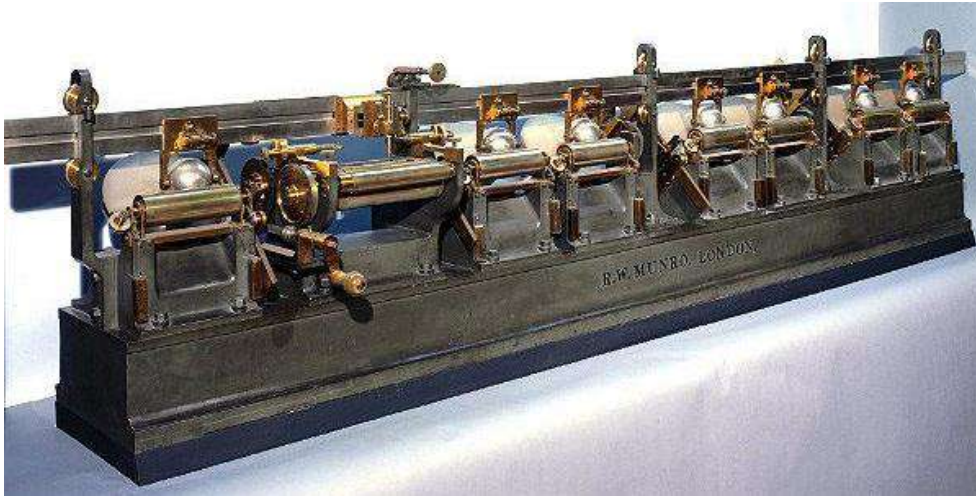


Рис. 7.16. Реконструкція гармонічного аналізатора Вільяма Томсона

Таким чином, інтегратор здійснює підрахунок інтегралів, необхідних для гармонічного аналізу функцій (метод Фур'є) і дозволяє уникнути при цьому громіздких обчислень. Незважаючи на те що перший гармонічний аналізатор недостатньо точно прогнозував припливи та відливи, він відразу ж був введений в експлуатацію в Метеорологічне бюро, де Джеймс Томсон запропонував використовувати його для вказівки добових коливань температури та атмосферного тиску, швидкості вітру, магнітних сил та електричного потенціалу повітря.

Аналогові обчислювальні машини. Вільям Томсон вказав на принципову можливість розв'язання диференціальних рівнянь шляхом з'єднання кількох інтеграторів. Проте через низький рівень техніки на той час ідея не була реалізована. Між тим винахід Джеймса Томсона поклав початок розробок **аналогових обчислювальних машин** – машин безперервного розрахунку і став важливою віхою на шляху розвитку обчислювальної техніки. Механічні, електромеханічні та електронні інтегратори стали важливою технологією у розвитку обчислювальних машин.

Перші інтегратори для обчислень являли собою механічні пристрої, в яких величини подавалися як кути поворотів і кутові швидкості різних валів, шестерень, фігурних кулачків для обчислення функцій. У роки Першої світової війни вони широко використовувалися в приладах управління

стріляниною, наприклад, корабельних знарядь та приладах управління зенітним вогнем.

Згодом у подібні обчислювачі стали вводити різні електромеханічні пристрої, електричні автоматичні слідкуючі системи. Такі обчислювачі з інтеграторами широко застосовувалися у роки Другої світової війни та перші повоєнні роки. Наприклад, обчислювачі автоматичних оптичних прицілів бомбардувальників В-29 були електромеханічними. У різні прилади обліку витрат і зараз входять механічні інтегратори як механічні лічильники – кілька зчеплених рахункових цифрових кілець.

Першу аналогову механічну обчислювальну машину розробив 1904 року російський академік **Олексій Миколайович Крилов** (1863–1945). Машина дозволяла розв'язувати диференціальні рівняння. У 1912 році за його проектом була створена більш досконала машина для інтегрування звичайних диференціальних рівнянь, яка застосовувалася при проектуванні кораблів.

До 1931 року співробітник Массачусетського технологічного інституту **Венівар Буш** (1890–1974) завершив розробку свого диференціального аналізатора – механічної інтегруючої машини (рис. 7.17). Аналізатор займав цілу кімнату і мав кілька інтегруючих блоків, суматорів, помножувачів та пристроїв введення та виведення у вигляді плат. Машина могла розв'язувати прості диференціальні рівняння до шостого порядку.



Рис. 7.17. Колісно-дисковий інтегратор є основою диференціального аналізатора Буша

У 1935 році російський інженер **Н. Мінорський** запропонував ідею електродинамічного аналога. У тому ж році в Москві на спеціальному заводі лічильно-аналітичних машин був налагоджений випуск першої радянської електродинамічної лічильно-аналітичної машини (САМ, модель Т-1). Цей перший вітчизняний табулятор дозволяв підсумовувати числа з перфокарт і друкувати ці числа та підраховані підсумки. Наступна модель Т-2, що виконує ті ж операції, набула широкого поширення і випускалася до 1940 року.

У 1939 році **Ісаак Семенович Брук** (1902–1974) в Енергетичному інституті АН СРСР розробив аналогову машину – механічний інтегратор (диференціальний аналізатор), яка дозволяла розв'язувати диференціальні рівняння до 6-го порядку. Брук значно вдосконалив аналізатори, розроблені Криловим та Бушем, та сконструював ряд нових моделей. У 1947 році він створив електронну аналогову машину ЕДА, що дозволяла інтегрувати диференціальні рівняння до 20-го порядку.

Найширше застосування механічних аналогових машин знаходять у військовій справі. На початку ХХ століття з'явилися лінійні кораблі – дредноути, озброєні 8–15 гарматами великого калібру 12–16 дюймів (305–406 мм). Дальність польоту снарядів зросла до десятків кілометрів. З гарматних башт, розташованих на палубі, падіння своїх снарядів не було видно. Тому для коригування стрільбини спостерігачі розташовувалися високо на щоглах, але вони не могли точно оцінити дальність на око. Це призвело до запровадження складних систем визначення дальності та централізованого управління вогнем. Цей процес вимагав внесення безлічі поправок, зокрема обліку впливу вітру, швидкості свого корабля і цілі, стану атмосфери, зносу стовбурів знарядь та ін.

Для вирішення цього завдання було створено **стіл Дрейєра**, в якому використовувався великий кульковий та дисковий інтегратор для визначення руху мети щодо корабля та таким чином розрахунку дальності та швидкості. розв'язок виводився на рулон паперу. Перші системи було створено у 1912 р. і впроваджено у 1914 р. У роки Першої світової війни система Дрейєра активно розвивалася та враховувала дедалі більше факторів. Це зажадало збільшення обслуговуючого персоналу, і до 1918 року її обслуговували до 50 осіб.

З розвитком бойової авіації аналогічні системи були створені для управління зенітним вогнем по цілях, що високо летять. Перші пристрої управління артилерійським зенітним вогнем (ПУАЗВ) було розроблено наприкінці 1930-х років компаніями Віккерс-Армстронг (Vickers-Armstrong, Великобританія), Сперрі (Sperry, США) та Сіменс (Siemens, Німеччина).

У СРСР у 1940-х роках під керівництвом **Льва Ізраїлевича Гутенмахера** (1908–1981) було розпочато розробку електромеханічного ПУАЗВ на змінному струмі та перших електронних лампових інтеграторах. Вони використовувалися у роки Великої Вітчизняної війни. А в 1945–1946 роках Гутенмахером було створено перші електронні аналогові машини з повторенням розв'язання. У 1950 році Львом Ізраїлевичем був представлений проєкт безлампової електронної обчислювальної машини з використанням електромагнітних безконтактних реле на ферит-діодних елементах, розроблених у його лабораторії на основі магнітних підсилювачів трансформаторного типу; сама машина ЛЕМ-1 була створена до 1954 року. В 1956 році Гутенмахер опублікував наукове повідомлення про успішне використання матриксу накопичувачів для зберігання інформації.

Подальший розвиток управління зенітним вогнем пов'язаний із використанням радару. Перший радарний ПУАЗО було розроблено компанією **Bells Lab**, під науковим керівництвом **Хендріка Бодє**. Комплекс отримував вхідні цілі від радару і, крім сигналів управління по кутах наведення зброї, видавав час польоту снаряда до розрахункової точки зустрічі. Останній параметр дозволяв перейти від контактних підричників до дистанційних, що значно підвищило ймовірність ураження цілей. Подальше підвищення ефективності зенітного вогню було пов'язано із застосуванням неконтактних радіопідричників.

Радарний ПУАЗВ було вперше застосовано у 1944 році під час висадки союзників в Італії. Застосовувався також при відбитті нальотів німецької авіації на війська, які висаджувалися у Нормандії. Перший досвід застосування нової системи показав її ефективність: всі спроби люфтваффе завадити десантам були успішно відбиті, при цьому зенітним вогнем було збито велику кількість літаків.

Пізніше кулькові дискові інтегратори використовувалися на комп'ютерах з аналоговим наведенням систем зброї балістичних ракет. Оскільки лампові та напівпровідникові комп'ютери були ще громіздкими і не могли встановлюватися на борту ракети, такі системи використовувалися до середини 1970-х років.

7.3. Розвиток цифрових механічних обчислювальних машин

Різницева машина Чарльза Беббіджа. На початку XIX століття цифрові механічні рахункові пристрої – арифмометри вже досягли певного рівня досконалості та випускалися серійно. Проте вони машинами, власне, не були, оскільки вимагали втручання людини щодо кожної арифметичної операції. З цієї причини продуктивність рахування залишалася невисокою. Першою спробою створення машини з автоматичним виконанням програми обчислень стала **аналітична машина**, проєкт якої в 1836–1848 роках розробив **Чарльз Беббідж** (1791–1871).

Вперше Беббідж задумався про створення машини, яка дозволила б автоматично робити складні обчислення ще у 1812 році. На ці думки його наштовхнули помилки, виявлені в логарифмічних таблицях, якими широко користувалися при обчисленні астрономи, математики, штурмани далекого плавання та ін. Ще тоді він почав обмірковувати можливість проведення математичних розрахунків за допомогою механічних апаратів. Точніше він сформулював свої ідеї 1819 року, коли зацікавився астрономією. Беббідж вирішив створити машину, пристосовану для обчислення таблиць значень різних функцій (логарифмічних, тригонометричних та ін.). Великий вплив на винахідника справили роботи французького вченого барона де Проні. Наслідуючи його ідеї, Беббідж вирішив замінити численну, третю групу обчислювачів механічним пристроєм. У цьому передбачалося, що функції, котрим створюються таблиці, апроксимуються поліномами, а обчислення ведуться з незмінним кроком. Таблиця розбивалася на ділянки, кожна з них апроксимувалася своїм багаточленом. Переходячи від однієї ділянки до іншої, оператор повинен був виконувати деякі дії вручну. Завдяки використанню методу кінцевих різниць у машині досить було мати лише одну операцію складання. Можливість наближеного подання логарифмів і тригонометричних функцій багаточленами дозволяла розглядати цю машину як універсальний обчислювальний пристрій.

У 1819 році Чарльз Беббідж приступив до створення машини, яку він назвав «**малою різницевою**». У 1822 році машина була закінчена. Вона була повністю механічною і складалася з безлічі шестерень та важелів, виготовлених з дерева та металу. Для приведення пристрою в дію потрібно було крутити спеціальні ручки. Сімнадцятирозрядні числа були подані в десятковій системі, а обчислення проводилися з точністю вісім знаків.

Машина виконувала обчислення швидко, точно і була забезпечена принтером.

За створення різницевої машини Ч. Беббіджа нагородили золотою медаллю Астрономічного товариства Лондона. Проте вчений розумів, що його машина мала невелику пам'ять і не могла бути використана для складних обчислень. Він став замислюватися над створенням «великої різницевої машини», яка дозволила б замінити величезну кількість людей, що займаються обчисленням різних астрономічних, навігаційних та математичних таблиць. Це дозволило б не тільки заощаджувати кошти на оплату праці, але також позбутися помилок, пов'язаних із людським фактором. За фінансовою допомогою для створення такої машини Чарльз Беббідж звернувся до Королівського та Астрономічного товариств. І ті, й інші відгукнулися на його проєкт. У 1823 році вчений отримав 1500 фунтів стерлінгів і розпочав розробку нової машини. Проте побудувати велику різницеву машину у Беббіджа не вдалося. Витративши 17 000 фунтів стерлінгів державних грошей і майже стільки ж особистих, він у 1834 р. призупинив роботу. Декілька років уряд вагався, надавати підтримку проєкту чи ні і, нарешті, в 1842 році відмовився фінансувати проєкт. Чарльз Беббідж більше не повертався до різницевої машини, але його праці не пропали даремно. Відомості про обчислювальну машину англійського вченого були опубліковані та підштовхнули видавця і перекладача *Георга Шутца* та його сина *Едварда* до розробки своєї версії машини. У 1840 вони сконструювали першу модель машини для обчислень, у 1843 р. – другу машину, яка обчислювала до п'яти знаків з постійними третіми різницями. Машина з друкуючим механізмом була продемонстрована в Шведській королівській академії наук. Протягом восьми років батько та син Шутці просили фінансову підтримку в уряді для будівництва великої машини обчислень. Вони витратили всі свої заощадження і навіть продали друкарню. У 1851 році парламент, нарешті, видає їм 560 фунтів стерлінгів, і в 1854 році винахідники закінчують створення свого покращеного варіанта машини обчислень, яка вираховувала з точністю до 15 десяткових знаків функції з постійними четвертими різницями. Машина успішно пройшла випробування в Лондоні, а через рік була удостоєна золотої медалі на Всесвітній виставці в Парижі. Слід зазначити, що Чарльз Беббідж всіляко вітав і підтримував цей показ, де демонструвалися плакати, які роз'яснюють принципи роботи машини. В результаті британський уряд, який свого часу відмовився в підтримці Ч. Беббіджу, замовив одну з таких машин для урядової канцелярії.

Аналітична машина Чарльза Беббіджа. Зазнавши невдачі з різницевою машиною, Чарльз Беббідж в 1834 році задумався про створення універсальної машини, яка дозволяла б вирішувати будь-які обчислювальні завдання. Для цього машина повинна вміти виконувати всі арифметичні операції, а алгоритм роботи повинен задаватися ззовні, а не бути жорстко зашитий в її конструкцію. Це означало, що машина має управляти сама ходом виконання обчислень. Нову обчислювальну машину Ч. Беббідж назвав «аналітичною», і вона стала прообразом сучасного комп'ютера. Саме аналітична машина стала основною справою життя вченого та принесла йому посмертну славу. У 1834 році Ч. Беббідж почав проєктувати свою аналітичну машину, вважаючи, що її побудова вимагатиме менше часу та коштів, ніж доробка різницевої машини, тому що вона мала складатися з більш простих механічних елементів. Він передбачив у ній такі частини:

1) пристрій для зберігання значень змінних, з якими виконуються операції, та результатів операцій. У сучасній термінології це називається пам'яттю, а Беббідж назвав його склад;

2) арифметичний пристрій, у якому виробляються арифметичні операції над змінними. Ч. Беббідж назвав його заводом або млином, а ми називаємо його процесором;

3) пристрій управління, який керує послідовністю виконання операцій, переміщенням змінних до складу і вилученням зі складу і таким чином забезпечує автоматичне виконання програми обчислень;

4) пристрій введення інформації;

5) пристрій виведення інформації.

Саме ці п'ять пристроїв, закладені у проєкті Ч. Беббіджа, становлять основу сучасного комп'ютера.

Для арифметичного пристрою Ч. Беббідж використовував зубчасті колеса, подібні до тих, що використовувалися раніше. На них вчений мав намір побудувати пристрій пам'яті з тисячі 50-розрядних регістрів (по 50 коліс у кожному). Крім чотирьох арифметичних дій до операцій були включені операція умовного переходу та операції з кодами команд. При цьому операції множення та поділу передбачалося виконувати як послідовні додавання та віднімання. Тому якщо час виконання операцій складання та віднімання мав становити одну секунду, то для множення та ділення відводилася одна хвилина.

Важливим досягненням Ч. Беббіджа стало використання для введення інформації та управління роботою машини перфокарт. Вперше їх застосував у 1804 році французький винахідник, наладчик ткацьких

верстатів **Жозеф Марі Жаккар** (1752–1834). Для створення візерункової тканини він винайшов спосіб автоматичного контролю за ниткою під час роботи ткацького верстата. Створення ткацького верстата, керованого картами з пробитими ними отворами і з'єднаними один з одним як стрічки, є найважливішим відкриттям, у розвитку обчислювальної техніки. В аналітичній машині передбачалося використати два механізми роботи з перфокартами. Один механізм задавав операції, які мав виконувати «млин», другий управляв перенесенням даних між «млином» і «складом».

Однак механічний принцип побудови пристроїв і використання десяткової системи числення, що ускладнює створення простої елементної бази, не дозволили Ч. Беббіджу повністю реалізувати свій далекосяжний задум, довелося обмежитися скромними макетами. Інакше за розмірами машина зрівнялася б з локомотивом, а для приведення її в рух знадобився потужний паровий двигун. Після невдачі з різницевою машиною Беббідж не просив допомоги в уряді, бо розумів, що йому все одно відмовить. І хоча винахідник докладно описав конструкцію аналітичної машини та принципи її роботи, вона так і не була побудована за його життя.

Тільки після смерті Чарльза Беббіджа його син, генерал **Генрі Беббідж**, продовжив розпочату батьком справу. Вийшовши у відставку в 1874 році, він вирішив довести працездатність аналітичної машини, зосередившись на двох вузлах – на «млині» і друкарському пристрої. Все життя Генрі працював над аналітичною машиною, а також займався популяризацією ідей обчислювальних машин. У 1888 року він зумів за кресленнями батька побудувати центральний вузол аналітичної машини, а 1906 року разом із фірмою Монро побудував діючу модель машини, куди входять два згаданих пристрої. Машина Беббіджа виявилася працездатною (див. рис. 7.19).

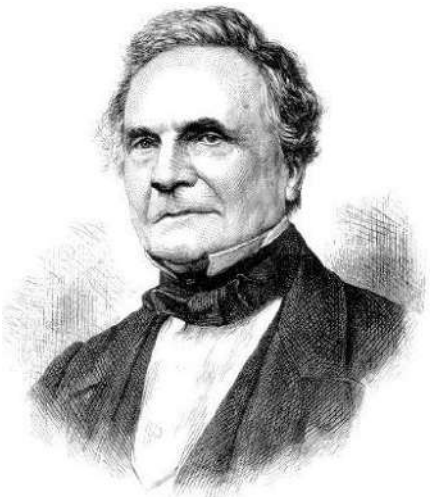


Рис. 7.18. Чарльз Беббідж

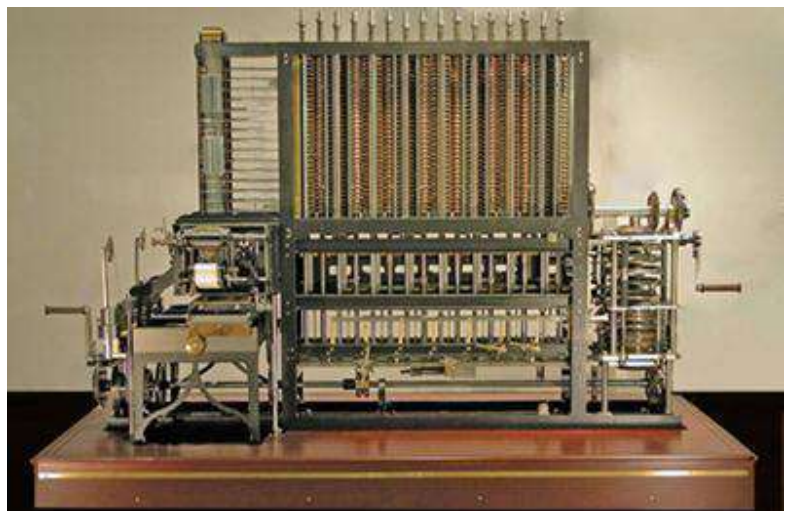


Рис. 7.19. Модель машини Беббіджа

З машиною Беббіджа пов'язано створення першої машинної програми. Її склала англійський математик, дочка поета Байрона **Ада Августа Лавлейс** (1815–1852). У 1843 році в одному зі своїх коментарів Ада описує алгоритм обчислення чисел Бернуллі на аналітичній машині. Зараз визнано, що це перша програма, призначена для відтворення на комп'ютері, а Ада Лавлейс є першим програмістом, хоча за її життя машина Беббіджа і не була побудована. Саме вона запровадила поняття «цикл», «осередок пам'яті», а також визначила зв'язок рекурентних формул із циклічними обчисленнями.

Можна сказати, що лічильна машина Чарльза Беббіджа надто випередила свій час. У 1864 році її творець написав: «Мине, мабуть, півстоліття, перш ніж люди переконаються, що без тих коштів, які я залишаю після себе, не можна буде обійтися». І все-таки найбільшим досягненням Чарльза Беббіджа стала розробка принципів, покладених в основу сучасних комп'ютерів, за століття до того, як з'явилася технічна можливість реалізації.

Табулятор Холлеріта. Через 19 років після смерті Чарльза Беббіджа один із принципів, що лежить в основі його аналітичної машини, знайшов втілення в діючому пристрої. Йдеться про використання перфокарт. Їх використав у своєму **статистичному табуляторі** американець **Герман Холлеріт** (1860–1929). Цей пристрій він побудував з метою прискорити опрацювання результатів перепису населення, який проводився в США кожні 10 років.

Холлеріт у 1879 році закінчив Гірську школу при Колумбійському університеті і став асистентом професора У. Трубріджа в Колумбійському університеті та в Бюро з перепису населення у Вашингтоні, співробітником якого був Трубрідж. Сотні службовців бюро вручну обробляли дані, зібрані в ході перепису населення 1880 року. Майбутній тесть Холлеріта високопосадовець у бюро перепису **Джон Шоу Біллінгс** запропонував виробляти табуляцію за допомогою перфокарт, і Холлеріт почав займатися проектуванням системи для їх обробки. До 1890 р. робота була закінчена. При випробуваннях, проведених бюро перепису, статистичний табулятор Холлеріта переміг у змаганні з кількома іншими системами, і з винахідником було укладено договір проведення перепису 1890 року.

При проведенні перепису агенти записували відповіді опитуваних у спеціальні формуляри, які потім посилалися у Вашингтон. Там ця інформація переносилася на карти шляхом перфорування (рис. 7.22). Карти табулятора Холлеріта були розміром із доларову купюру. Кожна з них мала

240 перфорованих позицій – 12 рядів по 20 отворів. Ці позиції відповідали питанням, включеним до запитання перепису американського населення, таким як вік, стать, місце народження, кількість дітей, сімейний стан і т. д.

При обробці даних перепису перфокарти завантажували в спеціальні пристрої, з'єднані з табуляційною машиною (рис. 7.21), де вони нанизувалися на ряди тонких голок, по одній голці на кожну з позицій на карті. Коли голка потрапляла в отвір, вона проходила його, замикаючи контакт у відповідному електричному ланцюзі машини; це, у свою чергу, призводило до того, що лічильник, що складається з циліндрів, які обертаються, просувався на одну позицію вперед.



Рис. 7.20. Герман Холлеріт



Рис. 7.21. Табулятор Холлеріта



Рис. 7.22. Підготовка перфокарт за допомогою перфоратора Холлеріта

Машина Холлеріта виявилася настільки ефективною, що попередні результати перепису були отримані протягом усього шести тижнів, а її повний статистичний аналіз зайняв два з половиною роки. Таким чином, обробка результатів перепису 1890 р. вимагала приблизно втричі менше часу в порівнянні з попереднім переписом 1880 року. І це незважаючи на те, що в ній брало участь значно менше людей. До того ж, за минуле з попереднього перепису десятиліття населення США виросло майже на 13 млн, досягнувши 62 622 250 осіб.

Машина Холлеріта набула широкого застосування. У 1896 році її творець заснував компанію **Tabulating Machine Company**, пізніше перейменовану на широко відому **International Business Machines (IBM)**.

Табулятор Холлеріта став одним із важливих етапів в історії розвитку комп'ютерів, а його перфокарти першими програмними кодами для обчислювальної техніки.

7.4. Розвиток електромеханічних цифрових обчислювальних машин

З розвитком електротехніки стала можливою і реалізація ідей Ч. Беббіджа. Але тільки майже через 100 років його машина, нарешті, привернула увагу інженерів. У 1938 році німецький інженер **Конрад Цузе** (1910–1995) розробив **електромеханічну цифрову машину Z1** (Ц1). У ній широко використовувалися електричний привід та електромеханічні реле – механічні перемикачі, які приводять у дію електричним струмом (див. рис. 7.23). Поекспериментувавши з десятковою системою числення, молодий винахідник віддав перевагу двійковій.

Z1 мав обмежені можливості програмування. Дані вводилися і виводилися в десятковій системі у вигляді чисел з плаваючою комою. Введення команд і даних здійснювалося за допомогою клавіатури, зробленої на основі друкарської машинки, а висновок – за допомогою лампової панелі. Пам'ять обчислювача організовувалась за допомогою конденсатора, в якому чергувалися шари скла і металеві пластини. Така конструкція дозволяла зберігати 64 22-бітові речові числа, кожне з яких складалося з 14-бітової мантиси і 8 біт, що відводилися під знак і порядок.

Машина була побудована в домашніх умовах за власні кошти Цузе та гроші його друзів. Через недостатню точність виконання складових частин Z1 працював ненадійно і для практичних цілей не використовувався.

З початком Другої світової війни у 1939 році Цузе був призваний на військову службу, проте незабаром отримав підтримку Дослідницького

інституту аеродинаміки, який використав його роботу для створення керованих ракет. Завдяки цьому Цузе був демобілізований і в 1940 році побудував допрацьовану версію обчислювача – **Z2** на основі телефонних реле. У цій машині для введення інформації використовувалася перфорована 35-міліметрова кіноплівка. Однак Z2 також не використовувалася для практичної мети. Цього року Цузе організував компанію **Zuse Apparatebau** для виробництва програмованих машин. У 1941 р. конструктора повторно мобілізували рядовим у сухопутні війська і вже відправили на Східний фронт. Проте втручання керівництва компанії «Хеншель», яке задіяло свої зв'язки, змогло повернути Цузе назад до Рейху і врятувати його самого, та його праці для майбутніх поколінь.



Рис. 7.23. Модель обчислювальної машини Z1 у Німецькому технічному музеї Берліна



Рис. 7.24. Конрад Цузе

У 1941 році Конрад Цузе створив вже більш досконалу модель – **Z3**. Ця машина, як і попередня модель, була зібрана на основі телефонних реле. Z3 отримав практичне застосування і використовувався для розрахунків параметрів стрілоподібних крил літака і розрахунків для керованих ракет німецьким Дослідницьким інститутом аеродинаміки. Саме Z3 багато хто вважає першим реально діючим програмованим комп'ютером. Машина являла собою двійковий обчислювач, виконаний на основі 600 телефонних реле. 2000 таких реле мав і пристрій зберігання даних. Тактова частота машини становила 5,3 Гц, середня швидкість обчислення для операції складання – 0,8 с, а множення – 3 с. Маса машини була 1000 кг, а споживання енергії – 4 кВт.

Успіх створення Z3 визначався застосуванням двійкової системи, булевої алгебри та простих електронних реле. Двійкова система числення

була повністю описана Вільгельмом Готфрідом Лейбніцем у XVII столітті. У ній були використані цифри 0 і 1, як і в сучасній двійковій системі. У 1854 році англійський математик **Джордж Буль** (1815–1864) опублікував роботу, що описує алгебраїчні системи стосовно логіки, яка на сьогодні відома як алгебра логіки (Булева алгебра). Його логічному обчисленню судилося відіграти значну роль у створенні сучасних цифрових електронних схем. У 1937 році співробітник Массачусетського технологічного інституту **Клод Шеннон** (1916–2001), який досліджував цифрові ланцюги під керівництвом В. Буша, розробив спосіб реалізації двійкових схем, що збираються з електронних реле.

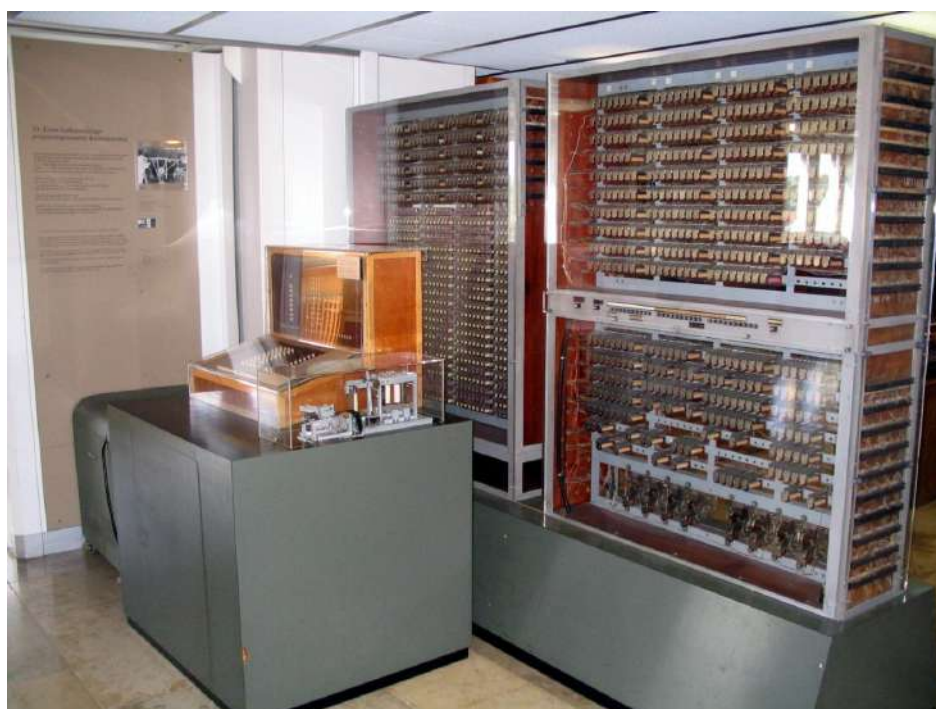


Рис. 7.25. Відтворений Z3 у Німецькому музеї Мюнхена

Однак програмованість цієї машини також була обмеженою, оскільки в ній були відсутні умовні переходи та цикли. Але при цьому Z3 мав досить практичний набір інструкцій, зручних для типових технічних програм 1940-х років. Це пояснюється тим, що Конрад Цузе створював комп'ютери саме для полегшення інженерної діяльності, і його машини дуже схожі на комп'ютери, що випускаються сьогодні.

Всі три машини Конрада Цузе були знищені разом із проектною документацією у 1944 році при бомбардуваннях Берліна. Але у 1960 році компанією Zuse KG було виконано реконструкцію Z3. У 1967 році ця модель була виставлена на Монреальській виставці, де привернула увагу відвідувачів. А в 1987–1989 роках Цузе відтворив свій перший комп'ютер Z1.

Функціонуюча модель комп'ютера Z3 знаходиться в Німецькому музеї Мюнхена (див. рис. 7.25), а модель обчислювача Z1 передано в Німецький технічний музей Берліна. Там же відкрита і спеціальна виставка, присвячена Конраду Цузе та його роботам.

Ще на завершальному етапі Другої світової війни К. Цузе на основі досвіду розробки першого програмованого комп'ютера Z3 почав створювати наступний комп'ютер – **Z4** (див. рис. 7.26), який йому вдалося на підводі перевезти у безпечне місце у баварське село Хінтерштейн. Після закінчення війни К. Цузе продовжив виготовлення комп'ютера, який закінчив у вересні 1950 року. Після цього він був куплений Швейцарською вищою технічною школою (Цюріх) і став першим комп'ютером у світі, який був проданий. На той час це була єдина працююча обчислювальна машина в континентальній Європі, хоч і заснована ще на електронних реле. Механічний процесор робив операцію додавання за 0,4 с, тоді як на множення витрачалося цілих 3 с. Оперативна пам'ять дозволяла зберігати 64 слова з довжиною 32 біти. Незважаючи на винахід електронної обчислювальної машини, Z4 випускався до 1960 року.

Пізніше К. Цузе та його компанією були побудовані інші комп'ютери, назва кожного з яких починалася з великої літери Z. Крім обчислювальних машин загального призначення було створено кілька спеціалізованих обчислювачів. Найбільш відомі комп'ютери **Z11**, що продавалися підприємствам оптичної промисловості та університетам, і **Z22** – перший комп'ютер з пам'яттю на магнітних носіях.



Рис. 7.26. Обчислювальна машина Z4 у Німецькому музеї Мюнхена

Іншим комп'ютером, у якому були реалізовані ідеї Чарльза Беббіджа, став побудований у 1941 році в Гарвардському університеті за субпідрядним договором ВМФ США з фірмою IBM «Марк 1». Колектив розробників складався з п'яти інженерів, якими керував математик, капітан ВМФ США **Говард Ейкен** (1900–1973). Перемикачами в машині Ейкена також служили прості електромеханічні реле, а програма обробки даних записувалася на перфострічці. Дані вводилися у машину як десяткові числа, закодовані на перфокартах фірми IBM. Розміри машини досягали у довжину майже 17 м та у висоту понад 2,5 м, а її маса становила близько 4,5 т. Комп'ютер містив близько 765 тис. деталей, з'єднаних проводами загальною довжиною близько 800 км. Основні обчислювальні модулі синхронізувалися механічно за допомогою 15-метрового валу, що наводився в рух електромотором потужністю 4 кВт.



Рис. 7.27. Говард Ейкен

Комп'ютер оперував 72 числами, що складаються з 23 десяткових розрядів, роблячи по 3 операції складання або віднімання в секунду. Множення виконувалося протягом 6 с, а ділення за 15,3 с. Що стосується операцій обчислення логарифмів та тригонометричних функцій, то на їх виконання потрібно більше хвилини. У машині були передбачені умовні переходи, тому запис кожної програми виглядав як досить довгий стрічковий рулон. Цикли організовувалися за рахунок замикання початку і кінця стрічки, що зчитується.

На початку 1943 року «Марк-1» успішно пройшов випробування (рис. 7.28), після чого був переданий у розпорядження флоту і використовувався для виконання складних балістичних розрахунків. Незважаючи на низьку продуктивність, за день цей комп'ютер виконував обчислення, на які раніше витрачалося півроку.

Головною ж перевагою комп'ютера «Марк 1» було те, що він був першою повністю автоматичною обчислювальною машиною, яка не вимагала будь-якого втручання людини в процес обчислень. Але водночас машина Конрада Цузе займала значно менше місця і була набагато дешевшою, ніж створений двома роками пізніше «Марк І».



Рис. 7.28. Тестування машини «Марк-1»

Питання для самоконтролю

1. Які винахідники першими створили ескізи та виготовили арифмометр?
2. Який інтегруючий інструмент є найстарішим?
3. Хто створив перший механічний обчислювальний інтегратор?
4. На чому заснований принцип роботи аналогових обчислювальних машин?
5. Хто з винахідників розробив найкращі цифрові механічні обчислювальні машини?

ГЛАВА 8

ВИЩА МАТЕМАТИКА – НАЙВАЖЛИВІШИЙ ІНСТРУМЕНТ ВЧЕНОГО

У XVII столітті з'являється вища математика, складовими частинами якої є аналітична геометрія та математичний аналіз. XVIII століття стає дуже плідним для розвитку цієї науки. У математичному аналізі відбулося розгалуження на декілька наук: диференціальне та інтегральне числення, теорія диференціальних рівнянь, які й собі розділилися на вчення про звичайні диференціальні рівняння і про рівняння в часткових похідних, варіаційне числення, теорію спеціальних функцій, теорія функцій комплексного змінного. Виділяється також вчення про нескінченні ряди. У межах диференціального й інтегрального числення як новий відділ виростає аналіз функцій багатьох змінних. У XVIII столітті математикою займаються вже не аматори, а професіонали, які отримують матеріальну винагороду за вирішення математичних проблем, а не тільки за викладання математики. XIX століття принесло подальший розвиток професії математика.

8.1. Створення аналітичної геометрії

Аналітична геометрія – розділ геометрії, який досліджує найпростіші геометричні об'єкти засобами елементарної алгебри на основі методу координат.

Основну роль елементарної геометрії відіграють побудови, а обчисленням відводиться роль допоміжна. Вибір побудови для цієї задачі якраз і становить основну складність її розв'язання, оскільки потребує індивідуального підходу та деякої винахідливості. Усунути ці труднощі та створити єдиний підхід до розв'язання геометричних задач і створити єдиний метод розв'язання задач дозволило створення аналітичної геометрії. У її основі лежить координатний метод, у якому основними є

обчислення, які виконуються за заданими формулами, а побудови мають допоміжне значення.

Передумови координатного способу з'явилися ще у працях давньогрецьких математиків. Особливо великий внесок у його розвиток зробили Архімед і Аполлоній Пергський. У своїх творах вони наводили так звані симптоми конічних перерізів, які у ряді випадків збігаються із сучасними рівняннями.

Однак подальшого розвитку координатний метод у античний період не отримав. Причиною цього є невисокий рівень давньогрецької алгебри та слабкий інтерес до кривих, відмінних від прямої та кола.

Проте координати в астрономії використовувалися вже в давнину. Опис деяких систем міститься у працях давньогрецького геометра Евкліда. Пізніше координати з'явилися й у географії. Більше ніж за 100 років до н.е. грецький астроном і математик *Гіннарх з Нікеї* (бл. 180–125 до н. е.) запровадив географічні координати: широту та довготу, та позначив їх числами.

Одним із перших для функції, яка залежала від часу, використовував координатне зображення *Микола Орезмський* (до 1330–1382). У «Трактаті зміни якостей» він використовує графічне уявлення для змінної величини, залежить від просторових координат чи то з часу. Вчений зображує рух, відкладаючи по горизонтальній осі час, а по вертикальній – інтенсивність руху в даний момент часу, тобто миттєву швидкість. При цьому Микола Орезмський називав координати, за аналогією з географічними – довготою та широтою.

Зародження аналітичної геометрії. Вирішальний крок у розвитку координатного методу було зроблено після того, як Вієт започаткував системну алгебру, запропонувавши символічну мову для запису рівнянь. Систематичний розвиток координатний метод отримав у працях двох найбільших французьких математиків XVII століття *Рене Декарта* і *П'єра Ферма*.

У 1637 році Декарт видав працю «Геометрія», в якій були закладені основи аналітичної геометрії. Ця робота вплинула на розвиток математики. У ній викладено метод прямолінійних координат, введено символіку алгебри, яка виявилася настільки зручною, що зберіглася до наших днів, введена класифікація кривих на алгебраїчні та трансцендентні і дано способи побудови дотичних і нормалей до плоских кривих алгебри. «Геометрія» Декарта дуже вплинула на розвиток математики.

Саме він вважається творцем аналітичної геометрії, а 1637 рік – дата виходу в світ цієї книги, яка вважається роком її зародження.

В основі «Геометрії» Декарта лежать дві ідеї: запровадження змінної величини та використання прямолінійних координат, які пізніше назвали декартовими. Дійсне трактується як ставлення будь-якого відрізка до одиничного, хоча сформулював таке визначення лише І. Ньютон. Змінна величина вводиться в подвійній формі: як відрізок змінної довжини і постійного напрямку або як поточна координата точки, що описує своїм рухом криву, і як безперервна числова змінна, що пробігає сукупність чисел, які виражають цей відрізок. Двоєкий образ змінної зумовив взаємозв'язок геометрії та алгебри. При цьому Декарт ставить на перше місце алгебру, яку він удосконалив і формою, і по суті. Знайдені за допомогою алгебри геометричні місця він застосовує для розв'язання рівнянь алгебри.



Рене Декарт

(1596–1650)

Французький філософ, математик, механік, фізик і фізіолог, творець аналітичної геометрії та сучасної символіки алгебри, автор методу радикального сумніву у філософії та механіцизму у фізиці. Найбільшим відкриттям Декарта, що став фундаментальним для психології, є поняття про рефлекс і принцип рефлекторної діяльності.

Початкову освіту Декарт здобув у єзуїтському коледжі Ла Флеш, де познайомився з **Мареном Мерсенном**, майбутнім координатором наукового

життя не лише Франції, а й усієї Європи. У 1612 р. Декарт закінчив коледж, деякий час вивчав право в Пуатьє, потім поїхав до Парижа, де займався математичними дослідженнями. У 1617 році він вступив на військову службу, служив у роки Тридцятирічної війни в арміях різних держав. Побоюючись за свої наукові праці звинувачення в єресі, Декарт переїжджає у 1628 р. до Голландії, де проводить 20 років у відокремлених наукових заняттях. Значний вплив на формування Декарта як вченого зробив видатний фізик і натурфілософ **Ісаак Бекман**, з яким він познайомився в Голландії в 1618 році. Через Мерсенна Декарт веде велике листування з найкращими вченими Європи, вивчаючи різні науки – від медицини до метеорології. У 1649 р. вчений переїхав до Стокгольма.

Декарт створив загальну картину світу виходячи з припущення, що простір часто заповнений матерією, яка перебуває в безперервному русі.

Основним досягненням Декарта в аналітичній геометрії став створений ним метод координат. Він включив у область вивчення геометрії «геометричні» лінії (Лейбніц називав їх алгебраїчними), які можна описати рухами шарнірних механізмів, і виключив «механічні» (трансцендентні) криві.

Слід зазначити, що у Декарта система координат виглядає не так як сучасна, а саме вісь ординат розташована горизонтально, а вісь абсцис – вертикально. У цьому від’ємні координати ще розглядалися. Хоча терміни **«абсциса»** і **«ордината»** і зустрічалися у різних авторів, у широке вживання їх ввів Лейбніц лише наприкінці XVII століття, разом із терміном **«координати»**. А назву нової науки **«Аналітична геометрія»** було запроваджено Ньютоном наприкінці XVIII століття.

У «Геометрії» Декарт виклав спосіб побудови нормалей і дотичних до плоских кривих (у зв’язку з дослідженнями лінз) та застосував його, зокрема, до деяких кривих 4-го порядку (овали Декарта). Заклавши основи аналітичної геометрії, сам Декарт просунувся в цій галузі недалеко, за його словами, він дає «лише загальні контури нового методу». Ним не розглядалися від’ємні абсциси, не порушені питання аналітичної геометрії тривимірного простору. При цьому в листуванні Декарта містяться такі його відкриття, як обчислення площі, обмеженої циклоїдою, проведення дотичних до циклоїди, визначення властивостей логарифмічної спіралі.

Проте раніше Декарта, ще у 1629 році, метод координат розробив П’єр Ферма, причому зробив це послідовніше. Він також ввів рівняння прямої та ліній другого порядку. У мемуарі **«Вступ до вивчення плоских і тілесних місць»** Ферма виписав у символіці Вієта рівняння різних кривих 2-го порядку у прямокутних координатах. Для спрощення виду рівнянь він широко використовував перетворення координат. Ферма наочно показав, наскільки новий підхід простіший і плідніший за чисто геометричний. Мемуар Ферма став відомий математикам до 1637 р. через Мерсенна, але надрукований не був і широкою популярністю не користувався. Основні роботи Ферма, у тому числі й щодо аналітичної геометрії, були опубліковані його сином Семюелом тільки в 1679 році після смерті вченого.

Виклад матеріалу в «Геометрії» Декарта не такий, як у Ферма, звідки видно, що на його твір вчений не спирається. До того ж невідомо чи був він знайомий із твором Ферма. У мемуарі Ферма систематично викладено найпростіші рівняння та їх геометричні образи. Декарт найпростіших форм

рівнянь не розглядає. Їхній виклад та інтерпретацію здійснив його друг **Флоримон де Бон** (1601–1652) невдовзі після виходу «Геометрії».

Аналітичний спосіб Декарта негайно взяли на озброєння і багато відомих математиків, які не тільки коментували, а й доповнювали ідеї «Геометрії», виправляли її недоліки та застосовували новий спосіб в інших задачах.

Голландський математик, професор Лейденського університету **ван Схоутен** (1615–1660) підготував і видав у 1649 році «Геометрію» Декарта латинською мовою зі своїми коментарями, розвинув його геометричні ідеї.

Джон Валліс вперше розглянув конічні перерізи як плоскі криві (1655), причому на відміну від Декарта він уже використовував від'ємні абсциси і косокутні координати.

Подальший розвиток аналітичної геометрії пов'язаний з іменами Ісаака Ньютона, Готфріда Вільгельма Лейбніца, Клода Алексіса Клеро і Леонарда Ейлера. Саме вони надали цьому розділу математики сучасну структуру.

Аналітична геометрія об'єднала геометричний та алгебраїчний підходи до вивчення математичних об'єктів. Її поява суттєво полегшила формування аналізу нескінченно малих.

8.2. Створення аналізу нескінченно малих

Створення аналізу нескінченно малих стало завершенням тривалого процесу і початком революційних перетворень, що змінили математику і підняли її роль у системі природничих наук. Аналіз нескінченно малих (математичний аналіз) – це розділ вищої математики, що вивчає межі, похідні, інтеграли та нескінченні ряди. Він становить важливу частину сучасної математичної освіти і складається з двох основних частин: диференціального обчислення та інтегрального обчислення, пов'язаних між собою формулою Ньютона – Лейбніца.

Основи для створення диференціального та інтегрального обчислення були закладені ще Євдоксом та Архімедом в ідеї мізерно малої величини та методі вичерпування. Однак у прагненні абсолютної суворості давні греки відмовилися від поняття нескінченності і змогли узагальнити свої досягнення і створити єдине вчення. На відміну від них математики XVII століття при обчисленні обсягів та визначенні центрів тяжкості різних фігур розглядали їх як суми нескінченно великої кількості нескінченно малих елементів. При побудові дотичних вони розглядали криву як ламану



Готфрід Вільгельм Лейбніц

(1646–1716)

Німецький математик, філософ, один із найбільших винахідників та один із найбільш універсальних наукових геніїв за всю історію людства. Лейбніц – автор безлічі новаторських інженерних ідей, серед яких багатофункціональний механічний арифмометр набагато досконаліший за конструкцію Паскаля; принципово новий годинник, система каталогізації, парова машина і паровий насос. Він став автором закону збереження енергії, основоположником математичного аналізу та комбінаторики як науки.

Готфрід Лейбніц – предтеча машинного моделювання роботи мозку, автор теорії історичного походження мов та теорії еволюції Землі. Він узвичаїв знак інтеграла і безліч понять сучасної математики, розробив ідею обчислювальної машини з двійковим кодом.

Великий вчений був найманим алхіміком ордену розенкрейцерів, опонентом Ісаака Ньютона та Боруха Спінози, учителем братів Бернуллі, засновником та першим президентом Берлінської Академії наук, іноземним членом Французької Академії наук.

Багато робіт Лейбніца написані під враженням від філософії Конфуція. Сучасники відзначали, що Лейбніц не відокремлений вчений типу Рене Декарта: він був значно більше схожий на Френсіса Бекона. Енциклопедист Дені Дідро вважав, що Лейбніц для Німеччини став тим самим, ким для Стародавньої Греції – Аристотель, Архімед і Платон, узяті разом. Через багато років засновник кібернетики Норберт Вінер оголосив, що святим покровителем створеної ним науки заслуговує вважатися виключно Готфрід Лейбніц. Помер великий вчений після тривалої хвороби від передозування ліків.

лінію з нескінченно великою кількістю нескінченно малих сторін. Це з тим, що у вчених XVII століття математика була не просто вправою у логіці, а засобом розв'язання практично важливих задач.

У XVIII столітті математикою займаються вже не любителі, а професіонали, які отримують матеріальну винагороду за математичні проблеми, а не тільки за викладання математики. Бурхливо розвивається математичний аналіз, розгалужується кілька наук: диференціальне і

інтегральне обчислення, теорія диференціальних рівнянь, що розчленувалася на вчення про звичайні диференціальні рівняння і рівняннях у часткових похідних, варіаційне числення функцій, теорію спеціальних перерахунків. Виділяється також вчення про нескінченні ряди. В рамках диференціального та інтегрального обчислення як новий відділ зростає аналіз функцій багатьох змінних.

Слід зазначити, що інтегральне обчислення виникло із практичної необхідності визначення площ, об'ємів, центрів тяжкості тощо. Ще античні математики при обчисленні площ та обсягів застосовували методи, схожі на обчислення певного інтегралу як межі суми. Особливо великий внесок у цей метод зробив Архімед. У роботах **«Про квадратуру параболи»**, **«Про кулю і циліндр»**, **«Про коноїди і сфероїди»** цей великий учений обчислив за допомогою розробленого ним методу неподільних площу сегмента параболи, поверхню та об'єм кулі, кульового сегмента, циліндра, а також об'єми тіл, утворених обертанням параболи, гіперболи, еліпса та їх сегментів. Хоча надалі кількість розв'язаних задач такого типу збільшувалася, єдина методика їх розв'язання була відсутня, і кожна конкретна задача вирішувалася властивим саме їй способом.

Накопичення досвіду побудови дотичних, обчислення площ та об'ємів відбувалося дуже повільно, і знадобилося майже дві тисячі років, щоб вчені узагальнили досвід розв'язання цих задач. У пошуках загальних методів брали участь найвидатніші математики, серед яких: І. Кеплер, Г. Галілей, Б. Кавальєрі, Е. Торрічеллі, Б. Паскаль, Дж. Валліс, Ж. Роберваль, П. Ферма, П. Гассенді, Р. Декарт, І. Барроу та ін. Створення математичного аналізу стало, таким чином, результатом багатогранної творчості великої кількості вчених.

Учень Галілея **Бонавентура Франческо Кавальєрі** (1598–1647) у 1635 році видав працю **«Геометрія, викладена новим способом за допомогою неподільного безперервного»**. У ній викладаються два шляхи використання пучків паралельних прямих та паралельних площин для обчислення площ плоских фігур та об'ємів тіл. Автор розглядає плоску фігуру як сукупність паралельних відрізків від крайньої дотичної до іншої, а тіло – як сукупність паралельних плоских перерізів. Зазначені відрізки та плоскі перерізи Кавальєрі називає **неподільними**. Обчислення площ та об'ємів здійснюється шляхом порівняння двох фігур, площа або об'єм однієї

з яких відомий. Хоча вчений суворо не обґрунтував свого методу «неподільних», він перевершив усіх математиків стародавнього світу, у тому числі і Архімеда і за кількістю розв'язаних спеціальних задач на визначення площ та об'ємів, і щодо розуміння перспектив розвитку вчення про нескінченно малі. Хоча розвиток методів обчислення нескінченно малих пішов не за геометричним, а за аналітичним шляхом, праці Кавальєрі відіграли велику роль в їх розвитку.

Одним із перших, хто зрозумів, що максимум і мінімум функції досягається там, де швидкість зміни змінної величини перетворюється на нуль, став **П'єр Ферма**. В результаті задачі про пошуки екстремуму він зводить до побудови дотичної. У такий спосіб учений розв'язує задачі визначення вписаних у кулю конуса і циліндра найбільшого об'єму. Починаючи з робіт Ферма, математика знайшла новий додаток – визначення максимуму та мінімуму, що стали застосовувати для оптимального розв'язання технічних задач та побудови оптимальних конструкцій.

У 1655 р. Джон Валліс видав великий трактат «**Арифметика нескінченного**», де сформулював суворе визначення межі змінної величини, обчислив суми нескінченних рядів, які сутнісно представляли інтегральні суми, хоча поняття інтеграла тоді ще було. У додатку до «Арифметики нескінченного» – «**Трактаті про конічні перерізи**» Валліс розвинув «метод неподільних» Кавальєрі, перенісши його з геометричної бази на алгебраїчну за допомогою поняття нескінченно малого. Тут він ввів придуманий ним символ нескінченності, а також обчислив ряд певних інтегралів (у сучасній термінології) для статечної функції та близьких до неї функцій. Валліс першим дав визначення інтеграла як межі числової послідовності незалежно від поняття площі.

Одним із головних попередників створення математичного аналізу є вчитель Ньютона на кафедрі в Кембриджському університеті **Ісаак Барроу** (1630-1677). Розвиваючи диференціальні методи Ферма він встановив зв'язок між задачами визначення площ та розшуку дотичної. Пізніше у своїй головній праці «**Лекції з оптики та геометрії**» вчений показав взаємну оборотність між операціями диференціювання та інтегрування. Таким чином, був зроблений останній крок у передісторії створення

математичного аналізу.

Наступним кроком у розвитку математики стало створення диференціального та інтегрального обчислення, які виникли майже одночасно у працях **Ісаака Ньютона** (у вигляді теорії флюксій) та **Готфріда Вільгельма Лейбніца** (у формі обчислення диференціалів). Сприятливими причинами цього стало зростання запитів природничих наук, насамперед механіки. Поява нового апарату перетворила математику на науку про змінні величини.

У класичному диференціальному обчисленні похідна найчастіше визначається через поняття межі, проте історично теорія меж з'явилася пізніше за диференціальне обчислення. Історично похідна вводилася кінематично (як швидкість) або геометрично (визначаючись по суті нахилом дотичним, у різних конкретних формулюваннях). Ньютон називав похідну флюксією, позначаючи точкою над символом функції, школа Лейбніца воліла як базове поняття диференціал.

Ці ідеї були систематизовані в справжнє літочислення нескінченно малих Лейбніцем, який спочатку був звинувачений Ньютоном у плагіаті. Нині авторами диференціального обчислення вважаються обидва – і Лейбніц, і Ньютон. Ньютон першим застосував літочислення до загальної фізики, а Лейбніц розробив більшу частину позначень, що використовуються в обчисленні сьогодні. Основна проникливість, яку виявили як Ньютон, так і Лейбніц, полягала у відкритті законів диференціювання та інтегрування, запровадження похідних другого і вищих порядків і запровадження поняття апроксимації поліномів рядами.

Хоча за часів Ньютона основна теорема аналізу була вже відома, вона називається формулою Ньютона – Лейбніца. Ця теорема встановлює зв'язок між диференціальним та інтегральним обчисленнями. Поняття первісної (тобто невизначеного інтеграла) визначається через поняття похідної і, таким чином, відноситься до диференціального обчислення, у той час як поняття певного інтеграла Рімана формалізується як межа, до якої сходиться так звана інтегральна сума. Воно незалежно від поняття похідної і належить до іншої галузі аналізу – інтегрального числення. У цьому формула Ньютона – Лейбніца дозволяє висловити певний інтеграл через первісну: якщо функція $f(x)$ безперервна на відрізку $[a, b]$ і $F(x)$ – будь-яка її первісна у цьому відрізку, має місце рівність

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a). \quad (8.1)$$

Визначення. Функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$ на інтервалі (a, b) , якщо для $x \in (a, b)$ виконується рівність $F'(x) = f(x)$.

Вперше у друку диференціальне числення з'явилося у 1684 році у невеличкому мемуарі Лейбніца. У 1686 році вийшов твір Лейбніца, присвячений інтегруванню багатьох елементарних функцій. У 1693 році Лейбніц поширив нове обчислення на трансцендентні функції шляхом розкладання їх у ряди за допомогою методу невизначених коефіцієнтів.

На відміну від Лейбніца Ньютон не поспішав із публікацією своїх результатів у теорії флюксій. Хоча більшість їх було отримано в 60–70-х роках XVII століття, його знаменита праця «**Математичні начала натуральної філософії**» (1686 р.), в якій вчений сформулював закон всесвітнього тяжіння та три закони динаміки, що стали основою класичної механіки та названі ім'ям Ньютона, були написані без цієї теорії. При цьому багато результатів ньютонівської механіки спочатку отримано саме за допомогою математичного аналізу. Причиною цього була недостатня логічна обґрунтованість нової математики.

До того ж, у Лейбніца добре продумана термінологія, що відображає суть справи. У нього введено терміни диференціал, диференціальне обчислення, функція, координати, диференціальне рівняння, алгоритм. Поняття функції відіграє в математиці таку ж роль основного та самостійного предмета вивчення, як раніше поняття величини та числа. При цьому запис обчислення нескінченно малих багато в чому нагадував сучасний вигляд. Зокрема, Лейбніц позначає похідну через $\frac{dy}{dx}$, де dx – різниця абсцис, а dy – різниця ординат точок на кривій. Він також довів, що $\frac{dy}{dx}$ є тангенсом кута нахилу щодо кривої. Лейбніц розглядав інтеграл як нескінченну суму нескінченно малих величин і позначав його $\int ydx$. Однак і в працях Лейбніца проблема теоретичного обґрунтування аналізу нескінченно малих також вирішена не була.

Ідеї Лейбніца були підхоплені братами Яковом та Йоганном Бернуллі, які багато зробили для розвитку математичного аналізу. У 1687 році Якоб

Бернуллі ознайомився з першим мемуаром Лейбніца з аналізу нескінченно малих і почав освоєння нового числення. Він звернувся з листом до Лейбніца з проханням роз'яснити кілька незрозумілих місць, проте відповідь отримав лише через три роки (Лейбніц був у відрядженні в Парижі та лист отримав з великим запізненням). За цей час Якоб самостійно освоїв диференціальне та інтегральне обчислення, а заодно долучив до нього брата Йоганна. З 1690 року Лейбніц веде з братами Бернуллі листування, яке виявилось взаємно корисним для всіх трьох. У результаті цей союз надзвичайно збагатив новий аналіз, а самі вчені очолювали європейських математиків упродовж 20 років.



Якоб Бернуллі (1655–1705)

Швейцарський математик, іноземний член Паризької академії наук (1699) та Берлінської академії наук (1702). Народився в сім'ї процвітаючого фармацевта Ніколая Бернуллі, старший брат Йоганна Бернуллі. Багато представників сімейства Бернуллі відіграли значну роль у розвитку науки свого часу, особливо в галузі математики та фізики. Найбільш відомими з них є троє: брати Якоб та Йоганн, а також син Йоганна Даниїл. Якоб навчався у Базельському університеті богослов'ю, але захопився матема-

тикою та вивчив її самостійно. У 1671 р. отримав науковий ступінь магістра філософії. У 1676–1682 роках Я. Бернуллі здійснив поїздку Європою, відвідав Францію, Італію, Нідерланди та Англію, познайомився з багатьма вченими, у тому числі з Гюйгенсом, Гуком і Бойлем. У 1683 р. почав читати лекції з фізики в Базельському університеті, а в 1687 р. був обраний професором математики цього університету і працював там до кінця життя. Якоб Бернуллі є одним із засновників теорії ймовірностей та математичного аналізу. Спільно з братом Йоганном започаткував варіаційне числення. Вчений зробив великий внесок у аналітичну геометрію, теорію ймовірностей і теорію чисел, де його ім'ям названо «числа Бернуллі». Доказав окремий випадок закону великих чисел – теорему Бернуллі. Його ім'ям названо лемніската Бернуллі. Він досліджував також циклоїду, ланцюгову лінію та особливо логарифмічну спіраль.



Йоганн Бернуллі

(1667–1748)

Швейцарський математик, механік, лікар та філолог-класицист, молодший брат Якоба Бернуллі, батько Данила Бернуллі, вчитель Леонарда Ейлера. Йоганн є найзнаменитішим представником сімейства Бернуллі. Іноземний член Паризької (1699), Берлінської (1701) та почесний член Петербурзької (1725) академій наук, а також член Лондонського Королівського товариства (1712). Після смерті Ньютона він став лідером європейських математиків. У 18 років Йоганн

став магістром мистецтв і перейшов на вивчення медицини, але одночасно захопився математикою. Однак медицину він не покинув і все життя займався лікарською практикою.

Й. Бернуллі є одним із перших розробників математичного аналізу. У 1691 році, будучи у Франції, він створює у Парижі першу школу аналізу. Після повернення до Швейцарії листується зі своїм учнем маркізом де Лопіталем, якому передає змістовний конспект нового вчення, що складається з двох частин: обчислення нескінченно малих та інтегральне обчислення. У 1705 р. після смерті брата Якоба Йоганн Бернуллі прийняв кафедру математики Базельського університету, яку займав до самої смерті.

У 1696 році з'явився перший підручник математичного аналізу – **«Аналіз нескінченно малих»** маркіза **Гійома Франсуа де Лопіталя** (1661–1704). В основу цього підручника покладено конспект Й. Бернуллі, переданий автором Лопіталю. Практично весь викладений у підручнику матеріал був почерпнутий із робіт Лейбніца та Йоганна Бернуллі, на авторство яких Лопіталь вказує у передмові. Паризький аристократ зібрав воедино формальний апарат математичного аналізу та представив його у зручній для сприйняття формі, а також підібрав безліч прикладів та задач. Дещо, втім, Лопіталь додав і зі своїх власних знахідок у сфері розв'язання диференціальних рівнянь.

Досягнення Й. Бернуллі у диференціальному та інтегральному обчисленнях тісно пов'язані з роботами Я. Бернуллі та Лейбніца. Спільно з

Лейбніцем, Йоганн Бернуллі розробив метод інтегрування раціональних функцій (шляхом розкладання на прості дробі), використовуючи при цьому комплексні змінні. У 1718 році він дав визначення терміну функції та ввів поняття «інтеграл». Найважливішим досягненням вченого є перший систематичний підручник з інтегрального обчислення, опублікований у 1742 р.

У працях Й. Бернуллі набула систематичного розвитку теорія розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Одне з таких рівнянь має ім'я Бернуллі. Надалі роботу у цьому напрямі продовжив **Вінченцо де Ріккати** (1707–1775). Він ввів гіперболічні функції та застосував до задач інтегрального обчислення теорію рядів.

Й. Бернуллі також вивів метод знаходження меж функцій, що розкриває невизначеності виду $0/0$ і ∞/∞ , який був описаний у підручнику Лопітала і завдяки цьому отримав назву «правило Лопітала».

Нове числення дозволило математикам розв'язувати безліч важких і практично важливих задач.

У строго обґрунтовану науку математичний аналіз перетворився лише на початку XIX століття. У цей час відбулася докорінна перебудова всього фундаменту математичного аналізу.

Таким чином, у XVIII столітті головним напрямом у математиці став розвиток аналізу нескінченно малих. З методу, придуманого на вирішення певного класу задач, він перетворився на універсальний метод аналізу функцій. Успіхи нового методу у вирішенні багатьох завдань змусили критиків поганой його обґрунтованості замовкнути. Основним способом дослідження в природознавстві стало складання та розв'язання диференціальних рівнянь. З використанням цього підходу успішно розвиваються аналітична механіка, механіка рідини і газу та ін.

Слід зазначити ще одне досягнення математиків – у середині XVIII століття зароджується лінійна алгебра. Її основи заклав учень Йоганна Бернуллі **Габріель Крамер** (1704–1752). Швейцарський вчений запропонував спосіб розв'язання системи лінійних рівнянь алгебри з квадратною матрицею за допомогою визначника. У трактаті «**Введення в аналіз кривих алгебри**», опублікованому в 1750 році, він вперше довів, що крива алгебри n -го порядку в загальному випадку повністю визначена, якщо задані її $n(n + 3) / 2$ точок. Для підтвердження Крамер будує систему лінійних рівнянь, що розв'язує з допомогою алгоритму, названого пізніше його ім'ям. У цьому Крамер дав точний алгоритм обчислення визначника. Термін визначник (детермінант) увів у звернення К. Гаусс у 1801 році.

8.3. Розвиток теорії диференціальних рівнянь

Диференціальне рівняння – рівняння, куди входять похідні функції може входити сама функція, незалежна змінна і параметри. Інакше висловлюючись, диференціальне рівняння – це рівняння, у якому невідомою величиною є певна функція. Розділ математики, що займається вивченням диференціальних рівнянь та пов'язаних із ними задач, називається **теорією диференціальних рівнянь**.

Передісторія диференціальних рівнянь пов'язана з розв'язанням обернених задач про визначення кривих, дотичні до яких мають дану властивість. Такими задачами, зокрема, займалися Рене Декарт та Ісаак Барроу. Основою теорії диференціальних рівнянь стало диференціальне обчислення, створене Ньютоном і Лейбніцем. У період формування диференціального та інтегрального числення математики стали оперувати і диференціальними рівняннями. Вперше вони були використані Ньютоном. Він вважав цей свій винахід настільки важливим, що зашифрував його у вигляді анаграми, сенс якої в сучасних термінах можна вільно передати так: «закони природи виражаються диференціальними рівняннями». Вони виникли із задач механіки, в яких вимагалось при різних впливах на тіла^{6*} визначити їх координати, швидкості та прискорення, які є функціями часу. До диференціальних рівнянь наводили також деякі геометричні задачі, розглянуті на той час. Сам термін «диференціальне рівняння» був запропонований 1676 року Лейбніцем.

Запис загального розв'язку диференціального рівняння з довільною постійною здійснив Йоганн Бернуллі. У 1697 році він знайшов метод інтегрування диференціального рівняння (8.2), що встановлює залежність між швидкістю стаціонарного потоку рідини та її тиском. Це рівняння має ім'я Якоба Бернуллі, який опублікував його в 1695 році. За допомогою заміни Йоганн Бернуллі зводить це рівняння до лінійного.

$$y' + a(x)y = b(x)y^n, \quad n \neq 0, 1 \quad (8.2)$$

Якоб Бернуллі запропонував метод розв'язання диференціального рівняння, що не містить явно однієї зі змінних. Шляхом заміни $y' = p$ він зводить його до рівняння першого порядку.

^{6*} Тоді замість поняття матеріальної точки застосовувалося поняття «тіло», розміри якого не розглядалися

Незважаючи на деякі успіхи, загальної теорії диференціальних рівнянь до початку XVIII століття ще створено не було. Їхнє розв'язання мало розрізнений, часом емпіричний характер. У той самий час лавиноподібне зростала кількість задач, розв'язання яких було можливе лише з допомогою диференціальних рівнянь. До них наводили відкриття нових законів у різних галузях природознавства та техніки. При цьому самі рівняння мали найрізноманітніший вигляд. У зв'язку з цим майже всі великі математики на той час включилися до роботи з пошуку методів інтегрування диференціальних рівнянь.

Методична розробка теорії диференціальних рівнянь починається з рівняння Ріккати^{7*}. Це звичайне диференціальне рівняння першого порядку виду

$$\frac{dx}{dt} = a(t)x^2 + b(t)x + c(t), \quad (8.3)$$

Рівняння Ріккати у випадку $a(t) = 0$ є лінійним і інтегрується в квадратурах, а у випадку $c(t) = 0$ являє собою рівняння Бернуллі і інтегрується в квадратурах за допомогою заміни $y = 1/x$.

Рівняння Ріккати називають також багатовимірний аналог (8.3), тобто систему звичайних диференціальних рівнянь з незалежними змінними $x_1, x_2, \dots, x_n$, праві частини яких є многочленами другого ступеня від змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$ з залежними від t коефіцієнтами. Одновимірні та багатовимірні рівняння Ріккати знаходять застосування в різних галузях математики.

Розв'язанням рівняння Ріккати займалися Г. Лейбніц, представники сім'ї Бернуллі – Якоб, Йоганн, сини Йоганна Микола і Данило, а також **Християн Гольдбах** (1690–1764).

Перший окремий випадок рівняння виду

$$b \frac{dx}{dt} = x^2 + at^\alpha, \quad (8.4)$$

де a, b, α постійні, не рівні нулю, вперше досліджував італійський математик **Якопо Франческо Ріккати** (1676–1754). Рівняння (8.4)

^{7*} Рівняння названо ім'ям Ріккати у 1769 році на пропозицію д'Аламбера.

називається «спеціальне рівняння Ріккати». Їм була знайдена умова, при виконанні якої це рівняння допускає поділ змінних і, отже, інтегрування у квадратурах:

$$\alpha = 4n/(1 - 2n), \quad n \in N, \quad \text{або} \quad \alpha = -2.$$

З величезної кількості робіт XVIII століття з диференціальних рівнянь виділяються роботи Ейлера та Лагранжа. Спочатку в них була розвинена теорія малих коливань дискретних систем. У результаті отримала розвиток і теорія лінійних систем диференціальних рівнянь. Принагідно виникли основні поняття лінійної алгебри (власні числа та вектори в n -вимірному випадку).

Розв'язання лінійного однорідного та неоднорідного рівнянь n -го порядку з постійними коефіцієнтами було знайдено Ейлером у 1739 році. Він розв'язував різні задачі, користуючись прийомом постійних варіацій. У 1775 році Лагранж розробив загальний метод варіації довільних постійних. Метод служить для отримання загального розв'язку неоднорідного рівняння, знаючи загальний розв'язок однорідного рівняння, без знаходження часткового розв'язку.

У 1750-х роках Леонардом Ейлером та Жозефом Луї Лагранжем були отримані рівняння, які є основними формулами варіаційного обчислення. З їхньої допомогою розшукуються стаціонарні точки та екстремуми функціоналів. Зокрема, ці рівняння широко використовуються в задачах оптимізації та спільно з принципом стаціонарності дії використовуються для обчислення траєкторій у механіці. У теоретичній фізиці ці рівняння є класичними рівняннями руху.

Насправді рівняння Ейлера – Лагранжа є прямим узагальненням відповідно її формули у разі функціоналів – функцій неінченновимірного аргументу. Їх використання для знаходження екстремуму функціоналу певною мірою аналогічно використанню теореми диференціального обчислення, яке стверджує, що лише в точці, де перша похідна функції перетворюється в нуль, гладка функція може мати екстремум (у разі векторного аргументу дорівнює нулю градієнт функції, то є похідна за векторним аргументом).

Лагранж також приділяв багато уваги питанню зведення рівнянь у часткових похідних до звичайних диференціальних рівнянь і отримав у цій галузі ряд найважливіших результатів. Він ввів і сам термін «розв'язок диференціального рівняння» замість терміну «інтеграл», що використовувався раніше.

У результаті в XVIII столітті теорія диференціальних рівнянь вже успішно застосовувалася для розв'язання задач небесної і теоретичної механіки, фізики і метеорології. Це дозволило підвести під дані науки строгу математичну базу, що, своєю чергою, сприяло їх подальшому розвитку.

У XIX столітті було вирішено проблему існування та єдиності розв'язку диференціального рівняння. У 1844 році французький математик **Огюстен Луї Коші** (1789–1857) дав перший доказ теореми існування розв'язку. Потім **Рудольф Ліпшиц** (1832–1903) значно спростив цей доказ і в 1876 році сформулював умову, яка тепер носить його ім'я. Пізніше **Джузеппе Пеано** (1858–1932) довів теорему існування принаймні одного розв'язку рівняння $y = f(x, y)$ з умовами $x = x_0$, $y = y_0$ в області безперервності $f(x, y)$.

Коші поширив доказ існування розв'язку і на диференціальні рівняння вищих порядків шляхом приведення їх до систем рівнянь першого порядку. Він також навів доказ існування розв'язку звичайного рівняння та системи рівнянь у часткових похідних першого порядку в комплексній області у формі статечних рядів, для чого застосував функції, що мажорують.

Теореми існування гарантували законність застосування диференціальних рівнянь до задач природознавства. Крім того, прийоми доказу цих теорем показували як наближатися до шуканого розв'язку з будь-яким ступенем точності, а також оцінювати точність наближення. У результаті дані теореми були покладені в основу різних методів числового інтегрування диференціальних рівнянь, які розроблялися протягом усього XIX століття.

Коли була доведена нерозв'язність алгебраїчних рівнянь у радикалах, у 1841 році **Жозеф Ліувіль** (1809–1882) побудував аналогічну теорію для диференціальних рівнянь, встановивши неможливість розв'язання ряду рівнянь (зокрема таких класичних, як лінійні рівняння) та квадратурі. Пізніше норвезький математик **Маріус Софус Лі** (1842–1899), аналізуючи питання про інтегрування рівнянь у квадратурах, прийшов до необхідності докладно дослідити групи диффеоморфізмів (що отримали згодом ім'я груп Лі) – так з теорії диференціальних рівнянь виникла одна з найбільш плідних областей сучасної математики.

Найважливішою подією у розвитку диференціальних рівнянь стало створення наприкінці XIX століття «якісної теорії диференціальних

рівнянь», основоположниками якої стали **Анрі Пуанкаре** (1854–1912) та **Олександр Михайлович Ляпунов** (1857–1918). Новий етап розвитку теорії диференціальних рівнянь починається з робіт Анрі Пуанкаре. Якісна теорія диференціальних рівнянь разом із теорією функцій комплексних змінних лягла основою сучасної топології. Тепер цю теорію частіше називають **«теорія динамічних систем»**. Зараз вона активно розвивається і має важливі застосування у природознавстві.

8.4. Зародження математичної фізики у «суперечці про струну»

Розвиток математичного аналізу стимулював математиків до розгляду найрізноманітніших задач, більшість із яких ще не мало практичного значення. З усіх задач, що розглядалися у XVIII столітті, особливе місце посідає задача про поперечні коливання натягнутої струни. З неї починається як теорія коливань континуальних систем, так й математична фізика. Ця задача є найпростішею у теорії коливань континуальних систем, але водночас і найважливішою задачею в акустиці та теорії музики. Вона також виявилася найважливішою для розвитку теорії диференціальних рівнянь та математичної фізики. Саме навколо неї розгорталися суперечки Д. Бернуллі, д'Аламбера, Л. Ейлера і Лагранжа щодо природи розв'язку диференціальних рівнянь. Задача про коливання струни дала поштовх до розвитку як математичного аналізу, так й експериментальних методів дослідження.

Задача про вільні коливання натягнутої струни зацікавила вчених, зрозуміло, не своїм практичним додатком. Закони цих коливань були тією чи іншою мірою відомі майстрам, які виготовляють музичні інструменти. Про це свідчать неперевершені струнні інструменти таких майстрів, як Н. Амати, А. Страдиварі, Дж. Гварнері та багатьох інших, чиї шедеври були створені ще в XVII столітті до появи теорії коливань струни. Інтереси найбільших вчених, які займалися цією задачею, швидше за все, полягали в прагненні підвести математичну основу під існуючі закони коливань струни. У цьому питанні виявився традиційний шлях будь-якої науки, що починається зі створення теорії, що пояснює вже відомі факти, щоб потім знаходити та досліджувати непізнані явища.

Струна акустики – це ідеальна рівна, тонка і гнучка нитка кінцевої довжини з твердого матеріалу, натягнута між двома нерухомими точками. У сучасному трактуванні задача про поперечні коливання струни довжини

і зводиться до знаходження розв'язку $y(x, t)$ диференціального рівняння у часткових похідних.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 y}{dx^2}. \quad (8.5)$$

де x – координата точки струни вздовж довжини; а y – її поперечне відхилення;

$a^2 = \frac{H}{\mu}$, де H – натяг струни, μ – її погонна маса (щільність). Зазначимо, що

a є швидкість поширення хвилі. Аналогічне рівняння також описує поздовжні коливання стовпа повітря в трубі.

У цьому має бути заданий початковий розподіл відхилень точок струни від прямої лінії та його швидкостей, тобто рівняння (8.5) має задовольняти початковим умовам

$$\left. \begin{aligned} y(0, x) &= f_1(x); \\ y_t'(0, x) &= f_2(x). \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

Повинні також виконуватись умови закріплення струни на краях (граничні умови)

$$\left. \begin{aligned} y(t, 0) &= 0; \\ y(t, l) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Оскільки виникнення коливань найчастіше супроводжується хвилями, розвиток теорії коливань пов'язаний з розвитком теорії хвиль. Перші спостереження за коливаннями струни та повітряного стовпа у трубі відносяться ще до античності. Багато древніх авторів, серед яких Піфагор, Аристотель, Евклід і Птолемей, виникнення звуку пов'язують із коливаннями тіл. Вони вказують, що більш високому звуку відповідає більша частота коливань, а гучність звуку пов'язується з їх інтенсивністю. Піфагору, зокрема, приписують відкриття того факту, що висоти основних тонів двох струн знаходяться у співвідношенні, зворотному співвідношенні їх довжин (за інших рівних умов), а також того, що висота тону струни залежить від її товщини та натягу. Зрозуміло, це були не кількісні, а якісні співвідношення. **Томас Юнг** (1773–1829) у своїх «Лекціях з натуральної філософії» зазначав, що вже Аристотель знав, що «труба чи струна подвійної довжини дає звук, у якому коливання займають удвічі більший час, і що властивості співзвуччя залежать від відносин часів, які займають коливання окремих звуків».

На початку XVII століття в науці стали відроджуватися експериментальні методи дослідження. У 1614–1618 роках голландський математик і механік **Ісаак Бекман** (1570–1637), вивчаючи коливання струни, дійшов висновку про їх ізохронність, мотивуючи його тим, що затихання звуку пов'язано зі зменшенням амплітуди коливань струни. Він також встановив, що частота обернено пропорційна довжині струни. Дослідження Бекмана були опубліковані і відомі лише завдяки **Марену Мерсенну** (1588–1648), який провів великі експериментальні дослідження, встановив ряд закономірностей і опублікував свої результати в 1636 року у «**Книзі про співзвуччя**»:

- 1) для даної струни та для даного натягу період коливань змінюється пропорційно до довжини струни;
- 2) коли довжина струни задана, період змінюється обернено пропорційно до кореня квадратного з натягу;
- 3) струни з однаковим натягом коливаються з періодами, пропорційними до кореня квадратного з їх лінійних щільностей.

Слід зазначити, що закони Мерсенна ілюструються всіма струнними музичними інструментами.

Закономірності, встановлені Мерсенном експериментально, були теоретично підтверджені учнем І. Ньютона **Бруком Тейлором** (1685–1731), який у роботі «**Про метод прирощень**» (1715) дав механіко-геометричне формулювання розв'язку диференціального рівняння малих коливань. Тейлор розглядає струну як систему матеріальних точок і приймає такі припущення: всі точки струни одночасно проходять свої положення рівноваги (збігаються з віссю x) та сила, що діє на кожну точку, пропорційна її зміщенню відносно осі x . Ці припущення означають, що він розглядає малі коливання, які відповідають першій власній частоті (основний тон). По суті, Тейлор зводить задачу до системи з одним ступенем вільності і користується розв'язком диференціального рівняння виду

$$\ddot{y} + k^2 y = 0.$$

Згідно з отриманими ним результатами період коливань струни на першій власній частоті визначається за формулою

$$T_1 = 2l \sqrt{\frac{\mu}{H}}.$$

Дослідженнями коливань струни займався також Йоганн Бернуллі. Якщо Тейлор не обмежує кількості матеріальних точок, що описують рух струни, оскільки заздалегідь встановлює властивості їх коливань, то Й. Бернуллі глибше торкається проблеми заміни суцільної кривої кінцевим числом матеріальних точок. Роботи Й. Бернуллі були опубліковані в «*Commentarii*» Петербурзької академії наук за 1727–1728 роки, які були видані у 1729–1732 роках. Саме ці роботи привернули увагу д’Аламбера, Д. Бернуллі та Л. Ейлера до проблеми коливань струни. Під час її вивчення вони виявили недостатність теорії звичайних диференціальних рівнянь.

Д’Аламбер у 1747 р. для даної задачі застосував метод зведення задачі динаміки до задачі статички (принцип д’Аламбера) і отримав диференціальне рівняння коливань однорідної струни у часткових похідних (8.5) – перше рівняння математичної фізики. Розв’язок цього рівняння він шукав у вигляді суми двох довільних функцій

$$y = F_1(at + x) - F_2(at - x),$$

де F_1 і F_2 – періодичні функції періоду $2l$. Отже, функція часу y має період $2l/a$, що також дає теоретичне обґрунтування законів Мерсенна. При з’ясуванні питання про вид функцій F_1 і F_2 д’Аламбер враховує граничні умови (8.6), припускаючи, що при $t = 0$ струна збігається з віссю x . Значення ж $y'_t(0, x)$ у постановці задачі не вказується.

Д’аламбер опублікував свої результати в 1749 році у третьому томі «*Мемуарів Берлінської академії наук*». У тому ж році було опубліковано і першу роботу Ейлера, присвячену цьому питанню. Ейлер розглядає окремий випадок, коли при $t = 0$ струна відхиlena від положення рівноваги і відпущена без початкової швидкості. Істотним є те, що Ейлер не накладає жодних обмежень на початкову форму струни, тобто не вимагає, щоб вона могла бути задана аналітично, розглядаючи будь-яку криву, яка може бути накреслена від руки. Остаточний результат, отриманий автором: якщо при $t = 0$ форма струни описується рівнянням $y_t(0, x) = f(x)$, то коливання виглядають так:

$$y = \frac{1}{2} f(x + at) + \frac{1}{2} f(x - at).$$

У цій роботі Ейлер переглянув свої погляди на поняття функції, на відміну від колишнього уявлення про неї лише як аналітичний вираз. Тим самим було розширено клас функцій, що підлягають вивченню в аналізі, а Ейлер дійшов висновку про те, що «оскільки будь-яка функція задаватиме деяку лінію, то справедливе і зворотне – криві лінії можна зводити до функцій».

Розв'язки, отримані д'Аламбером і Ейлером, є законом коливань струни у вигляді двох хвиль, що біжать назустріч одна одній. При цьому вони не зішлись у питанні про вид функції, що задає лінію вигину.

Данило Бернуллі ввів поняття простого гармонійного коливання та обґрунтував положення про те, що загальне коливання системи виходить від складання простих гармонійних коливань. Цей важливий принцип отримав назву принципу суперпозиції (накладання) коливань. У вивченні коливань струни Д. Бернуллі пішов іншим шляхом, розбиваючи струну на матеріальні точки, кількість яких вважала нескінченною. Він також висуває умови малості коливань, на підставі чого вважає пружні відновлювальні сили пропорційними відхиленням від положень рівноваги. Потім він запроваджує поняття простого гармонійного коливання системи, тобто такого її руху, коли всі точки системи коливаються синхронно з однаковою частотою, але різними амплітудами. Експерименти, зроблені з тілами, що звучать, навели Д. Бернуллі на думку про те, що найзагальніший рух струни полягає в одночасному скоєнні всіх доступних їй рухів. Це так звана суперпозиція розв'язань (термін запроваджений у XIX столітті). Таким чином, у 1753 році, виходячи з фізичних міркувань, він отримав загальний розв'язок для коливань струни, подавши його у вигляді суми часткових (парціальних) рішень, при кожному з яких струна згинається у вигляді характерної кривої.

$$y = \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} A_j \cos \frac{2j\pi t}{T_1}. \quad (8.8)$$

У цьому ряду перша форма коливань є половиною синусоїди, друга – ціла синусоїда, третя складається з трьох напівсинусоїд та ін. Їхні амплітуди $A_j \cos \frac{2j\pi t}{T_1}$ подаються як функції часу і, сутнісно, є узагальненими координатами



Данило Бернуллі

(1700–1782)

Швейцарський фізик-універсал і математик, один із творців кінетичної теорії газів, гідродинаміки та математичної фізики, син Йоганна Бернуллі. У 1725 році він був запрошений до Санкт-Петербурзької АН, де працював до 1733 року, після чого повернувся на батьківщину і до 1777 року був професором Базельського університету. Там його діяльність була присвячена математиці, астрономії, фізиці

та гідродинаміці. У 1738 р. виник твір «Гідродинаміка». У ньому вчений вивів рівняння стаціонарного перебігу стисливої рідини (рівняння Бернуллі), що лежить в основі динаміки рідин та газів. У тому ж році він заклав основи кінетичної теорії газів. З точки зору молекулярної теорії, стверджуючи, що причиною тиску газу є тепловий рух молекул, він пояснив закон Бойля – Маріотта. Д. Бернуллі також належить одне з перших формулювань закону збереження енергії (до середини XX століття вона називалася живою силою), а також (одночасно з Ейлером) перше формулювання закону збереження моменту кількості руху (1746).

Разом з д'Аламбером, Ейлером і Лагранжем Д. Бернуллі займався найважливішою для розвитку математики та теорії коливань задачею про коливання натягнутої струни – першій задачі, що розв'язуються за допомогою диференціального рівняння у часткових похідних. Таким чином, поряд з д'Аламбером та Ейлером, Д. Бернуллі є засновником математичної фізики. У теорії коливань цей видатний учений запровадив поняття гармонійного коливання і принцип суперпозиції коливань. Д. Бернуллі першим у 1768 році застосував математичний аналіз до задач теорії ймовірностей (до цього використовувалися лише комбінаторний підхід). Він опублікував ряд досліджень з теорії ймовірностей, розглянувши із застосуванням ймовірнісних методів низку практично важливих задач. Вчений також просунув математичну статистику, розглянувши із застосуванням імовірнісних методів низку практично важливих задач. Данило Бернуллі був членом академій: Болонської (1724), Берлінської (1747), Паризької (1748), Лондонського Королівського товариства (1750).

аналізованої системи. Згідно з розв'язком Д. Бернуллі, рух струни є нескінченним рядом гармонійних коливань з періодами

$$T_j = \frac{T_1}{j}.$$

При цьому кількість вузлів (нерухомих точок) на один менше номера власної частоти. Обмежуючи ряд (8.8) кінцевим числом доданків, ми для континуальної системи отримаємо кінцеве число рівнянь.

Однак у рішенні Д. Бернуллі міститься неточність – у ньому не вистачає другого доданку виду $B_j \sin \frac{2j\pi t}{T_1}$, тобто не враховується, що зрушення фази кожної гармоніки коливань своє. Правильніший розв'язок можна записати так

$$y = \sum_{j=1}^{\infty} \sin \frac{j\pi x}{l} A_j \sin \left(\frac{2j\pi t}{T_1} + \varepsilon_j \right). \quad (8.9)$$

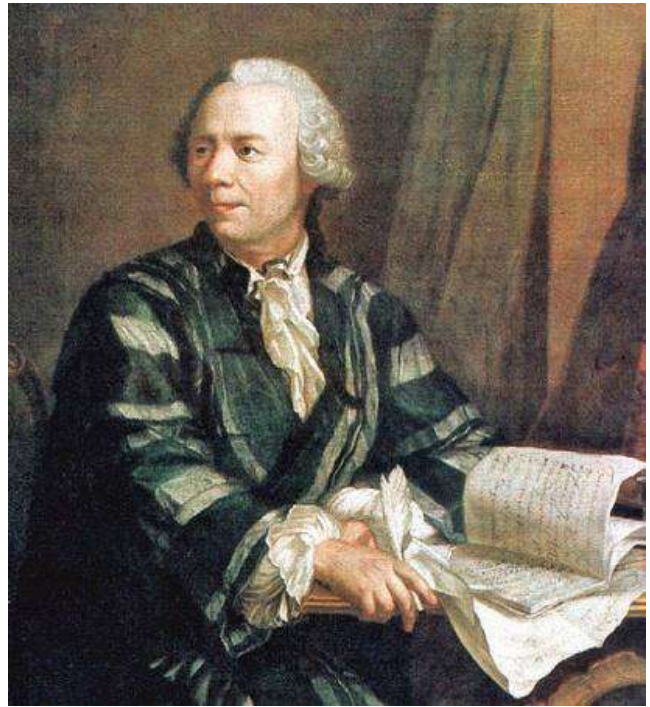
Д. Бернуллі, представивши розв'язок у вигляді тригонометричного ряду, використав принцип суперпозиції та розкладання розв'язку по повній системі функцій. Він справедливо вважав, що з допомогою різних доданків формули (8.8) можна пояснити гармонійні тони, які струна видає одночасно з своїм основним тоном. Він розглядав це як загальний закон, справедливий для будь-якої системи тіл, що робить малі коливання. Проте фізичне мотивування неспроможне замінити математичного доказу, який тоді був представлений. Через це колеги не зрозуміли розв'язку Д. Бернуллі, хоча ще в 1737 році К. А. Клеро використовував розкладання функцій у ряд на інтервалі $[0, \pi]$.

Наявність двох різних способів розв'язання задачі про коливання струни викликала серед провідних вчених XVIII століття бурхливу полеміку – «суперечку про струну». Ця суперечка головним чином стосувалася питань про те, який вид мають допустимі розв'язки задачі, про аналітичне подання функції і чи можна уявити довільну функцію у вигляді тригонометричного ряду. У «суперечці про струну» набуло розвитку одне з найважливіших понять аналізу – поняття функції.

Леонард Ейлер

(1707–1783)

Математик, механік, фізик та астроном, академік Петербурзької АН (1726–1741 рр. та з 1766 р.). У 1727 р. переїхав із рідного Базеля до Санкт-Петербурга, де до 1741 року працював в Академії наук. З 1741 до 1766 року Л. Ейлер знаходився в Берлінській академії під особливим заступництвом Фрідріха II, а в 1766 році, під час правління імператриці Катерини II, повернувся в Петербург, де і працював до своєї кончини в 1783 році. Хоча в 1735 році він втратив одне око, а в 1766-му



майже повністю осліп, це не вплинуло на його продуктивність. Маючи феноменальну працездатність і пам'ять, сліпий учений продовжував диктувати свої праці. Друкарня Петербурзької академії не встигала за ним, і публікувала праці Ейлера протягом 47 років після його смерті. Загалом він написав близько 850 наукових праць, серед яких два десятки об'ємних книг.

Леонарду Ейлеру належить перше місце у розробці диференціального та інтегрального обчислення, як і всього аналізу загалом. У математиці XVIII століття можна назвати століттям Ейлера. Йому належать помітні результати у всіх галузях математики, що існували в його час. Його наукові інтереси належали до всіх областей природознавства, але основним полем його діяльності була математика та механіка. У 1736 році вийшов трактат Ейлера з механіки, в якому він вперше виклав динаміку точки за допомогою математичного аналізу і ввів сили інерції. Він також є одним із основоположників варіаційного обчислення.

Ейлер запропонував численні прийоми інтегрування та розв'язування диференціальних рівнянь. Крім того, він створив кілька нових математичних дисциплін – теорію чисел, диференціальну геометрію поверхонь, теорію комплексних функцій, де ввів позначення і для уявної одиниці та отримав фундаментальну формулу Ейлера. Він також заклав підвалини теорії спеціальних функцій. Йому належать операція порівняння за цілим модулем, повна теорія безперервних дробів, число e , ряд спеціальних функцій та багато іншого. Завдяки Ейлеру в математику увійшла загальна теорія рядів.

Ейлер вперше поєднав окремі розділи математики: аналіз, алгебру, геометрію, тригонометрію, теорію чисел та інші дисципліни в єдину систему. У деяких галузях математики виклад «за Ейлером» зберігся й досі. Вчений заклав фундамент аналітичної механіки.



Жан Лерон д'Аламбер

(1717–1783)

Французький вчений-енциклопедист. Широко відомий як філософ, математик та механік. Талант, що рано проявився, дозволив хлопчику здобути хорошу освіту. У колегії Мазаріні він отримав ступінь магістра вільних наук, потім в Академії юридичних наук отримав звання ліценціату прав. Однак професія адвоката юнакові була не до вподоби, і він почав вивчати математику, а також цікавився медициною.

Вже у віці 22 років д'Аламбер представив Паризькій академії свої твори, а у 23 роки був обраний ад'юнктом Академії. У 1746 році він був обраний у Берлінську академію, а в 1748 р. став членом Лондонського Королівського товариства.

Основні математичні дослідження д'Аламбер належать до теорії диференціальних рівнянь. Зокрема, він дав метод розв'язання диференціального рівняння 2-го порядку у часткових похідних, що описує поперечні коливання струни (хвильового рівняння). Визначний внесок д'Аламбер зробив також у небесну механіку. Він обґрунтував теорію збурення планет і першим суворо пояснив теорію попередження рівнодення та нутації.

У 1743 р. вийшов «Трактат про динаміку», де був сформульований фундаментальний «Принцип д'Аламбера», що зводить задачу динаміки невідомої системи до задачі статички. Тут д'Аламбер вперше сформулював загальні правила складання диференціальних рівнянь руху будь-яких матеріальних систем.

Видатний внесок д'Аламбер зробив також у небесну механіку. Він обґрунтував теорію збудженого руху планет і першим строго пояснив теорію випередження рівнодення і нутації. Однією з основних проблем, яку вирішували найзначніші математики XVIII століття, була теорія руху Місяця. Її розробка мала глибоке теоретичне значення і була важлива для практики. Практичне значення цієї теорії було пов'язано зі створенням методу досить точного визначення географічної довготи місць. В основному теорія руху Місяця була створена в середині століття Л. Ейлером, Алексісом Клодом Клеро (1713–1765) і д'Аламбером. У низці мемуарів 1747–1756 років д'Аламбер незалежно від своїх двох великих сучасників дав теорію руху Місяця з ретельно обчисленими таблицями, які він поступово уточнював і поліпшував. У трактаті, що вийшов у світ в 1749 році, д'Аламбер показав, що не тільки явище прецесії, раніше математично досліджене Ньютоном, а й явище нутації, незадовго до цього виявлене **Брадлєєм**, обумовлені гравітаційним впливом Місяця.

Д'Аламбер та Ейлер були не згодні з тим, що розв'язок (8.8), запропонований Д. Бернуллі, може бути загальним. Зокрема, Ейлер ніяк не міг погодитися з тим, що цей ряд може представляти будь-яку **«ВІЛЬНО накреслену криву»**, як він сам тепер визначав поняття функції. Оцінка нового напрямку в математичній фізиці, пов'язаного із застосуванням тригонометричних рядів дана Ейлером у роботі **«Освітлення коливального руху струни»**, написаної в 1759 році, але опублікованої тільки в 1766 році. Тут постановка Ейлера відрізняється більшою спільністю – він запропонував задати струні довільну нерегулярну форму, та відпустити її, у результаті чого струна здійснюватиме якийсь рух. Виникає питання, чи впорається теорія з цією задачею? Ейлер вважав розв'язок, прийнятий у вигляді тригонометричного ряду частковим, а не загальним.

Жозеф Луї Лагранж, вступивши в полеміку, розбив струну на малі дуги однакової довжини з масою, зосередженою в центрі, і досліджував розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь із кінцевим числом ступенів вільності. Переходячи потім до межі, Лагранж отримав результат, аналогічний результату Д. Бернуллі, не постулюючи, однак, наперед те, що загальний розв'язок має бути нескінченною сумою часткових розв'язків. При цьому він уточнює розв'язок Д. Бернуллі, наводячи його у вигляді (8.9), а також виводить формули визначення коефіцієнтів цього ряду. Хоча розв'язок засновника аналітичної механіки не відповідає всім вимогам математичної суворості, він був помітним кроком уперед, а твір **«Дослідження про природу та поширення звуку»** є однією з найблискупіших його робіт.

Жозеф Луї Лагранж

(1736–1813)

Великий математик і механік народився у Туріні, закінчив Туринський університет й у 17 років почав викладати в Артилерійській школі в Туріні, а у 19 років став її професором. У 1766 році він перебирається в Берлін, де спочатку керує фізико-математичним відділенням Берлінської АН, а пізніше стає її президентом замість Ейлера, який повернувся до Петербургу. Берлінський період був найпліднішим у творчості Лагранжа. Там він підготував свою знамениту **«Аналітичну механіку»**, яка була опублікована у 1788 році вже після того, як автор переїхав до Парижу. У Франції Лагранж веде активну викладацьку роботу, а також розв'язує практичні задачі.



Що ж до розкладання розв'язку на тригонометричний ряд, то Лагранж вважав, що з довільних початкових умов ряд розходиться. Через 40 років, у 1807 році, **Жан Батист Жозеф Фур'є** (1768–1830) знову знайшов розкладання функції в тригонометричний ряд, вже втретє і показав, як можна цим користуватися для розв'язанні поставленої задачі, підтвердивши тим самим правильність розв'язку Д. Бернуллі. Коли Лагранжу повідомили про отримане Фур'є розкладання навіть розривної функції, він цьому відкриттю не повірив і спробував виставити низку заперечень.

Фур'є використав метод, запропонований Ейлером. Дивно, як сам Ейлер не помітив, що у такий спосіб може бути встановлена справедливність розв'язку Д. Бернуллі. Повний аналітичний доказ теореми Фур'є про розкладання однозначної періодичної функції у тригонометричний ряд було наведено в «Інтегральному численні» **Тодгента** і в «Трактаті з натуральної філософії» знаменитих англійських фізиків **У. Томсона (лорд Кельвін)** і **П. Тета** (1867).

Дослідження вільних коливань натягнутої струни тривали два століття, якщо рахувати від робіт Бекмана. Ця задача стала потужним стимулом для розвитку математики. Розглядаючи коливання континуальних систем, Ейлер, д'Аламбер та Д. Бернуллі створили нову дисципліну – математичну фізику. Математизація фізики, тобто викладання її за допомогою нового аналізу – найбільша заслуга Ейлера, завдяки якій було прокладено нові шляхи в науці. Логічним розвитком результатів Ейлера і Фур'є стало відоме визначення функції **Лобачевським** і **Лежєн Діріхле**, засноване на ідеї взаємно однозначної відповідності двох множин. Діріхле також довів можливість розкладання в ряд Фур'є кусково-неперервної та монотонної функцій. Було також отримано одновимірне хвильове рівняння та встановлено рівноправність двох його розв'язань, що математично підтвердило зв'язок між коливаннями та хвилями. Те, що струна, яка коливається, породжує звук, наштовхнуло вчених на думку про ідентичність процесу поширення звуку і процесу коливання струни. Було також виявлено найважливішу роль граничних і початкових умов у подібних задачах. Для розвитку механіки важливим результатом стало застосування принципу д'Аламбера для запису диференціальних рівнянь руху, а для теорії коливань ця задача також відіграла дуже важливу роль, а саме, був застосований принцип суперпозиції та розкладання розв'язку за власними формами коливань, сформульовані основні поняття теорії коливань – власна частота та форма коливань.

Отримані для вільних коливань струни результати послужили основою створення теорії коливань континуальних систем. Подальше ж вивчення коливань неоднорідних струн, мембран, стрижнів вимагало знаходження спеціальних методів на розв'язання найпростіших рівнянь гіперболічного типу другого і четвертого порядків.

8.5. Розвиток методів розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь

Диференціальні рівняння, в яких невідома функція або хоча б одна з похідних невідомої функції входить нелінійно, називаються нелінійними. Слід зазначити, що рівняння, які описують фізичні процеси, найчастіше вважатимуться лінійними лише при першому наближенні. Точніше дослідження у цьому випадку вимагає використання нелінійних рівнянь.

Часто розв'язання нелінійних рівнянь дуже складні та їх важко подати простими формулами, значна частина сучасної теорії присвячена якісному аналізу їхньої поведінки. Він полягає у розробці методів, що дозволяють, не розв'язуючи рівняння, судити про характер розв'язань загалом. Зокрема, зробити висновок про те, що розв'язок обмежений, чи має періодичний характер, чи певним чином залежить від коефіцієнтів рівняння.

Розв'язок диференціальних рівнянь можна знайти у числовому вигляді, але це дуже трудомісткий обчислювальний процес. Звичайно, з появою швидкодіючих комп'ютерів час розв'язання таких задач скоротився в сотні і навіть у тисячі разів, що відкрило нові можливості числового розв'язання багатьох задач, які раніше не піддавалися такому способу.

Вперше нелінійні диференціальні рівняння виникли у задачах механіки, а саме у небесній механіці, а згодом й у розділі динаміка. Значна частина динамічних процесів описується нелінійними диференціальними рівняннями з малим параметром виду

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon f(q, \dot{q}) = 0, \quad (8.10)$$

де ε – мала величина. Рівняння (8.10) обов'язково будується таким чином, що за $\varepsilon = 0$ воно є лінійним. У механіці такі моделі описують коливання маятника, підресореного екіпажу, а також систем, що деформуються, в яких зв'язок між переміщеннями і деформаціями є нелінійним. Наприклад, коливання силових передач із зубчастим зачепленням, лопаток турбін, лопастей вертольотів, елементів робототехнічних систем тощо. Нелінійними рівняннями описуються також коливання пластин та

оболонки, що є частинами ракетної та космічної техніки. Крім того, тільки нелінійні моделі описують такі явища як параметричні або автоколивання.

Вчення про нелінійні коливання зародилося у XVIII столітті та стимулювалося, головним чином, потребами астрономії, наприклад, знаменита задача трьох тіл. Одним з найбільш поширених методів дослідження нелінійних задач, яким з успіхом користувалися астрономи, був спосіб розкладання шуканих функцій, що задовольняють диференціальним рівнянням, за ступенями малого параметра ε , що входить у дані диференціальні рівняння. Значно пізніше виникли потреби у розв'язанні нелінійних задач у фізиці, а потім і у механіці. Задачі останньої зажадали складнішого математичного апарату, і з його розвитком з'явився новий напрямок механіки, який отримав назву «нелінійної механіки».

Ступеневі ряди для інтегрування диференціальних рівнянь почали застосовувати одночасно з розробкою основ диференціального та інтегрального обчислення. Вже у ряді статей і мемуарів Ньютона, Лейбніца, Якова та Йоганна Бернуллі дано систематичний виклад методу невизначених коефіцієнтів на розв'язання диференціальних рівнянь. Подальший крок у цьому напрямі було зроблено Ейлером, який запропонував шукати розв'язання диференціального рівняння $y' = f(x, y)$ за початкової умови $y(0) = 0$ у вигляді ступеневого ряду

$$y(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots, \text{ где } a_n = \frac{y^n(0)}{n!}; a_1 = y'(0) = f(x, y)|_{\substack{x=0 \\ y=0}};$$

$$y'' = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y'; y''' = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y' + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y'^2 + \frac{\partial f}{\partial y} y''; \dots$$

У XIX столітті з'явився математичний апарат розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь, що містять малий параметр. Він застосовувався астрономами на розв'язання задач збуреного руху планет Сонячної системи. Наприклад розглянемо рівняння

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon f(q) = 0, \quad (8.11)$$

де $f(q)$ – поліном. Початкові умови приймаються у вигляді

$$q(0) = a; \dot{q}(0) = 0. \quad (8.12)$$

При цьому початкові умови з ненульовою узагальненою швидкістю можуть бути вибором початку відліку часу, що наведений до виду (8.12).

Одним із перших метод розкладання розв'язку рівняння (8.11) у ряд за ступенями малого параметра ε запропонував **Пуассон** у своїй «**Механіці**». Розв'язок приймається у вигляді

$$q = y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \dots + \varepsilon^n y_n, \quad (8.13)$$

де $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$ – невідомі функції. Підставляючи (8.13) до рівняння (8.11), одержують систему рівнянь:

$$\ddot{y}_0 + k^2 y_0 = 0; \quad \ddot{y}_1 + k^2 y_1 = f_1(y_0); \quad \ddot{y}_2 + k^2 y_2 = f_2(y_0, y_1); \quad (8.14)$$

з початковими умовами

$$y_0(0) = a; \quad \dot{y}_0(0) = 0; \quad y_1(0) = 0; \quad \dot{y}_1(0) = 0; \quad y_2(0) = 0; \quad \dot{y}_2(0) = 0; \dots$$

Для парної функції $f(q)$ розв'язок виходить періодичним, але якщо $f(q)$ включатиме і непарні ступені змінної q , у правій частині рівняння системи (8.14), яким визначаються розв'язки $y_2, y_3, \dots$ поряд з членами, що гармонійно залежать від часу, з'являться секулярні (вікові) члени виду $t^m \sin \alpha t$; і $t^m \cos \alpha t$, які при зростанні t теж зростатимуть. Таким чином, користуватися знайденим розв'язком можна лише для малих значень змінної t . Нижче наводиться розв'язок рівняння^{8*}

$$\ddot{q} + q = \varepsilon q^3, \quad (8.15)$$

за початкових умов

$$q(0) = 1; \quad \dot{q}(0) = 0, \quad (8.16)$$

отримане з точністю до другого наближення

$$q = \cos t + \frac{\varepsilon}{32} (12t \sin t + \cos t - \cos 3t). \quad (8.17)$$

У зв'язку зі сказаним вище з'явилося багато робіт, переважно французьких математиків, у яких розглядаються різні способи знищення у розв'язку секулярних членів. Серед них найбільш відомі роботи Лапласа і

^{8*} У математиці це рівняння має назву рівняння Дуффінга

Лагранжа. Однак їх методи вимагають інтегрування деяких систем диференціальних рівнянь і призводять до складних викладок.

Можна побудувати процес таким чином, щоб при розв'язанні рівняння вибором довільних чи невизначених величин не знищувати, а запобігати появі секулярних членів. Такий спосіб у роботі «**Нотатка про метод послідовних (безперервних) апроксимацій**», опублікованої в III томі 6-ї серії Мемуарів Петербурзької академії наук в 1840 р., пропонує **Михайло Васильович Остроградський** (1801–1862), який одним з перших застосовував асимптотичні методи в механіці. Як приклад він розглядає рівняння (8.15) за початкових умов (8.16) і показує, що звичайний спосіб дає розв'язок з точністю до величин першого порядку відносно ε вираз (8.17). При цьому великий вчений зауважує: «... проте цей вираз стане неточним унаслідок множника t , що знаходиться поза знаком синуса».

У результаті він приходить до того, що потрібно змінити частоту коливань, взявши замість одиниці p , тоді у рішенні час t міститься вже лише під знаком косинуса:

$$q = \cos pt + \frac{\varepsilon}{32p^2}(\cos pt - \cos 3pt), \quad p^2 = 1 - \frac{3}{4}\varepsilon.$$

Значно пізніше, наприкінці XIX століття кораблебудівники зустрілися з рівнянням (8.15), розглянутим Остроградським, під час досліджень качання корабля.

Релей у своїй «**Теорії звуку**» розглядає аналогічне, але більш загальне рівняння

$$\ddot{q} + k^2 q + \varepsilon q^3 = 0, \quad (8.18)$$

за початкових умов $q(0) = a$; $\dot{q}(0) = 0$. Рівняння (8.18) відповідає умові, що сила, яка відновлює - симетрична щодо положення рівноваги. Пізніше це рівняння стало найпростішою моделлю для опису флатеру пружних систем.

Отриманий Релеєм у другому наближенні розв'язок

$$q = a \cos mt + \frac{1}{32} \frac{\varepsilon a^3}{m^2} (\cos 3mt - \cos kt),$$

де m вибирається відповідним чином, правильно математично, але неправильно фізично, оскільки величини m і k між собою, як правило, не можна порівняти і функція $q(t)$ не буде періодичною. Тому замість члена $\cos kt$ має стояти $\cos mt$.

Остроградський, обмежившись у статті отриманням першого наближення, наприкінці неї висловив намір докласти цей метод до руху планет навколо Сонця. Саме у роботах з визначення орбіт небесних тіл ідея основоположника російської школи математики отримала розвиток. Однією з перших таких праць стало дослідження з теорії збурень шведського вченого **Андерса Лінстедта** (1854–1939), який працював у 1879–1886 роках у Дерптському університеті. У 1882 році він запропонував спосіб розв'язання рівняння (8.15), опублікований у статті «Про інтегрування диференціальних рівнянь теорії збурень» у **Мемуарах Петербурзької Академії Наук**, т. XXXI, № 4 за 1883 рік. Його підхід складається з того, що з пошуку періодичного розв'язку рівняння (8.15) вводиться нова змінна $\tau = \omega(\varepsilon)t$, а потім q і p розшукуються як розкладання за ступенями малого параметра.

$$q = q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \dots; \quad p = p_0 + \varepsilon p_1 + \varepsilon^2 p_2 + \dots \quad (8.19)$$

Перший член при розкладанні $p - p_0$ відповідає значенню $\varepsilon = 0$, тобто є частотою лінійних коливань, а наступні $- p_1, p_2, \dots$ підбираються з умови відсутності секулярних членів. Підставляючи розкладання (8.19) до рівняння (8.7), після нескладних перетворень можна отримати наближений розв'язок. Наприклад, з точністю до членів порядку ε^2 він має вигляд

$$q = a \cos(pt + \varphi) + \frac{\varepsilon a^3}{32} \cos 3(pt + \varphi); \quad p = 1 + \frac{3\varepsilon a^2}{8}.$$

Слід зазначити, що за $\varepsilon > 0$ частота коливань зростає, а при $\varepsilon < 0$ – зменшується, а спектр розкладання $q(t)$ міститиме лише непарні гармоніки. На рис. 8.1 наводиться порівняння розв'язок рівняння Дуффінга виду

$$\ddot{q} + q + \varepsilon q^3 = 0,$$

за початкових умов

$$q(0) = a = 0,5; \quad \dot{q}(0) = 0,$$

отримане з точністю до другого наближення методом прямого розкладання по малому параметру

$$q \approx \cos(t + \varphi) + \varepsilon \left[-\frac{3a^2 t}{8} \sin(t + \varphi) + \frac{a^3}{32} \cos 3(t + \varphi) \right]$$

та методом Лінстедта – Пуанкаре.

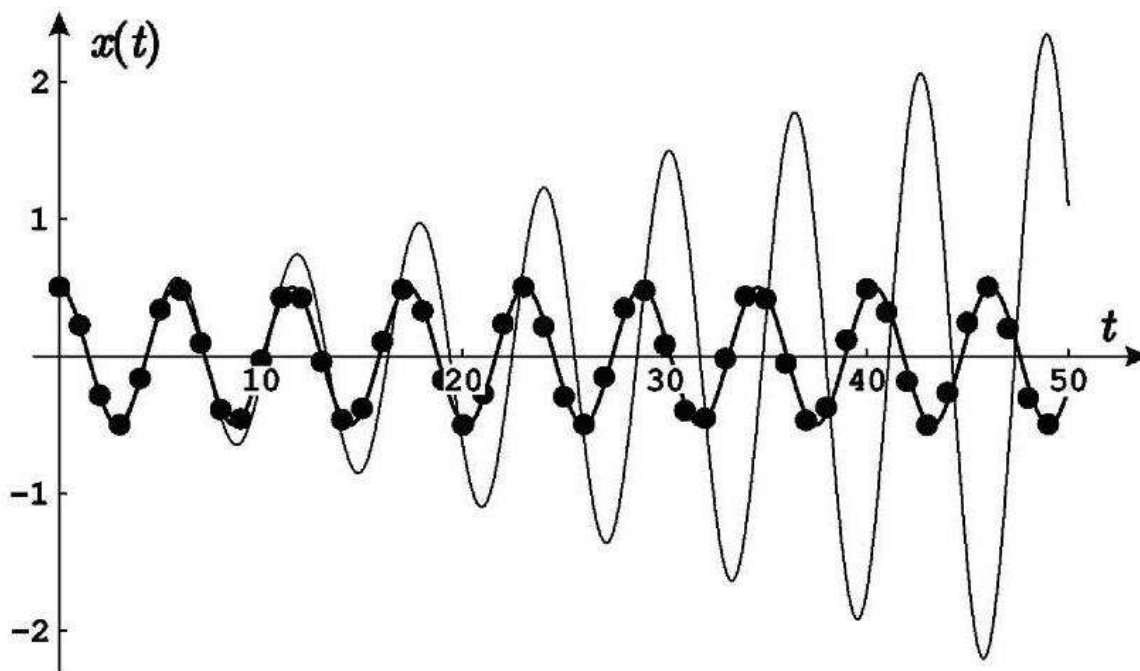


Рис. 8.1. Розв'язок рівняння Дуффінга:
 суцільна жирна лінія – точний розв'язок,
 тонка лінія – метод прямого розкладання за малим параметром
 і чорні точки – метод Лінстедта – Пуанкаре

Вагомий внесок у боротьбі з секулярними членами у розкладі розв'язку зробили шведські астрономи **Карл Болін** (1889) та **Йоганн Аугуст Гуго Гюльден** (1893), які вдосконалили методику Лінстедта. Динамічні системи, що розглядаються в астрономічній теорії збурень, консервативні, а в техніці, як правило, потрібно враховувати згасання та наявність джерел енергії. У зв'язку з цим методи астрономічної теорії збурень не можуть бути безпосередньо перенесені до нелінійної механіки.

Незважаючи на те що різні проблеми в галузі теорії нелінійних коливань були предметом дослідження майже з самого початку обчислення нескінченно малих, суворі математичні методи для дослідження періодичних розв'язань нелінійних рівнянь були вперше побудовані тільки наприкінці XIX століття в безсмертних працях **Анрі Пуанкаре** (1854–1912) і **Олександра Михайловича Ляпунова** (1857–1918). У тритомному творі Пуанкаре «**Нові методи небесної механіки**», виданому в 1892–1897 роках, міститься дослідження збіжності наведених рядів. Він аналізує поняття збіжності та дає визначення асимптотичного ряду. Пуанкаре пропонує вважати схожим ряд, у якого швидко зменшуються перші члени, що

особливо важливо під час розв'язання практичних задач. Ось як писав про вклад А. Пуанкаре в розвиток асимптотичного аналізу академік Н. Н. Мойсєєв: «Ідеї асимптотичного аналізу з'явилися дуже давно. Але перетворенню їх у самостійний напрямок математики, створення культури «асимптотичного мислення» ми зобов'язані А. Пуанкаре. Його роль ще недостатньо оцінена. Створення асимптотичного аналізу, створення основ топології та якісної теорії диференціальних рівнянь, відкриття того, що математика – це, перш за все, наука про якісне, і що число це всього лише один із способів вираження якості, одна з якісних характеристик, і, нарешті, відкриття спеціальної теорії відносності. Ніхто після Ньютона не дав людству так багато ідей і багато нових фактів».

Метод, заснований на розкладанні в ряд за ступенями малого параметра, призводить, як правило, до рядів, що розходяться, але одержувані при цьому формули при обмеженій кількості членів цілком придатні для практичних обчислень. Ці ряди асимптотичні тому, що похибка m -го наближення пропорційна $(m+1)$ -й ступені малого параметра ε . Тому якщо m фіксовано, то похибка буде як завгодно мала за досить малих значень ε . Хоча при $m \rightarrow \infty$, збіжності розв'язання і не виходить, але для практичних розрахунків це все одно неможливо, оскільки при їх проведенні складність визначення коефіцієнтів при наступних ступенях так швидко зростає, що можуть бути використані наближення тільки дуже невисокого порядку. Такі ряди досі ефективно застосовуються у теорії нелінійних коливань.

Аналогічний підхід до розв'язання рівняння (8.10) застосував А. М. Ляпунов у своїй докторській дисертації «**Загальна задача про стійкість руху**», написаній у Харкові в 1892 році. У згаданій роботі міститься дослідження збіжності наведених рядів. Залишивши в 1902 році педагогічну діяльність, Ляпунов зайнявся застосуванням асимптотичних методів до задач про фігури рівноваги рідини, що обертається, і отримав у цій галузі видатні результати.

Таким чином, А. Пуанкаре та А. М. Ляпунов зробили великий внесок у розвиток методу малого параметра. Теорія періодичних розв'язань Ляпунова розроблена ним для систем, названих системами Ляпунова, надалі була розвинена його послідовниками. Олександр Михайлович, поряд з А. Пуанкаре, вважається творцем методу малого параметра та методу інтегральних різноманітностей. Н. Н. Мойсєєв зазначав, що значення теорії малого параметра Ляпунова – Пуанкаре полягає у тому, що вона дає спосіб

відшукування періодичних розв'язань квазілінійних рівнянь. Ця теорія також дає дуже багато розуміння того, як мають будуватися методи дослідження нових задач.

На початку XX століття основоположник теорії квазіперіодичних функцій латвійський математик **Пірс Георгійович Боль** (1865–1921) поширив результати Пуанкаре – Ляпунова на більш загальний клас квазіперіодичних рішень, які мають особливе значення для практичних додатків. Він розглядав диференціальні рівняння, відповідні неавтоперіодичним коливальним системам, тобто системам, нездатним генерувати власні незатухаючі коливання, що під дією досить малого квазіперіодичного обурення.

Точку в проблемі розв'язання рівняння (8.10) поставив академік **Олексій Миколайович Крилов**, який запропонував розкласти в ряд не частоту, а її квадрат

$$k^2 = p^2 + C_1\varepsilon + C_2\varepsilon^2 + \dots + C_n\varepsilon^n,$$

де p^2 – невідома постійна, а коефіцієнти $C_1, C_2, \dots, C_n$ – підбираються таким чином, щоб у виразах $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$, що одержуються, час t не виходив за знак синуса або косинуса. Крилов показав, що його метод може бути застосований і для інших видів рівнянь, що описують і вимушені коливання та коливання з нелінійним демпфіруванням. Але на відміну від методів Лагранжа і Лапласа, він не вимагає розв'язання складної системи диференціальних рівнянь для знищення секулярних членів, а розв'язувати треба лише одне рівняння алгебри з однією невідомою. Наприклад, розв'язання рівняння (8.10) з точністю до членів третього порядку щодо ε матиме вигляд

$$q = a \cos pt + \frac{1}{32} \varepsilon \frac{a^3}{p^2} (\cos 3pt - \cos pt) + \frac{1}{1024} \varepsilon^2 \frac{a^5}{p^4} (\cos 5pt - \cos pt) + \frac{1}{32768} \varepsilon^3 \frac{a^7}{p^6} (\cos 7pt - 6 \cos 3pt + 5 \cos pt),$$

де

$$p^2 = k^2 + \frac{3}{4} \alpha a^2 - \frac{3}{128} \alpha^2 \frac{a^4}{k^2} + \frac{63}{4096} \alpha^3 \frac{a^6}{k^4}.$$

Олексій Миколайович Крилов

(1863–1945)

Російський та радянський математик, механік та кораблебудівник, академік Петербурзької АН (1916) та АН СРСР, професор Морської академії, генерал флоту. Засновник російської школи кораблебудування. У 1884 році з відзнакою закінчив Морське училище, а в 1890 р. кораблебудівне відділення Морської академії, після чого залишився там викладати. За словами самого А. Н. Крилова, з 1887 року його «головною спеціальністю стало кораблебудування, або, краще сказати, додаток математики до різноманітних питань морської справи». При цьому діапазон його наукових інтересів надзвичайно широкий. У своїх працях Олексій Миколайович досліджував питання теорії магнітних та гіроскопічних компасів, артилерійську справу, математику, астрономію та геодезію. А. Н. Крилов є автором теорії непотоплюваності корабля. У 1890-х роках світову популярність набула його «Теорія хитавиці корабля». За цю роботу російський учений був у 1896 році обраний членом Англійського товариства корабельних інженерів, а в 1898 році нагороджений золотою медаллю товариства. То справді був перший випадок, коли медалі суспільства удостоювався іноземець. Продовжуючи ці роботи, створив теорію заспокоєння хитавиці корабля і перший запропонував гіроскопічний заспокоювач бортової хитавиці. Брав участь у проектуванні та будівництві перших російських лінкорів-дредноутів типу «Севастополь».



Київський учений – академік **Микола Митрофанович Крилов** (1879–1955) у 1920-ті роки застосовував до рівняння, що розглядається, та інших, більш загальних класів нелінійних неоднорідних рівнянь другого порядку, що містять малий параметр, підхід, запропонований Ляпуновим. Методи, розроблені ним на розв’язання нелінійних диференціальних рівнянь, стали основою до створення основ теорії нелінійних коливань. На сьогодні метод малого параметра широко застосовується до дослідження нелінійних задач механіки, фізики та техніки.

Потужний поштовх до вивчення нелінійних процесів дало розвиток електротехніки, акустики та, особливо, радіотехніки. На початку XX століття у цих дисциплінах виділився ряд задач, котрим апарат теорії лінійних коливань виявився недостатнім, або навіть зовсім неприємним внаслідок специфічних явищ, властивих нелінійним коливанням. У зв'язку з виникненням швидкохідних силових та виконавчих агрегатів механіка також висунула перед теорією коливань низку нових задач. Важливе місце в теорії нелінійних коливань зайняли рівняння з малим параметром виду (8.10), а основними методами для їх розв'язання стали асимптотичні методи, що ґрунтуються на розкладанні розв'язку в ряд за ступенями малого параметра. Ці методи стали потужним апаратом для розв'язання задач механіки, фізики та техніки.

Питання для самоконтролю

1. Які вчені зробили внесок у створення аналітичної геометрії?
2. Хто з античних учених заклав основи для створення диференціального та інтегрального обчислення?
3. Що стало сприятливими умовами для створення диференціального та інтегрального обчислення?
4. У чому полягають відмінності числення нескінченно малих чисел Ньютона і Лейбніца?
5. Хто підготував видання першого підручника з математичного аналізу?
6. Хто є основоположниками якісної теорії диференціальних рівнянь?
7. У чому полягає значення розв'язання задачі про вільні коливання натягнутої струни?

ГЛАВА 9

РОЗВИТОК ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Наприкінці XVIII століття відбувається поділ математики на «чисту» і прикладну. Відповідно, і в університетах з'явилися кафедри чистої і прикладної математики. При цьому чиста математика займається дослідженням математичних проблем самих по собі, а прикладна – розв'язанням конкретних задач природознавства і техніки, тобто вона є галуззю математики, що розглядає застосування математичних знань в інших сферах діяльності. Прикладами такого застосування будуть: числові методи, математична фізика, теорія коливань, математична теорія пружності та багато іншого.

9.1. Створення аналітичної механіки

Хоча «Начала» Ньютона й означали створення нової механіки, фізичні основи, прийняті ним, були для багатьох сучасників сумнівні або навіть неприйнятні, а використовуваний математичний апарат застарілим. Що стосується трьох законів, то перший – закон інерції – був даний у формулюванні Декарта, а сам Ньютон називав його законом Галілея. Другий закон не ставили Ньютону в особливу заслугу, вважаючи, що він природно випливав з накопичених раніше результатів. Те, що цей закон дає диференціальне рівняння руху точки, оцінили пізніше. Третій закон, що дає можливість розв'язання задачі для невіЛЬНОЇ матеріальної точки, також оцінили пізніше. У зв'язку з цим протягом багатьох десятиліть розвиток механіки йшов не під впливом «Начал», а спирався на праці інших вчених, перш за все, Декарта і Гюйгенса. Оцінити все значення праці Ньютона змогли тільки в XIX столітті.

У континентальній Європі у XVIII столітті апаратом дослідника в механіці стає математичний аналіз. Завдяки цьому з'явилася аналітична механіка, в створенні якої найбільші заслуги належать д'Аламберу, Ейлеру і

Лагранжу. Цьому передували праці багатьох видатних вчених, які формулювали загальні закони динаміки, зокрема запропонований Р. Декартом і Х. Гюйгенсом закон збереження кількості руху.

Другим був закон збереження живих сил (так до середини ХХ століття називалася кінетична енергія). Якщо Галілей і Гюйгенс використовували окремий випадок цього закону, то Лейбніц сформулював його вже в загальному вигляді і протиставив закону збереження кількості руху. Він поклав закон збереження живих сил в основу механіки і застосовував його для розв'язання деяких задач. Широко застосовували його також Йоганн і Данило Бернуллі. Для загального випадку системи матеріальних точок цей закон був отриманий Лагранжем.

Закон збереження моменту кількості руху вперше з'являється у Кеплера у формі закону площин (другий закон Кеплера). У 1747 році французький вчений **Патрик д'Арсі** (1725–1779) сформулював його для системи тіл.

При цьому вказані закони збереження математично не виводились, а висувалися як аксіоми, тобто як загальні закони природи. Але в подальшому вони стали наслідком загальних теорем динаміки. Так протягом багатьох років як основні висувалися різні принципи (аксіоми), вирішувалися часткові задачі, однак загальних методів розв'язання задач не існувало. Першим запропонував універсальний спосіб складання диференціальних рівнянь руху Ж. д'Аламбер. У 1743 році була опублікована його основна праця з механіки – знаменитий **«Трактат про динаміку»**. У першій частині трактату д'Аламбер формулює основні принципи механіки, якими він вважає **принцип інерції, принцип додавання рухів і принцип рівноваги**.

Принцип інерції сформульований окремо для випадку спокою і для випадку рівномірного прямолінійного руху. Принцип додавання рухів являє собою закон додавання швидкостей за правилом паралелограма. «Принцип рівноваги» сформульований у вигляді такої теореми: «Якщо два тіла, що володіють швидкостями, обернено пропорційними їх масам, мають протилежні напрямки, так що одне тіло не може рухатися, не зрушуючи з місця інше тіло, то між цими тілами матиме місце рівновага».

У другій частині трактату д'Аламбер запропонував загальний метод складання диференціальних рівнянь руху будь-яких матеріальних систем, заснований на зведенні задачі динаміки до статички. Тут для будь-якої системи матеріальних точок формулюється правило, назване згодом принципом д'Аламбера. Згідно з цим правилом, прикладені до точок

системи сили можна розкласти на «діючі», тобто ті, що викликають прискорення системи, і «втрачені», необхідні для рівноваги системи.

Високо оцінив значення праці д'Аламбера **Жозеф Луї Лагранж**. Він писав: «Твір д'Аламбера «Трактат по динаміці», що з'явився в 1743 році, поклав край усім подібного роду викликам вчених; у ньому запропонований прямий і загальний метод, за допомогою якого можна вирішити, чи, в усякому разі, висловити у вигляді рівнянь, всі проблеми механіки, які тільки можна собі уявити. Цей метод зводить всі закони руху тіл до законів їх рівноваги і таким чином зводить динаміку до статички».

У побудові аналітичного апарату, заснованого на принципі прискорюючих сил, головна заслуга належить **Леонарду Ейлеру**. У 1736 році було видано його двотомний твір «Механіка» – перша велика робота, в якій до вчення про рух був застосований математичний аналіз. У цій праці розроблено аналітичний апарат динаміки матеріальної точки і введені сили інерції. Ейлер використовує запропонований Маклореном метод розкладання рухів і сил за трьома взаємно перпендикулярними (декартовими) координатними осями. У результаті задача про рух матеріальної точки зводиться до розв'язання трьох диференціальних рівнянь.

У роботі «**Scientia Navalis**» («**Корабельна наука**»), яка була видана в 1743 році, Л. Ейлер розглядає задачу коливань і стійкості корабля і тим самим закладає основи теорії коливань і статичної стійкості. Через 20 років дослідження Ейлера привели до конкретних рекомендацій для кораблебудівників. Ейлер є основоположником механіки твердого тіла. У творі «**Теорія руху твердих тіл**» він послідовно розглядає поступальний і обертальний рух, а потім і загальний випадок руху твердого тіла. У результаті вчений вперше виводить рівняння руху вільного твердого тіла, використовуючи для цього оригінальні способи опису положення твердого тіла (кути Ейлера). Ейлер також ввів в механіку основні поняття динаміки твердого тіла, в тому числі моменти інерції і вільні осі обертання.

Новий універсальний апарат для розв'язання задач механіки створив **Жозеф Луї Лагранж**. Він підійшов до механіки як до математичної дисципліни і поставив собі за мету написати книгу з механіки, в якій не буде жодного малюнка. Такою книгою стала «**Аналітична механіка**» («**Mécanique analytique**»), видана в Парижі в 1788 році. Про неї автор пише: «У цій роботі абсолютно відсутні будь-які креслення. Викладені мною методи не вимагають ні побудов, ні геометричних або механічних

міркувань, вони вимагають тільки алгебраїчних операцій, підпорядкованих планомірному і однаковому ходу. Усі, хто люблять аналіз, із задоволенням переконуються в тому, що механіка стає новою галуззю аналізу, і будуть мені вдячні за те, що цим шляхом я розширив область його застосування».

В «Аналітичній механіці» Лагранж підвів підсумок усьому, що було зроблено в механіці в XVIII столітті, і сформулював новий підхід до вирішення її проблем. У вченні про рівновагу він відмовився від геометричних методів статички і запропонував принцип можливих переміщень (принцип Лагранжа). У динаміці Лагранж, застосувавши одночасно принцип д'Аламбера і принцип можливих переміщень, отримав загальне варіаційне рівняння динаміки, яке також носить назву принципу д'Аламбера – Лагранжа. Нарешті, він ввів в ужиток поняття узагальнених координат^{9*} і отримав рівняння руху в найбільш зручній формі – рівняння Лагранжа II роду.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, s). \quad (9.1)$$

Тривалий час апарат аналітичної механіки обмежено застосовувався для розв'язання задач. Перешкодою служили громіздкі викладки, необхідні для отримання рівнянь руху при дослідженні досить складної механічної системи. І тільки впровадження систем комп'ютерної алгебри, здатних як вихідні дані сприймати аналітичні вирази і щоб між ними чинити не тільки алгебраїчні дії, але і диференціювання, дозволили для дискретних механічних систем будь-якої складності будувати рівняння руху, використовуючи апарат аналітичної механіки.

9.2. Розвиток теорії механічних коливань

У XVIII столітті на основі механіки Ньютона зароджується нова наука – теорія механічних коливань. Саме з її допомогою було розв'язано багато конкретних задач. Л. Ейлер у роботі «Корабельна наука» заклав основи теорії статичної стійкості і теорії малих коливань. Д'Аламбер в своїх численних працях розглянув окремі задачі, такі як коливання маятника, плаваючого тіла, пружини і т. д. Шарль Кулон використав крутильні коливання дроту для визначення жорсткості своїх знаменитих крутильних ваг.

^{9*} Терміни узагальнені координати, узагальнені швидкості і узагальнені сили були введені У. Томсоном і П. Г. Тетом у «Трактаті з натуральної філософії»

Серед задач першого періоду особливе місце займає задача про поперечні коливання натягнутої струни. Ця задача була розв'язана завдяки участі самих видатних математиків XVIII століття д'Аламбера, Ейлера, Д. Бернуллі і Лагранжа. При цьому сформувалися поняття періоду і частоти коливань, форми коливань, почали вживати термін малі коливання, сформульований принцип суперпозиції рішень, зроблені спроби розкладання розв'язку в тригонометричний ряд.

Таким чином, протягом XVIII століття в теорії коливань були вироблені основні фізичні схеми і роз'яснені принципи, які є важливими для математичного аналізу проблем. Однак, незважаючи на певні успіхи у розв'язанні окремих задач, вчені не створили єдиної теорії коливань. Цей найважливіший крок у розвитку механіки вдалося зробити Лагранжу.

Саме з роботами Лагранжа пов'язаний початок другого періоду розвитку теорії коливань. Якщо до нього всі вчені, включаючи великих Ейлера і д'Аламбера, розв'язували тільки окремі задачі теорії коливань, складаючи для кожної задачі нові рівняння, то творець аналітичної механіки, розвиваючи і поглиблюючи роботи своїх попередників в області теорії коливань і стійкості, заклав основи загальної аналітичної теорії малих коливань. Рівняння Лагранжа II роду стали основою для створення теорії малих коливань, що описуються лінійними диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами. Надалі вона отримала назву теорії лінійних коливань. Лінійність зрідка властива механічній системі, а в більшості випадків є результатом її спрощення. Простота теорії лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, що описують коливання, зумовила їх широке поширення в техніці.

Розглядаючи малі коливання поблизу положення рівноваги, що здійснюються з малими швидкостями, можна у рівняннях руху відкинути члени другого та вищих порядків щодо узагальнених координат та швидкостей. Тоді для системи з s ступенями вільності кінетична та потенційна енергії записуються як квадратичні форми узагальнених координат – q_i та узагальнених швидкостей – $\dot{q}_i$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad \Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s c_{ij} q_i q_j, \quad (9.2)$$

де $a_{ij} = a_{ji}$ – інерційні, а $c_{ij} = c_{ji}$ – пружні чи квазіпружні коефіцієнти системи.

Застосовуючи рівняння Лагранжа II роду (9.1) для консервативних

систем, ми отримуємо систему s лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами.

$$\sum_{j=1}^s a_{ij} \ddot{q}_j = - \sum_{j=1}^s c_{ij} q_j, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \quad (9.3)$$

Частковий розв'язок (9.3) знаходиться у вигляді

$$q_j = A_j \sin(kt + \alpha), \quad (j = 1, 2, \dots, s) \quad (9.4)$$

і описує моногармонічний коливальний режим із частотою k , однаковою для усіх узагальнених координат, причому частоту k і амплітуди A_j треба знайти. Диференціюючи (9.4) двічі по t і підставляючи результат у рівняння (9.3), отримуємо систему лінійних однорідних рівнянь для знаходження амплітуд

$$\sum_{j=1}^s (c_{ij} - k^2 a_{ij}) A_j = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, s)$$

або в матричній формі

$$(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2)\mathbf{A} = 0, \quad (9.5)$$

де $\mathbf{I}$ і $\mathbf{C}$ – матриці відповідно інерції та жорсткості, компонентами яких будуть інерційні та пружні коефіцієнти. Оскільки при коливаннях системи всі амплітуди не можуть дорівнювати нулю, нулю дорівнює визначник

$$\det(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2) = 0. \quad (9.6)$$

Рівняння (9.6) отримало назву вікового рівняння, оскільки вперше його розглянули Лагранж і Лаплас в теорії вікових збурень елементів планетних орбіт (воно також називається рівнянням частот). Воно є рівнянням s -го ступеня щодо k^2 , кількість його коренів дорівнює числу ступенів вільності системи. Ці корені прийнято розташовувати в порядку зростання $k_1 < k_2 < \dots < k_s$, при цьому вони утворюють спектр власних частот. Кожному кореню k_i відповідає частковий розв'язок виду (9.4), сукупність s амплітуд $A_{1j}, A_{2j}, \dots, A_{sj}$ являє собою j -ту форму коливань, а загальний розв'язок – суму цих розв'язків.

Поняття простого гармонійного коливання (9.4) ввів *Данило Бернуллі* і він також обґрунтував положення про те, що загальне коливання системи виходить від складання простих гармонійних коливань. Цей важливий принцип отримав назву принципу суперпозиції (накладання) коливань.

Саме Лагранж у своїй геніальній праці «Аналітична механіка» отримав рівняння частот у загальному вигляді, він також надав твердженню Д. Бернуллі у тому, що загальний коливальний рух системи дискретних точок полягає у одночасному скоєнні її гармонійних коливань, вид математичної теореми, скориставшись теорією інтегрування диференціальних рівнянь із постійними коефіцієнтами, створеної Ейлером у 1740-ті роки та досягненнями д'Аламбера, який показав, як інтегруються системи таких рівнянь. При цьому треба було довести, що коріння вікового рівняння є речовинними, додатними і не рівними між собою.

Разом з тим великий вчений повторює помилку, допущену д'Аламбером у 1761 році, про те, що кратні коріння вікового рівняння відповідають нестійкому рішенню, оскільки нібито при цьому в рішенні з'являються вікові або секулярні члени, що містять t не під знаком синуса або косинуса. У зв'язку з цим і д'Аламбер, і Лагранж вважали, що рівняння частот не може мати кратних коренів. Це твердження отримало назву парадокс д'Аламбера – Лагранжа. Досить було Лагранжу розглянути хоча б сферичний маятник або коливання стрижня, перетин якого є круглим або квадратним, щоб переконатися, що кратні частоти в консервативних механічних системах можливі. Однак Лагранж завжди нехтував прикладами, в той час як Ньютон стверджував, що приклади не менш повчальні, ніж теоретичні викладки. Леонард Ейлер завжди починав свої роботи з прикладів і лише потім переходив до теорії.

Помилка, допущена в першому виданні «Аналітичної механіки» повторилася і в другому виданні (1812), і в третьому (1853), виданим під редакцією знаменитого математика **Жозефа Бертрана** після смерті Лагранжа. Науковий авторитет д'Аламбера і Лагранжа був такий високий, що цю помилку повторили і Лаплас, і Пуассон, а виправили її тільки лише через майже 100 років незалежно один від одного **К. Вейерштрасс** (1858) і **О. І. Сомов** (1859).

Теорія малих, лінійних коливань дискретних систем отримала подальший розвиток у працях **Осипа Івановича Сомова** (1815–1876), який показав, що коріння вікового рівняння дійсні і додатні. Ним також уперше розібрана аналітична теорія загального випадку вільних коливань, де координати не є нормальними. Таким чином, для визначення частот і форм вільних коливань лінійної системи без опору потрібно розв'язати ступеневе вікове рівняння (9.6). Оскільки аналітичного розв'язання рівняння алгебри вище четвертого ступеня не мають, багато вчених шукали числові методи розв'язання цієї задачі.

Цікавий метод для відокремлення коренів рівняння запропонував у 1829 році **Жак Шарль Франсуа Штурм** (1803–1855). У «Лекціях з алгебри і трансцендентного аналізу» (1837). **Михайло Васильович Остроградський** (1801–1861) проаналізував, спростив і виклав найважливіші методи, починаючи від методу Ньютона і закінчуючи методом Штурма. Задачу визначення частот і форм вільних коливань можна також розглядати як одну з основних задач лінійної алгебри визначення власних значень і власних векторів матриці.

У 1846 році **Карл Густав Якоб Якобі** (1804–1851) для розв’язання повної проблеми власних значень запропонував ітераційний метод обертань. При цьому для визначення власних значень матриці розмірності n потрібно $30n^3$ арифметичних операцій, а для власних векторів ще $20n^3$ операцій. У зв’язку з цим метод у XIX столітті не знайшов застосування і був забутий більше ніж на сто років.

Наступним важливим кроком у розвитку теорії коливань були роботи Релея^{10*}, особливо його фундаментальна праця «**Теорія звуку**», яка вперше була опублікована у 1877 році. У цій книзі Релей з єдиної точки зору розглядає коливальні явища в механіці, акустиці і електричних системах. Основне і неминуще значення «Теорії звуку» полягає в тому, що вона є першим систематичним викладом загального вчення про коливання. Вона підсумувала попередні досягнення в цій галузі та окреслила низку проблем і напрямків для розвитку теорії коливань. Релею належить низка фундаментальних теорем лінійної теорії коливань (теореми про стаціонарності і властивості власних частот), які були опубліковані у великій роботі «Деякі загальні теореми, що стосуються коливань» у 1873 році і узагальнені в «Теорії звуку». Там же Релей сформулював і принцип взаємності. За аналогією з кінетичною і потенційною енергією він ввів дисипативну функцію, яка є однорідною квадратичною функцією швидкостей, додатною для всіх значень змінних. Функція отримала ім’я Релея і являє собою половину швидкості розсіювання енергії.

У «Теорії звуку» Релей також пропонує наближений метод визначення першої власної частоти консервативної системи

$$k_1^2 = \Pi_{\max} / T_{\max}^* , \quad (9.7)$$

^{10*} **Лорд Релей** до отримання в 1873 році титулу після смерті батька **Джон Вільям Стретт** (1842 – 1919). Правильніше англійське Rayleigh писати Рейлі, деякі автори пишуть Рейлей, проте ми зупинимося на більш звичному написанні – Релей.

де $T_{\max}^* = T_{\max}/k^2$. При цьому для обчислення максимальних значень потенційної і кінетичної енергій береться деяка форма коливань. Якщо вона співпадає з першою формою коливань системи, ми отримаємо точне значення першої власної частоти, а в іншому випадку це значення завжди завищене. Метод дає цілком прийнятну для практики точність, якщо як першу форму коливань взяти статичну деформацію системи.

Таким чином, ще в XIX столітті в працях О. І. Сомова і лорда Релея сформувалася методика побудови диференціальних рівнянь, що описують малі коливальні рухи дискретних механічних систем за допомогою рівнянь Лагранжа II роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j(t), \quad (j=1, 2, \dots, s), \quad (9.8)$$

де в узагальнену силу повинні бути включені всі силові фактори, за винятком пружних і дисипативних, охоплених функціями R і Π .

Рівняння Лагранжа (9.8) в матричній формі, що описують вимушені коливання механічної системи, після підстановки всіх функцій виглядають так:

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{Q}(t), \quad (9.9)$$

де $\mathbf{B}$ – матриця демпфірування, а $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ вектори-стовпці відповідно узагальнених координат, швидкостей і прискорень. Загальний розв'язок даного рівняння складається з вільних і супроводжуючих коливань, які завжди є затухаючими, і вимушених коливань, що відбуваються з частотою збурюючої сили. Обмежимося розглядом тільки часткового розв'язку, відповідного вимушеним коливанням. Як збудження Релей розглядав узагальнені сили, що змінюються за гармонійним законом. Багато хто відносив цей вибір до простоти розглянутого випадку, однак Релей наводить більш переконливе пояснення – розкладання в ряд Фур'є. Використовуючи це розкладання для узагальнених сил

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = Q_j(t), \quad (j=1, 2, \dots, s) \quad (9.10)$$

і принцип суперпозиції, запишемо розв'язок у вигляді

$$q_j = \sum_{i=1}^N A_{ji}^c \cos(i\omega t) + A_{ji}^s \sin(i\omega t), \quad j=1, 2, \dots, s. \quad (9.11)$$

При почерговій підстановці (9.11) в (9.9) отримаємо для кожної гармоніки систему $2s$ лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} (\mathbf{C} - \mathbf{I}i^2\omega^2)\mathbf{A}_j^s - \mathbf{B}i\omega\mathbf{A}_j^c = \mathbf{Q}_j^c \\ \mathbf{B}i\omega\mathbf{A}_j^s + (\mathbf{C} - \mathbf{I}i^2\omega^2)\mathbf{A}_j^c = \mathbf{Q}_j^s \end{cases} \quad (9.12)$$

Таким чином, для механічної системи, що має понад два ступеня вільності, розв'язання системи рівнянь (9.12) представляє певні труднощі, які лавиноподібно зростають при зростанні порядку системи. Уже при п'яти – шести ступенях вільності задача про вимушені коливання класичним способом вручну розв'язана бути не може.

В теорії коливань механічних систем малі (лінійні) коливання дискретних систем відіграли особливу роль. Розроблена для лінійних систем спектральна теорія не вимагає навіть побудови диференціальних рівнянь, а для отримання розв'язку можна відразу записати системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Хоча в середині XIX століття і були розроблені методи визначення власних векторів і власних значень (Якобі), а також розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (Гаусс), про практичне їх застосування навіть для систем з невеликим числом ступенів вільності не могло бути й мови. Тому до появи досить потужних ЕОМ було розроблено безліч різних способів розв'язання задачі про вільні і вимушені коливання лінійних механічних систем. Багато видатних учених – математиків і механіків – займалися цими задачами, мова про них піде нижче. Поява потужної обчислювальної техніки дозволила не тільки в доли секунди розв'язувати лінійні задачі великої розмірності, а й автоматизувати сам процес складання систем рівнянь.

Задача на коливання континуальних систем, тобто систем, маси яких вважаються розподіленими безперервно (твердих тіл) близькі до задач опору матеріалів і теорії пружності. Тому теорія коливань континуальних систем розвивалася слідом за розвитком цих дисциплін. Задачі на коливання пружних тіл розглядалися як коливання континууму точок з граничним переходом до нескінченності. На відміну від дискретних систем, континуальні описуються диференціальними рівняннями в часткових похідних. При цьому розглядається однорідний ізотропний матеріал, який підпорядковується закону Гука.

З усіх задач коливань континуальних систем найбільше практичного значення мало завдання поперечних коливань валів і балок. Найпростіші випадки коливань призматичних стрижнів було досліджено ще у XVIII столітті у працях з акустики. Але до розв'язання задач, що мають практичне значення – задач для балок змінного поперечного перерізу, особливо визначення вищих частот, було ще далеко, знадобилися ще дві сотні років та розробка наближених методів інтегрування диференціальних рівнянь. Справа ускладнювалася тим, що тоді ще не було сформульовано поняття суцільного середовища, та й простіша задача про статичний згин балок повністю не була розв'язана.

Однак для розв'язання задачі про поперечні коливання призматичного стрижня не потрібно повного розв'язання задачі про вигин, тому перші дослідження цієї проблеми почалися після отримання Я. Бернуллі рівняння вигину стрижня. Якщо Галілей і Маріотт досліджували міцність балки, то швейцарський математик поставив завдання про обчислення прогинів. У 1703 році він застосував до дослідження пружної лінії зігнутої смуги (він називав брус смугою) обчислення нескінченно малих і отримав рівняння

$$\frac{K}{\rho} = M, \quad (9.13)$$

де K – коефіцієнт пропорційності (жорсткість на вигин), ρ – радіус кривизни вигнутої осі, M – згинальний момент. При цьому, як згадувалося, жорсткість балки на вигин він визначає неправильно.

Першим поперечні коливання балок (стрижнів) постійного поперечного перерізу розглянув племінник Якова – Данило Бернуллі. Він використовував для виведення рівнянь пружних кривих варіаційне літочислення. Д. Бернуллі представив всю силу, що полягає в пружній смузі одним виразом, який він назвав потенційною силою, і встановив, що цей вираз має бути мінімальним. Тепер ми називаємо цей інтеграл енергією деформації

$$\Pi = \frac{K}{2} \int_0^s \frac{ds}{\rho^2}.$$

Про цю ідею Д. Бернуллі в одному з листів повідомив Ейлера, який у формулі (9.13) у якості кривизни взяв похідну $\frac{d^2 y}{dz^2}$. Тут z – координата

поперечного перерізу балки, а y – вертикальне її переміщення. Після цього шляхом подвійного диференціювання Ейлер отримав рівняння рівноваги балки

$$K \frac{d^4 y}{dz^4} = q(z), \quad (9.14)$$

де $q(z)$ – інтенсивність зовнішнього поперечного навантаження. Підставляючи як поперечне навантаження силу інерції, Ейлер у 1744 році вивів рівняння малих вільних коливань призматичних стрижнів

$$K \frac{d^4 y}{dz^4} = -\mu \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad (9.15)$$

де μ – маса, що припадає на одиницю довжини стрижня. Тоді ж Ейлер дав його розв'язання чотириразовим інтегруванням. Але в 1778 році Ейлер представив розв'язок рівняння (9.15) в іншій формі, де замість чотириразового інтегрування обчислюється один інтеграл. У результаті їм було повністю розв'язана задача про коливання призматичних стрижнів за різних граничних умов. Цей розв'язок було опубліковано в *Acta Academiae Petropolitanae* за 1782 рік.

Ейлер також вивчав коливання однорідної мембрани і в 1765 році вивів для неї рівняння

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 z}{dx^2} + b^2 \frac{d^2 z}{dy^2}.$$

Розглядаючи мембрану як платівку, Ейлер виходив із невідповідних характеру завдання передумов і не отримав задовільного результату. Те саме стосується робіт його послідовників **М. Є. Головіна** та **А. Лексея**. У 1766 році Ейлер спробував вивести диференціальні рівняння коливань дзвона, але припустився помилки, вважаючи, що кільця і пластини, на які він розбив дзвін, коливаються незалежно друг від друга.

Лагранж дав більш точне рівняння малих коливань мембрани під впливом сили тяжіння

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 z}{dx^2} + \frac{d^2 z}{dy^2} \right).$$

Рівняння коливань пластини також отримано Лагранжем. Інтерес до проблеми коливань пластин прокинувся після ефектних експериментів,

проведених **Ернстом Флоренсом Фрідріхом Хладні** (1756–1827). У своїй книзі з акустики (**Die Akustik**, 1802 р.) він описав ці експерименти. Хладні покривав пластинку шаром сухого дрібнозернистого піску, після чого збуджував у ній коливання звичайним смичком і отримував вузлові лінії, що відповідають різним частотам коливань. У 1809 році Паризька АН запросила експериментатора продемонструвати свої дослідження у присутності імператора Наполеона, на якого ці опити справили сильне враження, і Хладні отримав грошову нагороду в 3 000 франків, а Паризька АН оголосила конкурс на створення математичної теорії, що підтверджує результати його досліджень.

У конкурсі взяла участь **Софі Жермен** (1776–1831), яка була знайома з роботою Ейлера і вирішила також скористатися варіаційним обчисленням, записавши енергію деформації пластини у вигляді

$$\Pi = A \iint \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 ds. \quad (9.16)$$

Але при обчисленні варіації інтеграла (9.16) вона припустилася серйозної помилки і правильного розв'язку не отримала. Проте працю С. Жермен не відкинули, а продовжили термін конкурсу, давши можливість закінчити роботу. Ось що вона сама пише з цього приводу: «На щастя, один із членів журі, Лагранж, оцінив вихідні припущення і вивів рівняння, яке я мала б отримати, якби не погрішила проти правил обчислення». Але Лагранж не наполягав на своєму пріоритеті, і рівняння (9.17) мають ім'я Софі Жермен.

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = k^2 \left(\frac{d^4 z}{dx^4} + 2 \frac{d^4 z}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 z}{dy^4} \right). \quad (9.17)$$

Що ж до конкурсу, то й друга спроба С. Жермен була невдалою, оскільки початкове припущення (9.16) не було фізично обґрунтовано. І тільки з третьої спроби, в 1816 році премія, нарешті, була отримана.

Крім двовимірних рівнянь, Лагранжем було виведено рівняння для поширення коливань (хвиль) і у тривимірному однорідному необмежено протяжному у всіх напрямках середовищі

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2} \right).$$

Однак розв'язання конкретних задач у XVIII столітті були отримані лише в одновимірних випадках. Для складніших задач не вистачало знань у галузі опору матеріалів. Проте успіхи фізичної теорії мали глобальне значення:

- було усвідомлено значення обмеження малості коливань для лінійної постановки задач;
- запроваджено принцип суперпозиції розв'язань;
- увійшли до наукового ужитку поняття частоти, періоду та амплітуди коливань;
- у задачі про коливання струни в математичній формі було встановлено зв'язок між коливаннями та хвилями.

Грунтовні дослідження коливань різних стрижнів були розпочаті Пуассоном. У 1833 році у другому виданні двотомного «Трактату з механіки» він розглядає вигин і поперечні коливання балок, застосовуючи рівняння (9.14) і демонструє перевагу цього рівняння перед рівнянням (9.13), що зазвичай використовується в техніці.

Коливанням пружних тіл у XIX столітті були присвячені численні дослідження. Інтеграли рівнянь коливань пружного простору були отримані Д. Пуассоном і М. В. Остроградським наприкінці 20-х років. Тоді ж Пуассон виявив існування двох хвиль, що поширюються в ізотропному пружному тілі, зі швидкостями, що відносяться як $\sqrt{3}$: 1. **Джордж Габріель Стокс** (1819–1903) показав, що швидша хвиля – це поздовжня хвиля об'ємного стиснення, а повільна – поперечна хвиля вихору зсувів, що не викликає зміни щільності.

Задача коливань кругової пластини була розв'язана **Густавом Робертом Кірхгофом** (1824–1887). Він також обчислив частоти деяких видів коливань пластинки з вільним контуром. Поздовжні та крутильні коливання стрижнів були вперше досліджені Хладні. У «Теорії звуку» Релей пропонує свій, повніший висновок рівняння поздовжніх коливань стрижня, аналогічного рівнянню коливань струни постійної щільності:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

де x – відстань шару частинок, що становлять деякий переріз від положення рівноваги одного кінця, коли стрижень не розтягнутий ні постійним натягом, ні в результаті коливань; u – зміщення, так що дійсне положення

перерізу буде $x + u$; $a^2 = \frac{E}{\rho}$, E – модуль Юнга, ρ – густина. Швидкість a

знайдена щодо стрижня у нерозтягнутому стані. Справжня ж величина

швидкості поширення обурення у просторі буде більшим у відношенні, рівним відношенню розтягнутої та нерозтягнутої довжин довільної частини стрижня. Коли обидва кінця стрижня вільні, він не відчуває постійного натягу, тобто умовою для вільного кінця є

$$\frac{du}{dx} = 0.$$

У «Теорії звуку» Релей наводить повне розв'язання задачі про вільні коливання стрижня з обома вільними кінцями:

$$u = \sum_{i=0}^{\infty} \cos \frac{i\pi x}{l} \left(A_i \cos \frac{i\pi at}{l} + B_i \sin \frac{i\pi at}{l} \right),$$

де A_i та B_i – довільні постійні, які можна визначити, якщо задані початкові значення u та $\dot{u}$.

Релей також розглядає випадки стрижнів з одним закріпленим кінцем (як випадок стрижня з вільними кінцями, але подвійної довжини), випадок двох закріплених кінців, та випадок точкового навантаження. **Степан Прокопович Тимошенко** (1878–1972) розглядає вимушені поздовжні коливання стрижня, у 1909 році у «Звістках Київського політехнічного інституту» вийшла його робота, присвячена цьому питанню.

Диференціальне рівняння поперечних коливань однорідного стрижня має вигляд

$$\frac{d^2}{dt^2} \left\{ EJ(x) \frac{d^2 y}{dx^2} \right\} = -\rho \omega(x) \frac{d^2 y}{dt^2},$$

де ω – площа, а J – момент інерції поперечного перерізу стрижня.

Аналітичне дослідження деяких окремих випадків коливань стрижнів змінного поперечного перерізу вперше проведено Кірхгофом. Розглядаючи вібрації клиноподібного стрижня, він шляхом дотепного перетворення замінює рівняння четвертого порядку двома рівняннями другого порядку та інтегрує їх за допомогою ступеневих рядів. **Дж. Морроу** у роботі «**Про поперечні коливання брусів**» (1905) вирішує цю задачу з допомогою методу Релея. При цьому він припускає, що стрижень викривляється за параболою другого порядку. Нарешті, **П. Ф. Вард** у 1913 році опублікував роботу, в якій розглянув поперечні коливання стрижня змінного перерізу.

Отже, протягом XVII–XIX століть були розроблені аналітичні методи розрахунків переважно вільних коливань різних твердих тіл геометрично правильної форми. При цьому теоретичні результати були перевірені

відповідними експериментами. Цим методика складання та розв'язання диференціальних рівнянь отримала підтвердження.

У 1915 році Катеринославським гірничим інститутом була видана **«Теорія вібрацій» Олександра Миколайовича Дінніка** (1876–1950). У ній дано розв'язання багатьох задач вібрацій струн, стрижнів, пластин та об'ємних тіл. Так, наприклад, досліджено завдання про поздовжні та поперечні коливання стрижнів змінного перерізу: клину, конуса, усіченого конуса та ін. Розглянуті коливання кругового циліндра як суцільного, так і порожнього, крутильні коливання диска.

Теорія пружності стала основою для дослідження коливань континуальних систем. Дослідження з теорії пружних коливань можна знайти практично у всіх авторів XIX століття, які займалися теорією пружності. Історія досліджень пружних коливань струн, стрижнів, мембран, пластинок і оболонок досить докладно представлена в монографії Релея **«Теорія звуку»**, перший том якої повністю присвячений коливанням пружних систем. Ця книга справила значний вплив як на розвиток теорії коливань, так й на всю прикладну теорію пружності. Ідея визначення частот коливань пружних систем без розв'язання відповідних диференціальних рівнянь, що було закладено в книзі, визначила подальший розвиток механіки твердого тіла, що деформується.

Подальший розвиток теорії коливань континуальних систем пов'язаний з розвитком теорії пружності в основному представниками французької математичної школи. Упродовж XIX століття були розроблені аналітичні методи розрахунків коливань різних твердих тіл геометрично правильної форми. З усіх вчених можна відзначити праці Пуассона, Кірхгофа і основоположника вітчизняної школи теорії пружності О. М. Дінніка.

9.3. Виникнення математичної теорії пружності

Теорія пружності – це розділ механіки суцільних середовищ, що вивчає деформації і напруження в тілах, котрі перебувають у спокої або рухаються під дією навантажень. З'явилась ця наука у XIX столітті, а вирішальну роль, як і у розвитку опору матеріалів, в становлення теорії пружності відіграла задача про вигин балки. В опорі матеріалів робиться припущення, що поперечні перерізи балки в процесі деформування залишаються плоскими, а її матеріал дотримується закону Гука. Прагнучі підвести під механіку пружного тіла більш глибокі обґрунтування,

вчені на початку XIX століття висували молекулярну теорію пружного тіла, в якій властивість пружності пояснюється силами тяжіння і відштовхування, що діють між дрібними його частками. Таке припущення розвинув сербськохорватський фізик, математик і астроном **Руджер Йосип Бошкович** (1711–1787). До дослідження деформацій пружних тіл теорію Бошковича першим застосував **Сімеон-Дені Пуассон** (1781–1840), вивчаючи вигин платівок.

Дуже багато для наукової розробки опору матеріалів зробив англійський учений **Томас Юнг** (1773–1829). У 1807 році в двотомній праці «Курс лекцій з натуральної філософії і механічного мистецтва» Юнг узагальнив результати своїх теоретичних і експериментальних робіт. Він ввів числову характеристику пружності при розтягуванні і стисненні – так званий модуль Юнга (в механіці його називають модуль пружності). Він став основоположником вивчення напружень, викликаних ударом, для чого вперше розглянув механічну роботу як величину, пропорційну енергії. Під енергією (термін ввів Юнг), він розумів величину, пропорційну масі і квадрату швидкості тіла.

Юнг також був першим дослідником, який розглядав зсув як пружну деформацію. Він зазначив, що опір тіла зсуву суттєво відрізняється від його опору розтягуванню чи стиску. Але при цьому вчений не ввів відповідного модуля, що виражає опір зсуву.

На початку XIX століття найбільш передовою в Європі була французька математична школа. Саме її представники А. Нав'є, О. Коші, С.-Д. Пуассон, Г. Ламе і Е. Клапейрон у 20–30-і роки заклали основи теорії пружності.

Першим дослідником, який побудував загальні умови рівноваги та коливань пружних тіл став **Луї Марі Анрі Нав'є**. По-перше, він підсумував розв'язання задачі про вигин балки. Спочатку Нав'є припускав, що нейтральна лінія ділить поперечний переріз таким чином, що момент напружень, який розтягує, дорівнює моменту напружень, що стискають. Лише в 1824 році вчений відмовився від цього помилкового припущення і довів, що для матеріалів, які підпорядковуються закону Гука, нейтральна лінія проходить через центр ваги поперечного перерізу. Остаточного правильного розв'язання задачі про вигин балки Нав'є опублікував у 1826 році. Таким чином, розв'язання цієї задачі зайняло 188 років, якщо рахувати від першої роботи Галілея, що переконливо демонструє, як складно розвивалася наука в XVII–XVIII століттях. Нав'є також зробив великий внесок у теорію вигину кривого бруса.



Клод Луї Марі Анрі Нав'є

(1785–1836)

Французький інженер і учений, автор ряду праць з будівельної механіки, опору матеріалів, теорії пружності, гідравліки і гідродинаміки, автор курсу опору матеріалів. У 1806 році закінчив Національну школу мостів і доріг у Парижі і обрав посаду головного інспектора в Корпусі мостів та доріг. Він керував будівництвом ряду мостів. У 1824 році Нав'є був прийнятий до Паризької Академії наук. У 1830 році прийняв посаду професора в Національній школі мостів і доріг, а в 1831 році – посаду професора математики та механіки в Політехнічній школі. Нав'є першим сформулював теорію пружності в

математичному вигляді (1821 р.). У 1826 році він видав книгу з опору матеріалів. Вчений першим розробив метод розв'язання статично невизначених задач в опорі матеріалів. Найвідоміший його внесок у науку – рівняння Нав'є – Стокса (1822 р.), які відіграють ключову роль у гідродинаміці.

У 1821 році Нав'є представив Паризької академії наук «Мемуар про закони рівноваги і руху пружних твердих тіл», в якому були отримані диференціальні рівняння рівноваги ізотропного пружного тіла. З самого початку він вказує, наскільки важливо знати межу пружності, до якої споруди не отримують залишкової деформації. Він запровадив модуль пружності як характеристику матеріалів, незалежну від моменту інерції площі. Додавши до зовнішніх сил сили інерції, учений здобув загальні рівняння руху пружного тіла. Таким чином, Нав'є сформулював теорію пружності в математичному вигляді, зробивши її придатною до застосування у будівництві з достатньою точністю. Вчений першим розробив метод розв'язання статично невизначених задач. Для цього до рівнянь статички він додає умови спільності деформацій. Таким чином Нав'є зробив великий внесок у розвиток науки про міцність і вважається одним із засновників сучасної теорії пружності. У 1826 році він видав книгу з опору матеріалів.

Подальший розвиток теорія пружності отримала у працях французького математика **Огюстена Луї Коші**. У своїх дослідженнях він не спирався на молекулярні сили, що діють між частинками тіла. Натомість учений запроваджує

поняття **деформації** та **напруження**. У такий спосіб він дуже спростив висновок основного рівняння теорії пружності. У роботі «Дослідження рівноваги і внутрішнього руху твердих тіл і рідин, пружних і непружних» (1822 р.) вчений розвинув загальний континуальний підхід у механіці суцільного середовища. Коші дає також для ізотропного тіла співвідношення між шістьма компонентами напруги і шістьма компонентами деформації. В той час, коли рівняння Нав'є містили тільки одну постійну, що виражає пружні властивості тіла, Коші приходить до висновку, що для визначення пружних властивостей ізотропного матеріалу потрібна не одна, а дві пружні постійні.

У результаті для розв'язання задач пружності ізотропних тіл отримана повна система рівнянь. Коші, за допомогою запропонованого Л. Ейлером методу виділення елементарного об'єму і розгляду діючих на нього сил, отримав загальні рівняння рівноваги суцільного середовища в напруженнях і встановив властивості взаємності напружень. У підсумку ним були отримані класичні рівняння динаміки ізотропного пружного тіла.

Надалі Коші поширив свою теорію і на випадок кристалічного тіла. При цьому він скористався гіпотезою про взаємодію матеріальних точок силами тяжіння та відштовхування.



Огюстен Луї Коші

(1789–1857)

Французький математик і механік, член Паризької (1816) та Петербурзької академій наук (1831). Закінчив Політехнічну школу (1805–1807) і Школу мостів і доріг (1810) у Парижі. Деякий час працював інженером шляхів сполучення, а з 1813 року зайнявся наукою і викладанням. У 1816 році Коші запрошують у Політехнічну школу, Сорбонну і Колеж де Франс. У 1830 році після липневої революції Коші був змушений через свої роялістські настрої вирушити в еміграцію. У 1838 році Коші повернувся до Парижа, але не побажав

обійняти жодних державних посад. Тільки після нової революції (1848) він отримав місце в Сорбонні, хоч і не склав присяги. Коші розробив фундамент математичного аналізу, зробив величезний внесок в алгебру, математичну фізику та багато інших галузей математики, він є одним із основоположників механіки суцільних середовищ. Його ім'я внесено до списку найбільших вчених Франції, розміщеного на першому поверсі Ейфелевої вежі.

Особливо Коші зацікавився задачею кручення стрижня вузького прямокутного перерізу. Він показав, що при цьому поперечні перерізи не залишаються плоскими, а коробляться. Більш повну теорію кручення призматичних стрижнів вивів згодом Сен-Венан.

Сімеон-Дені Пуассон, досліджуючи систему частинок, між якими діють молекулярні сили, отримав три рівняння та три краєві умови, сходині з тими, що до нього отримали Нав'є і Коші. Пуассон довів, що ці умови не тільки необхідні, а й достатні, щоб забезпечити рівновагу деякої області тіла. Перший мемуар, присвячений цьому питанню був прочитаний у Паризькій академії у квітні 1828 року. У ньому вчений наводить багаточисельні застосування загальної теорії до окремих питань. Хоча Пуассон не зробив у теорію пружності такого фундаментального внеску як Нав'є та Коші, він вирішив багато проблем, що становлять практичний інтерес.

А першими застосували загальні рівняння рівноваги пружних тіл до реальних задач видатні вчені та інженери *Габріель Ламе* (1795–1870) і *Еміль Клапейрон* (1799–1864). У 1827–1828 роках у мемуарах «**Про внутрішню рівновагу однорідних твердих тіл**» вони розглянули задачі про розтягування нескінченної призми, крутінні нескінченного кругового циліндра, рівновагу кулі під дією взаємного тяжіння її частинок, рівновагу порожнього кругового циліндра і кулі під дією внутрішнього і зовнішнього тиску. У 1852 році Ламе видав «**Лекції з математичної теорії пружності**» – першу книгу, присвячену цій науці.

Теорія пружності, розвинена Пуассоном і Коші на основі гіпотези матеріальних точок, була застосована авторами, а також Ламе та Клапейроном до цілого ряду проблем про пружну рівновагу та коливання. Це дозволило експериментально перевірити результати, отримані з допомогою теорії. Щоправда, такі експерименти були проведені через чималий час.

Багато суперечок велося з питання величини відношення поперечного стиснення стрижня при його розтягуванні під впливом навантаження, прикладеного на його крях. Застосовуючи здобуті ним рівняння до ізотропного пружного тіла, Пуассон встановив, що при простому розтягуванні призматичного стрижня подовження в осьовому напрямку супроводжується звуженням на величину $\nu \epsilon$, де $\nu = 0,25$. Це число назвали коефіцієнтом Пуассона. Теоретично виходило, що ν виявляється універсальною константою, однаковою для всіх ізотропних тіл. Проте багаточисленні експерименти не підтвердили результатів Пуассона. У зв'язку з цим між вченими XIX століття виникла суперечка прихильників мультиконстантної та рариконстантної теорії пружності. Перші стверджували, що у формулах зв'язку між напругами і

деформаціями для ізотропних тіл повинні бути дві константи (наприклад, модуль пружності E і коефіцієнт Пуассона ν), а другі – що тільки одна, оскільки коефіцієнт Пуассона для всіх тіл однаковий. Але на основі експериментальних даних Ламе показав, що його не можна вважати універсальною константою. Таким чином, суперечка була вирішена на користь мультиконстантної теорії, рівняння якої стали загальноприйнятими. На думку відомого англійського математика, **Огастеса Едварда Лява** (1863–1940) «Вирішення цієї суперечки допомогло пролити світло на найнедоступніші питання про природу молекул і характер їхньої взаємодії».

Для розрахунків статично невизначених балок було отримано рівняння трьох моментів. Оскільки ідея основної системи з невідомими моментами над опорами вперше була висловлена Клапейроном, це рівняння пов'язують з його ім'ям. А на практиці вперше рівняння трьох моментів для розрахунку нерозрізних балок застосував мостобудівник і колійний інженер **Берто** в 1855 році. Опубліковане воно було Клапейроном в працях Академії наук тільки в 1857 році. Подальший розвиток теорія нерозрізних балок отримала в роботах **Отто Мора**, який узагальнив теорію на випадок, коли опори розташовані на різній висоті (1860 р.).

Великий внесок у розвиток науки про міцність зробив **Жан-Віктор Понселе** (1788–1867). У 1826 році він вивчав поздовжній удар по стрижню і виникаючі при цьому поздовжні коливання. Він показав, що раптово прикладене до пружної конструкції навантаження викликає вдвічі більше переміщення, ніж те саме навантаження, прикладене статично.

У 1828 році Коші і Пуассон застосували загальні рівняння для оцінки придатності елементарної теорії вигину тонких стрижнів, а в 1829 році Коші вивів наближені формули для крутіння тонких прямокутних стрижнів. Ці дослідження спонукали **Барре де Сен-Венана** (1797–1886) на створення загальної теорії вигину і крутіння призматичних стрижнів – найбільшого практичного досягнення теорії пружності середини XIX століття. Роботами цього французького вченого відкривається епоха інженерних застосувань теорії пружності.

Рівняння теорії пружності містять похідні від зсувів, тобто визначають деформації тіл. Умови сумісності деформацій отримані Барре де Сен-Венаном у 1860 році. Він також запропонував напівзворотній метод розв'язання задач теорії пружності і ввів принцип, відповідно до якого врівноважена система сил, прикладена до деякої частини суцільного тіла, викликає в ньому напруження, які швидко спадають у міру віддалення від цієї частини (принцип Сен-Венана).

Умови спільності для напружень отримані італійським математиком *Еудженіо Бельтрамі* (1835–1900) у 1892 році і в більш загальній формі австралійським математиком і механіком *Джоном Генрі Мічеллом* (1863–1940) в 1899 році. Важливе питання про єдність розв'язання задач теорії пружності досліджено *Г. Р. Кірхгофом* у 1858 році, а питання про його існування пізніше, в XX столітті.

Історія математичної теорії пружності показує, що її розвиток визначався не лише потребами техніки. Більшість дослідників цікавилися швидше натуральною філософією, ніж матеріальним прогресом, прагнули швидше пізнати світ, ніж зробити його зручнішим. Методи, які були винайдені для інтегрування рівнянь рівноваги пружного ізотропного тіла, утворюють частину теорії, що має велике значення для чистої математики.

Питання для самоконтролю

1. Який внесок зробили у створення аналітичної механіки д'Аламбер, Ейлер і Лагранж?
2. Що є основою теорії малих коливань, що описуються лінійними диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами?
3. Що є основою для дослідження коливань континуальних систем?
4. Вчені якої математичної школи заклали основи теорії пружності?
5. Хто є основоположником вітчизняної школи теорії пружності?
6. З чого починається епоха інженерних застосувань теорії пружності?
7. Який внесок у розвиток теорії пружності зробили Е. Бельтрамі, Дж. Г. Мічелл і Г. Р. Кірхгоф?

ГЛАВА 10

ІСТОРІЯ ТОПОЛОГІЇ

10.1. Геометрія положення і ідея безперервності

Слово «топологія» походить від поєднання двох давньогрецьких іменників: τόπος – місце, розташування та λόγος – вчення, наука. Буквально воно означає вивчення місця (простору). Введенням терміну «топологія» математика завдячує **Йоганну Бенедикту Лістингу** (1808–1882), який результати своїх досліджень узагальнив у роботі «**Початкові дослідження з топології**» (1847 р.). Лістинг визначав топологію як галузь математики, в якій вивчається розташування у просторі точок, ліній, площин, а також розвиваються методи дослідження фігур, їх форми та взаємне розташування. На сьогодні топологію визначають як розділ математики, який є різновидом геометрії, присвяченої вивченню якісних властивостей геометричних фігур, які не залежать від відстаней, величин кутів, площ та обсягів, вона все більше проникає у фізику, хімію та біологію. Відомий французький математик **Андре Вейль** (1906–1998) свого часу сказав, що за душу кожного математика борються ангел топології і диявол абстрактної алгебри, висловивши тим самим надзвичайну витонченість і красу топології, і та обставина, що вся сучасна математика є химерним переплетенням ідей топології та алгебри.

Слід зазначити, деякі ідеї, що стосуються нової галузі геометричного аналізу, були висловлені ще **Готфрідом Вільгельмом Лейбніцем** (1646–1716) у його роботі «**Analysis Situs**» (Аналіз розташування). Цей термін вживався протягом тривалого часу і аж до початку ХХ століття виходили праці під назвою «Analysis Situs». Прикладом тут може бути книга з аналогічною назвою, написана американським математиком **Освальдом Вебленом** (1880–1960). Тут також слід зазначити, що й у німецького математика **Карла Фрідріха Гауса** (1777–1855) у циклі його

геометричних досліджень одна з робіт називалася «*Geometry Situs*» (Геометрія положення).

Незважаючи на значний досвід у галузі вивчення топологічних властивостей геометричних фігур, накопичений різними вченими до початку XX століття, загальноновизнаним творцем топології є французький математик **Анрі Пуанкаре** (1854–1912).

На сьогодні важко точно визначити, яким був конкретний зміст ідеї Г. В. Лейбніца про існування нової геометрії, яку він називав геометрією становища. У листі до **Християна Гюйгенса** (1629–1695) восени 1679 року Лейбніц писав: «Я вважаю, що на відміну від алгебри, яка має справу з величинами, необхідна якась нова дисципліна, яка безпосередньо досліджує завдання геометрії положення». Надалі він назвав цей розділ «**Analysis Situs**».

Гюйгенс, отримавши листа, не зміг зрозуміти нової ідеї і в листі у відповідь Лейбніцу писав: «У твоїх міркуваннях я не бачу нічого особливого, що заслуговувало б уваги». Така відповідь може бути пояснена тим, що подібно до того, як будівельні ліси, що оточують недобудовану будівлю, заважають охопити поглядом красу архітектурного задуму, так численні й стомлюючі деталі побудови в ідеї Лейбніца завадили Гюйгенсу охопити уявним поглядом всю красу будівлі цієї математичної науки. Незважаючи на несхвальну відповідь Гюйгенса, Лейбніц не відмовився від своїх поглядів і, як і раніше, наполягав на правомірності та необхідності існування науки «**Analysis Situs**». Зрештою, Гюйгенс попросив навести реальні приклади, які б розвіяти його недовіру до нової галузі науки. Лейбніц не навів жодних конкретних прикладів і висловився у сократівському дусі: «Він ще зелений». Недаремно і не випадково Лейбніц вірив у існування геометрії положення, проте ця ідея в нього була ще не цілком певною і ясною.

В основі, у витоках кожної галузі математики існує основна ідея, яка пронизує її «будівлю» і визначає «обличчя». Основною ідеєю топології є ідея **безперервності**. Ця ідея саме в топології отримує найповніший і всебічний розвиток.

Функція $f: A \rightarrow B$ називається безперервною у точці $x \in A$, якщо для x , які «мало» відрізняються від x_0 , значення $f(x)$ і $f(x_0)$ теж мало відрізняються один від одного. При цьому відображення $f: A \rightarrow B$ називається взаємно однозначним, якщо в кожному точку множини B відображається лише одна точка множини A . Це означає, що по-перше, жодні дві різні точки множини A не переходять в одну і ту ж точку множини B (не «склеюються» при відображенні f) і по-друге, кожна точка множини B поставлена у

відповідність деякій точці множини A (тобто A відображається на всю множину B , а не на його частину). Для однозначного відображення $f: A \rightarrow B$ можна визначити зворотне відображення $f^{-1}: A \rightarrow B$ (яке кожній точці $u \in B$ ставить у відповідність точку множини A , що переходить у u при відображенні f).

Відображення $f: A \rightarrow B$ називається **гомеоморфним відображенням** або **гомеоморфізмом**, якщо воно, по-перше взаємно однозначно і, по-друге, взаємно безперервно. Тобто, не тільки само відображення f безперервно, а й зворотне відображення f^{-1} також безперервно.

Наочно гомеоморфізм можна уявити як таке відображення однієї множини на інші, яке відбувається і без розривів, і без склеювань. Нехай дві фігури A (квадрат) та B (коло) «виготовлені» з дуже міцного та еластичного матеріалу. Допускатимемо будь-які розтягування і викривлення цих фігур без розривів і без утворення складок і склеєк. З рис. 10.1 видно – поступова деформація фігури A

$(A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_4)$ дозволить накласти її на фігуру B , що підтверджує їх гомеоморфізм.

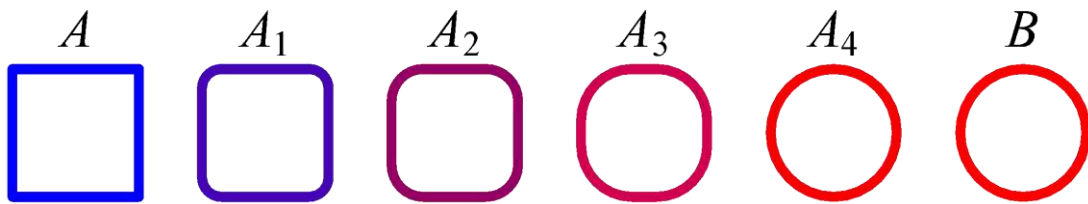


Рис. 10.1. До пояснення гомеоморфізму квадрата та кола

Прикладом гомеоморфізму також можуть бути літери українського алфавіту. Літери Г, Л, М, П, С (рис. 10.2, а) гомеоморфні між собою. Літери Е, У, Т, Ч, Ш, Ц, Є (рис. 10.2, б) також гомеоморфні між собою, але не гомеоморфні літерам на рис. 10.2, а. Літера О не гомеоморфна жодній іншій літері українського алфавіту.

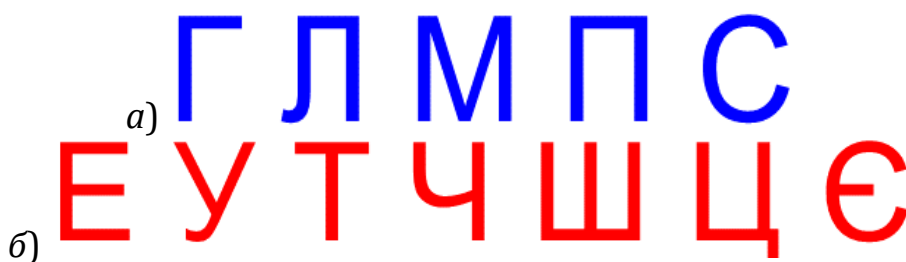


Рис. 10.2. Літери, як приклад гомеоморфізму

Перше конкретне втілення наука «**Analysis Situs**» отримала у **Леонарда Ейлера** (1707–1783) у вигляді завдання про кенігсберзькі мости. Це завдання звучить так: у Кенігсберзі є сім мостів (рис. 10.3). Необхідно знайти маршрут проходження всіх чотирьох частин суші (A, B, C, D), який починався б з будь-якої з них, закінчувався б на цій же частині і лише один раз проходив по кожному мосту.

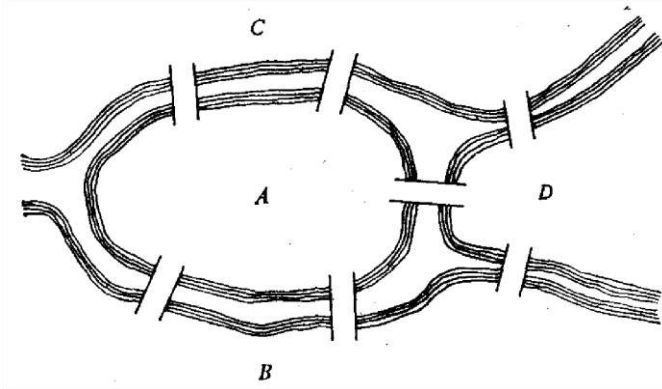


Рис. 10.3. Схема кенігсберзьких мостів

Винятковий внесок Ейлера у вирішення цього завдання полягає в тому, що він довів неможливість такого маршруту.

В іншій відомій роботі Ейлера міститься, знайдена ним у 1752 році формула для багатогранника (правильні багатогранники показані на рис. 10.4). Ця формула, яка згодом отримала ім'я Ейлера, досить часто застосовується в математиці і має такий вигляд:

$$a_0 - a_1 + a_2 = 2, \quad (10.1)$$

де a_0 – кількість вершин, a_1 – кількість ребер, a_2 – кількість граней багатогранника. Формула Ейлера за своєю суттю не пов'язана зі значеннями таких параметрів багатогранника, як довжина ребер, площа граней чи величина кутів. Вона встановлює цілком певне співвідношення між кількістю вершин, ребер та граней у довільному багатограннику. Саме тим і чудова формула Ейлера, що вона встановлює таку властивість багатогранників, яка ніяк не залежить від їхньої метрики.

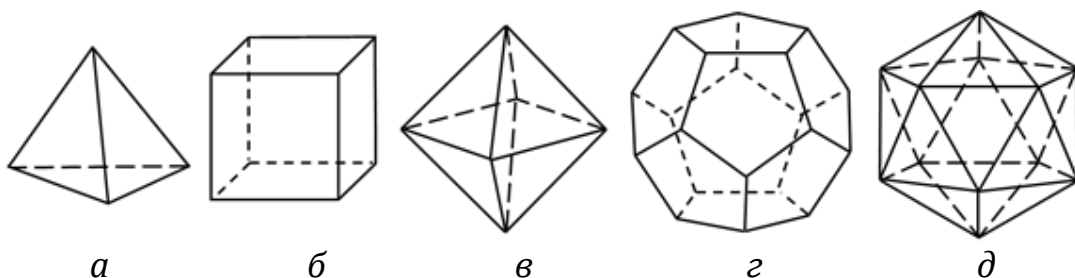


Рис. 10.4. Правильні багатогранники: тетраедр (а), куб (б), октаедр (в), додекаедр (г), ікосаедр (д)

Значення змінних a_i для правильних багатогранників зведені у табл. 10.1. За наведеними даними, формула (10.1) може бути легко перевірена.

Таблиця 10.1 – Кількість вершин, ребер та граней правильних багатогранників

Назва багатогранника	Кількість вершин	Кількість ребер	Кількість граней
Тетраедр	4	6	4
Куб	8	12	6
Октаедр	6	12	8
Додекаедр	20	30	12
Ікосаедр	12	30	20

В уточненому формулюванні пояснення формули Ейлера має такий вигляд: «Для будь-якого багатогранника, поверхня якого гомеоморфна сфері, а кожна грань гомеоморфна колу, буде справедливим вираз (10.1)».

Ця ідея, пронизана думкою Лейбніца, згодом була прийнята та розвинена такими математиками як **Артур Келі** (1821–1895), **Август Фердинанд Мебіус** (1790–1868) та інші.

Зауважимо, що формула Ейлера була відома ще **Рене Декарту**, який, проте, за її підтвердження використовував такі метричні елементи як величина кутів багатогранників. Доказ Ейлера був чудовий тим, що в ньому метричні величини виявилися непотрібними.

Через сто років після Ейлера Лістинг та інші математики узагальнили зміст його формули та отримали аналогічний результат не тільки для багатогранників, але й для тора. Потім, ще через 60 років, вже у XX сторіччі, було отримано так звану формулу Ейлера – Пуанкаре, яка належала до складних багатогранних фігур загального вигляду.

У XVIII сторіччі праць у сфері топології, які заслуговують на серйозну увагу і мають важливе значення, майже немає. Серед тих, хто зробив істотний внесок у розвиток топології вже в самому кінці XVIII і на початку XIX століття, можна виділити **Карла Фрідріха Гаусса** (1777–1855), який був найбільшою фігурою не тільки в галузі математики, але і в галузі фізики. Гауссу належать фундаментальні результати в алгебрі, теорії чисел та в геометрії. Він був одним із першовідкривачів неевклідової геометрії. При цьому Гаусс мав кілька робіт, які можна віднести до топології. Найбільш

рання з них – робота 1794 року, присвячена питанню про перетин кривих ліній. Інші його пізніші дослідження стосуються таких питань, як форма кривих ліній, їх будова та взаємне розташування. Про те, яке важливе значення він надавав геометрії положення і які великі надії на неї покладав, можна судити з деяких його висловлювань. У 1799 році Гаусс представив докторську дисертацію, в якій викладався доказ основної теореми алгебри. Торкаючись у ній питання розташування кривих ліній на площині, він зазначив, що «докази, які будуються з урахуванням геометрії положень, більш стислі і зрозумілі, ніж докази, які впливають з положень геометрії величин».

В одному з листів від 1802 року Гаусс писав, що при подальшому дослідженні «на цьому маловідомому напрямку можуть відкритися перспективи розвитку виключно цікавого розділу великої науки математики», з чого, безумовно, випливає, які великі надії він покладав на цю галузь геометрії. У вступі до свого твору **«Обчислення коефіцієнтів зачеплення кривих ліній»**, який датований 1833 роком і є дуже характерним для його досліджень з топології, Гаусс, зокрема, писав «У галузі геометрії положення, основні риси якої були передбачені Лейбніцем і в якій лише кільком геометрам, таким як Леонард Ейлер і **Шарль Огюст Вандермонд** (1735–1796) вдалося завершити кілька цікавих робіт, протягом майже півтора століття ми не маємо по суті жодних досягнень. У цій галузі, де шляхи геометрії положення та геометрії величин йдуть поруч, однією з суттєвих проблем є, ймовірно, проблема обчислення коефіцієнтів зачеплення двох кривих ліній». У проблемі коефіцієнтів зачеплення йдеться про взаємне розташування двох замкнутих кривих у просторі, як це, наприклад, показано на рис. 10.5.

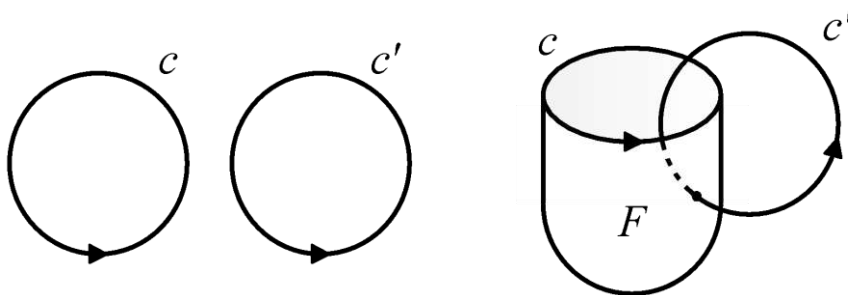


Рис. 10.5. До визначення зачеплення кривих

Коефіцієнт зачеплення кривих c і c' , розташованих ліворуч (рис. 10.5), дорівнює 0, а коефіцієнт зачеплення кривих праворуч, c , c' – дорівнює 1. На правому рисунку будь-яка крива поверхня F , обмежена контуром c ,

обов'язково перетне криву c' . Гаусс вирахував коефіцієнти зачеплення для цього випадку, використовуючи систему координат та методи аналітичної геометрії. Однак тут коефіцієнти зачеплення можуть бути обчислені без аналітичних засобів, а лише з використанням топологічних методів. Можна зазначити, що якщо формула Ейлера відноситься до виявлення властивостей фігур, то результат, отриманий Гауссом, має відношення до їхнього взаємного розташування.

Під впливом Гаусса активні дослідження в галузі топології вели *Август Фердинанд Мебіус, Іоганн Бенедикт Лістінг та Георг Фрідріх Бернхард Ріман* (1826–1866).

10.2. Теорія поверхонь та вузли

Мебіус у Геттінгені довгий час працював під керівництвом Гаусса в астрономічній обсерваторії. Дослідження вченого в основному відносилися до теорій поверхонь. Наприклад, він визначив, чим замкнуті криві лінії на поверхні тора відрізняються від замкнутих кривих на сферичній поверхні. Приємно вважати, що в результаті незалежних досліджень Мебіус і Лістінг у 1858 році відкрили незвичайну поверхню з краєм, яка у подальшому отримала назву стрічки (листа) Мебіуса. Однак слід зазначити, що подібна структура була виявлена ще в римській мозаїці III століття нашої ери.

Модель листа Мебіуса можна легко зробити: потрібно взяти досить довгу паперову смужку (рис. 10.6, а) і склеїти протилежні кінці смужки в кільце, попередньо перевернувши один з них на 180° . У тривимірному евклідовому просторі існують два типи листів Мебіуса залежно від напрямку закручування (по часовій стрілці або проти): праві і ліві (див. рис. 10.6, б, в). Цікаво відзначити, що ці листи є дзеркально-симетричними, а їх край гомеоморфний колу. Особливістю стрічки Мебіуса є те, що вона має лише одну сторону. Підтвердження цього факту відбудеться в наступному. У кожній точці a стрічки Мебіуса можна провести два протилежних вектори, перпендикулярних до неї в цій точці. Ці вектори називаються **нормаллями** до листа Мебіуса в точці a . Виберемо одну з них і почнемо переміщувати точку a разом з нормаллю вздовж по листу. Коли точка a обійде весь лист, нормаль, яка переміщувалася разом з нею, займає не своє початкове положення, а строго протилежне. Таким чином, на листі Мебіуса існує такий шлях, при проходженні якого нормаль на поверхні переходить у положення, протилежне початковому. Всі поверхні, які мають такі шляхи, називаються односторонніми.

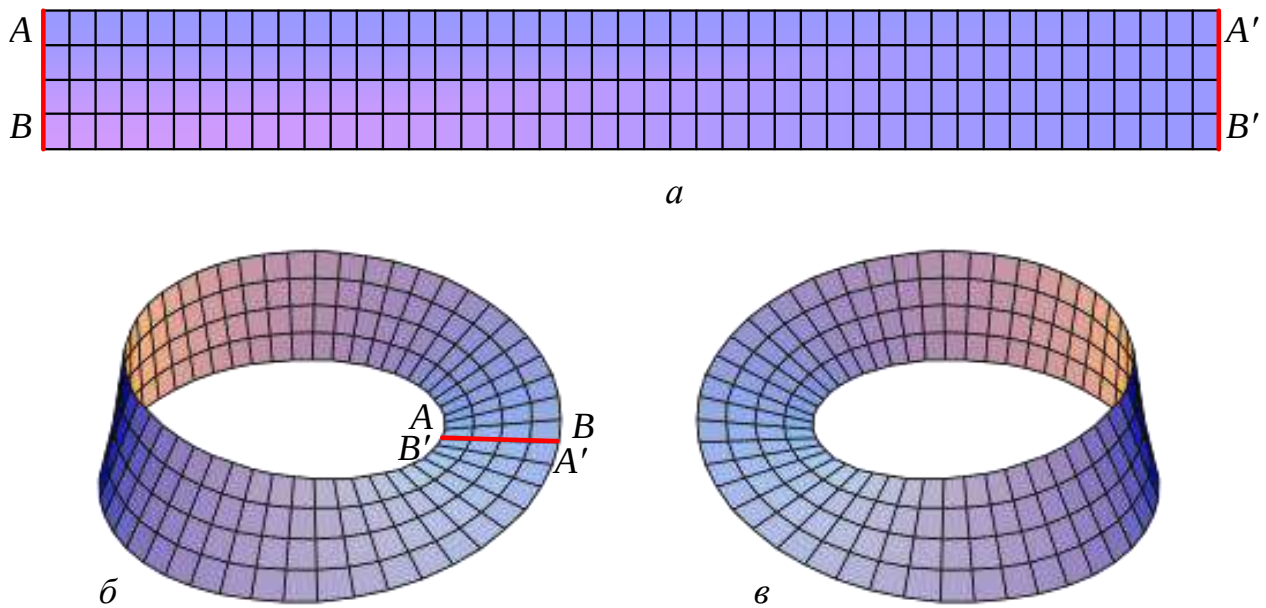


Рис. 10.6. Вихідна смуга, правий та лівий листи Мебіуса

Якщо розрізати лист Мебіуса вздовж лінії, рівновіддаленої від його країв, замість двох окремих стрічок вийде одна довга двостороння (закручена на повний оборот) стрічка. Ця властивість листа Мебіуса використовується у старовинному фокусі під назвою «афганські стрічки». При розрізанні стрічки Мебіуса з відступом від краю на одну третину її ширини вийде дві стрічки одна коротша, фактично лист Мебіуса, інша – довга стрічка з двома напівобертами. Інші комбінації можуть бути отримані зі стрічок з двома або більшою кількістю напівобертів у них. Наприклад, якщо розрізати стрічку з трьома напівобертами, то вийде стрічка, завита у вузол трилисника.

Лист Мебіуса неодноразово слугував натхненням для скульпторів та графіків. Нідерландський художник-графік **Мауріц Корнеліс Ешер** (1898–1972) був одним із художників, хто особливо любив цей математичний об'єкт і присвятив йому кілька своїх літографій.

Лист Мебіуса постійно зустрічається у науковій фантастиці, наприклад, у оповіданні **Артура Кларка** «Стіна мороку». Іноді в науково-фантастичних оповіданнях (слід за фізиками-теоретиками) робляться припущення про те, що наш Всесвіт може бути деяким узагальненим листом Мебіуса. В оповіданні «**Лист Мебіуса**» автора **А. Дж. Дейча**, бостонське метро будує нову лінію, маршрут якої стає настільки заплутаним, що перетворюється на лист Мебіуса, після чого на цій лінії починають зникати потяги. За мотивами цього оповідання було знято фантастичний фільм

«Мebіус» режисера **Густаво Москера**. Також ідея листа Мebіуса використовується в оповіданні **М. Кліфтона** «На стрічці Мebіуса».

Існують технічні застосування листа Мebіуса. Смуга стрічкового конвеєра, виконана у вигляді листа Мebіуса, працюватиме довше, тому що вся поверхня стрічки зношується рівномірно. Також у системах запису на безперервну плівку застосовуються листи Мebіуса (щоб подвоїти тривалість запису). У багатьох матричних принтерах фарбувальна стрічка також має форму листа Мebіуса для збільшення її ресурсу.

З листом Мebіуса тісно пов'язана «Пляшка Клейна» (рис. 10.7), одностороння поверхня, описана німецьким математиком **Феліксом Клейном** (1849–1925). Перший опис пляшки Клейна з'явився в його монографії «Про теорію Рімана алгебраїчних функцій та їх інтегралів», що вийшла 1882 року.

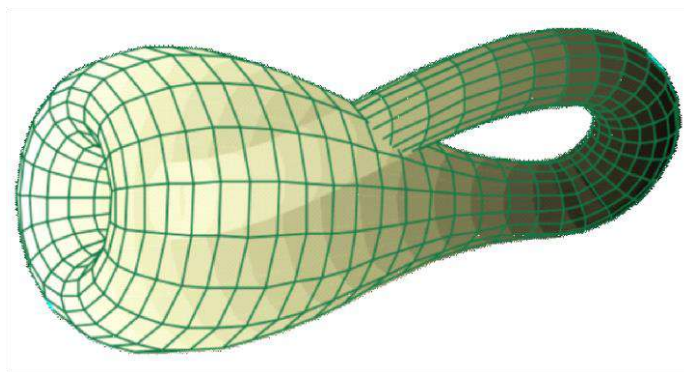


Рис. 10.7. Пляшка Клейна

Щоб побудувати модель пляшки Клейна, знадобиться порожнистий циліндр без підстав із додатковим отвором у стінці. Частину циліндра потрібно витягнути, вигнути і, просунувши його через отвір у стінці, приєднати до протилежного краю. Послідовність зазначених операцій ілюструє рис. 10.8.

Для справжньої пляшки Клейна в чотиривимірному просторі отвір у стінці не потрібний, але без нього не можна обійтися в тривимірному евклідовому просторі. Незважаючи на химерність форми в пляшці Клейна може бути розміщена рідина, проте на відміну від звичайної пляшки, у неї немає краю, де б поверхня різко закінчувалася. У Пляшці Клейна на відміну від сфери можна пройти шлях зсередини назовні, не перетинаючи краю поверхні (тобто насправді цей об'єкт не має ні внутрішньої поверхні, ні зовнішньої).

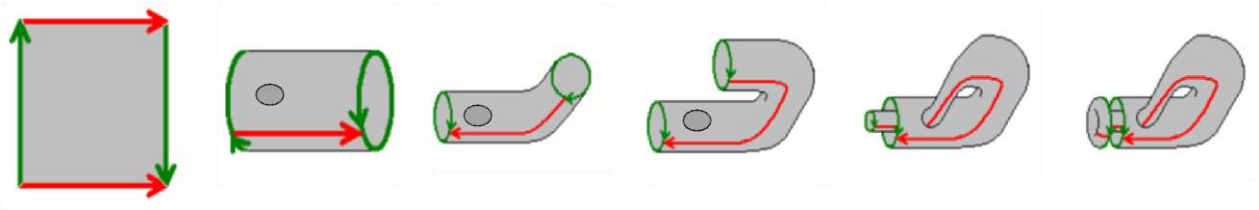


Рис 10.8. Послідовність операцій при виготовленні пляшки Клейна

Якщо розрізати пляшку Клейна навпіл по її площині симетрії, то у результаті утворюються два листи Мебіуса (рис. 10.9). На підтвердження односторонності отриманих фігур на малюнку показано переміщення точки з нормаллю вздовж отриманих поверхонь. При цьому слід пам'ятати, що зображеного самоперетину насправді немає.

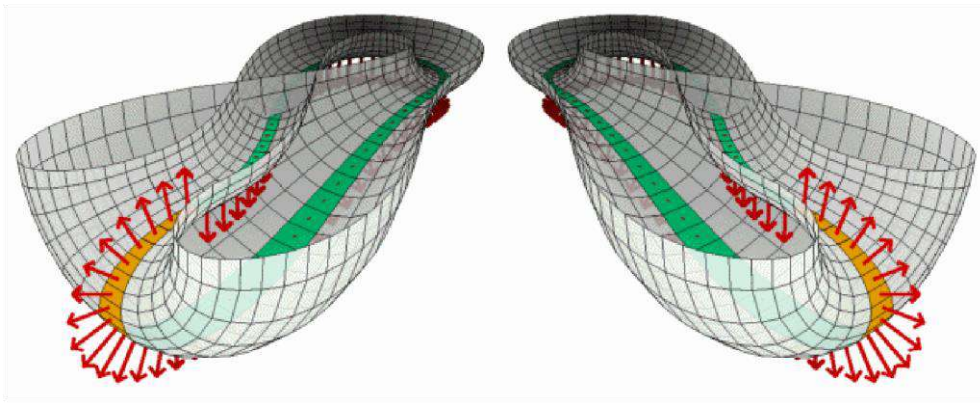


Рис. 10.9. Розріз пляшки Клейна за її площиною симетрії

Через сто років після Клейна з'явилася ще одна одностороння поверхня, яка була запропонована у 1981 році студентом Харківського політехнічного інституту **А. Кіпенським**. Опис цієї поверхні було опубліковано у 1982 році у науково-популярному фізико-математичному журналі «**Квант**», який на той час видавався Академією Наук СРСР та Академією Педагогічних наук СРСР. Для побудови такої поверхні можна використовувати будь-яку непарну кількість циліндричних кілець, з'єднаних у ланцюг. При цьому перше кільце з'єднується з другим таким чином, що його внутрішня поверхня переходить у зовнішню поверхню другого кільця і, навпаки, внутрішня поверхня другого кільця переходить у зовнішню поверхню першого (рис. 10.11). Друге кільце з'єднується з третім аналогічним чином – його внутрішня поверхня переходить у зовнішню поверхню третього кільця і т. д. Тепер для отримання односторонньої поверхні достатньо з'єднати перше кільце з останнім таким чином, щоб внутрішня поверхня останнього кільця переходила у зовнішню поверхню першого. Результат, отриманий при використанні трьох кілець, наведено на рис. 10.10.

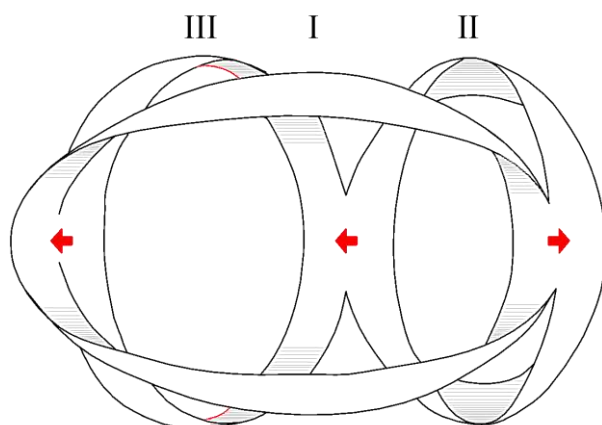


Рис. 10.10. Одностороння поверхня Кіпенського

З наведеного опису стає ясно, що на розглянутій поверхні можна знайти такий шлях, при проходженні якого нормаль до поверхні перейде в положення протилежне початковому.

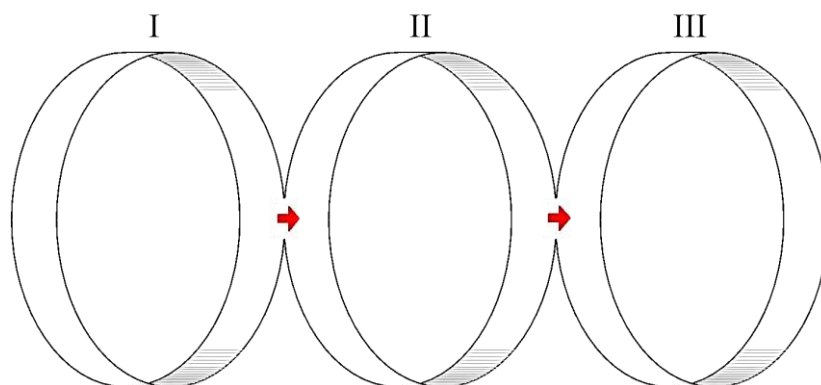


Рис. 10.11. Вихідний ланцюг для побудови поверхні Кіпенського

У поверхні Кіпенського є ще одна цікава властивість. Якщо її розрізати по центральній горизонтальній площині, то вона розділиться на дві дзеркально-симетричні частини (одна з них наведена на рис. 10.12), кожна з яких також буде односторонньою поверхнею.

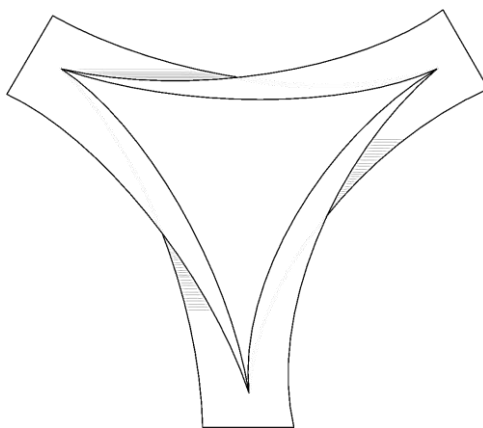


Рис. 10.12. Одна з половинок поверхні Кіпенського

У 1836 році Лістинг писав, що він, «прагнучи вивчити геометрію положення, багато дізнався і відкрив у період практичних досліджень у геттінгенській обсерваторії завдяки спілкуванню з Гауссом». Лістингу належить постановка задачі розташування в просторі замкнутої кривої лінії (**проблема вузлів**). Слід зазначити, що вузли відомі людству з давніх-давен. Археологи свідчать: людина ще не навчилася видобувати вогонь, не винайшла колесо, але вже користувалася надійними вузлами, деякі з яких застосовуються досі. Якщо кінці шнура, у якому зав'язаний вузол, не з'єднані, то вузол можна «розв'язати». Однак якщо кінці шнура з'єднати, то отриману в просторі криву (наприклад, рис. 10.13, *a*), розплутати в коло буде вже неможливо, оскільки її положення в просторі істотно відрізнятиметься від розташування кола.

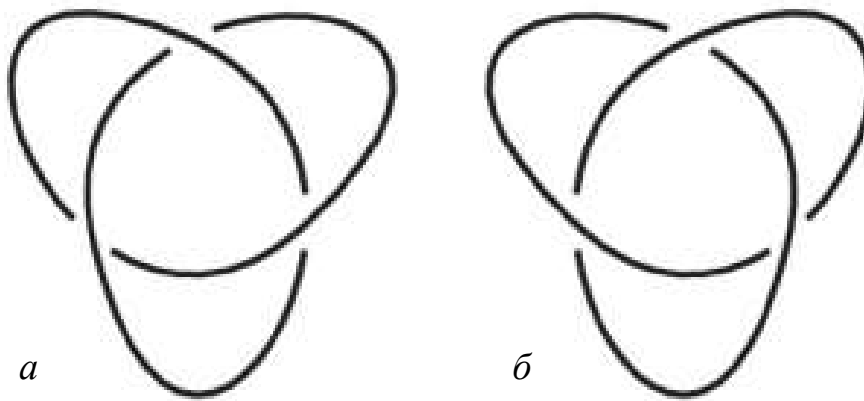


Рис. 10.13. Вузол конюшинного типу або трилисник, який має два дзеркально-симетричні різновиди

Проблема вузлів – це надзвичайно складна топологічна задача, і навіть зараз ще далеко до її повного вирішення, оскільки вона сповнена загадок. Проте певні успіхи вже є. Так, наприклад, зрозуміло, що на шнурі, кінці якого з'єднані, ніколи не вийде вузла, якщо його не було до з'єднання кінців. І, навпаки, якщо ж вузол на шнурі був, його можна розв'язати лише у тому випадку, якщо кінці шнура не з'єднані в кільце.

Відомі правила і для окремих випадків. Наприклад, для простого вузла, який у топології називається вузлом конюшинного типу або трилистником, існує дві форми (правий і лівий), що є дзеркальними двійниками (рис. 10.13, *a* і *b*). Ці вузли топологічно ідентичні, але перетворити одну форму на іншу без розривів шнура неможливо.

Вузол вздовж шнура можна переміщати скільки завгодно далеко. Якщо на шнурі два вузли зав'язані поруч, то зв'язку, що вийшла, прийнято

називати композицією. Операція композиції дуже схожа на операцію множення цілих чисел. Композиція як і множення підпорядковується комутативному закону. Якщо композицію двох вузлів A і B позначити через $A \# B$, то справедливим буде співвідношення $A \# B = B \# A$. Це співвідношення легко перевірити, якщо протягнути по шнуру один вузол «крізь» інший. Проте зав'язати на шнурі два такі вузли, які при зустрічному русі взаємно знищувалися, неможливо. Тільки порівняно недавно цей факт, відомий з досвіду, був доведений математично.

За визначенням топології вузол – замкнута просторова крива, яка не має точок самоперетину. Виходячи з цього, коло теж слід вважати вузлом – найпростішим із усіх або, як його ще називають, тривіальним. Цікаво відзначити, що лише тривіальний вузол можна намалювати на площині чи сфері без точок самоперетину. Вузол конюшинного типу можна намалювати без самоперетинів лише на торі, причому, якщо вузли будуть однакового типу, їх може бути скільки завгодно, за умови, що вони не перетинатимуться один з одним. Якщо на торі намалювати по одному вузлу кожного типу (правий та лівий, див. рис. 10.13), то вузли перетнуться у 12 точках.

У звичайній поверхні, наприклад, аналогічній аркушу паперу дві сторони, а її край містить тривіальний вузол. Такий самий вузол містить одностороння поверхня – лист Мебіуса. Звісно виникає питання: «Чи існують поверхні, край яких містить нетривіальний вузол?». Позитивну відповідь на це питання дає фігура, наведена на рис. 10.14, її край містить вузол конюшинного типу (див. рис. 10.13). Односторонню поверхню, край якої містить аналогічний вузол, наведено на рис. 10.12.

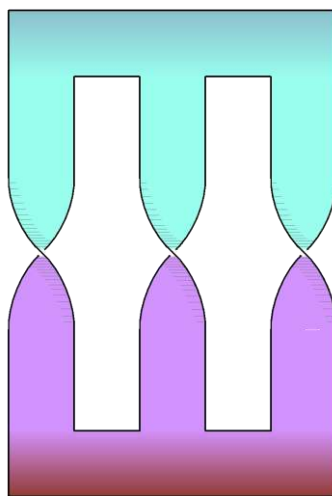


Рис. 10.14. Двостороння поверхня, край якої містить вузол конюшинного типу

Вузол конюшинного типу – один із найпростіших вузлів, крім тривіального. Топологія вивчає і складніші вузли, деякі їх показано на рис. 10.15.

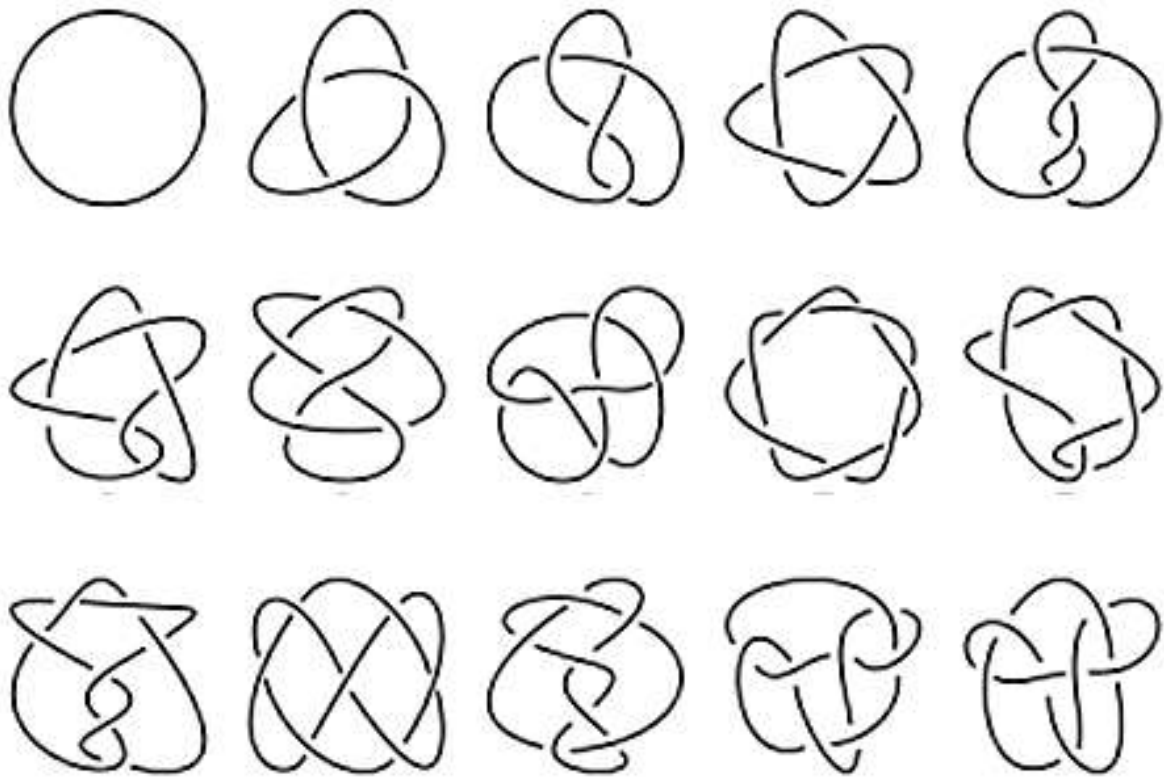


Рис. 10.15. Вузли різної складності

З 1885 року Лістинг, як і Мебіус, приступив до досліджень кривих поверхонь, які привели його до більш широкого аналога теореми Ейлера для будь-яких поверхонь. Разом з Гауссом він прийшов до відкриття загального поняття пов'язаності кривих поверхонь.

Таким чином, математики, що групувалися навколо Гауса і займалися систематичними дослідженнями, зробили значний внесок у теорію поверхонь. У 1851 році Ріман у своїй дисертації виклав власні дослідження з так званих ріманових поверхонь. За словами **Штеккеля** (1862–1919), «думки Рімана були абсолютно оригінальні і самотні, навіть у Гауса не намічалось настільки загальної ідеї багатолістої поверхні». Теорія ріманових поверхонь стала важливим етапом у створенні загальної теорії функцій. Слід зазначити, що розпочаті Ріманом геометричні та аналітичні дослідження топологічного характеру продовжуються і сьогодні.

Систематичні дослідження з теорії поверхонь тривали й у другій половині XIX століття, поки, нарешті, у топології замкнутих кривих поверхонь були визначені всі види кривих поверхонь. Дослідження у цьому

напрямі слідом за Ріманом і Мебіусом вели **Марі Едмон Каміль Жордан** (1838–1922), **Людвіг Шлефлі** (1814–1895) та ін.

Поруч із розвитком теорії поверхонь з'явилося й загальне поняття – різноманіття будь-якого числа змінних. Теорія різноманіття нині – це топологічне питання, з нею тісно пов'язані багато інших галузей математики. У цьому напрямі було отримано чимало фундаментальних теорем топологічного характеру. Досягнення у дослідженні різноманітностей у XIX сторіччі найпомітніші у роботах **Шлефлі** 1852 року, **Рімана** 1854 року й **Енріко Бетті** (1823–1892) – 1870 рік. Наприклад, Бетті, який використовував у своїй роботі аналітичні засоби, належить запровадження числової характеристики різноманіття (відомої зараз як число Бетті).

10.3. Задача про чотири фарби та теорія графів

Відносно недавно (близько 50 років тому) знову заговорили про знамениту **задачу про чотири фарби**. Це завдання було сформульовано в 1852 році лондонським студентом **Френсісом Гатрі** (1831–1899), який виявив, що для розрізнення графств на карті Англії достатньо чотирьох фарб, і висунув гіпотезу про те, що чотирьох кольорів достатньо для розфарбовування будь-якої карти, де сусідні країни розфарбовуються у різні кольори. При цьому країни вважаються сусідніми, якщо вони мають спільний кордон, що їх розділяє, а дві країни, які мають лише загальну вершину, сусідніми не вважаються. З практики випливає, що для всіх відомих досі карт як плоских, так і сферичних, завжди достатньо чотирьох кольорів (див. рис. 10.16), проте докази, що це правильно для будь-якої картки поки що не знайдено. Завдання про фарби набуло ще більш інтригуючий характер, коли виявилось, що для карт, намальованих на більш складних поверхнях (наприклад, торі і взагалі будь-якої поверхні), навпаки, її вдалося вирішити.

Через сорок років англійський математик **Персі Джон Хівуд** (1861–1955) довів, що будь-яку карту на площині можна розфарбувати п'ятьма кольорами. Це твердження було доведено й для сфери. Для довільної карти, намальованої на поверхні тора, як правило, необхідно і завжди достатньо семи кольорів. Після того, як завдання про чотири фарби було представлено для обговорення наукової громадськості, англійський математик **Артур Келі** (1821–1895) відзначив ймовірну складність її вирішення, що сприяло набуттю завданням всесвітньої популярності.

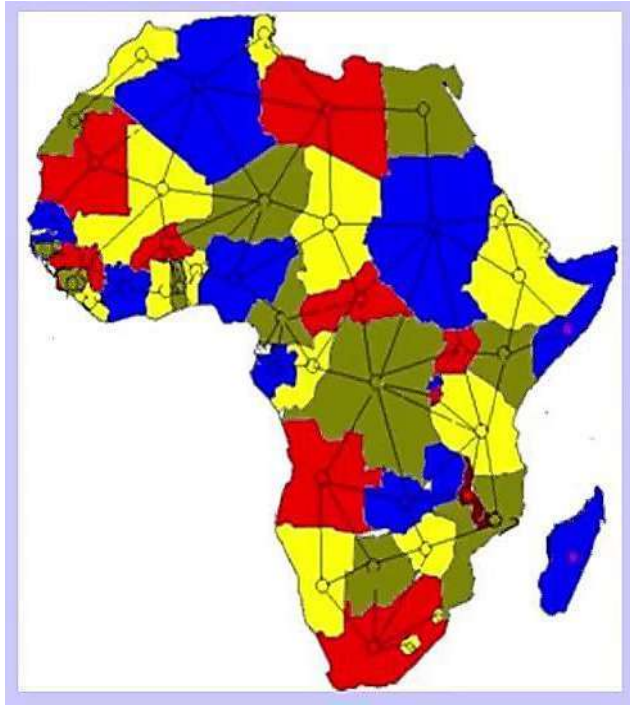


Рис. 10.16. Карта Африки
(4 кольори)

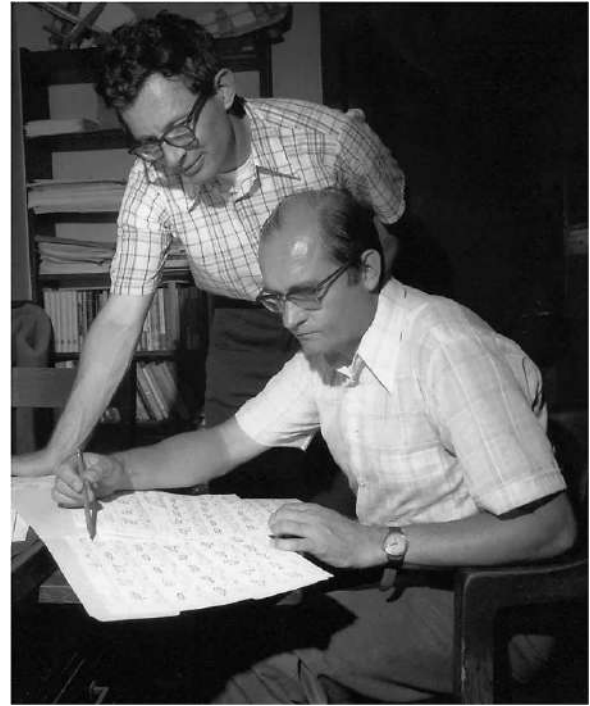


Рис. 10.17. Кеннет Аппель
та Вольфганг Хакен

У теперішній час вважається, що справедливості гіпотези чотирьох фарб встановлено. Слово «вважається» вжито у зв'язку з тим, що відомі зараз вирішення цієї проблеми базуються на застосуванні ЕОМ і пов'язані з виконанням величезної кількості обчислень, причому перевірка правильності обчислень практично нездійсненна. Перший машинний розв'язок був отриманий математиками Іллінойського університету **Кеннетом Аппелем** (1932–2013) та **Вольфгангом Хакеном** (1928–2022).

Математики звели вирішення задачі до перебору великого, але все ж таки кінцевого числа комбінацій. При цьому для вирішення задачі знадобилося 1200 годин машинного часу. Результати, отримані К. Аппелем і В. Хакеном (рис. 10.17), були опубліковані в 1976 році американським журналом «**Nature**». Деякі математики, щоправда, висловили сумнів у тому, що завдання справді вирішене. Тим не менш, вирішення цієї проблеми, яку можна як найважчу з найважчих поставити в один ряд із знаменитою проблемою французького математика **П'єра Ферма** (1607–1665), стало справжньою сенсацією у суспільстві математиків.

Слід зазначити, що завдання про чотири фарби цікаве лише само по собі, і в теоретичному відношенні помітного впливу на топологію надати, мабуть, не може. Хоча, задля справедливості, треба сказати, що пошуки вирішення проблеми чотирьох фарб стимулювали розвиток важливої галузі комбінаторної геометрії – **теорії графів**.

Перша робота з теорії графів, що належала відомому математику Леонарду Ейлеру, з'явилася у 1736 році. Спочатку теорія графів здавалася досить незначним розділом математики, оскільки мала справу здебільшого з математичними розвагами і головоломками. Однак подальший розвиток математики та особливо її додатків дав сильний поштовх розвитку теорії графів. Вже у XIX столітті графи використовувалися при побудові схем електричних ланцюгів і молекулярних схем. Нині можна зазначити і розділи чистої математики, наприклад, теорія математичних відносин, у якій графи є природним апаратом. З іншого боку, ця теорія знаходить численні застосування у різноманітних практичних питаннях: під час встановлення різного роду відповідностей, під час вирішення транспортних задач, задач про потоки у мережі нафтопродуктів і взагалі програмуванні. Крім того, теорія графів знаходить застосування в таких галузях, як економіка, психологія та біологія.

У математиці теорія графів розглядається, в основному, як одна з гілок топології, проте безпосереднє відношення вона має і до алгебри, і до теорії чисел. У найзагальнішому випадку граф – це топологічна модель, яка складається з безлічі вершин (наприклад, A, B, C і D на рис. 10.18) і безлічі ребер, що з'єднують їх (n, m, k) . При цьому значення має лише сам факт, яка вершина, з якою з'єднана.

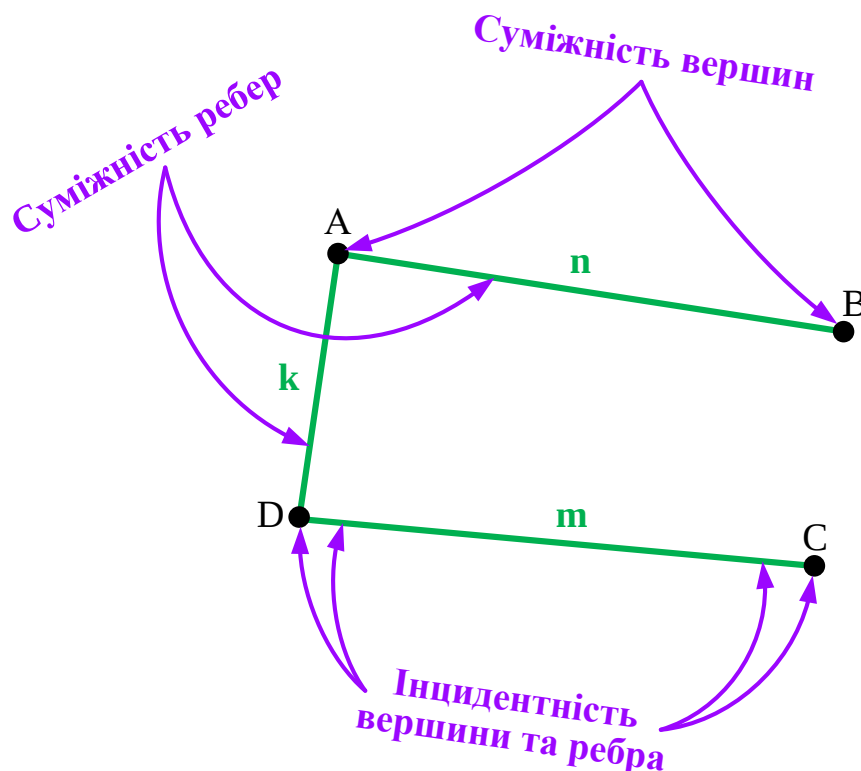


Рис. 10.18. Граф та основні визначення

Вершина – точка у графі, окремий об’єкт, для топологічної моделі графа немає значення координата вершини, її розташування, колір, смак, розмір; однак при вирішенні деяких задач вершини можуть розфарбовуватися в різні кольори або зберігати числові значення.

Ребро – невпорядкована пара двох вершин, пов’язаних один з одним. Ці вершини називаються **кінцевими точками** чи **кінцями ребра**. При цьому важливий сам факт наявності зв’язку, яким саме чином здійснюється цей зв’язок і якою дорогою – не має значення; однак ребру може бути присвоєно «вагу», що дозволить говорити про «**навантажений граф**» та вирішувати завдання оптимізації.

Інцидентність – вершина та ребро називаються інцидентними, якщо вершина є для цього ребра кінцевою точкою. Зверніть увагу, що термін «інцидентність» застосовується лише до вершини та ребра.

Суміжність вершин – дві вершини називаються суміжними, якщо вони інцидентні одному ребру. **Суміжність ребер** – два ребра називаються суміжними, якщо вони інцидентні одній вершині. Іншими словами – дві вершини суміжні, якщо вони з’єднані ребром, два ребра суміжні, якщо вони з’єднані вершиною.

Як було зазначено, теорія графів згодом знайшла широке застосування у вирішенні різних наукових і технічних завдань. Зокрема, застосування графів для аналізу електричних та електронних кіл найповніше було викладено у працях американського вченого **Семюеля Мезона**. Його книга «**Електронні ланцюги, сигнали та системи**» у співавторстві з **Г. Циммерманом** вийшла в перекладі з англійської мови 1963 року у видавництві іноземної літератури. Наочність уявлення інформації про процеси в електричній схемі, простота перетворення графів, а також спільність підходу до дослідження різних пристроїв були привабливими сторонами топологічного методу Мезона. В основу цього методу було закладено дуже глибокий фізичний та філософський зміст, заснований на обліку, використанні та відображенні діючих в електронному пристрої причинно-наслідкових зв’язків.

Простота та витонченість викладеного у книзі Мезона методу привернули увагу кандидата технічних наук, доцента, на той момент, декана електромашинобудівного факультету Харківського політехнічного інституту **Віктора Тимофійовича Долбні** (1924–2021). Викладення цього методу було включено до навчальних планів, зокрема до курсу лекцій з дисципліни «**Основи електронної та імпульсної техніки**», який студентам спеціальності «**Промислова електроніка**» читав Віктор Тимофійович.

У 1966 році з цієї дисципліни він підготував конспект лекцій у двох частинах. Друга частина була присвячена саме застосуванню спрямованих графів та топологічного методу для аналізу як складних пасивних електричних схем, так і схем, що містять вакуумні триоди та напівпровідникові транзистори. Це було першим у СРСР навчальним посібником з використання у навчальному процесі топологічних методів аналізу електричних схем. Певною мірою цей посібник послугував поштовхом до подальшого використання топологічних методів у багатьох навчальних та науково-дослідних інститутах країни.

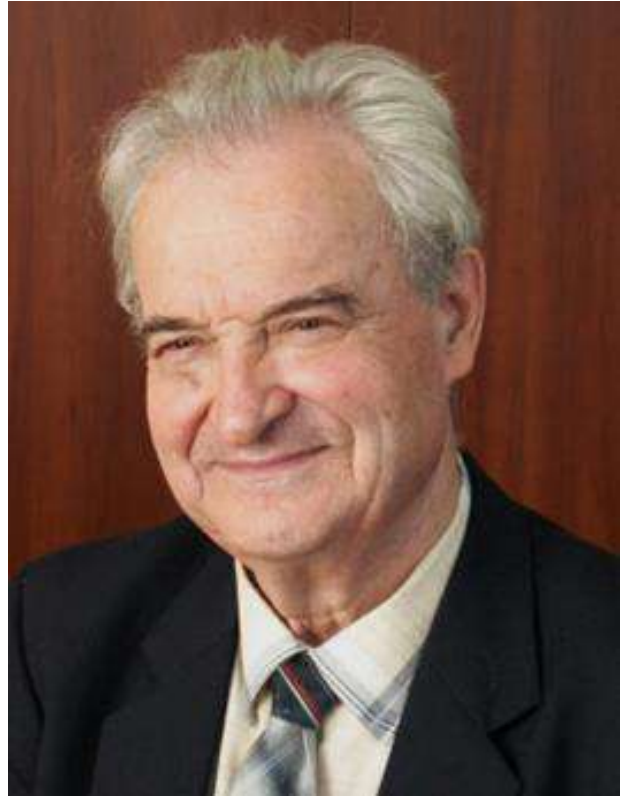


Рис. 10.19. В. Т. Долбня

Використання топологічних методів у наукових розробках кафедри **«Промислова електроніка»** призвело до їх подальшого розвитку. До 1975 року В. Т. Долбня підготував і захистив докторську дисертацію на тему **«Дослідження пристроїв промислової електроніки топологічним методом»**. В основу цієї дисертації були покладені оригінальні розробки автора, пов'язані зі створенням математичного апарату, що дозволяє поширити топологічні методи аналізу дослідження **перехідних процесів** в електричних і електронних ланцюгах. Зокрема, було запроваджено таке поняття, як **«спеціальні функції»**, що дозволяють відображати перехідні процеси у будь-яких ланцюгах. Крім того, були отримані універсальні топологічні формули, застосування яких виключає всі дії, пов'язані з аналізом ланцюгів у перехідних режимах іншими відомими методами: зникає необхідність у складанні систем диференціальних або операторних рівнянь, виключається застосування перетворень Лапласа та ін. Вираз для перехідного процесу записується безпосередньо за видом схеми, а для визначення коефіцієнтів, які входять у спеціальні функції, використовуються прості топологічні правила.

Подальші наукові розробки професора В. Т. Долбні в галузі топологічних методів аналізу лягли в основу дисертацій його учнів та

аспірантів. Однак найбільш значущим результатом стала фундаментальна монографія **«Топологічний аналіз і синтез електричних та електромеханічних систем»**, яка була видана у 2005 році. У цій монографії Віктор Тимофійович виклав оригінальні розробки стосовно аналізу перехідних процесів у колах та системах, які засновані на топології поряд із застосуванням відображення на площину комплексної змінної.

Повертаючись на сто років і підбиваючи підсумки XIX століття, можна відзначити, що хоча топологія і досягла чудових результатів у теорії поверхонь, насправді це було лише її зародженням, передісторією даного напрямку математики. У XX столітті топологія стала однією з основних галузей математики. Значною мірою це сталося тому, що топологія знайшла своє застосування у фізиці. Саме на рубіжі століть фізика перестала бути лінійною. З'ясувалося, що ньютонівський світ, в якому наш простір однаково протяжний і рівномірний у всіх напрямках, не є достатньо точним інструментом для опису реальності. І в тому, в чому, знову-таки, взяв вирішальну участь Пуанкаре, зробило наш світ вигнутим, скрученим. І ось, для опису не плоского світу топологія виявилася найвідповіднішим інструментом.

10.4. Сучасні напрямки топології і їх застосування у науці і техніці

Завдяки широкому застосуванню топології на вирішення різних задач у ній виділилося кілька різних напрямків.

Загальна топологія існує з того часу, коли в процесі розвитку кантерівської теорії множин була створена **теорія точкових множин в евклідовому просторі**. Оскільки в евклідовому просторі введена відстань, то вона як безліч точок набуває своєї топології. Завдяки цьому були розроблені поняття **замкнутої та відкритої множини, околиці, точки накопичення**. Ці поняття є фундаментальними у різних галузях математики, зокрема у аналізі.

Теорія точкових множин в евклідовому просторі послужила вихідним пунктом у розвитку загальної ідеї топологічного простору. Це почалося з робіт французького математика **Моріса Рене Фреше** (1878–1973) 1907 року, які були присвячені L -просторам. Фреше, займаючись дослідженнями у сфері функціонального аналізу, визначив простір за допомогою **поняття збіжності**, що становить ядро всієї топології. Заслуга Фреше полягає у тому, що він висунув основні тези **абстрактного простору**. За своєю суттю це

було відходом від звичних підходів в евклідовому просторі. При цьому для множини, в якій визначено поняття збіжності, простір стає топологічним. **Абстрактна теорія збіжності** поступово злилася з тим, що зараз визначається як теорія топологічних просторів. Абстрактизація ідеї простору відкрила шлях формування багатьох важливих понять у різних розділах математики.

У ХХ сторіччі було розроблено фундаментальні положення топології. Так 1909 року угорський математик **Фрід'єш Рус** (1880–1956) досліджував **граничні точки множини**. У 1914 році німецький математик **Фелікс Хаусфорт** (1868–1942) прийшов до поняття **системи околлиць**. У 1922 році польський математик **Казімеж Куратовський** (1896–1980) запровадив **аксіоматику замикання**. У 1925 році радянський математик **Павло Сергійович Александров** (1896–1982) побудував **теорію відкритих множин**.

У 1927 році польський математик **Вацлав Франциск Серпінський** (1882–1969) запропонував **теорію замкнутих множин**. У той час дослідження велися в теорії кривих ліній, теорії розмірності, що на сьогодні відноситься до загальної топології.

Комбінаторна топологія починалася з досліджень геометричних властивостей різноманітностей, проведеного французьким математиком Анрі Пуанкаре. У своїх дослідженнях він користувався розбиттям різноманітностей на елементарні **симплекси**, а також створював із симплексів складні комбінаторні структури. При цьому Пуанкаре застосовував апарат введених ним **груп гомологій**. Подальший прогрес комбінаторної топології пов'язаний з такими значними результатами, як результати австрійського математика та астронома **Еберхарда Хопфа** (1895–1971), теореми про нерухомі точки відображення американського математика **Соломона Лефшеца** (1884–1972) та теореми двоїстості **Анрі Пуанкаре** та **Джеймса Уенделла Александера** (1888–1971). Ці геометричні теорії, являючи собою частину комбінаторної топології, є також гілкою алгебраїчної топології.

Алгебраїчна топологія є областю геометрії, мета якої полягає у встановленні **топологічних інваріантів** на основі застосування **теорії груп**. Цей напрямок вважається провідним у топології. До основних досягнень алгебраїчної топології, крім теорії гомологій, належать **групи когомологій**, введені в роботах Александера і радянського математика **Андрія Миколайовича Колмогорова** (1903–1987). Дещо пізніше

алгебраїчна топологія зробила різкий стрибок у своєму розвитку завдяки роботам американського математика **Нормана Ерл Стінрода** (1910–1971) з теорії когомологій, які було опубліковано у 1947 році. Значний вплив на розвиток цього розділу топології здійснила робота (1951) французького математика **Жан-П'єра Серра** (нар. 1926), в якій він навів результати дослідження **спектральних послідовностей**.

Диференціальна топологія – напрямок топології, де об'єктом досліджень є **диференціальні різноманітності**. Суть диференціальних різноманітностей полягає у можливості розгляду функцій, які диференціюються, заданих у цій різноманітності. Оскільки точка різноманітності належить одночасно багатьом околицям, то їй відповідає стільки ж різних систем локальних координат. При цьому різноманітність буде диференційованою, якщо функції перетворення однієї локальної системи координат до іншої є теж диференційованими.

Фундаментальні дослідження у диференціальній топології були проведені американським математиком **Хасслером Уїтні** (1907–1989) у 1930 році. Потім активність досліджень у цій галузі дещо знизилася. У 1952 році французький математик **Рене Фредерік Том** (1923–2002) спираючись на теорію когомологій та гомотопічних груп побудував **теорію кобордизмів**. Після чого ним було розроблено широко відому **теорію катастроф**.

Згодом у диференціальній топології було отримано низку глибоких теорем, які склали їй славу однієї з найчудовіших областей усієї математики. Слід зазначити, що ціла низка фундаментальних результатів у галузі диференціальної топології була отримана радянськими математиками **Львом Семеновичем Портнягіним** (1908–1988) та **Сергієм Петровичем Новіковим** (нар. 1938).

Геометрична топологія – це назва розділу, який не є загальновизнаним. Тим не менш, у дослідженні топологічних властивостей геометричних фігур існує напрямок, в якому не застосовується метод алгебри, як це було при дослідженні комбінаторних і гладких структур, а вивчення геометричних властивостей проводиться безпосередньо. Інструментом досліджень тут не є методично розроблена теорія. Вивчення тих чи інших геометричних фігур полягає у безпосередньому наочному сприйнятті з подальшим проведенням низки суворо обґрунтованих міркувань. Саме тому в геометричній топології необхідні гострота сприйняття та правильність логічного мислення.

З останніх досягнень у вивченні патологічних (диких) геометричних фігур можна відзначити дослідження тривимірних різноманітностей. Добре відомі дослідження *Христоса Димитріу Папакірьякопулоса* (1914–1926), в результаті яких йому в 1957 році вдалося вирішити проблему Дена про сферу.

З робіт, присвячених вивченню «диких різноманітностей», слід зазначити роботу Александера 1924 року, де він запропонував конструкцію так званої рогатої сфери. Рогата сфера Александера, наведена на рис. 10.20, являє собою незвичну, складну для сприйняття дику фігуру.

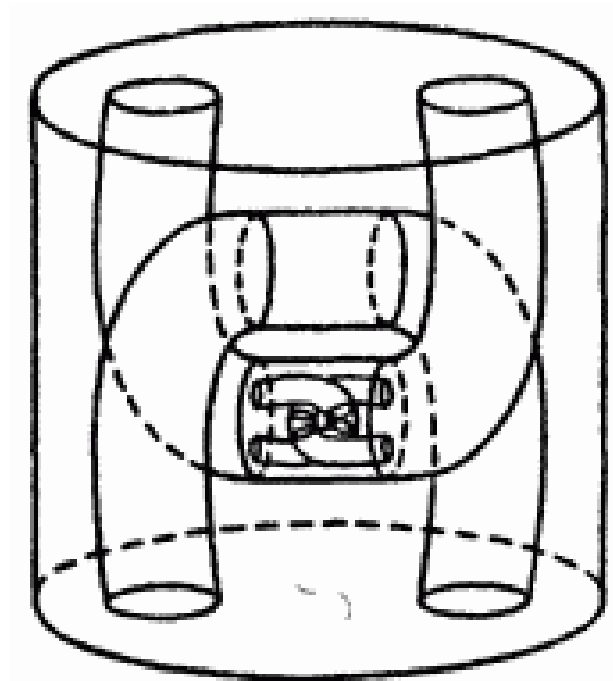


Рис. 10.20. Одне з зображень рогатої сфери Александера

Подальші дослідження у цьому напрямі топології були продовжені американськими математиками *Джоном Столінгсом* (нар. 1935), *Ронлі Хонлі Бінгом* (1914–1986) та деякими іншими.

Багато математичних понять або навіть цілі теорії, з'явившись на світ, можуть довгі роки не мати додатків поза самою математикою. Як приклад можна згадати загадкові комплексні числа, що увійшли до фізики та техніки через кілька століть після свого відкриття. Донедавна аналогічним прикладом могла бути і топологія. Проте в останні десятиліття в кількох досить далеких один від одного областях фізики виникла низка задач, які отримали своє адекватне формулювання і розв'язування лише мовою топології, що дозволило значно просунутися у відповідних розділах фізики.

Наочну ілюстрацію до сказаного дає біофізика полімерів, що має справу з гігантськими молекулами білків та нуклеїнових кислот. У теорії поля фігурують частинки, які математично описуються векторними полями з топологічними особливостями. У фізиці конденсованого стану з топологією виявилася пов'язана стійкість низки дефектів структури впорядкованих речовин: звичайних і рідких кристалів, надпровідників, надплинних рідин та феромагнетиків.

Топологія знайшла застосування й у технічній діагностиці. Так, **топологічна модель функціонування (ТМФ)** одна із математичних мов моделювання для опису функціональності системи.

ТМФ може бути описана як топологічний простір (X, θ) , де X – кінцева безліч функціональних характеристик (особливостей) аналізованої системи, θ – набір відкритих підмножин A , який повинен задовольнити двом загальним топологічним аксіомам, що були заявлені Андрієм Миколайовичем Колмогоровим:

а) X є обмеженою замкнутою безліччю елементів аналізованої системи з певною топологією θ між цими елементами; порожня множина належить цій топології;

б) різні системи (об'єднання та перетину) кінцевого числа відкритих підмножин A множини X належать заданій топології θ .

ТМФ може бути візуально подана у формі орієнтованого графа, де вузли графа відображають функціональні можливості системи, а спрямовані ребра – топологічні відносини між ними. За необхідності формати подання можуть бути доповнені списком кортежів інцидентів та матрицею інцидентності.

У 1969 році в Ризькому політехнічному інституті (з 1990 року – Ризький технічний університет) професором **Янісом Осісом** було розроблено метод діагностики механічних систем, заснований на застосуванні топологічних моделей. Починаючи з 1970-х років, ТМФ продовжують розвиватися і знаходити застосування у дедалі більш різних галузях.

Аналогічно галузевим стандартам, таким як діаграма діяльності уніфікованої **Мови моделювання**, нотації **VRPN** та **ERC** (подієвий ланцюжок процесів), ТМФ пропонує графічну нотацію для подання процесів у системі. Аналогічно мережам Петрі, ТМФ має точне математичне визначення. На відміну від інших математичних моделей ТМФ вимагає виявлення циклів функціонування.

Роботи зі створення високоякісних діагностичних алгоритмів і методів вважаються одними з фундаментальних при вирішенні існуючих завдань з діагностики систем, а їх основні принципи увійшли до методичних вказівок з технічної діагностики 1985 року:

- підхід до створення основ теорії систем;
- вирішення завдань у галузі медицини;
- складання математичної моделі з елементів міні-моделей елементів;
- управління моделями, отримання та управління знаннями;
- об'єктно-орієнтований системний аналіз та управляєма моделями інженерія.

Питання для самоконтролю

1. Хто з учених заклав основи топології?
2. Який внесок зробив Леонард Ейлер у розвиток топології?
3. Хто є загальновизнаним творцем топології?
4. Яку незвичайну поверхню відкрили Мебіус і Лістинг?
5. У чому полягає задача про чотири фарби?
6. Які напрями існують у сучасній топології?

ГЛАВА 11

ХІХ СТОЛІТТЯ – ПЕРІОД ЗБЛИЖЕННЯ НАУКИ З ТЕХНІКОЮ

Бурхливий розвиток промисловості в ХІХ столітті поставив перед наукою безліч нових проблем. Виникають нові галузі науки – прикладна механіка, теорія пружності, теорія коливань, термодинаміка, електротехніка та ін. Найважливіші відкриття були зроблені в багатьох галузях, завдяки чому були закладені основи для розвитку науки ХХ століття.

11.1. Досягнення прикладної механіки

У ХVІІІ столітті дуже часто вчений був математиком, механіком і астрономом в одній особі. Астрономія відігравала винятково велике значення у виведенні і підтвердженні законів механіки. Всі закони механіки та її основні положення виводилися методами математичного аналізу, а Лагранж взагалі вважав механіку частиною математичного аналізу. У ХІХ столітті для механіки з'явилося більш широке поле діяльності – техніка.

З появою у Франції навчальних закладів нового типу, що відрізнялися практичною спрямованістю, вперше з'являються й фахівці-інженери. Для їх підготовки в математиці і механіці розробляються і нові більш наочні методи. Поряд з аналітичним в механіку повертається геометричний підхід. Ініціатором цього методу є **Гаспар Монж** (1746–1818). Ще у 1760–1770 роках він розробив нарисну геометрію, предметом якої виклад і обґрунтування способів зображення та побудови тривимірних об'єктів на двовимірній площині креслення і методів розв'язання задач геометричного (креслярського) характеру за цими зображеннями. Сам Монж надавав цій науці прикладне значення, називаючи креслення мовою техніка. Першою книгою нової механіки став «Елементарний трактат статики», який Монж видав у 1786 році. Виклад у ньому починається з закону

складання паралельних сил, за яким викладається закон паралелограма сил, а також визначення рівнодіючої плоскої системи сил. Потім вводиться поняття про момент сили. Потім викладається визначення центра ваги без допомоги математичного аналізу. Книга закінчується главою, присвяченою теорії машин; як прості машини вказуються три: важіль, похила площина і мотузка.

Іншим механіком нового напрямку був учень Монжа **Лазар Карно** (1753–1823). У 1793 році військовий інженер Карно став «організатором перемоги» в боротьбі з феодалними інтервентами. У 1783 році вийшла його книга «**Досвід про машини взагалі**», яка перевидавалася в 1797 і в 1803 роках під назвою «**Основні принципи рівноваги і руху**». У викладі статистики Карно користується методикою Лагранжа, яка відчувається і в динаміці.

Родоначальником геометричного напрямку в механіці є **Луї Пуансо** (1777–1859). Він вважав, що механіка повинна безпосередньо обслуговувати запити практики. Тому домагаючись суворої обґрунтованості наукових висновків, вчений при цьому спирається на геометричне трактування питань механіки. В області геометричної статистики найважливішими працями Пуансо стали мемуари «**Про складання моментів і площ у механіці**» і трактат «**Начала статистики**», що вийшли в 1803 році. У вступі до цього трактату Пуансо чітко обґрунтовує доцільність вивчення статистики окремо від динаміки, не розглядаючи ті рухи, які могли б надати матеріальним тілам діючі на них сили. Вчений визначає силу як деяку причину руху. При цьому він на відміну від Лагранжа, який ставив силу трьома проєкціями на координатні осі, позначав буквами ***P, Q, R, S*** та ін., розташованих на прямих, що зображують їх напрямки. При цьому вказується також точка прикладання сили і її величина. Від сучасного позначення сили позначення Пуансо відрізняється тільки відсутністю стрілки на лінії дії.

На початку трактату формулюються основні аксіоми статистики. За ними слідують чотири теореми, в яких Пуансо визначає правила складання паралельних сил і сил, які сходяться.

Пуансо вперше вводить фундаментальне поняття **реакції зв'язків** і вперше чітко формулює **принцип звільнення від зв'язків**. Однією з найважливіших його заслуг стало введення ним у статистику **пари сил**. У результаті розробки теорії пар сил була обґрунтована і реалізована можливість викладу статистики на основі **принципу складання і**

розкладання сил, який Пуансо поклав в основу перетворень системи сил і пар, прикладених до твердого тіла. Зокрема, Пуансо показав, що дія сили на тверде тіло не зміниться, якщо цю силу перенести в іншу точку, додавши водночас пару сил з моментом, рівним моменту цієї сили відносно нової точки прикладання.

На основі теорії пар виявилось можливим за допомогою еквівалентних перетворень привести довільну систему сил, що діють на тверде тіло, до заданого центру. Пуансо знайшов **статичні інваріанти** (характеристики систем сил, які не змінюються при їх еквівалентних перетвореннях) і проаналізував всі можливі випадки приведення, що відрізняються значеннями статичних інваріантів. Розглядаючи випадок, коли як результуюча сила, так і момент результуючої пари дорівнюють нулю (випадок рівноваги твердого тіла), він вперше вивів **шість рівнянь рівноваги** твердого тіла. Потім Пуансо, спираючись на принцип звільнення від зв'язків і на принцип затвердіння, поширює теорію рівноваги на випадки невідного твердого тіла і системи тіл.

Третина всього обсягу трактату присвячена розгляду прикладів на практичне застосування загальної теорії рівноваги систем взаємопов'язаних твердих тіл. Таким чином, у працях Пуансо статика остаточно сформувалася як самостійний розділ механіки, що має велике практичне значення.

За працями, які заклали основи статички, йшов мемуар Пуансо «**Загальна теорія рівноваги і руху систем**», опублікований у 1806 році. Тут автор застосовує теорію пар вже до динаміки, отримуючи істотно більш прості докази низки результатів, знайдених його попередниками.

А в трактаті «**Нова теорія обертання тіл**» (1834) Пуансо розглядає в основному питання кінематики і динаміки твердого тіла з нерухомою точкою, вносячи істотний внесок у ці розділи механіки. Зокрема, в кінематиці він ввів поняття **пари обертань, миттєвої осі обертання** твердого тіла, що здійснює сферичний рух, і **центральної осі системи обертань та поступальної ходи (миттєва гвинтова вісь)**. При цьому основні стани не уточнювалися фізично, а поняття «**сила**» залишалося невизначеним. Зв'язки передбачалися ідеальними: опорні поверхні без тертя, стрижні і нитки невагомими, а якщо вага нитки все ж враховувалася, то вона вважалася цілком однорідною й абсолютно гнучкою. Навіть у статисти Пуансо немає згадки про тертя.

Практичне застосування механіки, однак, вимагало не загальних, а

часткових і зручних методів для розв'язання задач. Тому в XIX столітті, поряд з теоретичною механікою, з'явилася прикладна або технічна механіка. Її творцем є **Жан Віктор Понселе** (1788–1867). Першою його працею став «**Трактат про проєктивні властивості фігур**», надрукований у 1822 році. Цей трактат створив епоху в історії математики – розроблені в XVIII столітті аналітичні методи змінюються геометричними. Для розв'язання практичних задач Понселе написав «**Курс механіки, застосований до машин**», і більш елементарно викладений «**Вступ до індустріальної фізичної або експериментальної механіки**». Важливі для практики теореми теоретичної механіки: про миттєвий центр швидкостей і гвинтовий рух твердого тіла вивів **Мішель Шаль** (1793–1880).

Великий внесок у розвиток прикладної механіки зробив **Гаспар Коріоліс** (1792–1843). Основним його твором є «**Курс механіки твердих тіл і розрахунку потужності машин**» (1829). Його ім'я носить теорема, подана в «**Дослідженні про програму принципу живих сил у відносних рухах системи тіл**».

На перший план у прикладній механіці висунулося поняття роботи. Ефект рушійної сили і способів її отримання з джерела сили – двигуна можна оцінити за допомогою **роботи і потужності**. Автори поняття «робота» (Понселе та Коріоліс) підкреслили її економічне значення: «Робота є те, що оплачують». У зв'язку із застосуванням теореми про зміну кінетичної енергії (живої сили) Коріоліс запропонував виражати її не як mv^2 , як пропонував Лейбніц у XVIII столітті, а як тепер прийнято $mv^2/2$.

Практика також вимагала більш точних формулювань основних понять механіки і вибору найбільш зручних методів розв'язання задач. Нарешті в механіці утвердилися запропоновані Ейлером поняття «**матеріальна точка**» і «**абсолютно тверде тіло**». **Шарль Огюстен де Кулон** у 1789 році вивів закони тертя ковзання. Задача на дослідне визначення коефіцієнтів тертя різних тіл, а також дослідження його зміни в різних умовах, так само належать галузі прикладної механіки.

Статика абсолютно твердого тіла не дозволяє розв'язати всі задачі на рівновагу, оскільки число невідомих може перевищити число рівнянь рівноваги. Це так звані статично невизначені системи і їх розв'язання вимагає знання пружних властивостей тіл. Таким чином, з'являється ще один розділ прикладної механіки – «**Опір матеріалів**».

У цілому створення теоретичної і прикладної механіки всіляко сприяли зближенню науки з промисловістю. Це зближення відбулося в XIX столітті.

11.2. Розвиток термодинаміки

У XIX столітті з'являється новий розділ фізики, що вивчає найбільш загальні властивості макроскопічних систем і способи передачі та перетворення енергії в таких системах, – це термодинаміка. Нова наука виявилася дуже важливою не тільки для вдосконалення парових машин, але і для створення нових типів теплових двигунів. Слід зазначити, що протягом більш ніж 100 років парові машини будувалися без відповідної теорії. Успіхи парових двигунів не дають спокою численним винахідникам. Число винаходів різних типів двигунів швидко зростає, пропонується чимало і «вічних двигунів». Пошук останніх настільки відволікав вчених, що у 1775 році, за 70 років до встановлення закону збереження енергії і за 90 років до відкриття другого закону термодинаміки, Паризька Академія наук першою в світі приймає рішення їх більше не розглядати.

В античні і середньовічні часи вважалося, що носіями тепла в тілі є невагома речовина, яка пізніше отримала назву **теплород**. На противагу теорії теплороду в працях **Френсіса Бекона** (1561–1626) зароджується теорія про кінетичну природу тепла, в рамках якої теплота подається як певний вид руху часток. Розуміння зв'язку між дією вогню і механічною роботою парової машини деякою мірою допомагало першим винахідникам.

Однак уявлення про природу тепла ще довго залишалися предметом суперечок. Шотландський хімік **Джозеф Блек** (1728–1799), вивчаючи природу теплоти, встановив, що різні види речовини нагріваються різною мірою однією і тією самою кількістю теплоти. В результаті він виявив теплоємність різних видів речовини. Блек встановив, що при таненні льоду і снігу протягом певного часу вони поглинають тепло, не стаючи при цьому теплішими. Це дозволило йому виявити прихований стан теплоти.

При цьому Блек також розумів теплоту як якусь матеріальну субстанцію, яку великий хімік **Антуан Лоран Лавуазьє** назвав теплородом. Спроби зважити її виявилися невдалими, тому теплоту стали розглядати як особливого роду невагому незнищенну рідину, здатну перетікати від нагрітих тіл до холодних. Лавуазьє вважав, що подібна концепція була в повній відповідності з його ідеєю отримання теплоти за допомогою хімічних сполук. Захоплення цією концепцією виявилось настільки велике, що вона протрималася до середини XIX століття, і кінетична теорія теплоти відступила на другий план, незважаючи на те, що її поділяли Ньютон, Гук, Бойль, Д. Бернуллі і Ломоносов.

Гіпотеза теплороду була відкинута в результаті випробувань, що

послужило опорою для прийняття молекулярно-кінетичної теорії в середині XIX століття. У 1798 році англійський вчений **Бенджамін Томсон (граф Румфорд)**, спостерігаючи за свердлінням каналів у стволах зброї, помітив, що під час цієї роботи виділяється велика кількість теплоти. Засумнівавшись у існуванні теплороду, вчений поставив спеціальні досліди. Він помістив під воду металеву болванку і за допомогою тупого свердла, що приводився в рух силою двох коней, висвердлював отвір. Через дві з половиною години вода закипіла. На основі цього факту Румфорд зробив висновок, що ніякого теплороду не існує, а причина теплоти полягає в русі.

Через рік Гемфрі Деві провів новий експеримент, який також свідчив проти теорії теплороду. Він помістив під дзвін повітряного насоса, звідки попередньо було откачано повітря, два шматки льоду при температурі 0°C . Обидва шматки терлися один по одному за допомогою спеціального годинникового механізму. При цьому терті лід танув, причому температура води, що вийшла, виявилася на кілька градусів вище 0°C . Оскільки питома теплоємність льоду менше, ніж у води, Деві зробив висновок, що теплота могла з'явитися тільки внаслідок руху.

XIX століття є століттям тріумфальної ходи парової машини. Вона стала не просто головним, а практично єдиним двигуном у промисловості і на транспорті. Однак парові машини мали дуже низький ККД, і їх подальше вдосконалення вимагало розвитку теоретичних основ теплотехніки. При цьому конструктори парових машин, у тому числі і Дж. Ватт, користуються емпіричними даними.

Першу фундаментальну працю з теорії теплотехніки **«Роздуми про рушійну силу вогню і машини, здатні розвивати цю силу»** видав у 1824 році французький інженер **Саді Карно** (1796–1832). Він передбачив, що тепловим машинам «судилося здійснити великий переворот у цивілізованому світі», і поставив собі за мету визначити причини їх недосконалості. У своїй праці Карно заклав основи термодинаміки, оскільки там містилися (хоча й отримані за допомогою теорії теплороду) і обидва начала термодинаміки, і її основні поняття, й ідеальний цикл теплових машин, й інші важливі положення. Основоположник термодинаміки пропонує робочий цикл чотиритактного двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ). Але робота Карно пройшла майже непоміченою. І лише через 10 років, після видання **«Мемуару про рушійну силу теплоти»** Б. Клапейрона, вона стала справжньою сенсацією. Клапейрон «переклав» її математичною мовою, розкривши великий зміст цієї праці, і першим застосував графічний метод дослідження роботи теплових машин – **метод циклів**. У 1845–1847 роках

працями Р. Майєра, Дж. Джоуля, Г. Гельмгольца остаточно формулюється закон збереження і перетворення енергії – перший закон термодинаміки. Недовіра до нового закону швидко розсіюється завдяки працям В. Томсона (лорда Кельвіна), Р. Клаузіуса, У. Ренкіна та ін.

У 1855–1865 роках Клаузіус вводить поняття оборотних і необоротних процесів і ентропії – величини, зростання якої в необоротних процесах характеризує ту частину енергії тіл, яка не може бути перетворена в роботу, а розсіюється у вигляді теплоти. Оскільки всі реальні процеси внаслідок тертя, теплопровідності і кінцівки часу їх протікання незворотні, ентропія ізольованих систем завжди зростає. Це формулювання другого начала термодинаміки Клаузіус без належних підстав поширив на Всесвіт, оголосивши про неминучість її «теплової смерті». Це означало, що колись вся енергія, наявна на Землі і в інших частинах Всесвіту, перетвориться в тепло, а рівномірний розподіл останнього між тілами земної природи і Всесвіту призведе до вирівнювання температури і до повного припинення перетворень енергії. Однак ця теорія не враховує нескінченність Всесвіту, в якій процеси розсіювання і концентрації енергії повинні чергуватися і в часі, і просторі. Цим пояснюється наявність запасів енергії на Землі і в Сонячній системі. Крім того, австрійський фізик **Людвіг Больцман** (1844–1906), один з творців молекулярно-кінетичної теорії газів, довів, що закон зростання ентропії непридатний до Всесвіту ще й тому, що він справедливий лише для статистичних систем, що складаються з великої кількості хаотично рухомих частинок, поведінка яких підпорядковується законам теорії ймовірностей. Для них зростання ентропії є лише найбільш ймовірним, але з необхідністю має наступати і малоймовірна подія – її зменшення. У Всесвіті ж діють динамічні закони.

Так було закладено фундамент термодинамічного методу, і почалася розробка його застосувань, перш за все, до теорії теплових машин.

11.3. Історія розвитку електротехніки

Розвиток електротехніки починається в 1800 році з відкриття **Алессандро Вольты** (1745–1827) хімічного джерела струму – **вольтова стовпа**. Оскільки він був дорогим, малопотужним і ненадійним в експлуатації, **перший період розвитку електротехніки** (1800–1831) був порівняно малоплідним для практики, але вельми багатим для вивчення властивостей електрики і потенційних можливостей її практичного застосування.

У 1800 році **Карлейль** і **Нікольсон** розклали за допомогою струму воду на водень і кисень. **У. Крейкшенк** показав в тому ж році, що й солі різних металів також розкладаються струмом. У 1801 році **У. Х. Вулстен** дослідним шляхом довів ідентичність струму, одержаного від вольтова стовпа, з тими зарядами, які виникають при явищах статичної електрики. Було виявлено теплову дію струму – нагрівання провідника.

У 1802 році видатний російський фізик **Василь Володимирович Петров** (1761–1834) сконструював велику електричну батарею, що складається з 2100 мідно-цинкових елементів з електрорушійною силою близько 1700 В. Він досліджував властивості цієї батареї як джерела струму і показав, що її дія заснована на хімічних процесах між металами і електролітом. Одним з визначних успіхів вченого стало відкриття в 1802 році явища електричної дуги, яку він отримав між вугільними електродами. Петров довів можливість практичного застосування електричної дуги для цілей плавки, зварювання металів, відновлення їх з руд і освітлення. Тоді ж він виявив і явище тліючого розряду при проходженні електричного струму через розріджені гази. Проводячи електроліз жирів і масел, Петров виявив ізоляційні властивості цих речовин.

Й. В. Ріттер (1776–1810) в 1803 році виявив можливість акумулювання енергії гальванічного струму. У 1807–1808 роки **Г. Деві** (1778–1829) здійснив електроліз багатьох металевих солей і отримав такі метали як натрій, калій, кальцій, стронцій, магній, барій і бор в чистому вигляді.

Властивість струму майже миттєво поширюватися на великі відстані породило ідею використовувати його для створення електричного дротового зв'язку. Другою важливою властивістю була здатність струму розкладати рідини на складові частини. На цій основі **С. Т. Земмеринг** (1755–1830) побудував електролітичний телеграф, індикатором в якому служили бульбашки газу, утвореного при розкладанні рідини струмом. Для практики цей телеграф виявився непридатний, проте він пробудив загальний інтерес до такого виду зв'язку.

Друге застосування електричного струму – гальванічний спосіб підриву мін на відстані. У 1812 році в Петербурзі на Неві, а в 1815 році в Парижі на Сені **Павло Львович Шиллінг** (1786–1837) демонстрував методи гальванічного вибуху підводних мін.

Важливе значення мало відкриття в 1819 році **Гансом Християном Ерстедом** (1777–1851) електромагнетизму, тобто дії струму на магніт. Досліди Ерстеда були продовжені і розвинені Араго, Ампером та ін. і привели до створення соленоїда, мультиплікатора, електромагніта і

гальванометра. Досліди Барлоу, Фарадея і Генрі показали можливість перетворення електричної і магнітної енергії в механічну. Однак гальмом було те, що хімічні джерела струму були придатні тільки для лабораторних випробувань. Відкриття в 1821 році **Т. Є. Зеєбеком** (1770–1831) термоелектрики також не забезпечило створення придатних для практики генераторів.

У цей період **Андре Марі Ампер** (1775–1836) розробив багато питань взаємодії струмів, узагальнені в опублікованій у 1826–1827 роках теорії електродинамічних явищ. Тоді ж почав свої експерименти, в області індукції і **Майкл Фарадей** (1791–1867). **Ж. Б. Біо**, **Ф Савар** і **П. Лаплас** дали математичний вираз для сили взаємодії між струмами і магнітами, а Ампер для сили взаємодії між струмами.

У 1826 році **Георг Ом** (1787–1854) експериментальним шляхом відкрив основний закон електричного кола і ввів поняття опір. Він також навчився обчислювати опір металевих провідників. Вчений світ спочатку не сприйняв закон Ома. Першими його визнали російські фізики Ленц і Якобі. І тільки в 1842 році до Ома прийшло визнання і Лондонське королівське товариство нагородило його золотою медаллю.

Таким чином, в першому періоді розвитку електротехніки були створені передумови для її розвитку і подальших застосувань електричного струму.

З видатного відкриття Майкла Фарадея явища електромагнітної індукції починається **другий період розвитку електротехніки** (1831–1867). До відкриття способу перетворювати магнетизм в електрику застосування останнього не виходило за межі дослідів і наукових розваг. Вся сучасна електротехніка, що заснована на застосуванні великих струмів, має своїм джерелом відкриття Фарадея. Крім цього Фарадей відкрив кількісні закони електролізу.

Однак в цей період незалежно від відкриття Фарадея розвивалися й ті області електротехніки, для яких було досить імпульсів або малих струмів. У 1828–1832 роки Шиллінг створив придатний для практики електромагнітний телеграф, використавши як індикатор передані за певним кодом імпульси мультиплікатора. Цим він відкрив шлях багатьом вченим в цій галузі, таким як **Якобі**, **Морзе**, **Уїтстон** та ін. Телеграфія у 1840-ті роки стала основною сферою застосування електричного струму. І до кінця 1860-х років. Європа і Північна Америка були покриті густою мережею телеграфних ліній. Що стосується підводних ліній, то спочатку вони були прокладені через річки, а в 1850 році був прокладений кабель

через Ламанш, правда лише через рік вдалося домогтися задовільної якості зв'язку. У 1856 році була утворена Атлантична телеграфна компанія для облаштування телеграфного зв'язку між Англією і США. Крім величезних коштів, до її роботи були залучені великі наукові сили на чолі з В. Томсоном (лорд Кельвін). Довжина цієї лінії становила 3600 км. У 1866 році після десяти років важкої праці і усунення численних аварій та несправностей зв'язок між Європою та Америкою було, нарешті, встановлено. Розвиток телеграфу відіграв важливу роль в розробці і встановленні системи міжнародних електричних одиниць, сприяв виникненню і вдосконаленню електрометрії і побудові вимірювальних приладів.

Електромагнітний принцип використовували винахідники для створення електродвигуна. Перші електромотори були з постійними магнітами. Спочатку з'явилися електротехнічні пристрої зі зворотно-поступальним або гойдальним рухом якоря, які не знайшли практичного застосування. У 1834 році російський вчений **Борис Семенович Якобі** (1801–1874) створює перший у світі електродвигун з безпосереднім обертанням робочого валу. Обертальний рух якоря в двигуні Якобі відбувався внаслідок попереминого притягіння і відштовхування електромагнітів. Нерухома група U-образних електромагнітів живилася струмом безпосередньо від гальванічної батареї, причому напрямок струму в цих електромагнітах залишався незмінним. Рухома група електромагнітів була підключена до батареї через комутатор, за допомогою якого напрямок струму в кожному електромагніті змінювався раз за один оберт диска. Полярність електромагнітів при цьому змінювалася, а кожен з рухомих електромагнітів поперемино притягався і відштовхувався відповідним нерухомим електромагнітом, внаслідок чого вал двигуна починав обертатися. Потужність такого двигуна становила всього лише 15 Вт.

У 1839 році Якобі побудував човен з електродвигуном потужністю 1 к. с., який працював від 69 гальванічних елементів Грове і рухав човен з 14 пасажирями по Неві проти течії. Це стало першим практичним застосуванням електромагнетизму для пересування. Однак для широкого застосування електромоторів необхідні були надійні джерела струму, якими не могли служити батареї гальванічних елементів.

На рахунку академіка Якобі є ще одне досягнення – в 1838 році він винайшов гальванопластику. Ця технологія швидко поширилася в Російській імперії. Зокрема, у такий спосіб були створені скульптури на нефах Ісаакіївського собору в Санкт-Петербурзі.



Рис. 11.1. М. Фарадей



Рис. 11.2. Б. С. Якобі

У цей час велися дослідження і в галузі використання струму в електротермічних процесах. **Джеймс Прескотт Джоуль** (1818–1889) в 1841 році і незалежно від нього в 1842 році **Емілій Християнович Ленц** (1804–1865) відкрили закон виділення теплоти при проходженні струму – закон Джоуля – Ленца. Крім того Джоуль визначив механічний еквівалент тепла. Це відіграло величезну роль у встановлення закону збереження і перетворення енергії. Ленц сформулював правило, за яким наведений струм завжди спрямований так, що його магнітне поле протидіє процесам, що викликають індукцію. Відзначимо також встановлені **Робертом Густавом Кірхгофом** (1824–1887) закони розгалуженого електричного кола і роботи **Вільгельма Едуарда Вебера** (1804–1891) в області теорії магнетизму.

Найбільший інтерес у другому періоді розвитку електротехніки, після телеграфії, викликало електричне освітлення. Тоді вже були створені основні типи дугових ламп і безліч ламп розжарювання.

Але для всього цього було потрібно надійне джерело дешевої електроенергії. Таким став електромашинний генератор, заснований на принципі електромагнітної індукції, відкритої Фарадеєм. Створенню його сприяв розвиток науки. Познайомившись з експериментальними дослідженнями Фарадея в області електрики, Максвелл зрозумів, що для торжества і розвитку його ідей необхідно перекласти їх строгою математичною мовою. У 1873 році він створив узагальнюючу теорію електрики і магнетизму.

Третій період розвитку електротехніки (1867–1891) почався в той час, коли на основі явища електромагнітної індукції та принципу самозбудження («динамоелектричний принцип») був побудований генератор Грамма, що давав дешеву електроенергію. У третьому періоді використовувався в основному постійний струм, і відбувався подальший розвиток його неенергетичного застосування – телеграфія, телефонний зв'язок, електрична сигналізація, автоматичні пристрої і ін. Однак при цьому в області енергетичних застосувань відбувається поступовий перехід від дослідів до практики.

У другій половині 1870-х років, завдяки роботам **Павла Миколайовича Яблочкова** (1847–1894), з'явилися генератори однофазного змінного струму. Вони отримали застосування лише завдяки свічці Яблочкова. Вона являла собою два стрижня, затиснутих в клемі підсвічника та розділених ізоляційною прокладкою з каоліну. На верхніх кінцях запалювався дуговий розряд, і полум'я дуги яскраво світило, поступово випаровуючи ізоляційний матеріал і спалюючи вугілля. Сконструйований П. М. Яблочковим генератор змінного струму, на відміну від постійного струму, забезпечував рівномірне вигорання вугільних стрижнів і не вимагав регулятора. Вчений першим застосував змінний струм для промислових цілей, створив трансформатор змінного струму, електромагніт з плоскою обмоткою і вперше використав статичні конденсатори в ланцюзі змінного струму. Яблочков також першим в світі створив систему електричного освітлення з великою кількістю свічок, які живляться від одного генератора змінного струму. Свічка Яблочкова дала можливість встановити електричне освітлення в громадських приміщеннях, вулицях, парках і т. д.

У 1880-ті роки з'являються перші лінії електрифікованого залізничного транспорту, в тому числі й міські (трамваї), винайдене електрозварювання, будуються електричні печі, підйомники і інші транспортуючі пристрої. Електрика широко впроваджується в хімічні технології (електроліз). У цей час яскраво розквітає талант **Томаса Алва Едісона** (1847–1931). Ще в 1870-ті роки він удосконалив телеграф, телефон, кіноапаратуру, винайшов фонограф. Едісон розробив один з перших комерційно успішних варіантів електричної лампи розжарювання, ідея якої належить російському винахіднику **Олександру Миколайовичу Лодигіну** (1847–1923).

У 1882 році Едісон запустив в експлуатацію першу в світі масштабну електромережу, яка постачала електроенергією 59 клієнтам в районі

Нью-Йорка Нижній Мангеттен. Мережа напругою 110 В була постійного струму. Томас Едісон поєднував талант винахідника з даром організатора «винахідницької індустрії». У 1889 році на Всесвітній промисловій виставці в Парижі він продемонстрував європейцям плоди своєї творчості: телеграф, телефон, фонограф, різні електротехнічні прилади. Винахідник заснував компанію **Edison General Electric** з виготовлення електрогенераторів, лампочок, кабелів і освітлювальних приладів. У 1892 році компанія Едісона об'єдналася з іншими компаніями в корпорацію **General Electric**.

Тимчасові переваги змінного струму з відмиранням свічки Яблочкова та широким розповсюдженням електродвигунів постійного струму, зміцнили позиції прихильників останнього. Однак збільшення попиту на електроенергію і прагнення знизити її вартість, висунули проблему створення великих електростанцій і передачі енергії на великі відстані. У 1880 році **Д. А. Лачинов** і **М. Депре** встановили, що для зменшення теплових втрат треба передавати струм високої напруги. Всі спроби передавати постійний струм високої напруги, що виробляється спеціальними генераторами, успіху не мали. У 1885 році угорськими інженерами **М. Дері**, **О. Блатті** і **К. Циперновським** був створений промисловий тип однофазного трансформатора. Почалося будівництво електропередач на змінному струмі, однак однофазний струм не годився для застосування в електроприводах. Тому для цієї мети застосовувалися старі електростанції постійного струму і старі генератори в режимі двигунів.

Незручність від існування двох електромереж були подолані за відкриттям італійським фізиком та інженером-електриком **Галілео Феррарісом** (1847–1897) явища обертового магнітного поля, на принципі роботи якого працює асинхронний двигун. На його основі було створено двофазну (Нікола Тесла) і трифазну (**Михайло Йосипович Доливо-Добровольський**) системи.

Четвертий період розвитку електротехніки почався в 1891 році і триває досі. Його початок пов'язаний зі створенням лінії електропередачі трифазного струму Лауффен – Франкфурт протяжністю 175 км. Трифазний струм трансформувався, а працюючі на ньому електродвигуни володіли добрими пусковими якостями і допускали можливість перевантаження, забезпечуючи потреби електроприводу. У тому ж 1891 році з'являються парові турбіни Парсонса, придатні для установки на електростанціях. Завдяки економічності турбін Парсонса, яка в кілька разів вище, ніж у парових машин, електроенергія стала ще доступнішою.

У цей четвертий період широко проявляється таланти **Ніколи Тесли** (1856–1943). Він добре відомий завдяки своєму внеску в створення пристроїв, що працюють на змінному струмі, багатофазних систем, синхронного генератора і асинхронного електродвигуна, що дозволили зробити так званий другий етап промислової революції.

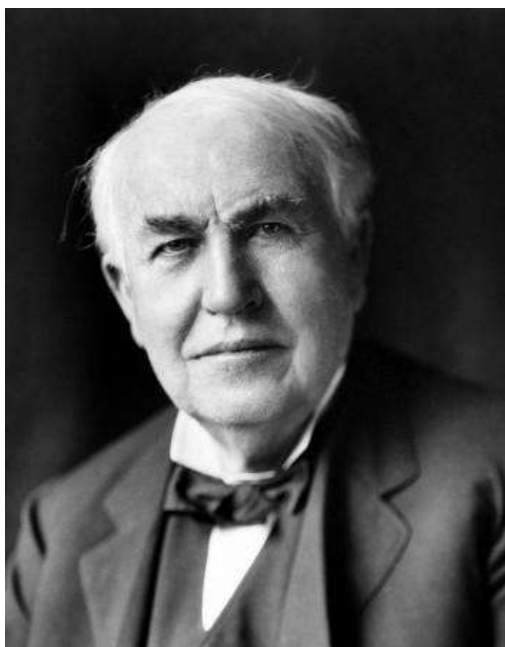


Рис. 11.3. Томас Алва Едісон

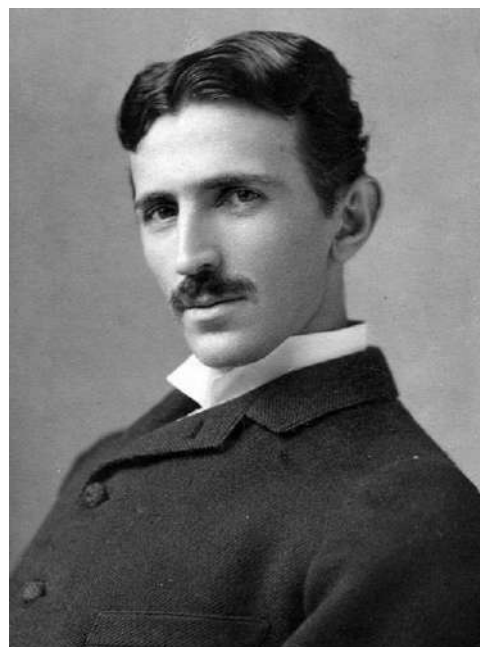


Рис. 11.4. Нікола Тесла

12 жовтня 1887 року Тесла дав науковий опис суті явища магнітного поля. 1 травня 1888 року він отримав свої основні патенти на винахід багатофазних електричних машин (в тому числі асинхронного електродвигуна) і системи передачі електроенергії за допомогою багатофазного змінного струму. З 1889 року Тесла приступив до досліджень струмів високої частоти (ВЧ) і високих напруг. Винайшов перші зразки електромеханічних генераторів ВЧ (в тому числі індукторного типу) і високочастотний трансформатор (трансформатор Тесли, 1891 рік), створивши тим самим передумови для розвитку нової галузі електротехніки – техніки ВЧ. Він виявив, що при частоті понад 700 Гц електричний струм протікає по поверхні тіла, не завдаючи шкоди тканинам організму. Електротехнічні апарати, розроблені Теслою для медичних досліджень, отримали широке розповсюдження в світі.

Перехід до техніки дво- і трифазного змінного струму і вирішення проблеми передачі електроенергії на великі відстані стрімко збільшили можливості його використання в промисловості, на транспорті і в побуті. Умови економічності диктують створення потужних електростанцій

поблизу джерел водної енергії або в місцях видобутку палива, і передачу вироблюваної енергії лініями високої напруги в міста і промислово розвинені райони. У результаті електростанції постійного струму, які були основними на початковій стадії електрифікації, поступово витісняються установками змінного струму. У другій половині 90-х років XIX століття в передових капіталістичних країнах широко розгорнулося будівництво електростанцій, які отримали назву районних. До 1900 року світове виробництво електроенергії досягло вже 15 млрд. кВт·год.

Першою районною електростанцією стала Ніагарська ГЕС (1895) в США. Вона використовувала двофазну систему, яку Тесла вважав найбільш економічною. Потужність найбільшої в ті роки станції становила 37 тис. кВт. Енергія від неї використовувалася в основному для електрохімічних і електротермічних виробництв, а її експлуатація показала високу економічність і послужила підставою для подальшого розвитку гідроелектроенергетики.



Рис. 11.5. Ніагарська ГЕС

Початок XX століття характеризується процесом концентрації виробництва електроенергії на основі створення великих районних електростанцій. Особливо стрімко цей процес протікав у США і Німеччині. Потужність окремих електростанцій за перше десятиліття століття зростає з 200 до десятків тисяч кіловат. Наприклад, у 1914 році дві найбільші станції США – Ніагарська ГЕС і компанії Едісона виробили 2020,6 млн кВт·год, майже стільки ж, скільки всі станції Росії разом узяті. Станція Гольденберг в Німеччині перед Першою світовою війною мала чотири генератора по 15 тис. кВт.

Гідроелектростанції на початку XX століття набули великого значення не тільки в США, де їхня частка в загальному виробництві електроенергії склала в 1912 році 32%, а й у Франції, Італії, Швеції і Норвегії. Теплові електростанції часто служили лише резервом для роботи під час маловоддя. Винятком була Німеччина, де переважали теплові станції, розташовані поблизу покладів бурого вугілля.

Російська імперія на початку XX століття істотно відставала в промисловому розвитку від розвинених Західних країн. Росія по загальному виробленню електроенергії займала лише восьме місце в світі (2 млрд кВт·год в 1913 році), поступаючись лідеру, США, у 30 разів. Однак уже перед Першою світовою війною академіком **Володимиром Івановичем Вернадським** (1863–1945) був запропонований повноцінний проект електрифікації всієї країни.

До будівництва деяких електростанцій приступили. Так спорудження Волховської ГЕС потужністю 20 МВт почалося в 1910 році. Інші проекти залишилися тільки на папері – реалізації планів завадили війна і революція. Але ще до закінчення Громадянської війни в 1920 році, була створена Державна комісія з розробки плану електрифікації Росії під керівництвом **Г. М. Кржижановського** (1872–1959). До роботи комісії було залучено близько двохсот учених і інженерів. У грудні 1920 року вироблений комісією план **ГОЕЛРО** (скор. від Державна комісія з електрифікації Росії) був схвалений VIII Всеросійським з'їздом Рад, через рік його затвердив IX Всеросійський з'їзд Рад.

ГОЕЛРО був планом розвитку не лише самої енергетики, а й усієї економіки і передбачав зростання видобутку паливно-енергетичних ресурсів, а також будівництво великих споживачів електроенергії. У ньому передбачалося будівництво підприємств, що забезпечують ці будівництва всім необхідним, а також випереджаючий розвиток електроенергетики. План був розрахований на 10–15 років і передбачав будівництво 30 районних електричних станцій (20 теплових і 10 гідравлічних) загальною потужністю 1,75 млн кВт. Він охоплював вісім основних економічних районів (Північний, Центрально-промисловий, Південний, Приволзький, Уральський, Західно-Сибірський, Кавказький і Туркестанський). Паралельно вівся розвиток транспортної системи країни – відновлення старих і будівництво нових залізничних ліній, а також спорудження Волго-Донського каналу.

Якщо в 1917 році в Росії було 75 електростанцій, то вже до 1927 їх кількість зростає до 858. Серед них добудована у 1926 році Волховська ГЕС, і унікальна Шатурська електростанція, яка працювала на торфі. У 1927 році в Запоріжжі почалося будівництво найбільшої в Радянському Союзі електростанції – знаменитого Дніпрогесу. Через п'ять років станція була пущена в експлуатацію, а на проектну потужність в 560 МВт вона вийшла у 1939 році, після введення в експлуатацію додаткових агрегатів. Станція була найбільшою в Європі. Довжина її дамби становила 760 м, висота – 60 м, а радіус дуги – 600 м. Електроенергія Дніпрогесу була найдешевшою в світі і дозволила розгорнути в Запоріжжі масштабне металургійне виробництво.

До 1931 року план ГОЕЛРО в основному був перевиконаний. А в 1932 році виробництво електроенергії в порівнянні з 1913 роком збільшилося майже в 7 разів (з 2,0 до 13,5 млрд кВт·год), хоча планувалося збільшити його тільки в 4,5 разів. В результаті СРСР вийшов на третє місце в світі з виробництва електроенергії.

IV період характеризується величезним зростанням виробництва електроенергії на теплових і гідро-, а пізніше і атомних електростанціях. Електрика стає найважливішим виробничим чинником. Відбувається електрифікація промисловості, транспорту, побуту та сільського господарства, зароджуються і неймовірно розвиваються радіотехніка і електроніка. Масштаби виробництва електроенергії стають найважливішим показником розвитку держави.

11.4. Розвиток електротранспорту

Велике значення в розвитку міського господарства зіграла поява електротранспорту. Першим транспортом наелектричній тязі, який отримав поширення, став трамвай. Цьому передувало застосування в містах рейкововго громадського транспорту на кінній тязі – так званої конки. Винахідником діючого трамвая є німецький інженер і підприємець **Вернер фон Сіменс** (1816–1892). У 1881 році електротехнічна фірма «Сіменс і Гальске», використовуючи ідею російського вченого **Федора Аполлоновича Піроцького** (1845–1898) з передачі електричної енергії на відстань, побудувала в Берліні перший в світі електричний трамвай (див. рис 11.6). У тому ж році Сіменс будує таку ж трамвайну лінію в Парижі.

Перший тролейбус, як і трамвай, винайшов Вернер фон Сіменс (рис. 11.7). Його компанія у 1882 році відкрила в передмісті Берліну

експериментальну тролейбусну лінію завдовжки 540 м. У наш час найбільша в світі кількість тролейбусних систем є в Росії – на початок квітня 2015 року їх було 85. А найдовшим тролейбусним маршрутом у світі є лінія Сімферополь – Алушта – Ялта в Україні. Його протяжність становить 86 км. На момент будівництва це була єдина в СРСР і Європі гірська міжміська тролейбусна лінія.



Рис. 11.6. Електровоз Сіменса (1879 р.)

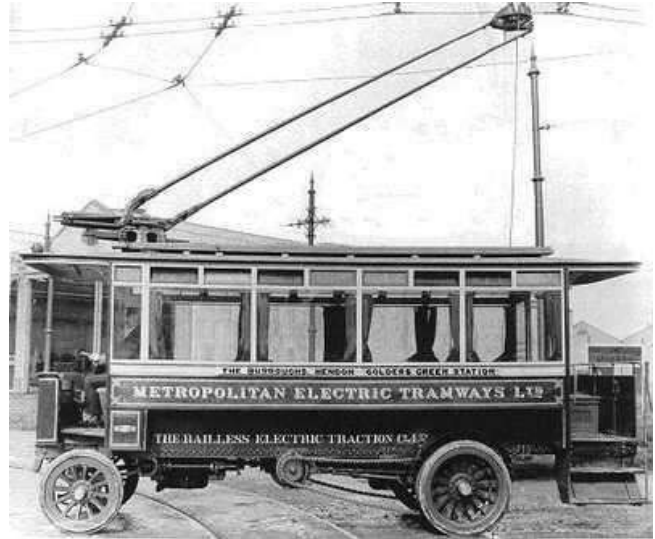


Рис. 11.7. Перший британський тролейбус

Значного поширення електротяга набула на залізниці. Перший електровоз побудував у 1883 році американський винахідник **Лео Дафт** (1843–1922). Його локомотив «**Ампер**» потужністю 25 к. с. і масою дві тонни міг тягнути потяг масою десять тонн із максимальною швидкістю 17 км/год. Після Першої світової війни електрифікація залізниць починається в багатьох країнах. Електрична тяга вводиться на магістральних лініях із великою щільністю руху. У СРСР у 1930-ті роки було електрифіковано ряд важких за профілем ділянок залізниць на Кавказі.

У 1932 році за рекордно короткий термін на заводі «Динамо» і в Центральному локомотивопроєктному бюро (ЦЛПБ) був спроектований, а до 5 листопада того ж року, менш ніж за три місяці, був побудований перший електровоз, конструкцію якого було розроблено в СРСР (рис. 11.8). Він дістав найменування ВЛ-19 на честь Володимира Леніна, а «19» означало навантаження від рушійних колісних пар на рейки у тоннах. Вже до 1935 року в СРСР було електрифіковано 1907 км шляхів, на яких працювало 84 електровози.



Рис. 11.8. ВЛ-19-01 – перший у СРСР вантажний електровоз

У наш час загальна протяжність електричних залізниць у всьому світі сягає 200 тис. км, що становить приблизно 20% їх загальної довжини. Це, як правило, найбільш вантажонапружені лінії, гірські ділянки з крутими підйомами та численними кривими ділянками шляху, приміські вузли великих міст з інтенсивним рухом електропоїздів.

Ще одним транспортним засобом з електромотором став електромобіль, який з'явився задовго до створення двигуна внутрішнього згоряння (рис. 11.9–11.10). У 1830-ті роки шотландець **Роберт Андерсон** винайшов перший екіпаж на електричній тязі. Також невеликий електромобіль був розроблений і побудований голландцями **Стратином Гронінгеном** і **Крістофером Беккером** у 1835 році. На початку 1840-х років **Роберт Андерсон** і американський коваль **Томас Девенпорт** створили більш досконалі моделі. Однак швидкість усіх цих машин не перевищувала 4 км/год. Це було пов'язано з відсутністю надійного, компактного зарядного акумулятора. Компактні та ємні акумуляторні батареї, що можуть підзаряджатися, з'явилися тільки у 1880-ті роки. Тоді і були створені електромобілі, здатні розвивати швидкість 30 км/год із запасом ходу, достатнім для здійснення невеликих поїздок упродовж усього дня. Великою перевагою електричних транспортних засобів, порівняно з паровими та бензиновими автомобілями, були безшумність, відсутність запахів і шкідливих вихлопів і легкість в управлінні. Швидкість електромобілів також була вищою. У 1899 році бельгієць **Каміль Іенатці** поставив рекорд швидкості – 106 км/год.



Рис. 11.9. Електромобіль виробництва **Baker Motor Vehicle Company**, 1908 р.



Рис. 11.10. Електричний фургон **Walker**, 1909 р.

Електромобілі з успіхом використовувалися як таксі, швидка допомога і навіть як пожежні автомобілі. У 1880-х роках **Ральф Уорд** запустив у Лондоні лінію електричних омнібусів. А найбільшого поширення електромобілі набули в США, де їх було більше, ніж автомобілів із ДВЗ.

Але вже з другого десятиліття ХХ століття автомобілі з ДВЗ стають більш зручними, надійними і дешевими, підвищуються їх експлуатаційні характеристики. До цього слід додати розширення видобутку нафти і розвиток технології її перегонки, в результаті чого бензин стає на порядок дешевшим. Будівництво автомобільних доріг відкрило можливість далеких подорожей, для яких електромобілі не пристосовані. В результаті у 1920-ті роки електромобілів випускали вже менш одного відсотка від загального виробництва, а до кінця 1930-х років випуск практично припинився. Однак останнім часом інтерес до електромобілів знову прокинувся, і в 2022 році частка електромобілів становила 10% від усього світового ринку автомобілів.

11.5. Розвиток двигунів внутрішнього згоряння

Парова машина в другій половині ХVІІІ століття набула широкого застосування і зробила переворот у техніці. Вона швидко стала головним двигуном і в промисловості, і на транспорті. Однак громіздкі парові машини з їхніми величезними котлами не могли задовольнити потреби малих підприємств. Їх не можна було ставити біля житлових будинків. До того ж ККД парових машин був дуже низьким, а істотно підвищити його було неможливо.

Перші спроби створення ДВЗ були зроблені ще до виникнення теоретичних основ двигунобудування – науки термодинаміки. У 1794 році англієць **Стрім** дістав патент на поршневий двигун, на дно циліндра якого наливалася горюча рідина. Вона випаровувалася і змішувалася з повітрям, а отримана горюча суміш запалювалася і підкидала поршень, з'єднаний передачею важеля з насосом. На початку XIX століття видається ще кілька патентів на ДВЗ. Однак двигуни залишаються тільки на папері.

Основоположник термодинаміки **Саді Карно** (1796–1832) в 1824 році показав безперспективність поршневих парових машин, запропонувавши двигун внутрішнього згорання. Він розробив робочий цикл чотиритактного ДВЗ, що відповідає чотирьом ходам поршня: 1-й – всмоктування повітря; 2-й – стиснення його, в кінці якого відбувається подача і згорання палива; 3-й – розширення газоподібних продуктів згорання, тобто робочий хід; 4-й – випуск відпрацьованих газів. Однак розвиток теорії теплотехніки і технології машинного виробництва дозволив створити досконаліші, ніж парові машини, теплові двигуни – парові турбіни і двигуни внутрішнього згорання – тільки в другій половині XIX століття. З їх поширенням відбувається переворот в енергетиці.

Особливо гостро потреба в компактних та екологічно чистіших двигунах відчувалася у Франції з її розвиненою дрібною промисловістю. Саме французький механік **Жан Етьєн Ленуар** (1822–1900) першим дістав успіху у створенні ДВЗ. У 1860 році він починає будувати і продавати двотактні ДВЗ, що працюють на світильному газі, із запалюванням від електричної іскри. Застосування як палива світильного газу було продиктовано потребами міської промисловості та великим поширенням газового освітлення. Двигун Ленуара був першим практично працюючим і серійним ДВЗ (рис. 11.11). Однак для сільської місцевості газові двигуни були не придатні. І все ж по суті двигун Ленуара був просто модернізацією парового двигуна, за винятком того, що поршень у циліндрі переміщався не під тиском пари, а під впливом запаленої в циліндрі суміші повітря і світильного газу. Працювали двигуни Ленуара плавно та досить надійно, їх запуск не спричиняв труднощів через відсутність попереднього стиснення. Однак відсутність стиснення повітря в циліндрі обмежувала ККД двигунів Ленуара, який становив 3–6%, як і у парових машин того часу. Але, незважаючи на високу вартість одержуваної енергії (в два рази вища, ніж у великих парових машин), двигуни Ленуара набули великого поширення.

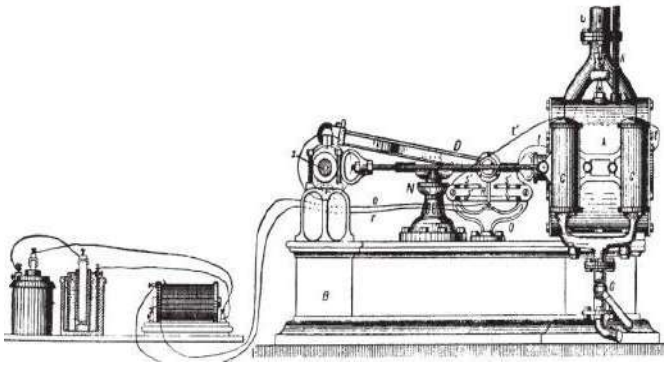


Рис. 11.11. Газовий двигун Ленуара

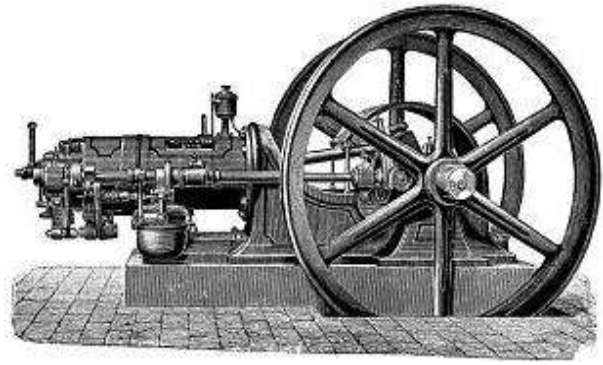


Рис. 11.12. Газовий двигун Отто

Ленуар не займався вдосконаленням свого двигуна, і його обійшов німецький винахідник і комерсант **Ніколаус Август Отто** (1832–1891). У 1877 році він створив чотиритактний ДВЗ із попереднім стисненням та іскровим запалюванням (див. рис. 11.12). ККД двигуна досягав 20%. Цикл, за яким він працював, назвали циклом Отто. В наш час більшість автомобільних двигунів і багато інших ДВЗ працюють за циклом Отто.

У компанії Отто в Дейтце починали свою діяльність **Готтліб Даймлер** (1834–1900) і **Вільгельм Майбах** (1846–1929), але в 1880 році вони відкрили власну справу. Винахідники вирішили, що паливом для їхнього двигуна має бути найбільш легко займистий продукт перегонки нафти – бензин. Він у той час здебільшого застосовувався для чищення одягу і продавався в аптеках. Бензиновий двигун не дуже сильно відрізняється від газового, але потребує карбюратора для приготування горючої суміші. Перший карбюраторний двигун Даймлер і Майбах сконструювали в 1885 році. Двигун вийшов досить компактним і придатним для встановлення на невеликі транспортні засоби. Так поступово ДВЗ перевершують парові двигуни і за компактністю, і за економічністю. У 1887 році Даймлер і Майбах почали випуск човнових моторів, які стали основною продукцією фірми на декілька років. 10 серпня 1888 року здійснила перший політ повітряна куля, що приводилася в рух двигуном внутрішнього згоряння Даймлера.

У 1886 році Даймлер і Майбах побудували свій перший автомобіль, більше схожий на бричку без коня (рис. 11.13). Іншим винахідником автомобіля став **Карл Бенц** (1844–1929). У 1885 році він закінчив роботу над триколісним автомобілем. Чотиритактний двигун внутрішнього згоряння, розміщений поміж задніх коліс, приводив їх в обертання за допомогою ланцюгової передачі (рис. 11.14).



Рис. 11.13. Автомобіль Даймлера і Майбаха

Рис. 11.14. Автомобіль Бенца

Найекономічніший двигун, який набув великого поширення, створив німецький інженер **Рудольф Дизель** (1858–1913). Основна ідея дизель-мотора – поступове згоряння палива – була висловлена ще С. Карно. Для реалізації цієї ідеї Дизель запропонував стискати в циліндрі чисте повітря, а після його нагрівання в результаті стиснення впорскувати туди паливо. У 1892–1897 роки він розробив компресорний ДВЗ із запалюванням від попередньо сильно стисненого в циліндрі повітря. Спочатку як паливо передбачалося використовувати вугільний порошок, оскільки своєї нафти Німеччина не мала. Однак вирішити проблему очищення циліндра від продуктів згоряння йому не вдалося, до того ж вугільний пил був абразивом, і тертьові поверхні дуже швидко зношувалися. Натомість новий двигун прекрасно працював на відходах перегонки нафти, які стали називати дизельним паливом, і навіть на сирій нафті. Перший двигун, побудований Дизелем у 1897 році на заводі в Аугсбурзі, мав один циліндр діаметром 250 мм, а хід поршня становив 400 мм. Висота двигуна була 3 м. Двигун розвивав потужність близько 20 к. с. при 172 об/хв. Він працював на сирій нафті, витрачаючи 258 г палива на 1 к. с. за годину. У 1898 році цей мотор був представлений на виставці в Мюнхені. Через рік у Мюнхені були представлені вже п'ять дизельних двигунів, вироблених на Аугсбургському машинобудівному заводі, а також заводах Отто і Круппа. Ще більший успіх мав двигун Дизеля на Паризькій виставці 1900 року. У 1904 році в Росії **Г. В. Трінклер** створює менш громіздкий і ще більш економічний безкомпресорний дизель.

Все це спонукало цілий ряд провідних машинобудівних заводів розпочати випуск дизелів. За період 1912–1932 років тільки три провідні дизельні заводи Європи – «**Брати Зульцер**» (Швейцарія), **MAN** (Німеччина)

і «Бурмейстер і Вейн» (Данія) – випустили безліч різних дизелів загальної потужністю 9300 тис. к. с. Дизель набув широкого застосування не тільки як стаціонарний двигун для заміни парових машин, але і в річковому, і морському флоті, а також на локомотивах (рис. 11.15).

Особливо бурхливо дизелебудування почало розвиватися з 1930-х років. Якщо до початку 1931 року автотранспортних дизелів ще не було, то через три роки в Німеччині налічувалося вже 16 000 автомобілів із дизельними двигунами, в Англії – 8 000, а у всіх інших країнах ще близько 10 000.

Лідером у виробництві автомобільних дизелів на початку 1930-х років була, безумовно, Німеччина, де 75% випущених вантажівок і автобусів було оснащено цими двигунами.

Успішне застосування дизелів в автомобілях і тракторах спонукало конструкторів до розробки авіаційних дизель-моторів. У цьому також особливо успішною була Німеччина, де ще в період Першої світової війни фірмою «Юнкерс» був спроектований авіаційний дизель. У 1933 році створили ЮМО-205 (700 к. с.), Пізніше – ЮМО-207 (1 000 к. с. із турбонаддуванням). 700-сильні авіадизелі були також і у фірми «Даймлер-Бенц». Посилено вели розробку **BMW** і **Siemens**. На другому місці були США, де до початку 1930-х років дизелі вже ставили на літаки. Найбільших успіхів досягли фірми **Паккард**, **Авіейшн** і **Гіберсон**. У Радянському Союзі під керівництвом **А. Д. Чаромського** був створений авіадизель АЧ-1.

Сьогодні ККД автомобільного дизеля досягає 40%, в той час як у карбюраторного двигуна він не перевищує 30%. Щодо величезних тихохідних суднових дизелів, то їх ККД може перевищувати 50%.

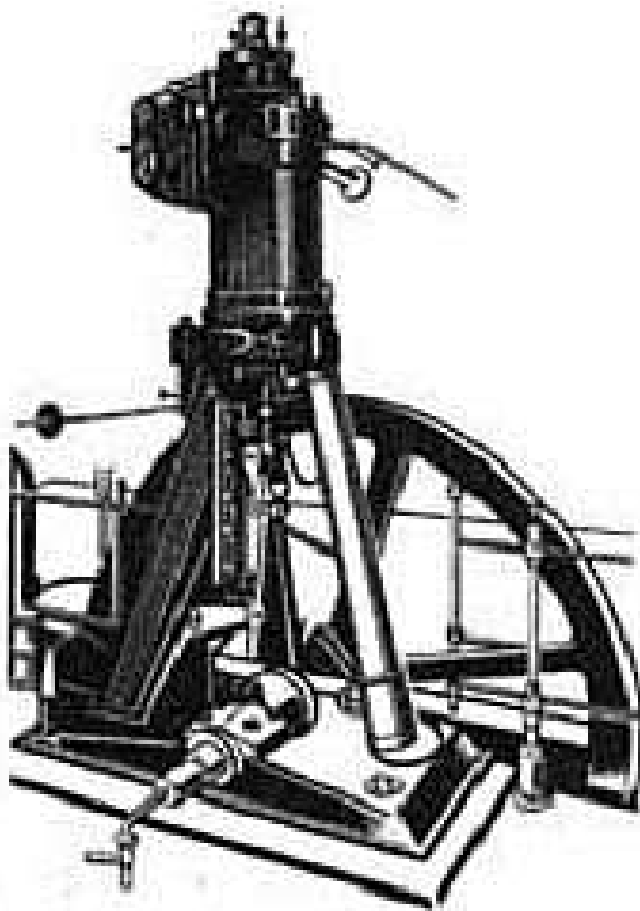


Рис. 11.15. Двигун Дизеля

11.6. Розвиток турбінобудування

Іншою альтернативою паровій машині стали парові турбіни, що замінили парові машини на електростанціях і морських суднах. Ідея двигуна зовнішнього згоряння з отриманням безпосереднього обертального руху з'явилася набагато раніше від поршневої парової машини. Першими винахідниками таких пристроїв були **Герон Александрійський** і **Джованні Бранка**. Однак для отримання практично придатного двигуна одних ідей було замало. Незважаючи на простоту в кінематичному відношенні, порівняно з паровою машиною, парові турбіни, придатні для практичного використання, з'явилися тільки наприкінці XIX століття. Створення економічно вигідних парових, а тим більше газових турбін потребувало знань властивостей пари або газу і законів їх розширення. Як показали пізніші дослідження, турбіна має економічно обґрунтований ККД тільки при достатньо високих параметрах (температура і тиск) пари і високої кутової швидкості обертання ротора. Виробництво таких турбін вимагає, в свою чергу, відповідної технології, спеціальних жароміцних сталей і досить точних розрахунків на міцність і коливання.

Перші масштабні досліді над протіканням пари та газу були проведені в 1839 році **Барре де Сен-Венаном** і **П. Вантцелем** і дали числові дані про високу швидкість пари та газу при витіканні з посудини. Водночас **Ж. В. Понселе** розробив основи теорії водяних турбін. Його дослідження показали, що для отримання максимального ККД швидкість на колі колеса турбіни має бути не меншою від половини швидкості потоку. Зазначені обставини заважали створенню ефективних парових турбін.

Проте спроби створити турбінний двигун були в багатьох промислово розвинених країнах. За перші дві третини XIX століття було запропоновано понад 200 парових турбін. Здебільшого вони мали невеликі розміри та потужність і застосовувалися там, де була потрібна велика кутова швидкість обертання – на лісопильнях для дискових пилок, у молочних сепараторах, відцентрових насосах і вентиляторах. Виробництво цих турбін мало кустарний характер і не мало особливого успіху, оскільки вони мали невисокий ККД і застосовувалися там, де як паливо для котлів використовувалися різні відходи.

Щодо більш потужних турбін, то для підвищення їх ККД було запропоновано ідею багатоступеневих турбін, в яких пар втрачає свій тиск поступово, діючи на лопатки, що розміщені відповідним чином.

Так, у 1853 році **Тернер** запропонував конструкцію багатоступеневої парової турбіни, що складається з декількох осей, на які насаджені облопачені диски. Зубчасті колеса передають обертання від цих осей на загальний вал. Слідом за цим цілий ряд винахідників пропонує свої ідеї багатоступеневих парових турбін. Однак ці турбіни не набули застосування через відсутність матеріалів і технології.

В останній третині XIX століття у зв'язку з електрифікацією виробництва й електричним освітленням міст виникає потреба в економічному і потужному тепловому двигуні, придатному для установки на електростанціях. До 1880-х років дозріли всі умови для створення ефективної парової турбіни. Наука «теплотехніка» досягла певних успіхів, досить добре було вивчено властивості водяної пари і законів її протікання. Машинне виробництво і металургія були здатні задовольнити потреби турбінобудування. Великих висот досягли також опір матеріалів та теорія пружності.

Особливий інтерес викликає однодискова парова турбіна активного типу шведського інженера **Карла Густава Патріка де Лавалля** (1845–1913), що створена в 1889 році і була призначена для молочного сепаратора. Першу його турбіну потужністю 5 к. с. зі швидкістю обертання 30 000 об/хв було продемонстровано на виставці в Чикаго у 1893 році. Пізніше винахідник побудував більші турбіни, найпотужніша з яких 500 к. с. із числом обертів 9 870 мала середній діаметр колеса 750 мм. Необхідність застосування громіздких зубчастих знижувальних передач завадила широкому впровадженню турбін Лавалля. Однак завдяки Лавалю було вирішено цілий ряд проблем турбобудування. Серед них:

1) сопло, що розширюється і дозволяє знизити тиск пари нижче критичного та підвищити швидкість його закінчення до величини вищої від швидкості звуку (1 200–1 500 м/с);

2) гнучкий вал, що дозволяє знизити критичні оберти турбіни та вивести їх за межі робочого діапазону. Це дозволило застосувати такі високі числа обертів (до 32 000 об/хв), які набагато перевищували числа обертів поширених у той час двигунів;

3) диск рівного опору, що допускав його роботу з великими коловими швидкостями (350 м/с);

4) система закріплення лопаток;

5) кульові підшипники;

6) «руйнівник вакууму» при занадто великих обертах турбіни;

- 7) застосування спеціальних матеріалів – нікелевої сталі для дисків і лопаток;
- 8) зубчаста передача з великим передаточним відношенням.

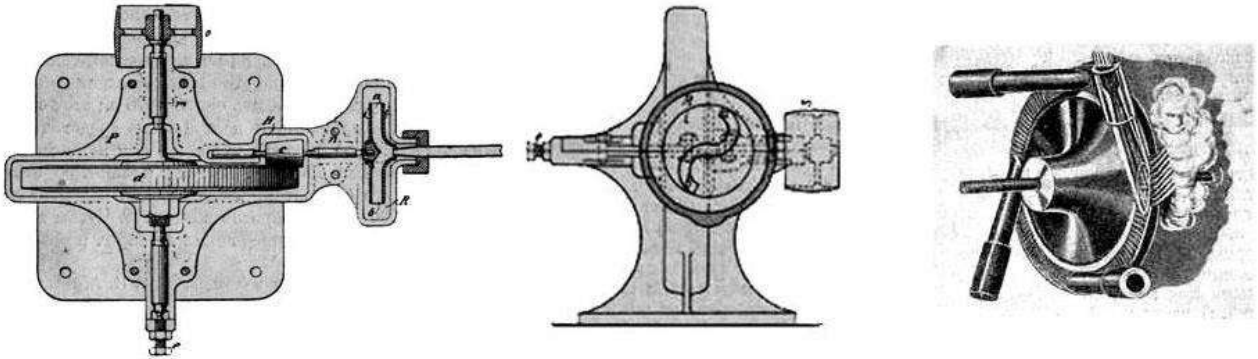


Рис. 11.16. Однодискова турбіна Лавалля

Особливістю творчості Лавалля є відсутність у нього теоретичних основ для винаходів. Саме ця обставина не дозволила йому досягти великих успіхів, до того ж він був людиною, яка захоплювалася і легко переключалася з однієї теми на іншу. З появою багатоступеневих турбін сфера застосування однодискових турбін Лавалля обмежилася машинами, що вимагають великої кількості обертів. Однак вона викликала до себе величезний інтерес подробицями своєї конструкції і полегшила шлях подальшого розвитку турбінобудування.

У 1884 році англієць **Чарльз Алджернон Парсонс** (1854–1931) патентує парову реактивну багатоступеневу турбіну (рис. 11.17). Парсонс із самого початку правильно передбачив одну з найбільш перспективних сфер застосування парових турбін – для приводу електричних генераторів. У 1885 році він сконструював турбіну, яка надалі дістала широкого застосування на теплових електростанціях. Вона мала таку конструкцію: на центральний вал був насаджений ряд обертових коліс із лопатками. Між цими колесами перебували нерухомі диски з лопатками, що мали зворотний напрямок. Пара під великим тиском підводилася до одного з кінців турбіни. Оскільки тиск на іншому кінці був менший від атмосферного, пара прагнула пройти крізь турбіну. Спочатку вона надходила в проміжки між лопатками першого вінця. Ці лопатки направляли її на лопатки першого рухомого колеса. Пара проходила між ними, змушуючи колеса обертатися. Далі вона надходила у другий вінець. Лопатки другого вінця направляли пару між лопатками другого рухомого колеса, яке теж приходило в обертання. З другого рухомого колеса пара

надходила між лопатками третього вінця і так далі. Всім лопаткам було надано такої форми, що перетин міжлопаткових каналів зменшувався у напрямку витікання пари. Лопатки наче утворювали насаджені на вал сопла, з яких, розширюючись, витікала пара. Тут використовувалася як активна, так і реактивна її сила. Обертаючись, усі колеса обертали вал турбіни. Зовні пристрій було укладено в міцний кожух.

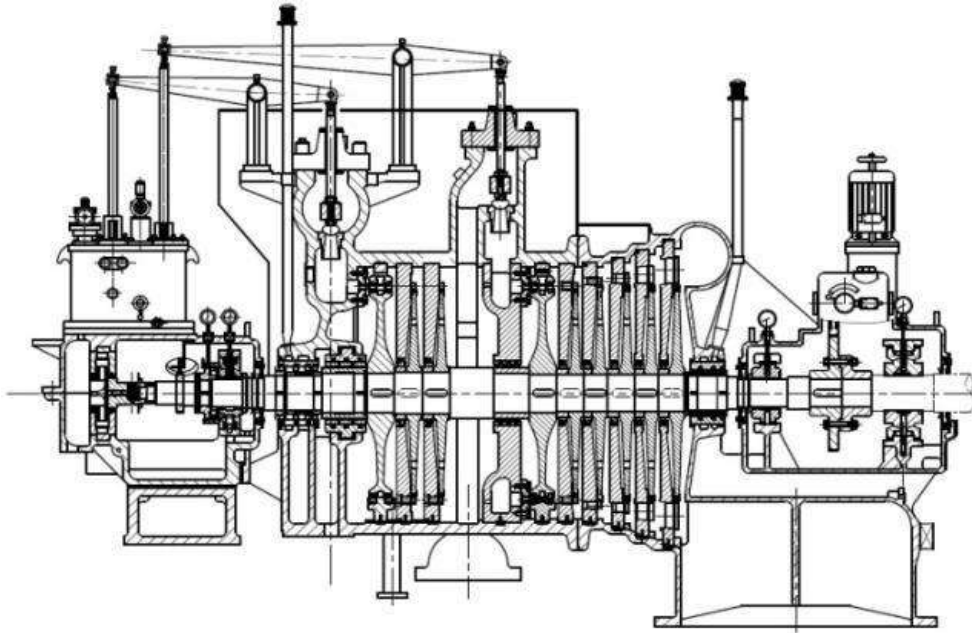


Рис. 11.17. Багатоступенева реактивна турбіна Парсонса

У 1889 році вже близько трьохсот таких турбін використовувалися для вироблення електроенергії. У 1891 році паротурбінний двигун забезпечується конденсатором, що робить його більш економічним, ніж поршневий, при збереженні переваги над останнім у питомій потужності. Потужність і економічність парових турбін стрімко зростали та поступово витіснили всі інші двигуни в електроенергетиці.

Прагнучі розширити сферу застосування свого винаходу, Парсонс вирішив застосувати турбіни в морському флоті. Спочатку він у 1894 році побудував невелике дослідне судно «Турбінія», оснащене паровою турбіною. На випробуваннях воно продемонструвало рекордну швидкість – 60 км/год (рис. 11.18).

Після цього парові турбіни стали встановлювати на багатьох швидкохідних кораблях. У 1906 році в Англії були побудовані перший турбінний броненосець «Дредноут» (рис. 12.1), що дав початок новому класу бойових кораблів – лінкорів, і величезні трансатлантичні лайнери «Мавританія» і «Лузітанія» (рис. 11.19), також оснащені турбінами Парсонса.



Рис. 11.18. Експериментальне судно «Турбінія». Водотоннажність 44,5 т, довжина близько 32 м

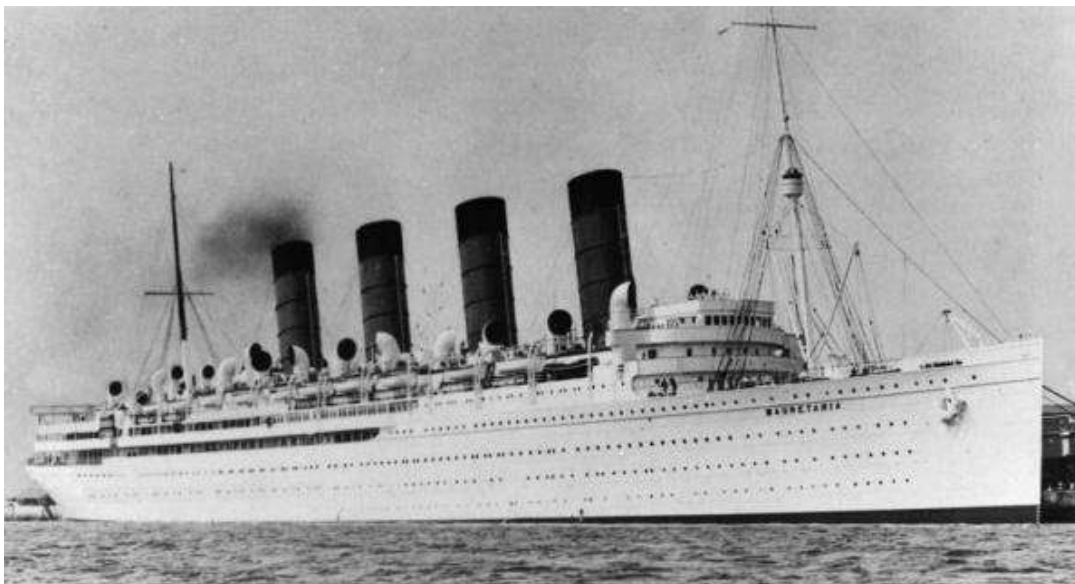


Рис. 11.19. Турбінний лайнер «Мавританія». Довжина 240 м, місткість 32 000 брутто-реєстрових тонн, потужність чотирьох парових турбін Парсонса: 68 000 к. с., швидкість ходу 26,06 вузла (48,26 км/год)

Для активних турбін ступені тиску вперше були введені в практику французьким професором **Огюстеном Рато** (1863–1930), який у 1900 році побудував на французькому заводі **Сотте-Гарле** першу активну багатоступеневу турбіну потужністю 1000 к. с. У 1900 році на Міжнародному конгресі з прикладної механіки у Парижі Рато зробив доповідь, в якій повідомив результати проведених дослідів із протікання пари і навів основні формули для знаходження її швидкості. Він досліджував й інші питання, які відіграють велику роль у турбобудуванні, зокрема питання про тертя колеса турбіни з парою, а також проблеми міцності частин парової турбіни.

Тип турбіни, запропонований Рато, набув великого поширення в Швейцарії, Німеччині та Франції. Поряд із цим французький вчений створив перший тепловий акумулятор, що дозволив вигідно використовувати відпрацьовану пару низького тиску. Важливим його досягненням стали також турбокомпресори, які витіснили на металургійних заводах колишні поршневі повітродувки. Рато також одним із перших застосував у авіамоторах турбонаддування. Турбіна, яка працювала від вихлопних газів, з'єднувалася з турбокомпресором для подачі повітря в циліндри двигуна. Це не тільки підвищило потужність двигуна, але і дозволило літати на більших висотах, де повітря сильно розріджене.

Інженер швейцарського заводу Ешер-Вісс у Цюріху **Генріх Целлі** удосконалив турбіну Рато, застосувавши в 1903 році сопла з косим зрізом. Через це вдалося збільшити швидкість пари на виході з сопла і скоротити кількість ступенів тиску до п'яти–восьми. Целлі також оптимізував розмір робочих дисків, діаметри яких збільшуються в міру падіння тиску пари. У турбінах Рато робочі диски мали однаковий діаметр, а число ступенів було 16–20.

Інший тип турбін запропонував американець **Чарльз Гордон Кертіс** (1860–1953). У його турбіні пара, проходячи через розширюване сопло Лаваля, набувала великої швидкості і використовувалася в декількох рядах лопаток, розташованих на одному диску. Між рухомими рядами лопаток розташовані нерухомі, які служать для зміни напрямку руху пари. З 1901 року турбіни Кертіса будує американська компанія «**Дженерал Електрик**», яка стала однією з провідних турбобудівних фірм не тільки в США, але й у всьому світі. Поряд із нею найбільшими виробниками турбін стали німецька **Загальна компанія електрики** і швейцарська **Броун-Бовері** в Європі, а також компанія «**Вестінгауз**» у США.

Питання для самоконтролю

1. Хто з учених запровадив у механіці геометричний підхід?
2. В чийх працях статика сформувалася як самостійний розділ механіки?
3. Хто є творцем технічної механіки?
4. У чому полягає теорія теплороду?
5. Хто заклав основи теорії теплотехніки?
6. Назвіть періоди розвитку електротехніки.
7. Хто винайшов перші трамвай і тролейбус?
8. Назвіть головних винахідників двигунів внутрішнього згоряння.
9. Які проблеми були вирішені завдяки Карлу Густаву Патріку де Лавалю?
10. Який внесок у розвиток турбобудування зробив Чарльз Алджернон Парсонс?

ГЛАВА 12

НАУКА І ТЕХНІКА В ПЕРШІЙ ПОЛОВИНІ XX СТОЛІТТЯ

12.1. Криза у фізиці. Новітня революція в природознавстві

Наприкінці XIX століття вважали, що в області фізики вже все відомо і залишилося з'ясувати лише деякі незначні деталі фізичних процесів. З цієї причини обдарованих випускників школи відмовляли займатися вивченням фізики. У першій половині XIX століття вчення про електричні та магнітні явища ґрунтувалося на уявленні про існування сил дальнодії між зарядами і струмами. Виняток становили лише погляди М. Фарадея, які поділяв **Джеймс Клерк Максвелл** (1831–1879). Останній поставив собі за мету виклад теорії Фарадея строгою математичною мовою. Свої дослідження Максвелл будує на основі методу аналогій між різними фізичними явищами. Так з'являється ідея електричного поля. Вчений доходить до висновку про те, що «світло складається з поперечних коливань того самого середовища, яке є причиною електричних і магнітних явищ». Так у 1865 році Максвелл розробив електромагнітну теорію.

Генріх Герц (1857–1894) експериментально підтвердив існування електромагнітних хвиль, створивши для цього вібратор і резонатор. Він докладно дослідив такі властивості цих хвиль, як відбиття, інтерференція, дифракція і поляризація. Він також довів, що швидкість поширення електромагнітних хвиль збігається зі швидкістю світла, яке, таким чином, являє собою різновид електромагнітних хвиль.

У 1895 році **Петро Миколайович Лебедев** (1866–1912) повторив досліди Герца й отримав електромагнітні хвилі за довжиною близькі до інфрачервоного випромінювання. Крім того, Лебедев поставив досліди з вимірювання тиску світлових хвиль, отримавши результати, відповідні теорії Максвелла.

У 1895 році **Вільгельм Конрад Рентген** (1845–1923), створивши трубку спеціальної конструкції, відкрив промені, названі його ім'ям. Експерименти з рентгенівськими променями допомогли отримати нові відомості про будову речовини. Вченому, першому з фізиків, у 1901 році присудили Нобелівську премію. Через деякий час рентгенівські трубки набули широкого застосування в медицині і різних сферах техніки. З'явилися нові напрямки науки і техніки – рентгенологія, рентгенодіагностика, рентгенометрія та ін.

Важливою подією стало відкриття у 1896 році явища радіоактивності. **Антуан Анрі Беккерель** (1852–1940) встановив, що кристал уранової солі є джерелом постійного випромінювання, здатного проникати через світлонепроникні екрани і засвічувати фотоплатівки.

Через два роки **Марія Склодовська-Кюрі** (1867–1934) і **П'єр Кюрі** (1859–1906) виділили з уранових руд новий елемент – радій, що володіє радіоактивністю набагато більшою, ніж уран. У тому ж 1898 році ними був відкритий полоній. Марія і П'єр Кюрі провели всебічні дослідження радіоактивних елементів. У 1903 році вони спільно з Анрі Беккерелем отримали Нобелівську премію з фізики «за видатні заслуги в спільних дослідженнях явищ радіації». Ще одну Нобелівську премію Марія Склодовська-Кюрі одержала в 1911 році з хімії і на сьогоднішній день є єдиною в світі жінкою – двічі лауреатом Нобелівської премії.

Другим напрямком досліджень стало з'ясування природи електрики. Уявлення про її атомарну будову стали складатися у вчених в другій половині XIX століття. Про це, зокрема, свідчив закон електролізу Фарадея. У 1880-х роках з'ясувалося також, що гази, хоча і слабо, теж проводять електричний струм.

Ідею про корпускулярну теорію електрики розробив голландець **Хендрік Антон Лоренц** (1853–1928). Він створив класичну електронну теорію, об'єднавши концепцію безперервного електромагнітного поля з ідеєю про дискретні електричні заряди, що входять до складу речовини. Лоренц застосував свою теорію для вирішення безлічі окремих задач. Він отримав вираз для сили, що діє на рухомий заряд із боку електромагнітного поля (сила Лоренца), вивів формулу, яка б пов'язала показник заломлення речовини з його щільністю (формула Лоренца), розробив теорію дисперсії світла та ін. На основі електронної теорії вчений розвинув електродинаміку рухомих середовищ, висунувши гіпотезу про скорочення тіл у напрямку їх руху. Він ввів поняття про «місцевий час» і отримав релятивістський вираз для залежності маси від швидкості, вивів

співвідношення між координатами та часом у рухомих відносно одна одної інерційних системах відліку (перетворення Лоренца). Роботи Лоренца лежать в основі спеціальної теорії відносності та квантової фізики. Крім того, йому належать важливі результати в термодинаміці, загальній теорії відносності і теорії теплового випромінювання.

Англійський фізик **Джозеф Джон Томсон** (1856–1940) проводив експерименти з вивчення катодних променів, розглядаючи їх відхилення в електричних і магнітних полях. Своїми дослідженнями він довів, що катодні промені мають корпускулярну природу і складаються з негативно заряджених частинок субатомного розміру. При цьому всі частинки тотожні одна одній і входять до складу атомів речовини. В результаті в 1897 році Томсон відкрив електрон і виміряв відношення його заряду до маси. За це відкриття він у 1906 році отримав Нобелівську премію з фізики. Перші знімки траєкторій окремих електронів були отримані шотландським фізиком **Чарльзом Томсоном Вільсоном** (1869–1959) за допомогою створеної ним камери. Він також отримав Нобелівську премію з фізики у 1927 році.

У 1898 році **Ернест Резерфорд** (1871–1937) відкрив **альфа- і бета-промені**. Вивчаючи їх природу, вчений встановив, що це потік ядер гелію. Через рік **Поль Війяр** (1860–1934) відкрив **гамма-випромінювання**.

У 1909–1911 роках Резерфорд і його співробітники **Ернст Марсден** і **Ганс Гейгер** провели перші прямі експерименти з дослідження внутрішньої структури атомів. Результатом стало відкриття **атомного ядра** – найбільша подія в атомній фізиці. Отримані в результаті експерименту дані привели Резерфорда до розробки планетарної моделі атома. У 1920 році Резерфорд висловив припущення, що повинна існувати частка масою, рівною масі протона, але така, що не має електричного заряду, тобто нейтрон. Експериментально її існування було доведено **Джеймсом Чедвіком** у 1932 році. Однак планетарна модель атома Е. Резерфорда виявилася несумісною з електродинамікою Максвелла.

На самому початку XX століття **Макс Планк** (1858–1947) вивів формулу розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, з якої випливало, що енергія випромінюється не рівномірно, як припускали раніше, а частинами – квантами. На цій основі **Альберт Ейнштейн** (1879–1955) у 1905 році розвинув квантову теорію фотоефекту.

Датський фізик **Нільс Бор** (1885–1962) запропонував модель атома, засновану на квантовій теорії. Він відомий як творець першої квантової теорії та як учасник розробки основ квантової механіки і процесів взаємодії

елементарних частинок. Бор сформулював принцип відповідності, що зв'язує квантову теорію з класичною фізикою. Він зіграв величезну роль при побудові послідовної квантової механіки. У 1921–1923 роках Бор на основі своєї моделі атома і спектроскопічних даних представив схему заповнення електронних орбіт, пояснивши тим самим властивості елементів періодичної системи Менделєєва.

Відкриття залежності маси електрона від його швидкості, гіпотеза про чисто електромагнітну природу маси ніби позбавляли тіла матеріальності. Деякі фізики і філософи висловлювали думку про те, що «матерія зникла», що розвиток науки змушує відмовитися від визнання існування матерії та справедливості загальних найважливіших фізичних законів збереження маси, кількості руху, енергії та ін. Відкриття радіоактивності посилювало ситуацію, оскільки не було відповіді на питання про джерело енергії, яку несе з собою радіоактивне випромінювання.

Ситуацію, що склалася у фізиці на рубіжі XX століття, **Анрі Пуанкаре** (1854–1912) назвав кризою фізики. Причини цієї кризи він передусім пов'язував із можливістю відмови від фундаментальних принципів фізичного пізнання. Таким чином, до кінця XIX століття механістична метафізична методологія себе вичерпала.

Початок нової наукової революції поклав Альберт Ейнштейн, який розробив у 1905 році на основі робіт Пуанкаре, Лоренца та ін. **спеціальну теорію відносності**. Ця теорія описує рух і просторово-часові відносини при довільних швидкостях, у тому числі близьких до швидкості світла. При цьому класична механіка Ньютона є наближенням теорії відносності, справедливим при малих швидкостях руху.

У 1916 році Ейнштейн створює **загальну теорію відносності**, яка є узагальненням спеціальної теорії відносності для гравітаційних полів. Нова теорія перевернула уявлення всіх вчених того часу. Відповідно до цієї теорії, гравітація це не процес взаємодії полів і тіл у просторі, а результат викривлення простору-часу. Ця теорія пояснила появу у Всесвіті так званих чорних дір, а також викривлення світлових променів від зірок при їхньому проходженні поруч із Сонцем.

Таким чином, на початку XX століття почалася наукова революція в природознавстві, в основі якої були нові досягнення у фізиці, що зруйнували ньютонівську космологію. Вона супроводжувалася крахом колишніх уявлень про будову матерії, її властивості, форми руху і типи закономірностей, про простір і час. Це означало кризу фізики і всього природознавства, заснованого на метафізичних філософських підставах класичної науки.

12.2. Розвиток промисловості

Наприкінці XIX століття були зроблені винаходи, які докорінно змінили життя людства в XX столітті. До них належать більш досконалі, ніж парова машина, теплові двигуни – ДВЗ і парова турбіна, нові засоби зв'язку – телефон і радіо, нові транспортні засоби – автомобіль, трактор та ін. Відмінність нового етапу наукового прогресу полягала в тому, що його досягнення швидко набували практичного застосування, втілюючись у технічні пристрої.

У XX столітті електроенергія стала широко використовуватися не тільки в промисловості і в побуті, але і на транспорті. Поряд з електричними трамваями з'являються електричні локомотиви і пасажирські потяги. Електрична тяга виявилася дуже ефективною і на електричну енергію переводяться також лінії метро. Наукові досягнення в галузі електротехніки дозволили створити нові види зв'язку. 14 лютого 1876 року американець шотландського походження **Александр Грехам Белл** (1847–1922) подав заявку на винайдений ним телефон. У 1878 році Т. Едісон створив новий тип апарату. Телефон став швидко поширюватися, наприкінці XIX століття з'явилися вже міжміські лінії. У XX столітті телефон став основним засобом зв'язку. У 1921 році створено радіотелефон, а в 1930-му – автоматичні телефонні станції. У другій половині XX століття було створено стільниковий телефон. У наш час стільниковий зв'язок є найпоширенішим видом зв'язку.

Відкриті наприкінці 80-х років XIX століття радіохвилі послужили основою для створення радіо. У 1895 році російський вчений **Олександр Степанович Попов** (1859–1906) продемонстрував свій перший радіоприймач. Через кілька років на маневрах Чорноморського флоту в 1899 році він встановив радіозв'язок на відстані понад 20 км. Почалося його впровадження в російській армії і на флоті. На початку 1900 року радіозв'язок був успішно використаний під час рятувальних робіт у Фінській затоці, а в 1901 році дальність передачі була вже 150 км. Однак патенту на свій винахід Попов не взяв. У той же час, незалежно від російського вченого, італієць **Гульєльмо Марконі** (1874–1937) запатентував в Англії «спосіб передачі електричних імпульсів без проводів». Наступного року було створено акціонерне товариство з впровадження й експлуатації цього винаходу. Марконі отримав значні кошти для подальшої роботи і на початку XX століття зміг здійснити

радіопередачу через Атлантичний океан.

Радіо стало не тільки засобом зв'язку і найважливішим засобом масової інформації в першій половині XX століття, а й дало початок таким науково-технічним напрямкам, як радіолокація, радіоастрономія, радіонавігація, радіометрологія й ін.

У другій половині XX століття найбільш масовим засобом поширення інформації стає телебачення. У першій чверті століття було створено механічне телебачення, основою якого послужив скануючий диск, винайдений **Паулем Ніпковим** у 1884 році. У 1907 році російський вчений **Борис Розінг** отримав патент на електричний спосіб передачі зображення на відстань. У 1926 році **Б. П. Грабовський** та **І. Ф. Белінський** у Ташкенті здійснили першу передачу рухомого зображення на основі електронно-променевої трубки. Правда, зображення було не чітке.

У 1930-ті роки почалася регулярна трансляція телевізійних передач. Перше телебачення організував у США російський емігрант **Володимир Кузьмич Зворикін** у 1931 році. В СРСР трансляція передач по одній годині 12 раз на місяць була організована у Москві в 1931 році. У 1953 році в США з'явилося кольорове телебачення в стандарті **NTSC**, що використовується й досі. У Радянському Союзі кольорове телебачення впроваджувалося з 1967 року, при цьому використовувався французький стандарт **SECAM**, сумісний із чорно-білим телебаченням.

Наукові та технічні досягнення XX століття помітно відбилися на зростанні добробуту суспільства та освіти. У міру впровадження більш досконалих машин праця ставала менш важкою. Обсяг ручної праці почав скорочуватися і в сільському господарстві. На межі XX століття робочий день на підприємствах західноєвропейських країн становив уже 10 годин із більш короткою робочою суботою. Однією з основних цілей трудящих у перші десятиліття XX століття стала боротьба за 8-годинний робочий день. Індустріалізація спричинила за собою значне зростання міського населення.

Були підвищені вимоги і до системи освіти. Потреби у фахівцях, здатних керувати новою технікою, привели до встановлення в більшості європейських країн загальної неповної середньої освіти (шість – вісім років). Набули розвитку середні професійні навчальні заклади – технічні та комерційні училища, сільськогосподарські школи, в яких учні на основі неповної середньої школи могли набути ту чи іншу професію.

12.3. Гонка озброєнь і світові війни

Перша половина XX століття характеризується боротьбою за переділ колоній. Першій світовій війні передувала небувала до того гонка озброєнь. Це насамперед створення нового **«дредноутного»** флоту. Уже перед Російсько-японською війною (1904–1905) кораблебудівники всерйоз замислилися над модернізацією флоту. Як проміжний тип корабля будуються броненосці зі збільшеним калібром середньої артилерії. Російсько-японська війна показала, що головною зброєю броненосних кораблів є гармати великого калібру. Найважливішою якістю корабля є його швидкість. Наявність тарану, марного в бою, але дуже небезпечного при випадкових зіткненнях зі своїми кораблями, знижує швидкість приблизно на два вузли. Досвід війни також показав, що крім головного броньового поясу необхідно також бронювати весь надводний борт, хоча б не дуже товстою бронею (приблизно 100 мм), оскільки в неброньованому борту фугасні снаряди роблять пробоїни площею до 50 м².

Першим кораблем, в якому було враховано досвід Російсько-японської війни, став англійський **«Дредноут»** (рис. 12.1). Цей корабель мав розміри майже в півтора рази більші, ніж самий потужний броненосець. Його довжина складала 160,74 м, ширина – 25 м, осадка – 9 м, а водотоннажність 21 067 т. Чотири парових турбіни Парсонса потужністю 26 350 к. с. забезпечували швидкість 21,6 вузла. Головний броньовий пояс мав товщину 179–279 мм. Головним озброєнням «Дредноута» були 10 гармат калібру 305 мм, розташовані в п'яти баштах. Крім того корабель мав 27 76-мм гармат для захисту від міноносців, 1 63,5-мм десантну гармату, 5 кулеметів та 5 торпедних апаратів калібру 456 мм.

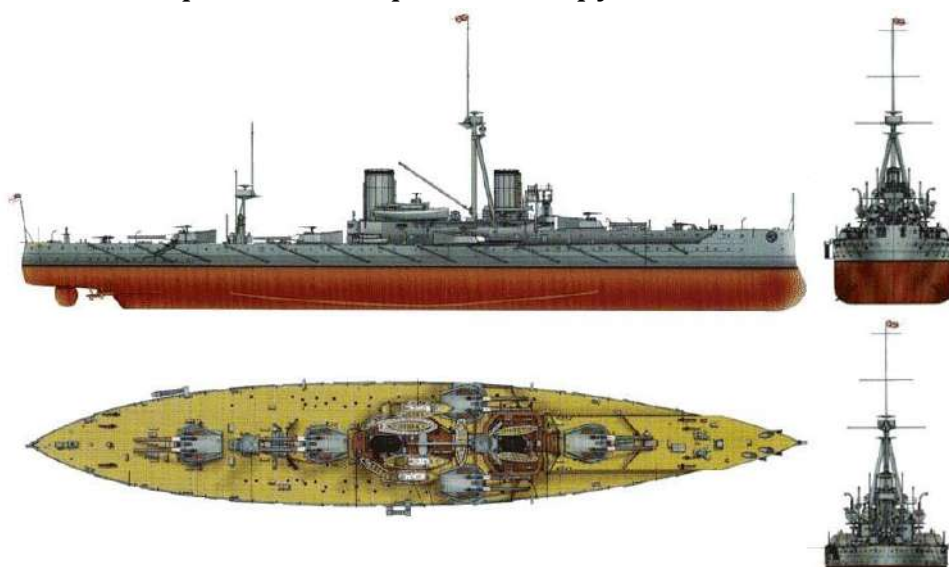


Рис. 12.1. Лінійний корабель «Дредноут», Великобританія, 1906 рік.

За своєю бойовою потужністю цей корабель коштував цілої ескадри броненосців. Його ім'я дало назву новому класу лінійних кораблів – дредноутів. Уперше на такому великому бойовому кораблі як двигуни застосовувалися парові турбіни.

Поява нового класу броненосних кораблів звела нанівець усі флоти світу. Всім морським державам довелося терміново розпочати будівництво аналогічних кораблів. Оскільки будівництво флоту доводилося починати з нуля, Німеччина спробувала створити флот більш потужний, ніж британський. Почалася небувала гонка озброєнь, спрямована на створення якомога більшої кількості дредноутів, що дістала назву «дредноутна лихоманка». В Англії традиційно при створенні флоту дотримувалися правила **«два кіля проти одного»**, тобто англійці закладали стільки кораблів, щоб їх флот перевершував наступний за чисельністю в два рази. Саме це забезпечувало безпеку острівної держави. В результаті дредноутної лихоманки до початку Першої світової війни співвідношення англійських і німецьких дредноутів, включаючи лінійні крейсери (крейсери дредноутного типу), становило 42 проти 26. Від цих країн прагнули не відставати США і Японія, які побудували велику кількість лінійних кораблів. Крім них дредноути також будувалися у Франції, Італії, Австро-Угорщині та Росії, правда, в менших кількостях. У процесі цієї гонки озброєнь водотоннажність лінкорів зросла до 40 000 т, а калібр гармат – до 381 мм в Англії та Німеччині, і навіть до 406 мм у США та Японії.

Нововведення торкнулися й інших класів бойових кораблів. Будуються нові швидкісні крейсери, оснащені турбінними силовими установками. Водотоннажність ескадрених міноносців зростає в кілька разів і досягає 1500 т. Ці великі есмінці озброюються 100-мм знаряддями та великою кількістю торпедних апаратів і мають при цьому найвищу швидкість. Так, російський есмінець «Новік» (рис. 12.2), оснащений турбінною силовою установкою, поставив у 1911 році світовий рекорд швидкості – 37,3 вузла.

У 1915 році Німеччина оголосила необмежену підводну війну, при якій підводні човни топили торговельні судна без дотримання правил морської війни, встановлених Гаазькою і Женевською конвенціями.

На тлі будівництва флоту сухопутні озброєння здаються скромнішими. Але й тут відбулися серйозні зміни. У військах широко впроваджуються кулемети – не тільки станкові, а й ручні, на озброєння

починають надходити самозарядні гвинтівки. Удосконалюються боєприпаси для артилерії, поряд із важкими польовими гарматами калібру 6 дюймів з'являються надважкі, калібр яких перевищує навіть 16 дюймів. На початку XX століття розробляються перші броневих автомобілі. Для військових цілей застосовуються аероплани, поки тільки для розвідки.

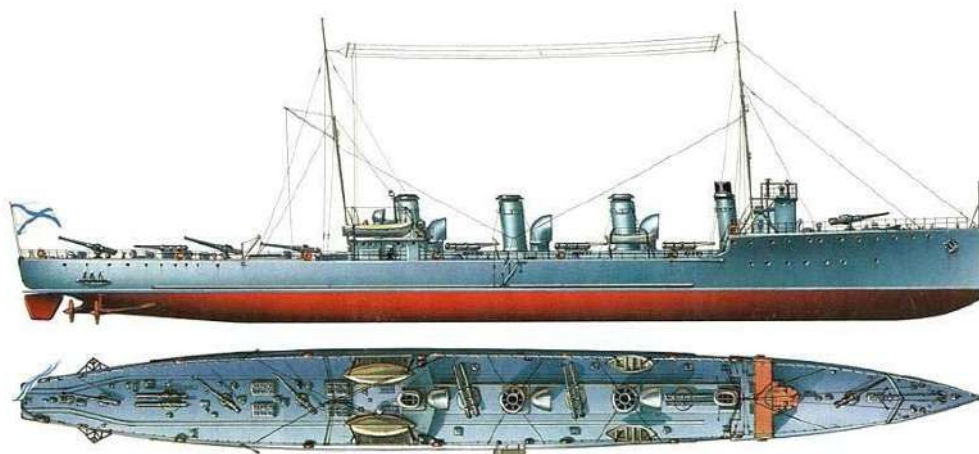


Рис. 12.2. Ескадрений міноносець «Новік», Росія, 1911 рік. Довжина 102,4 м, ширина 9,5 м, осадка 3,5 м, водотоннажність 1360 т, потужність машин (3 парові турбіни «А. Е. Г. Кертіс-Вулкан») 42 000 к. с., швидкість 37,3 вузла, озброєння: 4 102-мм гармати і 4 двотрубних торпедних апарати калібру 457 мм

Під час війни не тільки удосконалювалися існуючі, але з'явилися і нові види озброєнь: танки, пістолети-кулемети (автомати), отруйні гази. Авіацію стали застосовувати в бойових цілях – з'явилися винищувачі і бомбардувальники (рис. 12.3), а наприкінці війни і літак-торпедоносець.

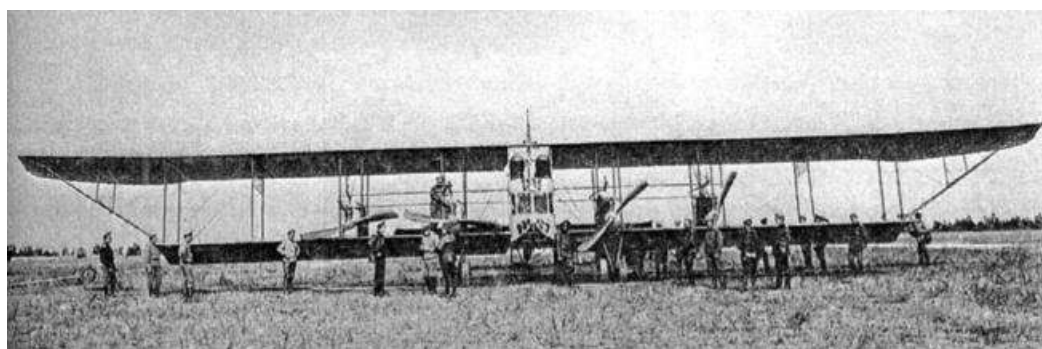


Рис. 12.3. Перший у світі важкий чотиримоторний бомбардувальник «Ілля Муромець», Росія, 1913 рік. Головний конструктор Ігор Іванович Сікорський. Злітна маса до 5 т, сте́ля 3000 м, швидкість 130 км/год, озброєння 4–6 кулеметів і 500 кг бомб. Літак останньої модифікації озброювався 8 кулеметами і ніс вже до 1500 кг бомб. Міг також використовуватися як пасажирський літак

Перший танк **Mark I** був створений в Англії у 1916 році. А найвдалішим танком Першої світової війни став французький легкий танк **Рено FT-17** (рис. 12.4), який був розроблений у 1916–1917 роках як танк безпосередньої підтримки піхоти. Він мав компоновку, що стала класичною, і визначив подальший розвиток танкобудування. У період між світовими війнами основним видом сухопутних військ стали танкові війська. Без масштабного застосування танків не обійшлась жодна наступальна операція Другої світової війни.

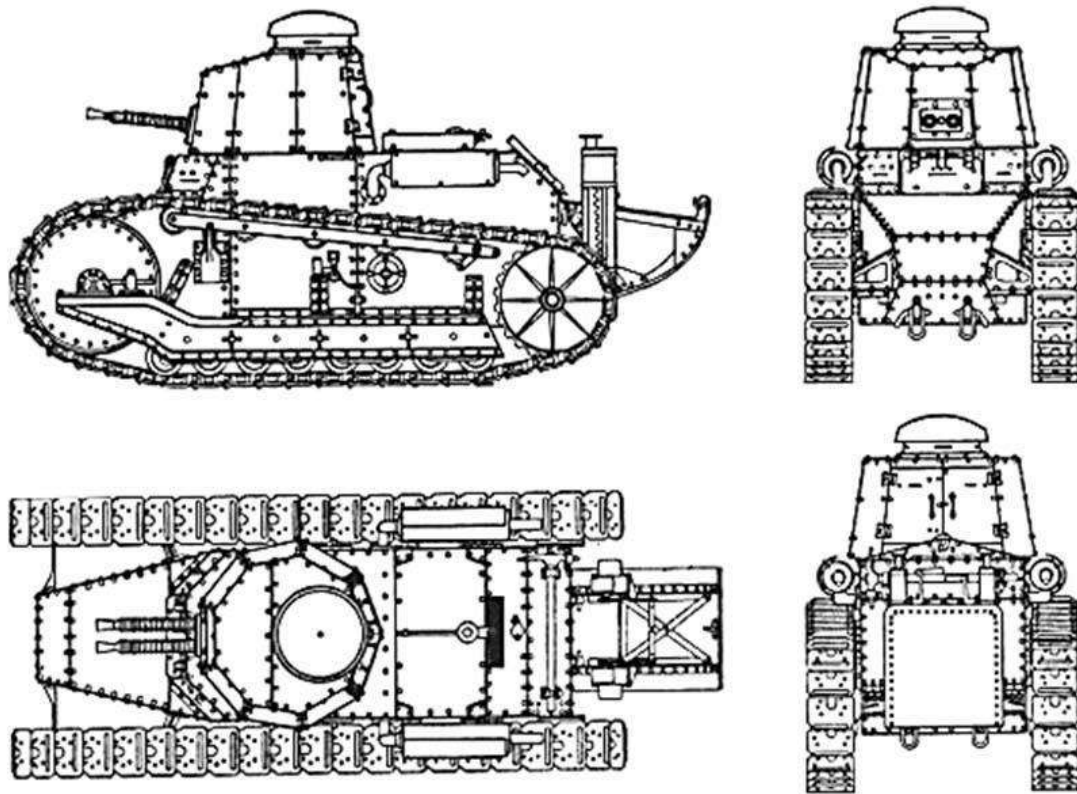


Рис. 12.4. Танк Рено FT-17. Озброєння або 37-мм гармата «Гочкісс», або 8-мм кулемет. Маса танка відповідно 6,5 або 6,2 т, екіпаж дві людини

Першим у світі танкові війська, здатні вирішувати стратегічні завдання, створив Радянський Союз. Одним із провідних танкобудівних підприємств став Харківський паровозобудівний завод (ХПЗ) імені Комінтерну. На ньому випускалися швидкохідні колісно-гусеничні танки БТ-2, БТ-5 і БТ-7 (рис. 12.5), які в передвоєнні роки не мали собі рівних у швидкості, маневреності і, володіючи достатньою вогневою міццю, стали найбільш улюбленими машинами радянських танкістів, гордістю і заслуженим символом автобронетанкових військ Червоної Армії. Вони найбільшою мірою відповідали уявленню про танки як про головну ударну силу сухопутних військ.



Рис. 12.5. Танк БТ-7, встановлений на Харківському заводі транспортного машинобудування імені В. А. Малишева (колишній ХПЗ)

У Другій світовій війні танки зіграли дуже важливу роль. Саме танкові з'єднання дозволили гітлерівцям застосовувати стратегію «бліцкригу» (блискавичної війни). Основними перевагами німецьких танків були висока мобільність і надійність, прекрасна оптика і відмінні радіостанції.

У 1940 році на ХПЗ був створений танк Т-34 (рис. 12.6), який став першою в світі машиною, що вдало реалізувала концепцію універсального танка з надійною бронею, високою маневреністю і вогневою міццю. Крім того, в Харкові був також випущений перший у світі спеціальний танковий дизель В-2. Його застосування в усіх середніх і важких танках зумовило перевагу радянських танків у роки Другої світової війни.



Рис. 12.6. Танк Т-34, випущений на Харківському паровозобудівному заводі у 1940 році

У післявоєнні роки в Харкові сформувалася самобутня науково-технічна школа танкобудування. Її відрізняє ретельне опрацювання компонування танка, компактність і простота його конструкції, що досягаються через відсутність усіляких надмірностей. Це дозволяє не тільки знизити габарити, а отже, і масу танка, але і підвищити його надійність. Найважливішою складовою успіху харківських машин є застосування спеціальних танкових дизелів, що також розробляються і виробляються на Харківському заводі. На рахунку Харківської школи танкобудування не тільки створення кращого танка всіх часів Т-34, а також танків Т-44, Т-54 і Т-64А, що свого часу визначили розвиток світового танкобудування.

Міжвоєнний період відзначений істотним прогресом у літакобудуванні. Бойова авіація стає найважливішим видом збройних сил, поряд із фронтовою з'являється стратегічна і морська авіація. За ці роки потужність авіамоторів зростає в 10 разів. Найпоширенішими авіамоторами стали V-подібні 12-циліндрові двигуни рідинного охолодження і 9-циліндрові радіальні (зіркоподібні) двигуни повітряного охолодження. До початку Другої світової війни, коли швидкості літаків зросли, перевага була віддана V-подібним моторам, оскільки у радіальних був великий лобовий опір. У зв'язку з цим були створені дворядні «зірки» з 14 і навіть з 18 циліндрами.

У бойових діях Другої світової війни на Тихому океані основним класом бойових кораблів стали авіаносці (рис. 12.7–12.8). У вирішальних морських битвах флоти Японії та США не обмінюються жодним пострілом, а всі завдання вирішує авіація.

Хоч це і парадоксально, але вдосконалення існуючої військової техніки, а тим паче створення нової, викликає бурхливий розвиток не тільки прикладних, а й фундаментальних наук. Друга світова війна, як жодна інша, викликала не тільки зростання виробництва військової техніки, а також її вдосконалення. У ході війни створювалися нові види зброї. До моменту її закінчення в різних країнах-учасниках були створені зразки озброєння, що визначили подальший розвиток військової техніки в напрямі підготовки до ракетно-ядерної війни. Це не тільки атомна бомба, яку застосували проти японських міст Хіросіма і Нагасакі. Так, під час війни в Німеччині та Англії були створені і серійно випускалися реактивні винищувачі. В Японії застосовувалися реактивні літаки-снаряди Ока-1, керовані пілотами-смертниками «камікадзе».



Рис. 12.7. Авіаносець «Лексінгтон», США, 1927 рік. Довжина 270,6 м, ширина 32 м, осадка 7,5 м, водотоннажність 33 000 т, бронювання: борт 178 мм, палуба – 76 мм; озброєння: 8 203-мм гармат і 12 127-мм, 78 літаків. Силова установка турбоелектрична, чотирьохвальна, потужністю 180 000 к. с.; швидкість 33 вузла, дальність плавання 12 000 миль, при швидкості 14 вузлів

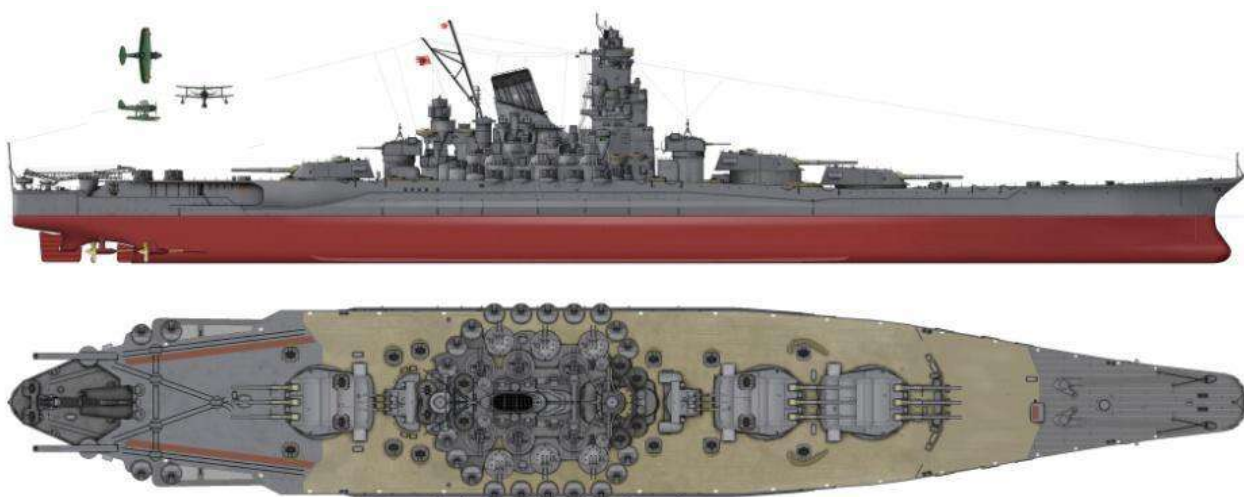


Рис. 12.8. Найбільший в світі лінійний корабель «Ямато», Японія, 1941 рік. Довжина 256 м, ширина 36,9 м, осадка – 9 м, водотоннажність 72 810 т, бронювання: борт – 410 мм, палуба – 200 мм, рубка – 500, башти – 650 мм; озброєння: 9 460-мм гармат, 12 – 152-мм, 12 – 127-мм, 24 – 25-мм, 8 – 13-мм кулеметів, потужність чотирьох турбін 150 000 к. с., швидкість 27 вузлів, дальність плавання 12 800 миль при швидкості 16 вузлів

У Німеччині випускалися крилаті ракети V-1 («Фау-1») і балістичні ракети V-2. У ході війни 8654 ракети V-1 і 1359 V-2 були використані для обстрілу Лондона та інших англійських міст. Крім того, тисячі ракетних снарядів були випущені по території Франції, Бельгії та Нідерландів.

Після закінчення Другої світової війни загострилися відносини між союзниками по антигітлерівській коаліції. Глобальне геополітичне, військове, технологічне, економічне та ідеологічне протистояння світового масштабу в період з 1946 до 1991 року між двома блоками держав із різними соціальними та економічними системами дістало назву **Холодна війна**. Вона призвела до створення військово-політичних блоків. У 1949 році був створений блок **НАТО** (англ. **NATO – North Atlantic Treaty Organization**), на чолі зі США, а в 1955-му, на протипагу йому – **Варшавський договір**, на чолі з СРСР. Це протистояння завершилося фактичною перемогою США і блоку НАТО та розпадом СРСР.

Питання для самоконтролю

1. Хто розробив електромагнітну теорію і в чому її значення для розвитку науки?
2. У чому полягає криза у фізиці?
3. Назвіть учених-фізиків, які сприяли подоланню кризи у фізиці.
4. Хто крім Альберта Ейнштейна є творцем спеціальної теорії відносності?
5. Які винаходи докорінно змінили життя людства в XX столітті?
6. Що таке «дредноутна лихоманка» і як вона вплинула на розв'язання першої світової війни?
7. Назвіть досягнення Харківської школи танкобудування.

ГЛАВА 13

ЕЛЕКТРОННІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МАШИНИ

13.1. Еквівалентні електричні кола

Механічні цифрові рахункові машини мали дуже низьку продуктивність, та проведення багатьох видів технічних розрахунків залишалося нерозв'язною проблемою. Навіть із впровадженням у розрахункову практику ЕОМ цих проблем не вирішувало. Це, насамперед, стосується розрахунків, пов'язаних із розв'язуванням систем нелінійних диференціальних рівнянь або реалізації процесу числового інтегрування. Тому поруч із числовими методами розрахунків застосовувалися аналогові. У аналогових обчислювальних пристроях фізичним способом виконуються математичні операції: додавання, множення, диференціювання, інтегрування тощо. Ці пристрої мають набір операційних блоків, призначених до виконання різних операцій. Спочатку вони були механічними, але наприкінці 1930-х років як аналоги механічних систем стали виступати спеціально складені еквівалентні електричні кола. В них кожному елементу механічної системи ставиться у відповідність елемент іншої фізичної природи, але описуваний аналогічним математичним співвідношенням.

Ще Дж. К. Максвелл зауважив, що подібно до того, як при коливаннях механічної системи відбувається перекачування потенційної енергії в кінетичну, при коливаннях електромагнітної системи енергія магнітного поля перетворюється на енергію електричного поля. Максвелл уподібнив енергію магнітного поля електричної системи до кінетичної енергії механічної системи, а енергію електричного поля – до потенційної. Цим було закладено основи так званої першої системи електромеханічних аналогій. При використанні другої системи, навпаки, енергія магнітного поля уподібнюється до потенційної енергії, а енергія електричного поля – до кінетичної. Зіставлення інших величин на дослідження коливань

дискретних систем наведено в табл. 13.1. При моделюванні немає необхідності в тому, щоб усі частоти вихідної механічної та електричної моделей збігалися, а потрібно лише забезпечити їхнє однакове співвідношення. Цим також забезпечується і збіг форм коливань обох систем.

Таблиця 13.1 – Зіставлення механічних та електричних величин при дослідженні коливань дискретних систем

Механічні величини	Електричні величини	
	I система аналогій	II система аналогій
Кінетична енергія	Енергія магнітного поля	Енергія електричного поля
Потенціальна енергія	Енергія електричного поля	Енергія магнітного поля
Координата, y	Заряд, q	Напруга, u
Швидкість, $\dot{y}$	Сила струму, $i=dq/dt$	Швидкість зміни напруги, du/dt
Маса, m	Індуктивність, L	Ємність, C
Коефіцієнт опору, β	Омічний опір, R	Омічна провідність, $1/R$
Коефіцієнт жорсткості, c	Величина, обернена ємності, $1/C$	Величина, обернена індуктивності, $1/L$
Збурююча сила, F	Електрорушійна сила, e	Швидкість зміни струму, di/dt

На рис. 13.1, а наведено найпростішу механічну коливальну систему, що складається з абсолютно твердого тіла, яке можна вважати точковою масою m , пружини жорсткості c і демпфера в'язкого тертя з коефіцієнтом β , а на рис. 13.1, б та 13.1, в її електричні аналоги відповідно 1-го та 2-го типу. Електричні системи складаються з конденсатора ємністю C , котушки з індуктивністю L і резистора з опором R , з'єднаних послідовно (I система аналогій) або паралельно (II система). На схемах також показано джерела електрорушійної сили (ЕРС) $e(t)$ та струму $i(t)$.

Аналогія полягає в схожості диференціальних рівнянь, що описують зміну координати для схеми а, диференціальне рівняння (13.1), також електричного заряду q – схема б, рівняння (13.2) і напруги u – схема в, рівняння (13.3).

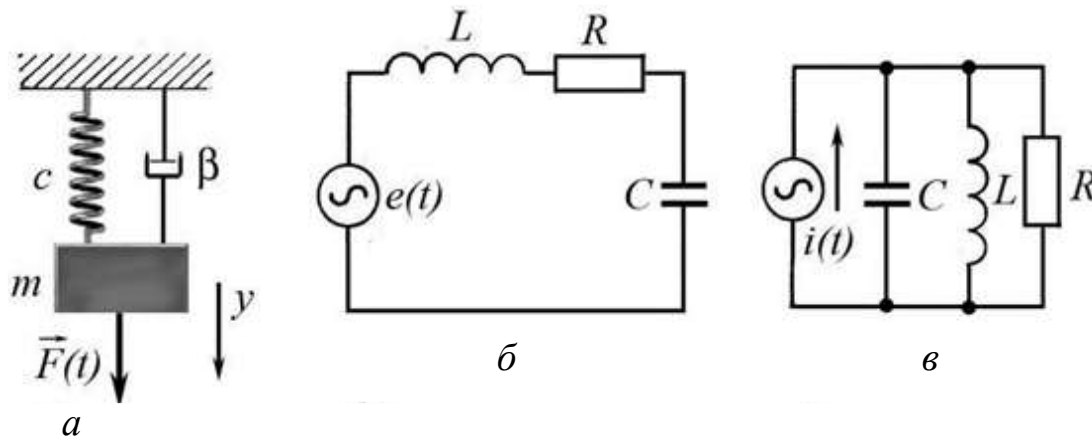


Рис. 13.1. Моделі простіших коливальних систем

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = F_y(t); \quad (13.1)$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = e(t); \quad (13.2)$$

$$C\ddot{u} + \frac{1}{R}\dot{u} + \frac{1}{L}u = \frac{di(t)}{dt}. \quad (13.3)$$

Підбираючи відповідно параметри C , R , L , а також закони зміни ЕРС $e(t)$ або струму $i(t)$, можна добитися того, щоб закони зміни електричного заряду q або напруги u відповідали закону зміни координати у механічній системі.

Ідея заміни громіздких обчислень вимірюванням електричних величин з'явилася в 1930-ті роки. Ці задачі виникли при дослідженні динамічної міцності валопроводів ДВС, насамперед рядних бензинових авіамоторів та судових дизелів. Спочатку розглядалися крутильні коливання систем, що мають ланцюгову структуру. Коли внаслідок полегшення конструкції двигуна при коливаннях стали деформуватися колінчасті вали, при розрахунку знадобилося розглядати системи з десятьма і більше ступенями вільності. Хоча методи розрахунків вільних і вимушених коливань саме таких систем були розвинені непогано, вони вимагали досить великого обсягу обчислень, що ускладнювало вирішення їхнього синтезу за вібраційними характеристиками. Наявність у системі нелінійних елементів – муфт, демпферів чи антивібраторів, а також технологічних нелінійностей, наприклад, зазорів у зубчастих передачах чи шліцьових з'єднаннях, найчастіше унеможлиблювало їх розрахування у багатомасовій постановці. Це змушувало розглядати систему

з одним ступенем вільності, що дозволяло отримувати лише результати на якісному рівні.

У Радянському Союзі піонером застосування електромеханічних аналогій для розрахунків коливань систем із ДВЗ став старший науковий співробітник Інституту будівельної механіки АН УРСР (м. Київ), кандидат технічних наук **Ілля Маркович Тетельбаум** (1910–1992). На початку 1940-х він розробив теорію електричного моделювання крутильних коливань валопроводів поршневих двигунів. На липневій сесії АН УРСР 1942 року Ілля Маркович виступив із доповіддю **«Новий метод визначення розрахункових зусиль у валах авіаційних та суднових рядних двигунів шляхом електромеханічного моделювання»**, в якій запропонував цей метод як «радикальний спосіб спрощеного визначення розрахункових зусиль» при крутильних коливаннях. Автором було запропоновано конструкцію розрахункового стенда, що складається з електричної моделі рядного двигуна, який, в свою чергу, складається з дроселів і конденсаторів, фотоелектричного датчика імпульсів тангенціальних зусиль та вимірювального пристрою. Таким чином, аналітичний розрахунок передбачалося замінити осцилографуванням напруги або струмів у окремих осередках моделі двигуна. У доповіді наведено аналіз принципів моделювання, розглянуто елементи установки та її технічні характеристики.

У резолюції з доповіді І. М. Тетельбаума було зазначено ефективність запропонованого стенда, що дозволяє замінити громіздкі обчислення вимірюваннями на електричній моделі. Сесія технічного відділення АН УРСР прийняла рішення: «Звернутися спільно з ЦІАМом^{11*} до НКАП^{12**} із пропозицією про якнайшвидше створення таких стендів у системі НКАП і в Інституті будівельної механіки АН УРСР та організувати в останньому на базі стенда лабораторію динамічних досліджень». Проте йшла Велика Вітчизняна війна, і І. М. Тетельбаум перейшов на роботу в ЦІАМ, де і було створено електричний розрахунковий стенд. Детальний аналіз досліджень крутильних коливань за допомогою цього стенда наведено у статті І. М. Тетельбаума. Він дозволяв задавати параметри електричної моделі з похибкою до 1%, що перевищує точність визначення розрахункових значень елементів механічної моделі при розгляді реальної конструкції з урахуванням припущень, що спрощують модель. Крім того, ця методика

^{11*} ЦІАМ – Центральний інститут авіаційного моторобудування

^{12**} НКАП – Народний комісаріат (міністерство) авіаційної промисловості

дозволяє легко варіювати параметрами системи, додаючи лише невеликі зміни до конструкції стенда. Цей стенд успішно застосовувався у воєнні та повоєнні роки, за кілька років була досліджена динаміка 50 рядних авіамоторів. За його допомогою не тільки були проведені докладні дослідження розподілу динамічних навантажень у корінних та шатунних шийках колінчастих валів авіамоторів, а й вирішено низку інших актуальних задач.

Найбільшу складність при дослідженні лінійних систем валопроводів авіамоторів становить облік маятникових антивібраторів та згинальних коливань пружного гвинта, пов'язаних із крутильними коливаннями валів. Для маятникових антивібраторів, що працюють у полі відцентрових сил, відповідні ємності конденсаторів мають змінюватися обернено пропорційно квадрату числа обертів двигуна. Для електромоделювання пружного гвинта використовується метод динамічних жорсткостей, згідно з яким гвинт характеризується його резонансними та антирезонансними частотами.

Більший інтерес становить розрахунок нелінійних коливань, оскільки підбір електричної схеми для моделювання нелінійних елементів особливо складний. Найчастіше доводиться задовольнятися лише приблизною відповідністю характеристик або обмежуватися застосуванням лінійних моделюючих пристроїв у поєднанні з аналітичними методами лінеаризації.

Для отримання жорстких пружних характеристик зручніша друга система аналогій, коли через використання нелінійних властивостей феромагнітних матеріалів криві намагнічування дозволяють отримати необхідні характеристики. І. М. Тетельбаум отримував жорсткі характеристики за допомогою дроселів із сердечниками з пермалою (залізо-нікелевий сплав). Сухе тертя моделюється за допомогою газотронів (при використанні I системи аналогій) або електронних ламп у режимі насичення (II система).

У наступні роки І. М. Тетельбаумом було розроблено теорію електромеханічного моделювання згинальних і пов'язаних згинально-крутильних коливань, а також розрахунку статично невизначених систем. Працюючи з 1950 року в Московському енергетичному інституті, він займався загальною теорією аналогових обчислювальних машин і методів електричного моделювання. Професор І. М. Тетельбаум є одним із основоположників теорії електронного моделювання складних систем. Ряд його наукових результатів набув широкого визнання серед фахівців по всьому світу.

13.2. Аналогові обчислювальні машини

Пізніше з'явився другий тип аналогових обчислювальних пристроїв, що моделює не досліджувану систему, а диференціальні рівняння, що описують її рух. Вони називаються **аналоговими обчислювальними машинами (АОМ)**. Вирішення рівнянь на АОМ полягає у складанні відповідної структурної схеми, в якій вказується необхідний зв'язок між блоками машини.

В основі АОМ є застосування електронних вакуумних ламп. У цих машинах фізичним способом виконуються математичні операції: додавання, множення, диференціювання, інтегрування тощо. АОМ мають набір операційних блоків, призначених для виконання цих операцій. Для вирішення рівнянь на АОМ складається відповідна структурна схема, в якій реалізується необхідний зв'язок між блоками машини.

Основою для створення АОМ став операційний підсилювач постійного струму, розроблений у 1942–1944 роках у США під керівництвом **Б. Рассела**. Він мав досить високий коефіцієнт посилення і призначався для виконання математичних операцій шляхом використання напруги як аналогової величини. Це дозволило конструювати аналогові комп'ютери без рухомих елементів.

Перша в СРСР електронна АВМ із повторенням рішення була розроблена у 1946 році колективом під керівництвом **Льва Ізраїлевича Гутенмахера**. У 1949 році в **НДІ-885** (Головний інститут по системах управління балістичних ракет дальньої дії та зенітних керованих ракет) колективом під керівництвом **В. Б. Ушакова** були створені перші АОМ, які називалися «**інтеграторами постійного струму**» (**ІПС**) і призначалися для вирішення лінійних диференціальних рівнянь із постійними та змінними коефіцієнтами. Створені наступного року машини «**І П С-4**» та «**І П С-5**», випускалися вже серійно. Ці АОМ забезпечували вирішення найважливіших задач у різних наукових та технічних галузях (авіації, ракетобудуванні, космічних дослідженнях, оборонної промисловості та ін.).

У 1952–1953 роки також під керівництвом В. Б. Ушакова були створені більш досконалі АОМ, які отримали найменування «**моделюючі установки постійного струму**» (рос. моделирующие установки постоянного тока – **МПТ**). Серійні АОМ «**МПТ-9**» призначалися для розв'язання лінійних диференціальних рівнянь, а «**МПТ-11**» – для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь. У 1960-ті роки аналогові комп'ютери стали повсякденним інструментом вчених для вирішення безлічі специфічних задач у різних галузях науки.

Розглянемо створення аналогової схеми на прикладі інтегрування найпростішого диференціального рівняння, що описує вільні коливання лінійної механічної системи з одним ступенем вільності та без урахування опору:

$$\ddot{q} + k^2 q = 0 \quad (13.4)$$

за заданих початкових умов

$$q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0.$$

Замість рівняння (13.4) можна записати два диференціальних рівняння першого порядку

$$\frac{dq}{dt} = \dot{q}, \quad \frac{d\dot{q}}{dt} = -k^2 q,$$

або два інтегральні співвідношення

$$q = q_0 + \int_0^t \dot{q} dt, \quad \dot{q} = \dot{q}_0 - \int_0^t k^2 q dt. \quad (13.5)$$

В АОМ як аналог узагальненої координати $q(t)$ використовується електрична напруга $u(t)$, і рівняння для u і $\dot{u}$, що відповідні виразам (13.5), мають вигляд:

$$u = u_0 + \int_0^t \dot{u} dt; \quad (13.6)$$

$$\dot{u} = \dot{u}_0 - \int_0^t k^2 u dt. \quad (13.7)$$

Для розв'язання рівняння (13.6) в інтегруючий блок слід ввести змінну напругу чисельно рівну u . Тоді на виході в кожний момент часу

отримуватимуть значення інтеграла $\int_0^t \dot{u} dt$. Застосовуючи підсумовуючий

блок, складаємо їх з u_0 і отримуємо поточне значення u . Для отримання величини u необхідний другий інтегруючий блок, на вхід якого подається величина $-k^2 u$, а результат інтегрування підсумовується з $\dot{u}_0$. Для того щоб зв'язати всю систему, потрібно вироблювану напругу $\dot{u}$ подати на вхід

першого інтегруючого блока. Таким чином, виходить замкнуте коло. Знімаючи показання на виході з першого блока, ми отримаємо функцію-аналог, що відповідає шуканій залежності узагальненої координати від часу $q(t)$. Якщо, крім того, знімати показання, що відповідають виходу з другого блока, буде отримана і залежність узагальненої швидкості $\dot{q}(t)$.

Різні схеми з'єднання окремих функціональних блоків дозволяють створити аналоги досить складних механічних систем, у тому числі і багатомасових, і нелінійних.

З розвитком обчислювальної техніки, що дозволяє отримувати точні розв'язки для лінійних дискретних систем, застосування методів електромеханічних аналогій при розрахуванні вільних і вимушених установлених коливань стало недоцільним. Але для розрахунків перехідних режимів та нелінійних коливань, зважаючи на складність їх алгоритмів і високу вартість машинного часу, вони ще довго набували застосування.

13.3. Створення перших цифрових ЕОМ

Незважаючи на великі успіхи у створенні обчислювальних машин із механічним процесором, їх можливості були вкрай обмежені. Найголовнішою перешкодою на шляху підвищення швидкості обчислень був сам механічний пристрій для обчислень, що не дозволяло виконувати навіть одну операцію за секунду. Виходом із цього положення було створення процесора на електронно-вакуумних лампах. Першу машину, що використовувала ці лампи, було створено у Великій Британії, хоча вона і не була комп'ютером у прямому розумінні. Під час Другої світової війни в 1943 році для дешифрування перехоплених німецьких радіоповідомлень, зашифрованих за допомогою системи **Lorenz SZ** англійці **Макс Ньуман** та **Томмі Флауерс** створили машину «**Colossus**» («Колосс»). Ця машина стала першим повністю електронним обчислювальним пристроєм. У ній використовувалася велика кількість електровакуумних ламп, введення інформації виконувалося з перфострічки. «Колосс» можна було налаштувати на виконання різних операцій булевої логіки. Після закінчення Другої світової війни **Вінстон Черчіль** особисто розпорядився зруйнувати машину на частини, що не перевищують розміром людської руки, а інформація про її існування трималася в секреті до 1970-х років.

Розвиток військової техніки потребував швидких математичних розрахунків, наприклад, для систем наведення під час управління зенітним вогнем. Механічні калькулятори не могли забезпечити потрібної швидкості

обчислень, тому військові наполягали на проведенні якнайшвидших розробок та негайному створенні електронних обчислювальних машин. У квітні 1943 року між Абердинським артилерійським полігоном і Пенсільванським університетом був укладений контракт на створення універсальної обчислювальної машини на основі електронних ламп. Машина, сконструйована *Дж. Моучлі* та *Дж. Еккертом* під керівництвом *Говарда Ейкена*, була пред'явлена на випробування наприкінці 1945 року та успішно їх витримала. Вона дістала назву **ENIAC (Electronic Numeral Integrator and Computer** – електронний цифровий інтегратор та комп'ютер). На початку 1946 року ENIAC почав вирішувати реальні задачі (рис. 13.2).

ENIAC містив 18 тисяч вакуумних ламп, мав більші розміри, ніж «Марк-1» – довжину 26 м, висоту 6 м, а масу 35 тонн і споживав потужність 150 кВт. Зате він працював у тисячу разів швидше. Але при цьому перша ЕОМ мала і суттєві недоліки: управління нею здійснювалося за допомогою комутаційної панелі, у неї була відсутня пам'ять, і для того щоб задати програму, доводилося впродовж декількох годин або навіть днів приєднувати потрібним способом дроти. Найсерйознішим недоліком була низька надійність комп'ютера, оскільки за день роботи виходило з ладу близько десятка вакуумних ламп.



Рис. 13.2. ENIAC – перший електронний комп'ютер загального призначення

Слідом за машиною ENIAC було створено цілу низку комп'ютерів, почалося бурхливе зростання електронної обчислювальної техніки. Цей процес можна розділити на покоління, зміни яких переважно пов'язані з прогресом елементної електронної бази. Перше покоління ЕОМ – це лампові машини 1950-х років. Вони були досить громіздкими, містили в собі тисячі ламп, займали іноді сотні квадратних метрів і споживали електроенергію потужністю сотні кіловат. Для введення програм та даних використовувалися перфострічки та перфокарти. Обсяг пам'яті цих машин був невеликий, і вони використовувалися для розрахунків, не пов'язаних із переробкою великих обсягів даних. Програми для машин першого покоління складалися мовами машинних команд, що було досить трудомісткою роботою.

У 1946 році побачила світ стаття *Джона фон Неймана* (1903–1957), в якій були викладені **принципи будови і роботи ЕОМ**. Головний з них – принцип збереженої в пам'яті програми, згідно з яким дані та програма поміщаються у загальну пам'ять машини.

Першою працюючою машиною з архітектурою фон Неймана став манчестерський **Baby – Small-Scale Experimental Machine (Мала експериментальна машина)**, створений у Манчестерському університеті в 1948 році. У 1949 році за ним вийшов **Манчестерський Марк I** – комп'ютер, який вже був повною системою, з трубками Вільямса та магнітним барабаном як пам'ять, а також з індексами регістрів. Іншим претендентом на звання «перший цифровий комп'ютер зі збережуваною програмою» став **EDSAC (Electronic Delay Storage Automatic Calculator)**, розроблений і сконструйований у Кембриджському університеті. Він запрацював менш ніж через рік після **Baby**, і вже міг використовуватися для вирішення реальних проблем. 1952 року на світ з'явилася американська машина **EDWAC**. Саме з цих машин ведуть свою історію сучасні комп'ютери.

Однак перші комп'ютери, що будувалися на основі електронних вакуумних ламп, мали безліч недоліків. Їхня вартість була настільки великою, що навіть великі корпорації не могли їх придбати. Ці ЕОМ були великих розмірів і важили часом десятки тонн, займаючи площу кілька сотень квадратних метрів. Найчастіше такі колоси потребували не просто окремих приміщень, але іноді і цілих будинків. Потужність споживаної ламповими машинами електроенергії вимірювалася сотнями кіловат. Тому лампові машини належали, як правило, військовим відомствам та державним інститутам і використовувалися лише для вирішення найважливіших науково-технічних завдань.

При цьому, незважаючи на величезні розміри і високу вартість,

обчислювальна потужність перших комп'ютерів становила всього кілька сотень операцій за секунду. Деякі з них, наприклад «Марк 1», оперували десятковими числами, а не двійковими, як сучасні машини. Перші машини розроблялися для виконання арифметичних операцій, і розв'язання на них будь-яких аналітичних завдань було дуже трудомістким.

Надійність машин першого покоління також залишала бажати найкращого. Термін служби електронно-вакуумних ламп не перевищував кількох місяців, швидко ламалися й електромеханічні реле. І тих, і інших у машині було десятки тисяч. Таким чином, щодня в машині щось виходило з ладу.

Однак ЕОМ першого покоління дозволили накопичити великий досвід, у них були реалізовані фундаментальні принципи побудови обчислювальних машин. При цьому швидкодія керуючого пристрою та оперативної пам'яті не відповідала швидкодії арифметико-логічного пристрою через різну елементну базу. Найповільнішим елементом була внутрішня пам'ять, яка знижувала загальну ефективність. Щодо пристроїв введення-виведення інформації, всі вони використовували власну пам'ять.

13.4. Перші радянські ЕОМ

У СРСР першу ЕОМ було створено 1951 року. Вона мала назву **МЭСМ** (рос. – Малая электронно-счетная машина). Її конструктором був директор



Рис. 13.3. Сергій Олексійович Лебедев

Київського Інституту електроніки академік **Сергій Олексійович Лебедев** (1902–1974). У цьому інституті було створено лабораторію, що розташовувалась у передмісті Києва, Феофанії (колишній монастир). Загалом під керівництвом Лебедева у цій лабораторії працювало 12 інженерів, а також 15 техніків і монтажниць. Там у 1948–1950 роках і була зібрана модель першої вітчизняної ЕОМ.

У МЭСМ було використано близько 6 тисяч різних електронних ламп, і вона споживала потужність 25 кВт і займала кімнату площею 60 квадратних метрів. Через велику кількість нагрівальних

елементів при першому запуску машини виділилося стільки тепла, що довелося навіть розібрати частину покрівлі.

Система команд була триадресною, а програма вводилася з перфострічок або шляхом набору кодів на штекерному комутаторі. Виведення даних проводилося за допомогою електромеханічного друкувального пристрою або за допомогою фотографування. Швидкодія МЭСМ становила 50 рахунково-обчислювальних операцій за секунду. У процесі випробувань комп'ютеру було запропоновано вирішити кілька завдань, після чого розробники зробили висновок, що машина здатна робити обчислення, непідвладні людському розуму. Публічна демонстрація можливостей малої електронної лічильної машини відбулася 1951 року, після чого її ввели в експлуатацію. У серійне виробництво вона пішла, проте застосовувалася не тільки для розв'язання науково-технічних і народно-господарських завдань, а й послужила зразком для досконаліших комп'ютерів. У 1957 році машину демонтували та розібрали на складові, після чого помістили в лабораторіях Київського політехнічного інституту, де вони служили як посібник для студентів.

Першою радянською серійною ЕОМ стала «**Стріла**», створена в спеціальному конструкторському бюро розробки та забезпечення виготовлення засобів обчислювальної техніки та систем управління військового призначення (СКБ-245) при Московському заводі рахунково-



Рис. 13.4. Юрій Якович
Базилевський

аналітичних машин (САМ) під керівництвом **Юрія Яковича Базилевського** (1912–1983). Ця машина належала до класу великих універсальних ЕОМ із триадресною системою команд і мала високорозвинену і логічно закінчену структуру. Вона складалася з 6200 ламп, 60 000 напівпровідникових діодів і споживала 150 кВт енергії. «Стріла» містила пам'ять на електронно-променевих трубках, тоді як МЭСМ використовувала тригерні осередки. ЕОМ мала швидкодію 2000–3000 операцій за секунду, що дозволяло вирішувати складніші і громіздкі за обсягом обчислень завдання. Як зовнішню пам'ять використовували два накопичувачі на магнітній стрічці. Перший зразок комп'ютера було

завершено у 1953 році. Після цього машину прийняли до серійного виробництва. Усього на Московському заводі рахунково-аналітичних машин за три роки було зібрано сім екземплярів «Стріли», які використовувалися в лабораторіях МДУ, а також у обчислювальних центрах Академії наук СРСР та низки міністерств.

Сергій Олексійович Лебедев у 1952 році очолив **Інститут точної механіки та обчислювальної техніки (ІТМіОТ)**, зараз інститут має ім'я С. О. Лебедева) АН СРСР у Москві. У цьому інституті під його керівництвом спільно із СКБ-245 у 1955–1958 роках було створено лампову ЕОМ середнього класу М-20. Ця дуже прогресивна для свого часу машина виконувала 20 тисяч операцій за секунду. Елементна база М-20 містила 1600 електровакуумних ламп, а також напівпровідникові діоди. Оперативна пам'ять обсягом 4096 45-розрядних слів базувалася на феритових сердечниках, буферна пам'ять включала три магнітні барабани по 4096 слів кожен, а зовнішня пам'ять – це магнітні стрічки (4 блоки), а також перфокарти. Виведення інформації здійснювалося за допомогою автоматичного друкувального пристрою. Машина займала площу до 200 кв. м і споживала потужність 50 кВт, щоправда, без урахування потужності системи охолодження.

Машина М-20 була прийнята Державною комісією з оцінкою «найшвидше діюча у світі». Деякі автори спростовують це твердження, оскільки, наприклад, IBM 704, що випускалася з 1954 року (тобто 5 років раніше), мала швидкодію 40 тис. операцій за секунду. На це можна заперечити, що йдеться не про арифметичні операції, а про прості інструкції. Оскільки IBM 704 була одноадресною машиною, вона могла виконувати лише до 12 000 додавань або до 4 000 множень з рухомою точкою за секунду, тоді як М-20 команди були триадресними, і виконувані нею 20 тис. операцій за секунду були арифметичними (рис. 13.5).

ЕОМ М-20 випускалася з 1959 до 1964 року на Казанському заводі математичних машин та Московському заводі лічильно-аналітичних машин. Їх випуск було завершено, коли у 1960-х роках на зміну ненадійним електронно-вакуумним лампам прийшли транзистори. Їх застосування дозволило значно зменшити розміри та вартість ЕОМ. Швидкодія машин стала вищою в десятки та сотні разів і досягла десятків і сотень тисяч операцій за секунду. Машини стали компактнішими, їх вартість стала в десятки разів нижчою, при цьому їхня робота за всіма параметрами стала надійнішою. Із заміною електронно-вакуумних ламп на транзистори значно

зменшилося тепловиділення та, відповідно, споживання електроенергії. В результаті зникла потреба у додатковому устаткуванні для електроживлення та кондиціювання повітря.

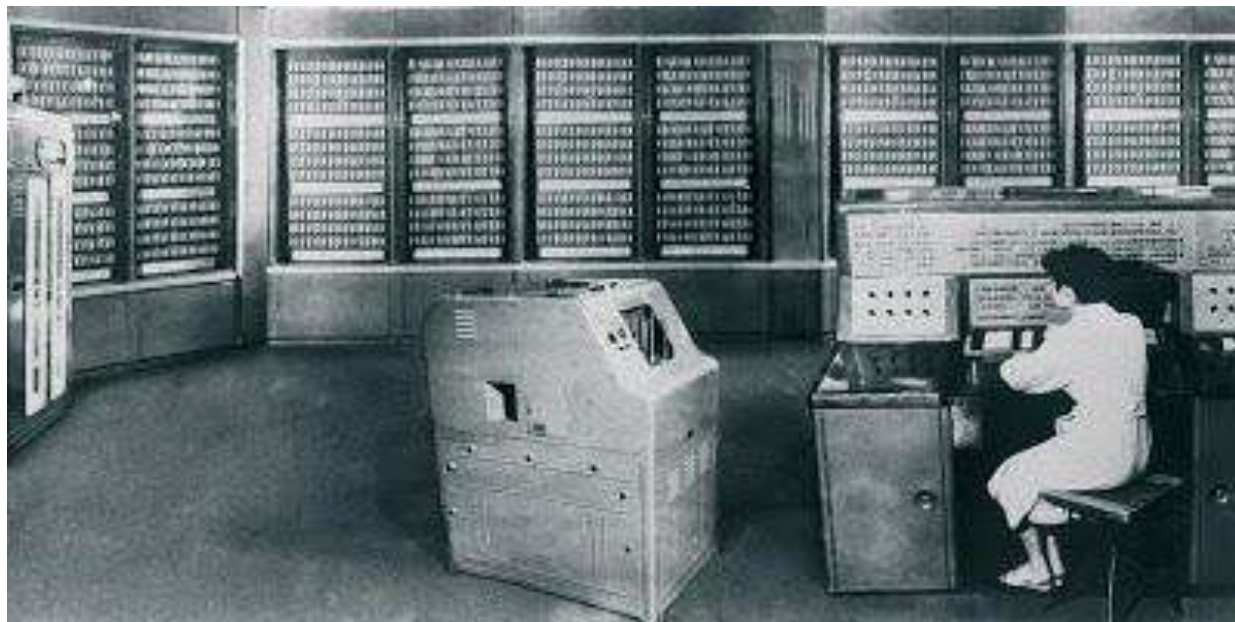


Рис. 13.5. ЕОМ М-20

Разом із заміною ламп на транзистори вдосконалилася й елементна база для зберігання інформації. Для цього стали застосовувати не тільки перфострічки та перфокарти, а й магнітну стрічку. Це значно прискорило введення-виведення інформації у машину. На початку 1960-х стали застосовувати накопичувачі на магнітних дисках, обсяг внутрішньої пам'яті зріс у сотні разів проти ЕОМ першого покоління, що ще більше прискорило обробку інформації.

Поява комп'ютерів другого покоління розширило сферу застосування. Завдяки зниженню вартості самих ЕОМ та їх утримання, вони почали з'являтися не тільки в урядових і військових установах, а і в інститутах, і в приватних організаціях.

Для комп'ютерів почали створювати спеціальне системне програмне забезпечення, виникли системи пакетної обробки інформації. Для комп'ютерів другого покоління почали розробляти операційні системи. Це значно прискорило управління ЕОМ.

Велику увагу приділяли удосконаленню програмування машин. У 1950-х роках з'явилися перші мови програмування. Після мов низького рівня з'явилися мови високого рівня, такі як Фортран, Алгол та інші.

Серед радянських комп'ютерів другого покоління можна виділити Мінськ-22, який міг виконувати до п'яти тисяч елементарних операцій за секунду. При цьому команди були триадресними. Його оперативна пам'ять була побудована на феритових сердечниках, обсягом близько шести – восьми тисяч чисел. У ньому застосовувалися магнітні диски, які могли зберігати кілька мільйонів чисел. Введення інформації було через перфокарти та перфострічки. Для виведення даних до машини підключали алфавітний цифровий друкувальний пристрій. Наступна модель Мінськ-32 могла виконувати вже 250 тисяч операцій за секунду, а обсяг оперативної пам'яті становив 65 536 байт.

На заміну ламповій М-20 були розроблені напівпровідникові машини БЕСМ-3М, БЕСМ-4, М-220, М-220М, М-222 (останні дві – в СКБ Казанського заводу ЕОМ), програмно сумісні з М-20 і мали більший обсяг пам'яті. Машини М-220М і М-222 набули значного поширення у військово-промисловому комплексі і випускалися до 1974 року. Усього було випущено понад 800 штук. Саме машина М-220 свого часу стала основою обчислювального центру ХПІ.

Завдяки застосуванню більш досконалої елементної бази почали створюватися відносно невеликі ЕОМ, відбувся природний поділ обчислювальних машин на великі, середні та малі. У СРСР були розроблені і широко використовувалися серії малих ЕОМ «Раздан», «Наірі» («Наірі» використовувалися в ХПІ).

Унікальною за своєю архітектурою була машина «Мір» (машина для інженерних розрахунків), розроблена 1965 року в Інституті кібернетики Академії наук УРСР під керівництвом академіка **Віктора Михайловича Глушкова** (1923–1982) (рис. 13.6). Вона призначалася для інженерних розрахунків, які виконував на ЕОМ сам користувач без допомоги оператора. Для цього, також під керівництвом В. М. Глушкова, було розроблено мову програмування АЛМІР-65 («алгоритмічна мова для машини інженерних розрахунків»).



Рис. 13.6. В. М. Глушков

Віктор Михайлович Глушков є основоположником інформаційних технологій в Україні. Цей геніальний учений випередив багато в чому свій час і увійшов у вітчизняну історію інформаційних технологій як розробник теорії цифрових автоматів, творець багатопроцесорних макроконвеєрних суперЕОМ. Він організував Інститут кібернетики АН України та був його першим директором. Завдяки багатогранному таланту Віктор Михайлович отримав блискучі наукові результати світового значення у математиці, кібернетиці, обчислювальній техніці та програмуванні. Він створив у цих галузях власні наукові школи.

А рекордною серед вітчизняних машин цього покоління та однією з найкращих у світі була **БЭСМ-6** (від рос. Большая электронно-счетная машина), створена колективом ІТМіОТ АН СРСР під керівництвом академіка С. О. Лебедева. При проєктуванні цієї напівпровідникової ЕОМ надвисокої продуктивності був ретельно вивчений і проаналізований світовий досвід. З комплексу задач, для котрих призначалася машина, було визначено склад пристроїв, їх внутрішні зв'язки, система команд. Були також ретельно відпрацьовані напівпровідникові елементи. В результаті було створено оригінальну та зручну для програмування систему команд, визначено просту внутрішню структурну організацію машини, надійну систему елементів та конструкцію, що спрощувало технічне обслуговування. Такий підхід до розв'язання складних технічних задач може бути зразком під час створення нової техніки й у наш час.

Лебедев одним із перших зрозумів, що розробка ефективної обчислювальної техніки є проблемою не лише інженерно-технічною, а й математичною. Останню можна вирішити лише спільними зусиллями інженерів та математиків. Математичне моделювання майбутньої машини було проведено вже на першому етапі її розробки. В результаті спільної роботи математиків та інженерів БЭСМ-6 стала першою вітчизняною обчислювальною машиною з повним математичним забезпеченням. В її створенні брали участь багато провідних фахівців країни.

Принциповими особливостями БЭСМ-6 стали:

- магістральний принцип організації управління, за допомогою якого потоки команд та операндів обробляються паралельно;
- використання асоціативної пам'яті на надшвидких регістрах, що скоротило кількість звернень до феритної пам'яті та дозволило здійснити локальну оптимізацію обчислень у динаміці рахування;

- розширення оперативної пам'яті на автономні модулі, що дозволило одночасно звертатися до блоків пам'яті за кількома напрямками; багатoproграмний режим роботи для одночасного розв'язання декількох задач із заданими пріоритетами;
- апаратний механізм перетворення математичної адреси у фізичну, що дало можливість динамічно розподіляти оперативну пам'ять у процесі обчислень засобами операційної системи;
- принцип сторінкової організації пам'яті та розроблені на його основі механізми захисту за числами та командами; розвинена система переривання, необхідна для автоматичного переходу з розв'язання одного завдання на інше, звернення до зовнішніх пристроїв, контролю їхньої роботи.



Рис. 13.7. БЭСМ-6 в експозиції Музею науки в Лондоні, Великобританія

У БЭСМ-6 застосували зовсім нову елементну базу, де було закладено основи схемотехніки ЕОМ третього і четвертого поколінь. В електронних схемах машини використано 60 тис. транзисторів та 180 тис. напівпровідникових діодів. БЭСМ-6 стала одним із перших у світі комп'ютерів, чия швидкодія досягла 1 млн операцій за секунду, на два – три порядки вище, ніж у малих та середніх ЕОМ другого покоління (рис. 13.7).

У 1965 році макет БЭСМ-6 був запущений в дослідну експлуатацію, а вже в середині 1967 року перший зразок машини був пред'явлений

на випробування. Завдяки спільній роботі із заводом-виробником часу на доведення машини та підготовку її до серійного виробництва не знадобилося.

БЭСМ-6 приймала Державна комісія під головуванням президента Академії наук СРСР **М. В. Келдиша** і дала машині найвищу оцінку. БЭСМ-6 стала справжнім проривом у створенні обчислювальної техніки. Це був триумф С. О. Лебедева та його школи. На її основі було створено центри колективного користування, системи управління в реальному масштабі часу, координаційно-обчислювальні системи телеобробки тощо. Машина використовувалася для моделювання найскладніших фізичних процесів та управління, а також для розробки математичного забезпечення нових ЕОМ. БЭСМ-6 зайняла гідне місце серед кращих комп'ютерів світу. Основні учасники розробки – **С. О. Лебедєв, В. А. Мельников, Л. Н. Корольов, Л. А. Зак, В. Н. Лаут, А. А. Соколов, В. І. Смирнов, А. М. Томілін** та **М. В. Тяпкін** – були удостоєні Державної премії СРСР.

З 1968 року було розпочато серійний випуск на Заводі рахунково-аналітичних машин у Москві. БЭСМ-6 випускалася серійно майже 20 років – до 1987 року, загалом було випущено 355 машин. У 1970-х роках вони становили основу парку високопродуктивних ЕОМ.

Обчислювальний комплекс, до складу якого входили БЭСМ-6, у 1975 році під час сумісного радянсько-американського космічного польоту «**Союз – Аполлон**» обробляв телеметрію за 1 хвилину, тоді як американська сторона на таке розрахування витрачала 30 хвилин. Тим не менш, у грудні 1977 року в Міністерстві радіопромисловості СРСР було прийнято рішення припинити розробки власних обчислювальних систем і використовувати розробки американських комп'ютерних фірм **IBM** і **Digital Equipment**, адаптувавши їх до радянської елементної бази.

Можна з упевненістю сказати, що якщо БЭСМ-2, М-20, БЭСМ-6 встановлені у багатьох обчислювальних центрах, забезпечили у повоєнні роки швидкий розвиток наукових досліджень та вирішення найскладніших завдань науково-технічного прогресу, то спеціалізовані ЕОМ, розроблені під керівництвом С. О. Лебедева, стали основою потужних обчислювальних комплексів у системах протиракетної оборони. Отримані в ті роки результати були досягнуті за кордоном лише через багато років.

За кордоном найпоширенішими машинами другого покоління були «**Еліот**» (Англія), «**Сіменс**» (ФРН), «**Стретч**» (США).

13.5. ЕОМ на інтегральних схемах

Чергова зміна поколінь ЕОМ відбулася в 1960-х роках у зв'язку з заміною напівпровідникових приладів у пристроях ЕОМ на **інтегральні схеми** (ІС). Інтегральна схема (іноді її називають мікросхемою чи чіпом) – це невелика платівка кристала кремнію, вміщена в корпус. На цій платівці розміщуються сотні та тисячі елементів: діодів, транзисторів, конденсаторів, резисторів тощо. Перші мікросхеми з'явилися 1958 року. Два інженери – *Джек Кілбі* і *Роберт Нойс* майже одночасно винайшли їх, не знаючи один про одного. Перша радянська ІС була створена із запізненням на три роки. Але широке застосування інтегральних схем у СРСР почалося лише на початку 1970-х років.

Застосування інтегральних схем дозволило збільшити кількість електронних елементів ЕОМ без збільшення їх розмірів. Швидкодія ЕОМ зросла до десятків мільйонів операцій за секунду. Крім того, складати програми для ЕОМ стало під силу простим користувачам, а не лише фахівцям-електронникам.

Інтегральні схеми кардинально змінили вигляд обчислювальних машин. Одна інтегральна схема могла замінити тисячі транзисторів та інших базових елементів. А кожен такий елемент міг заміняти до кількох десятків електронних ламп. Це дозволило створювати комп'ютери третього покоління розміром із письмовий стіл. Для них стали не потрібні окремі приміщення та тим більше цілі зали. Весь обчислювальний центр міг бути розміщений в одній кімнаті. Потужність таких ЕОМ знизилася до двох – чотирьох кіловат.

Завдяки мініатюризації собівартість виробництва ЕОМ знизилася у десятки – сотні разів. Зберігання інформації відбувається через остаточний перехід на магнітні диски. Широко використовуються нові типи пристроїв введення-виведення: дисплеї та графопобудовники. Оскільки швидкість обміну інформацією із запам'ятовувальними пристроями і пристроями введення - виведення не могла забезпечити безперервну роботу процесора при збільшеній швидкодії, з'явилася можливість виконувати одночасно кілька програм на одній машині. Щодо надійності комп'ютерів третього покоління, то вона майже не поступається надійності сьогоденської техніки.

Нові машини стали називати **мініЕОМ**. Для зручності користування вони оснащувалися алфавітно-цифровими дисплеями, які з'явилися ще у другому поколінні. Середня ціна машин третього покоління становить

20–30 тис. доларів, і вони перестають бути розкішшю для підприємств. На їх основі створюються автоматизовані системи проектування. Все сказане вище дозволило створювати бортові комп'ютери не тільки для космічних літальних апаратів, але і для літаків, кораблів та іншої техніки.

Найважливішою особливістю комп'ютерів третього покоління, що відрізняло їх від другого, була їх відкрита архітектура. Вона дозволила легко ремонтувати ЕОМ шляхом заміни комплектуючих. При цьому комплектуючі могли підходити до різних моделей ЕОМ, навіть випущених різними виробниками.

Першою ЕОМ третього покоління стала американська машина системи IBM/360, що випускалася фірмою IBM з 1964 року (рис. 13.8). У цій серії було вперше реалізовано ряд унікальних на той час перспективних рішень: універсальна архітектура, орієнтована як на розрахування, так і на обробку даних; лінійка сумісних моделей ЕОМ різної продуктивності; байтова адресація пам'яті, мікрокод.



Рис. 13.8. IBM System/360, Model 20

Сімейство комп'ютерів IBM/360 було анонсовано 7 квітня 1964 року. На відміну від попередніх серій, фірма IBM створила ряд комп'ютерів, усі моделі якої – великі та малі, з низькою та високою продуктивністю – використовували один і той самий набір команд. Це дозволяло замовнику

перейти від недорогої моделі до більшої з високою продуктивністю без заміни програмного забезпечення. Для забезпечення сумісності IBM уперше застосувала технологію мікрокоду – програми, що реалізує набір інструкцій процесора. Мікрокод застосовувався у всіх моделях серії, крім найстарших.

Для системи IBM/360 були винайдені восьмибітні символи і восьмибітний байт як осередок пам'яті, що мінімально адресується. Вперше використана байтова адресація пам'яті значно полегшила обробку текстових даних. Також IBM/360 стала першою 32-розрядною комп'ютерною системою. Завдяки великому поширенню системи IBM/360 8-бітові байти стали стандартом для всієї комп'ютерної техніки. Шістнадцяткова система числення широко застосовувалася в документації IBM/360, практично витіснила раніше домінуючу вісімкову.

Подальшим розвитком IBM/360 стали системи 370, 390 і System Z. Старші моделі сімейства IBM/360 і сімейство IBM/370, що слідувало за ними, були одними з перших комп'ютерів із віртуальною пам'яттю і першими серійними комп'ютерами, що підтримують реалізацію віртуальних машин.

Архітектура IBM/360 була настільки вдалою, що стала промисловим стандартом аж до сьогодні. Багато фірм стали випускати комп'ютери, сумісні з IBM/360, наприклад, сімейство 470 англійської фірми **Amdahl**, японської **Hitachi**, серії **9200, 9300** та **9400** американської компанії **UNIVAC** та ін. У СРСР аналогом IBM/360 стали машини серії **ЕС ЕОМ**.

Радянські ЕОМ того часу призначалися для фахівців у галузі математики та фізики й орієнтувалися тільки на числові розрахунки або на управління обладнанням. Програмування переважно велося в машинних кодах без операційної системи. Усе це ускладнювало вирішення великих обчислювальних та організаційних завдань. Для створення автоматизованих систем управління (АСУ) потрібна не тільки більша кількість комп'ютерів, але також їх уніфікація.

Потрібен був перехід до масового виробництва уніфікованих ЕОМ, оснащених великою кількістю стандартизованого програмного забезпечення та периферійного обладнання. Для розв'язання цього завдання було вирішено взяти за основу архітектуру поширеної на Заході системи IBM/360. Згідно з дослідженнями Інституту прикладної математики (ІПМ) АН СРСР, завдяки застосуванню 8-бітного байту програми, складені для IBM/360, вимагали в 1,5–2 рази менше пам'яті, ніж аналогічні для ЕОМ БЭСМ-6, «Весна», М-20.

Потрібно зазначити, що архітектура ЕОМ на той час не підлягала патентуванню, патентувалося лише її конкретне виконання, яке через ембарго на експорт обчислювальної техніки, що діяло в США, передбачалося створити самостійно.

З 1968 року у Радянському Союзі розпочалася розробка комп'ютерів серії **ЄС ЕОМ (Єдина Система ЕОМ)**. Їх випуск розпочався у 1971 році. Комп'ютери серії ЄС ЕОМ, відповідно до їхньої архітектури, умовно поділялися на «Ряд 1» (аналог серії System/360), «Ряд 2» (аналог серії System/370), «Ряд 3» та «Ряд 4».

Апаратною основою всіх машин серії ЄС ЕОМ були плати з мікросхем розміром 140×150 мм. Такі плати називалися **ТЕЗ – типові елементи заміни**, або «**радіоелектронні модулі 1-го рівня**». Периферійні пристрої також були взаємозамінними. ЄС ЕОМ мали чіткий поділ функціональних блоків: стояк процесора, стояк з оперативною пам'яттю тощо (рис. 13.19).



Рис. 13.19. Машинний зал ЄС-1035

Самі комп'ютери являли собою великі стояки-шафи (їх називали «радіоелектронні модулі 3-го рівня») заввишки приблизно на зріст людини. Периферійні пристрої – принтери, накопичувачі на магнітних стрічках

та накопичувачі на магнітних дисках також мали великі розміри. У зв'язку з цим для розміщення всіх блоків комп'ютера потрібно було окреме приміщення площею щонайменше 25–30 м². При цьому всі кабелі прокладалися під підлогою. Машинний зал потребував систем вентиляції та охолодження.

ЄС ЕОМ активно експлуатувалися в СРСР та країнах Ради економічної взаємодопомоги з 1971 до 1990 року. Останні ЄС ЕОМ було випущено 1998 року (ЄС-1220). Загальна кількість вироблених машин становила понад 15 576 одиниць.

13.6. Четверте покоління ЕОМ

Стрімкий розвиток електроніки дозволив розмістити на одному кристалі тисячі напівпровідників. Це привело до появи **великих інтегральних схем (ВІС)**, у яких на один квадратний сантиметр припадало кілька десятків тисяч елементів. Завдяки ВІС на одному крихитному кристалі кремнію стало можливим розмістити таку складну електронну схему, як процесор ЕОМ. Однокристалні процесори стали називатися мікропроцесорами. Так ВІС стали елементною базою комп'ютерів четвертого покоління.

Високий ступінь інтеграції привів до зменшення кількості монтажних операцій при складанні комп'ютера та зменшив кількість зовнішніх з'єднань, які є досить ненадійними. Таким чином, застосування ВІС дало різке зменшення розмірів і вартості комп'ютерів, а також поліпшення основних показників – швидкості роботи та надійності. Однією з основних проблем комп'ютерів четвертого покоління стала проблема тепловідведення, оскільки високий рівень інтеграції схеми призводить до великого тепловиділення. Без постійного охолодження інтегральна схема перегріється та згорить.

Виходом із цього становища стало створення мікропроцесорів. Перший мікропроцесор був випущений компанією **Intel** (США) в 1971 році. **4-розрядний мікропроцесор Intel 4004** містив 2250 транзисторів та виконував 60 операцій за секунду. З переходом на нову елементну базу відбувається перехід від мініЕОМ до **персональних комп'ютерів (ПК)**, тобто ЕОМ, орієнтованих на одного користувача. Стають архаїчними величезні дорогі машини, що потребують штату обслуговуючого персоналу. Раніше за одним таким комп'ютером через термінали одночасно

працювало одразу кілька десятків користувачів, постійно чекаючи на свою чергу у виконанні чергових дій. Тепер кожен користувач мав свою машину, яка стала дійсно персональною.

Невеликі комп'ютери, призначені для одного користувача, який у кожен момент вирішує не більше одного завдання, використовувалися у професійній діяльності вже на початку 70-х років. Восьмирозрядні процесори i8080 і Z80 у поєднанні з операційною системою CP/M дозволили створити ряд таких комп'ютерів, але початком ери їх масової появи став 1976 рік, коли з'явився знаменитий **Apple-1**, створений молодими американськими інженерами **Стівом Джобсом** (1955–2011) та **Стівом Возняком** (нар. 1950). Слідом за комп'ютером Apple-1, що не вироблявся у великих кількостях, з'явився **Apple-2** (рис. 13.10). Він став одним із перших та найуспішніших персональних комп'ютерів. Найбільш популярна з

моделей Apple-2 вироблялася і продавалася до 1990-х років. Усього було випущено 6 мільйонів екземплярів цього комп'ютера.



Рис. 13.10. Apple-2 – перший у світі масовий персональний комп'ютер виробництва компанії Apple

Незабаром лідерство у цій галузі захопила фірма IBM – комп'ютерний гігант, який у 1981 році представив свій персональний комп'ютер **IBM PC**. Його моделі PC XT (1983), PC AT (1984), ПК з мікропроцесором **Pentium** (початок 90-х років) стали, кожен свого часу, провідними на світовому ринку ПК.

ПК стали найпопулярнішим різновидом ЕОМ. Це перший тип комп'ютерів, що з'явився у роздрібному продажі. Вони здатні замінити ЕОМ попереднього покоління у всіх сферах людської

діяльності – в управлінні технологічними процесами, інженерних розрахунках, інформаційних центрах, регулюванні транспортного руху, торгівлі та багатьох інших системах.

Одним із перших персональних комп'ютерів четвертого покоління вважається **Altair-8800**, створений на базі мікропроцесора **Intel-8080**. Його поява стимулювала зростання периферійних пристроїв, компіляторів високого рівня.

Крім зміни технічної бази четвертого покоління ЕОМ, змінився напрям створення цих машин. Вони проєктувалися з розрахунком на застосування мов програмування високого рівня, багато з них на апаратному рівні були спроектовані під певні операційні системи.

Один із найпопулярніших комп'ютерів четвертого покоління – це **IBM System/370**, який на відміну від свого попередника третього покоління **System/360**, мав потужнішу систему мікрокоманд та великі можливості низькорівневого програмування. У машинах серії **System/370** програмно було реалізовано віртуальну пам'ять. Коли частина дискового простору відводилася для використання тимчасових даних. Тим самим емулювалася оперативна пам'ять. У кінцевого користувача створювалося враження, що ресурсів у машини більше, ніж є насправді.

1989 року з'являється нова розробка компанії **Intel** – мікропроцесор **Intel-80486 (Intel-80486DX)**. Цей процесор був повністю сумісний із ПК сімейства **Intel-80486**, крім того, містив у собі математичний співпроцесор та 8 кбайт кеш-пам'яті. **Intel-80486** був досконаліший за мікропроцесор **Intel-80386**, його тактова частота становила 33 МГц. А 1992 року – процесор **Intel-80486DX2**, який працював із подвоєною тактовою частотою – 66 МГц. Згодом вийшли процесори з тактовою частотою 100 МГц.

Удосконалення елементної бази та її мініатюризація дозволили створити портативні мікрокомп'ютери, так звані ноутбуки. Перший комерційно успішний портативний мікрокомп'ютер **Osborne 1** був випущений у продаж 3 квітня 1981 року американською компанією **Osborne Computer Corporation** (рис. 13.11). На одній стороні корпусу знаходилася ручка для перенесення, на іншій – клавіатура, конструктивно виконана у вигляді відкидної кришки, під нею знаходився монохромний ЕЛТ дисплей розміром п'ять дюймів по діагоналі (13 см) і два дисководи для гнучких магнітних дисків 5,25 дюймів. Було передбачено підключення зовнішнього монітора та модема. Як операційна система встановлено **CP/M**. Комп'ютер поставлявся з текстовим редактором **WordStar**, табличним процесором **SuperCalc**, інтерпретаторами мов **MBASIC** і **CBASIC** та іншими програмами. Комп'ютер мав масу 11 кг,

продавався за ціною 1795 доларів. Завдяки низькій ціні та досить великій бібліотеці програмного забезпечення, що поставляється з ним, Osborne 1 дістав велику популярність.



Рис. 13.11. Перший серійний ноутбук Osborne 1

Проте четверте покоління ЕОМ – це не лише ПК. Крім персональних комп'ютерів, існують інші, значно потужніші комп'ютерні системи.

Питання для самоконтролю

1. На чому було засновано застосування електричного розрахункового стенда для досліджень крутильних коливань валопроводів поршневих двигунів?
2. Що є основою аналогових обчислювальних машин?
3. Чому аналогові обчислювальні машини використовувались і після створення цифрових електронних обчислювальних машин?
4. Хто сформулював принципи будови і роботи ЕОМ?
5. Де було створено першу радянську ЕОМ і хто був її конструктором?
6. Назвіть покоління електронних обчислювальних машин і чим зумовлена їх зміна?
7. Чому створення електронних обчислювальних машин вважається одним із трьох найбільших технічних досягнень людства?

ГЛАВА 14

ЕВОЛЮЦІЯ НОСІЇВ ІНФОРМАЦІЇ

Найважливішим елементом комп'ютера є пристрій пам'яті, призначений для зберігання інформації. Проте збереження інформації було найважливішим завданням протягом розвитку людства. Першими зберігачами інформації стали малюнки на скелях та глині. Потім з'явився пергамент, а пізніше – папір, записи на якому й досі вважаються надійнішими способами зберігання інформації. А поява комп'ютерів надзвичайно розширила способи зберігання інформації та викликала їх бурхливу еволюцію.

14.1. Перфоровані накопичувачі інформації

Історія комп'ютерних носіїв інформації розпочалася із застосування для автоматичного ткацького верстата (рис. 14.1), створеного **Жозефом Марі Жаккаром** (рис. 14.2) спеціальних твердих пластин з отворами. Це були перші у світі перфокарти. Малюнок візерунчастої тканини задавався за допомогою колоди перфокарт, кожна з яких управляла одним ходом човника. Переходячи до нового малюнку, оператор просто заміняв одну колоду перфокарт на іншу. Зчитуючий пристрій являв собою набір щупів, пов'язаних зі стрижнями ниток. У нього подавалися перфокарти, при проході яких щупи провалювалися в отвори, піднімаючи відповідні нитки й утворюючи основні перекриття в тканині. Завдяки цьому певна комбінація отворів на пластині дозволяла створити тканину з заданим візерунком (рис. 14.3).

Саме перфокарти вирішив використовувати як носії інформації для своєї аналітичної машини Чарльз Беббідж. Англійський вчений навіть здійснив подорож до Франції з метою докладного вивчення верстатів Жаккара. Пізніше перфокарти використовувалися в табуляторі Германа



Рис. 14.1. Ткацький верстат Жаккара



Рис. 14.2. Жозеф Марі Жаккар



Рис. 14.3. Малюнок жаккардової тканини

Холлеріта – механізмі, призначеному для обробки статистичних даних, розробленому в 1890 році. Створена Холлерітом компанія IBM протягом кількох десятків років розвивала і просувала технологію перфокарт. У середині ХХ століття перфокарти стали одним з основних носіїв інформації. Вони використовувалися для введення текстів програм і вихідних даних в ЕОМ, для виведення результатів розрахунку, якщо вони використовувалися як вихідні дані в інших програмах, а також для виведення налагоджених відтрансльованих програм, щоб надалі не витратити на трансляцію машинного часу. Крім цього, перфокарти використовувалися в різних верстатах із числовим програмним управлінням (ЧПУ).

Незважаючи на те, що перфокарти відзначалися простотою виготовлення, вони мали і цілу низку досить істотних недоліків. По-перше, це невелика ємність. Так, при використанні кодування, прийнятого для ЄС ЕОМ, перфокарта вміщувала в собі до 80 символів. Це означало, що для зберігання одного мегабайта даних знадобилося б понад десять тисяч таких перфокарт, а товщина колоди перфокарт у цьому випадку перевищить 2 метри.

По-друге, це низька швидкість читання та запису. Навіть найдосконаліші пристрої зчитування могли обробляти не більше однієї тисячі перфокарт за хвилину. Тобто, за секунду вони зчитували лише 1,6 кбайт даних. Швидкість запису була значно меншою.

Третім недоліком була невисока надійність і неможливість повторного запису. Виготовлені з тонкого картону перфокарти легко ушкоджувалися, до того ж найменший «волосок», що потрапив в отвір перфокарти, заважав зчитуванню.

Для перевірки набраного тексту колоду пропускали через ЕОМ, а для перевірки окремих перфокарт використовувалися спеціальні «читалки». Іноді для виправлення запису в перфокарті користувачеві доводилося прорізати отвори або заклеювати їх. Для останнього використовувалися вибиті з перфокарти шматочки картону.

Поруч із перфокартами у середині ХХ століття стали використовуватися перфострічки. Саме вони були носіями інформації у перших електромеханічних обчислювальних машинах. Так, у машині Марк І, використовувалися перфострічки з розрядністю в 24 біти (рис. 14.4).

Перфострічки набули поширення в комп'ютерній техніці завдяки простоті пристроїв введення-виведення. Вони використовувалися в мінікомп'ютерах^{13*} для введення-виведення інформації, а також для

^{13*} мінікомп'ютерами на той час називалися ЕОМ, що займають невелику кімнату

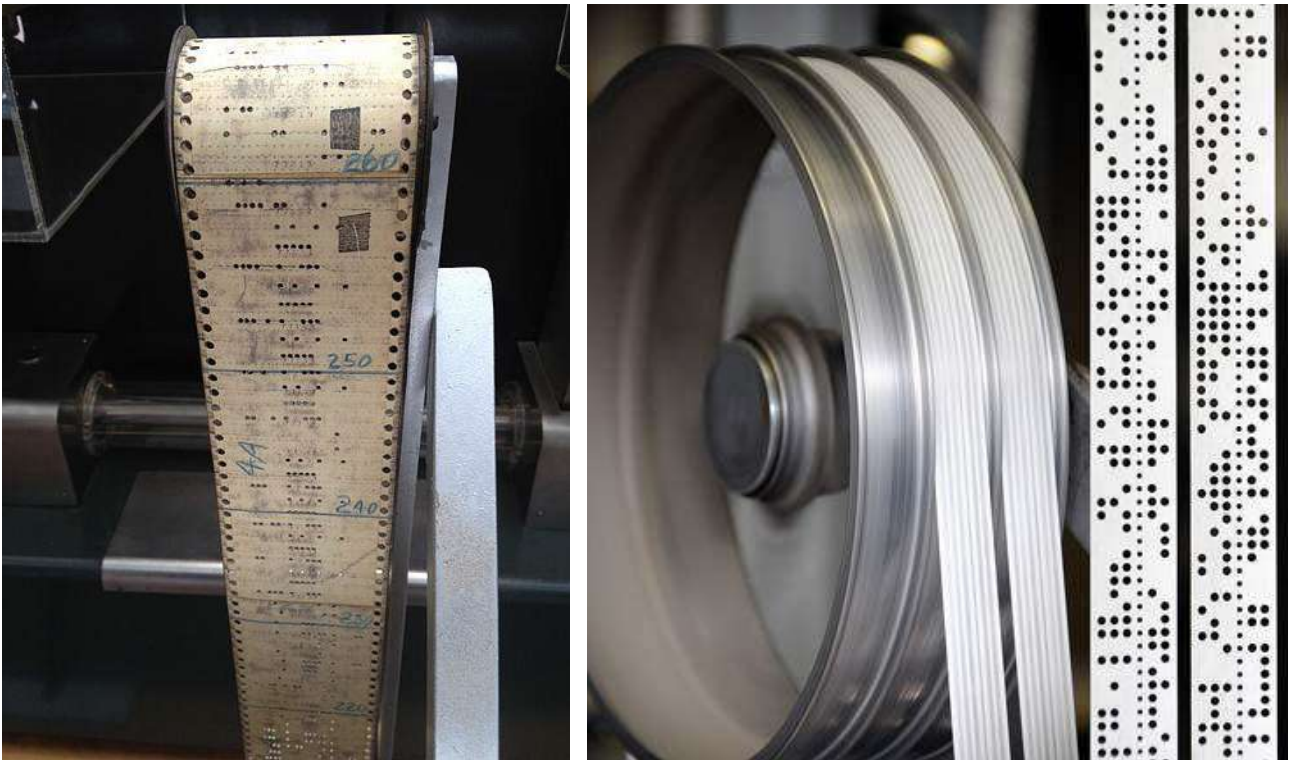


Рис. 14.4. Ліворуч перфострічка для комп'ютера Марк I, що містить позначки обсягу програми, праворуч – пізніша перфострічка

управління верстатами з ЧПУ. Найбільш масовими перфострічками були паперові. Їх недоліками, порівняно з перфокартами, були низька механічна міцність стрічки і неможливість ручного редагування інформації, що при використанні перфокарт робилося заміною або додаванням карт у колоді. Порівняно з магнітними стрічками основним недоліком перфострічок була низька швидкість читання та запису. Максимальна швидкість запису становила 80–150 байт/с, а максимальна швидкість зчитування – до 1 500 байт/с.

Особливі вимоги ставляться до пристроїв пам'яті, що застосовуються у бойових балістичних ракетах і космічних літальних апаратах. Так, у 1960-х роках для польотного завдання в бойових ракетах і ракетах-носіях використовувалася фотоплівка, в якій замість пробивання отворів застосовувалося звичайне засвічування (рис. 14.5). Цей спосіб застосовувався через те, що паперова стрічка у важких умовах експлуатації приладу може порватися, а магнітна розмагнітиться. Інші приклади пристроїв для збереження інформації наведені на рис. 14.6–14.8.



Рис. 14.5. Генератор програмованих імпульсів – програмний струмо-розподільник балістичної ракети середньої дальності Р-14У (8К65У), який використовує фотоплівку. Прилад оснащений двома бобінами фотоплівки, що дозволяє ставити виконання двох бойових польотних завдань

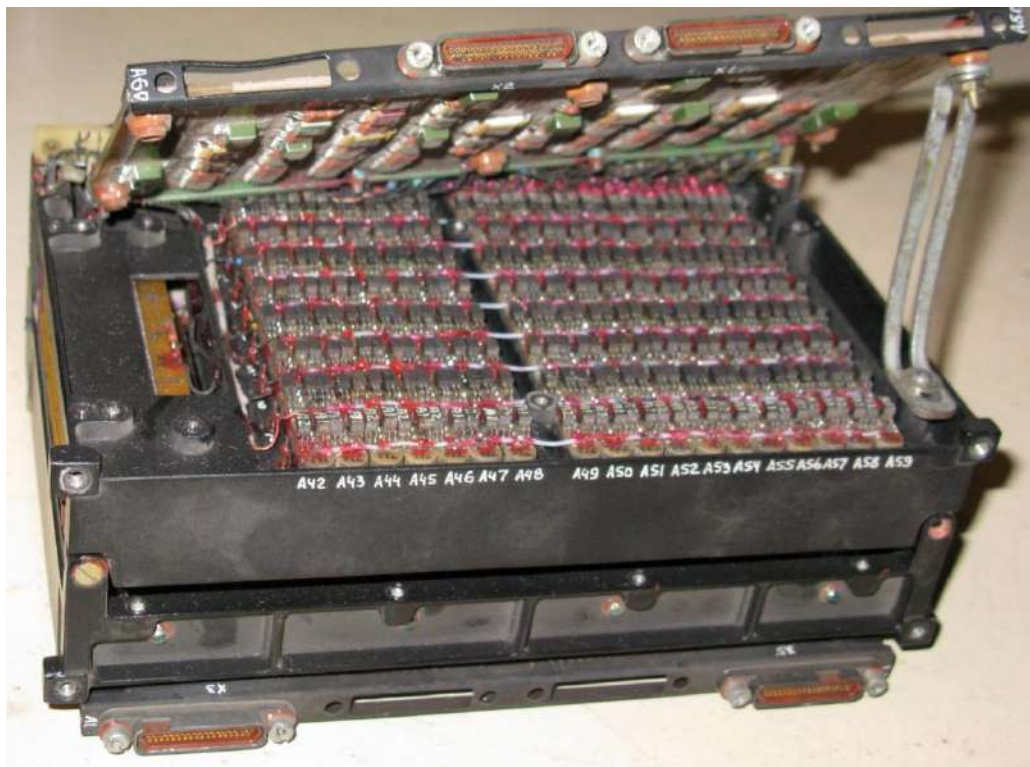


Рис. 14.6. Прилад БІ0220. Постійно запам'ятовувальний пристрій, призначений для зберігання незмінної в процесі роботи інформації. Застосовується в системах управління ракет «Тополя» та «Зеніт»

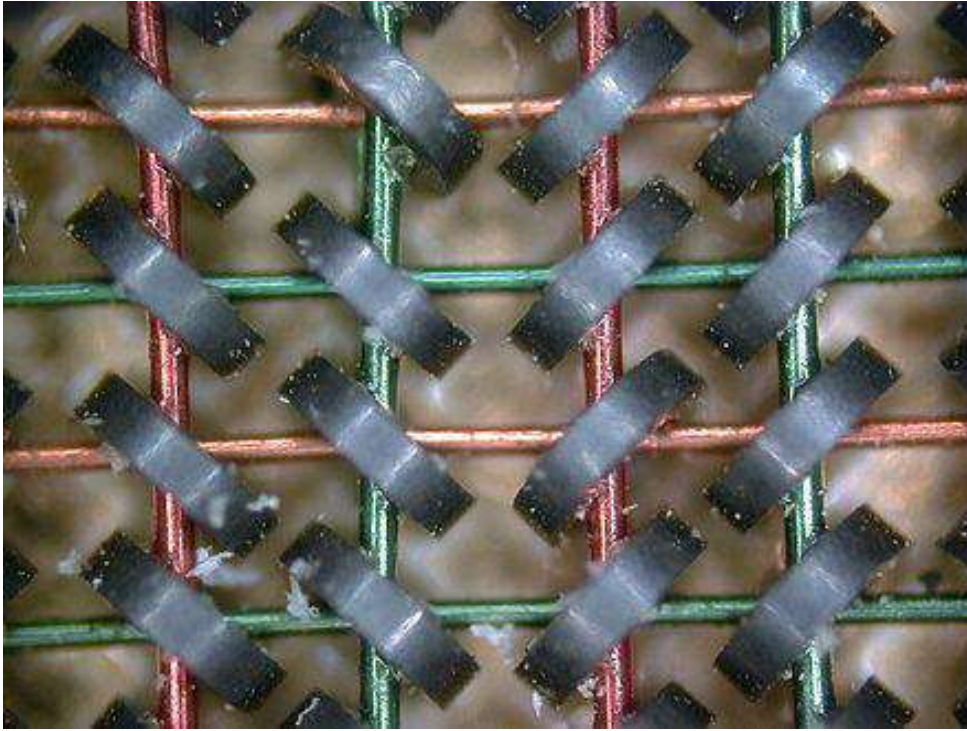


Рис. 14.7. Пам'ять на феритових кільцях. Кожне колечко – один біт

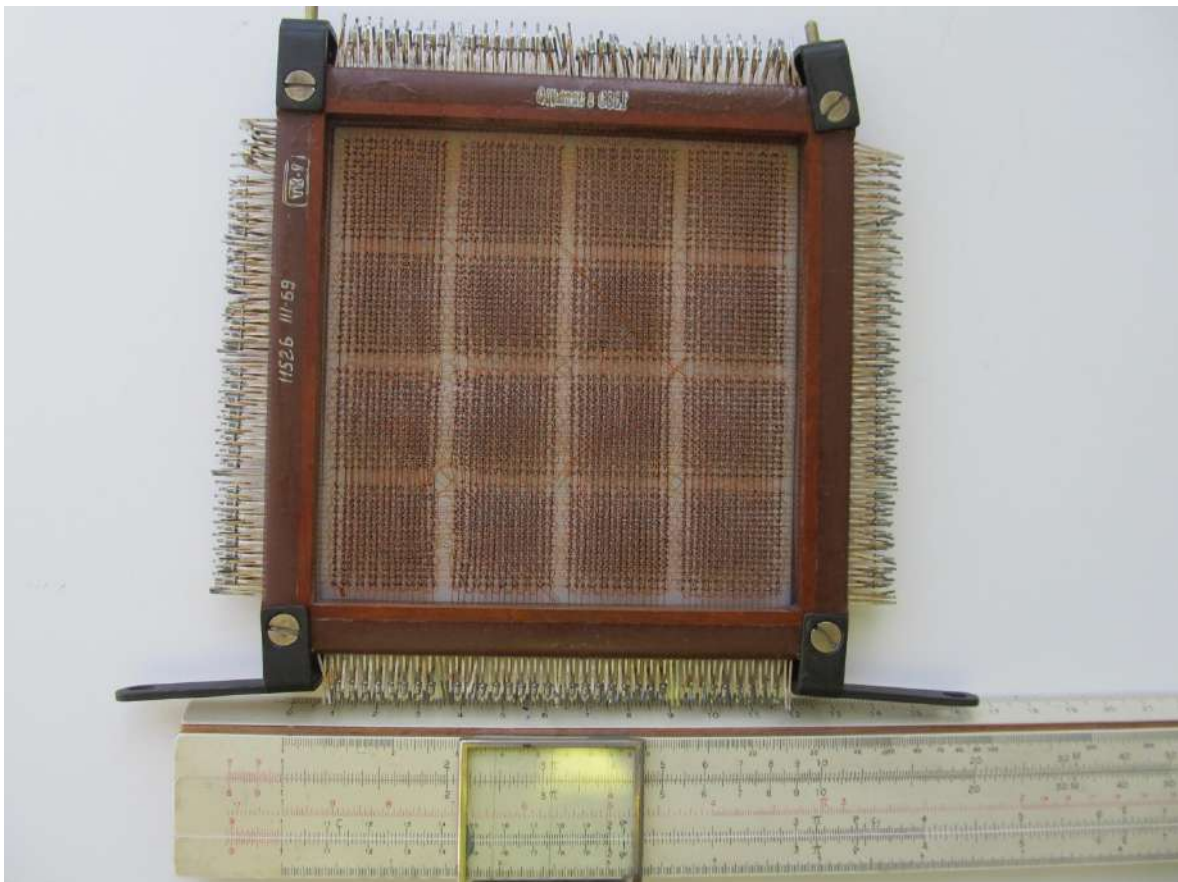


Рис. 14.8. Блок пам'яті на феритових сердечниках машини БЭСМ-6

14.2. Жорсткі магнітні диски

Як альтернатива паперовим носіям інформації ще у середині ХХ століття з'явилися магнітні. Епоху магнітних накопичувачів відкрила магнітна плівка, розроблена німецьким інженером **Фріцем Пфлюмером**. Хоча патент на неї було видано ще в 1928 році, за межами Німеччини про цю плівку стало відомо лише після закінчення Другої світової війни. Магнітна плівка виготовлялася з тонкого шару паперу, на який напилявся порошок оксиду заліза. При записі інформації плівка потрапляла під вплив магнітного поля, і на поверхні стрічки зберігалася певна намагніченість. Цю властивість потім і використовували пристрої для зчитування (рис. 14.9).



Рис. 14.9. Магнітні стрічки з операційною системою для серії радянських комп'ютерів ЕС ЕОМ

Магнітні носії інформації стали використовувати поряд із перфокартами та перфострічками. Вперше магнітна стрічка була застосована в американському комерційному комп'ютері UNIVAC-I, випущеному в 1951 році. Її обсяг становив приблизно 1 Мбайт, що відповідало місткості десяти тисяч перфокарт.

Надалі магнітні стрічки набули великого розвитку. Вони використовувалися не тільки для зберігання та перенесення інформації, але також у накопичувачах комп'ютерів (рис.14.10). Крім того, магнітні стрічки застосовувалися в мейнфреймах – високопродуктивних комп'ютерах, призначених для зберігання й обробки великої кількості даних, що вимагають величезного обсягу пам'яті.



Рис. 14.10. Накопичувачі на магнітній стрічці

У 1980-ті роки на зміну перфокартам, перфострічкам і магнітним стрічкам прийшли більш досконалі магнітні носії інформації – жорсткі та гнучкі диски. І, якщо перфокарти та перфострічки були повністю забуті, то магнітна стрічка, як і раніше, використовувалася, але переважно для резервного зберігання даних та їх перенесення.

Магнітні диски комп'ютера служать для тривалого зберігання інформації, яка стирається при вимкненні ЕОМ. У процесі роботи одні дані можуть видалятися, інші записуватися. Інформація на магнітний диск записується та зчитується магнітними головками вздовж концентричних доріжок. При записі або читанні інформації магнітний диск обертається навколо осі, а головка за допомогою спеціального механізму підводиться до потрібної доріжки.

Перший жорсткий диск^{14*} був представлений у 1956 році фірмою IBM. Модель **IBM 305 RAMAC (Random Access Method of Accounting and Control)** складалася з 50 алюмінієвих пластин діаметром 61 см (24 дюйми) кожен (рис. 14.11). Важила ця система майже тонну, а за своїми розмірами була схожа на величезний холодильник. Пам'ять пристрою становила 5 Мбайт, що на той час було величезним досягненням. Принцип роботи першого жорсткого диска ґрунтувався на магнетизмі і майже не відрізнявся від функціонування магнітної стрічки. На обидві сторони кожної пластини було напилено металевий феромагнетик. Записувалася і зчитувалася інформація з пластин за допомогою головки, що рухалася по поверхні диска. Запис даних проводився шляхом намагнічування численних областей (доменів) на диску, а зчитування – за допомогою фіксування магнітного поля.



Рис. 14.11. Запам'ятовувальний пристрій IBM 305 RAMAC

Головною перевагою вказаного жорсткого диска була його швидкість роботи – середня швидкість передачі становила 9 байт/с. Такої високої продуктивності вдалося досягти завдяки вільному переміщенню магнітної головки на поверхні диска. Однак через рухому головку система була недостатньо ненадійною. Через те що вона торкалася поверхні диска, обидві деталі сильно нагрівалися, а пластини швидко зношувалися.

^{14*} часто для жорсткого диска використовується англійська аббревіатура HDD – hard disk drive

Коштував пристрій IBM 305 RAMAC досить дорого – ціна одного мегабайта на жорсткому диску становила 10 тисяч доларів. Але, незважаючи на це, IBM вдалося продати близько 1000 таких жорстких дисків.

Виробництво IBM 305 RAMAC було припинено у 1961 році, коли IBM представила жорсткий диск IBM 1301, який використав технологію **air bearing**. Між головкою і поверхнею диска з'явився повітряний прошарок завтовшки приблизно 0,5 мкм^{15**}, і проблему дотику рухомої головки з дисками було вирішено. Надійність і довговічність пристрою значно підвищилися. Крім того, в IBM 1301 була окрема головка для кожної поверхні. Завдяки цьому новий пристрій відрізнявся більш високою швидкістю роботи порівняно з 305-тою моделлю. Час доступу до потрібних даних скоротився в кілька разів і становив 180 мілісекунд. При цьому ємність диска також збільшилася і становила вже 28 Мбайт, що майже в шість разів більше, ніж у IBM 305 RAMAC.

Після IBM 1301 відбувся випуск пристрою IBM 1311, де вперше застосовувалися знімні диски. Ця модель виявилася настільки успішною, що IBM випускала її до 1975 року.

Фірма IBM продовжувала самостійно розвивати технології жорстких дисків. У 1973 році з'явився пристрій IBM 3340, що став прабатьком сучасних жорстких дисків. У ньому було втілено всі напрацювання, зроблені інженерами IBM протягом кількох років. Зокрема, було створено мікродіп, що керує обертанням дисків і переміщенням головки. Поліпшилася також система, що відповідає за позиціонування головки, вони стали легшими та аеродинамічними, а самі диски поміщалися в герметичний корпус. Жорсткий диск дозволяв зберігати до 16 Мбайт інформації. Він мав 30 циліндрів, розбитих на 30 секторів, та позначався як 30/30.

Це маркування збіглося з позначенням патрона **.30-30**, який був розроблений відомою американською збройовою фірмою «Вінчестер» у 1895 році для застосування у гвинтівці з важільним взводом **Winchester Model 1894**. При цьому .30 означає калібр у десятих частках дюйма (0,3 тобто 7,62 мм), а друге число 30 означає вагу порохового заряду в гранах (один гран – 1,94 г). Від назви фірми цей жорсткий диск отримав прізвисько вінчестер. А потім воно міцно закріпилося за іншими жорсткими дисками.

У 1980 році було подолано гігабайтний рубіж – фірма IBM випустила модель з індексом 3380, ємність якої становила 2,52 Гбайт, а швидкість передачі досягала 3 Мбайт/с. проте ці жорсткі диски призначалися

^{15**} 1 мкм (мікрон) дорівнює одній мільйонній частині метра – 10^{-6} м

для великих комп'ютерів. Домашні комп'ютери досить довго комплектувалися лише одним або двома дисковими. Про жорсткі диски в домашніх системах не могло бути й мови.

Перший вінчестер для домашніх комп'ютерів випустила **Seagate** (рис. 14.12). Модель ST-506 була виконана в 5,25-дюймовому форматі та мала обсяг пам'яті 5 Мбайт, а коштувала півтори тисячі доларів. Через рік з'явився швидший та більш ємний накопичувач з інтерфейсом **Seagate ST-412**, який встановлювався у комп'ютери IBM PC/XT.

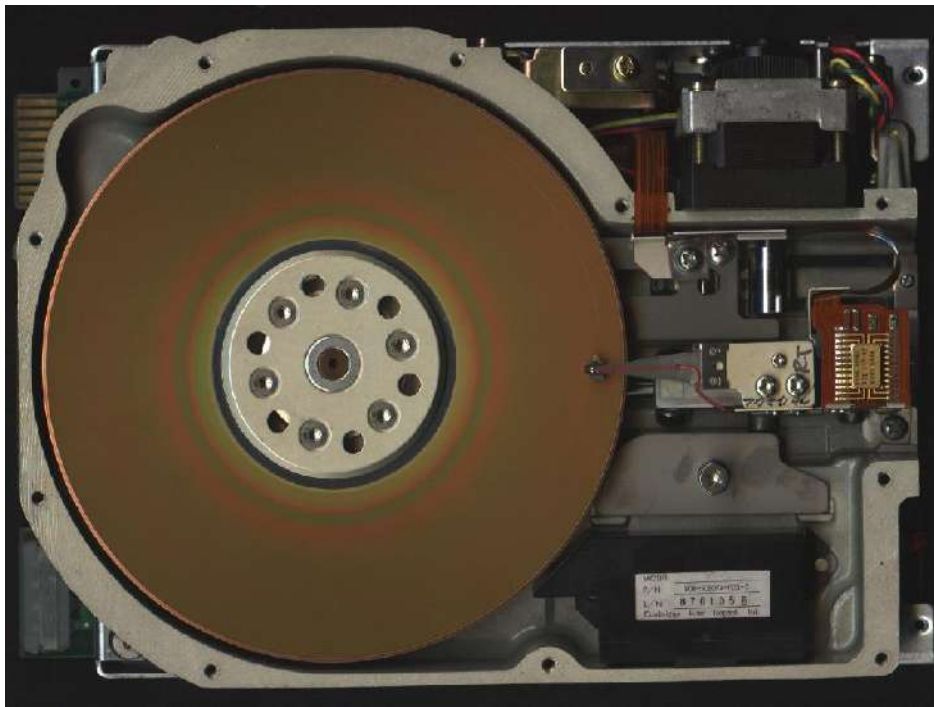


Рис. 14.12. Жорсткий диск Seagate ST-506 зі знятою кришкою

Подальший розвиток вінчестерів відбувався шляхом збільшення пам'яті, зменшення розмірів та здешевлення пристроїв. У 1988 році японська компанія **Toshiba** та американська компанія **PrairieTek** представили перші 2,5-дюймові жорсткі диски. Це дозволило значно зменшити розмір ноутбуків.

Жорсткі диски швидко розвивалися. У 1990-х роках IBM запропонувала ще дві технології, які дозволили підняти щільність запису. Застосування магнітних головок на гігантському магніторезистивному ефекті дозволило досягти вищих показників щільності запису – до 2,7 Гбіт квадратний дюйм. А застосування нового способу форматування пластин, при якому ідентифікаційна інформація сектора зберігається не на поверхні диска, а в постійній пам'яті жорсткого диска, дозволило підвищити

щільність запису приблизно на 10%.

Поступово збільшувалася і швидкість обертання шпинделя. На перших пристроях вона становила 5400 об/хв, нині більшість вінчестерів працює з частотою 7200 об/хв. Але є пристрої зі швидкістю обертання шпинделя 10 000 і навіть 15 000 об/хв.

Спочатку всі жорсткі диски працювали за методом паралельного запису, при якому вектор магнітної спрямованості проходить паралельно площині диска. Наприкінці 2005 року було освоєно метод перпендикулярного запису. Розташування вектору магнітної спрямованості частинок перпендикулярно поверхні диска дозволило значно зменшити буферну зону та збільшити щільність запису. Завдяки новій технології у 2007 році було подолано терабайтний рубіж – побачив світ вінчестер **Hitachi The Deskstar 7K1000** обсягом 1 Тбайт. А у вересні 2014 року у продажу з'явилися перші у світі 10-терабайтні вінчестери **Ultrastar He10**. Ці жорсткі диски використовують розроблену Seagate технологію з перекриттям доріжок **SMR (shingled magnetic recording)**, яка змінилася методом перпендикулярного запису. У SMR доріжки перекривають одна одну, утворюючи щось на кшталт черепичного даху. Такий підхід дозволив збільшити щільність запису на 25%.

Сьогодні накопичувач на жорстких магнітних дисках є основним накопичувачем даних у більшості комп'ютерів.

Незважаючи на широке застосування жорстких дисків, магнітні стрічки не втрачають застосування. Цьому сприяють їх чотири основні переваги над жорсткими дисками:

- швидкість зчитування. Незважаючи на те, що при спеціалізованій роботі потрібно до 40 секунд, щоб вибрати потрібну касету і вставити її в пристрій для читання, читання даних зі стрічки відбувається в чотири рази швидше, ніж із жорсткого диска;

- найкраща безпека інформації. Навіть якщо стрічка рветься, її можна легко склеїти. У цьому випадку втрачається лише частина даних, що зберігаються. При виході з ладу жорсткого диска втрачаються всі дані. Слід врахувати також, що магнітні стрічки набагато довговічніші. Вони служать навіть 30 років, у той час як робочий цикл жорсткого диска становить всього 5 років;

- третьою перевагою магнітної стрічки є її економічність. При зберіганні стрічок вони не споживають енергію. До того ж магнітні

стрічки все ще дешевші за жорсткі диски. Так, 1 Гбайт пам'яті на жорсткому диску коштує приблизно 10 центів, тоді як вартість аналогічної ємності на магнітній стрічці оцінюється в 4 центи;

– безпека. Інформація на жорстких дисках може бути знищена за лічені хвилини. У випадку магнітних стрічок на це може піти не один рік.

Однак магнітні стрічки вже ніколи не будуть використовуватися як основний пристрій зберігання даних. Їхнє застосування зводиться тільки до пристроїв тривалого зберігання інформації.

14.3. Гнучкі магнітні диски

Поряд із жорсткими магнітними дисками були розроблені магнітні диски, укладені у квадратні пластикові касети.

Іншим напрямом розвитку магнітних носіїв інформації стали гнучкі диски (дискети), що називаються також **флоппі-дисками (Floppy Disk)**. Вони призначалися для перенесення документів та програм з одного комп'ютера на інший, а також для архівного зберігання інформації, що міститься на жорсткому диску

Над створенням дискет команда інженерів під керівництвом **Алана Шугарта** працювала з 1967 року. Гнучкий диск виготовлявся з полімерних матеріалів, а на поверхню його наносилося магнітне покриття. Зверху дискета покривалася пластиковим кожухом, який мав три отвори. Центральний призначався для шпинделя дисководу, малий отвір був індексним, що дозволяло визначити початок сектора, а через прямокутний отвір із закругленими кутами магнітні головки дисководу записували і зчитували інформацію.

Перша дискета була представлена 1971 року компанією IBM. Вона мала діаметр 203 мм (вісім дюймів), без урахування корпусу. Обсяг пам'яті становив 80 кбайт при одноразовому записі. У 1973 році ємність 8-дюймової дискети збільшилася до 256 кбайт, а ще через два роки її обсяг становив цілих 1000 кбайт. Проте виріб був занадто крихким і громіздким для кишенькового пристрою. Тож у 1976 року Шугарт запропонував новий формат – 5,25 дюймів (133 мм), тобто дискету розміром із серветку. За своєю конструкцією 5,25-дюймові дискети майже не відрізнялися від 8-дюймових. Лише трохи змінилося положення отворів, а футляр став міцнішим. Спочатку обсяг таких дискет становив 110 кбайт, проте до 1984 він був збільшений до 1,2 Мбайт. Ціна 5,25-дюймових дискет була набагато нижчою за 8-дюймові, і вони набули великого поширення (рис. 14.13).

А у 1981 році компанія **Sony** запропонувала формат 3,5 дюйма (89 мм). Дискета, укладена до того ж у більш жорсткий корпус, стала справді кишеньковим пристроєм. Спочатку її обсяг становив 720 кбайт, але вже за два роки його було збільшено до 1,44 Мбайт. Зменшений стандарт підтримали багато великих компаній. Так, компанія Apple вже в 1984 році встановлювала приводи для 3,5-дюймових дискет на комп'ютери **Macintosh**. Пізніше з'явилися дискети ємністю 2,88 Мбайт. Цей тип дискет набув найбільшого поширення та, можливо, використовується ще й нині.



Рис. 14.13. Три типи дискет – 8, 5,25 і 3,5 дюйма

Для читання дискет комп'ютери почали оснащувати дисководами. Але спочатку вартість таких пристроїв була порівнянна з вартістю комп'ютера, і багато користувачів продовжували використовувати касети з магнітними стрічками. Минуло чимало часу, доки дискети їх не витіснили.

На початку 1990-х років ємність дискет задовольняла далеко не всіх користувачів. Одночасно розроблявся цілий ряд різних стандартів, які мали прийти на зміну 3,5-дюймовим дискетам. Найбільш популярним із них став **Iomega Zip**. За своєю конструкцією така дискета багато в чому повторювала існуючі. Носій Iomega Zip являв собою полімерний диск, покритий феромагнітним шаром. Корпус дискети виготовлявся із пластику та мав захисну шторку. Об'єм дискет нового типу становив 100–250 Мбайт, а через деякий час з'явилися навіть 750-мегабайтні! При цьому Iomega Zip забезпечували більш високу швидкість запису та читання. Однак зазначені пристрої не змогли замінити 3,5-дюймові дискети. Причиною стала їхня висока ціна за невисокої надійності.

Останнім часом флоппі-диски як кишенькові носії були витіснені **USB-флеш-накопичувачами**. Щодо жорстких дисків, то вони збереглися як основний носій у пристроях комп'ютера, що зберігають пам'ять. Це пов'язано з великим обсягом інформації, що зберігається. Місткість жорстких дисків сучасних комп'ютерів може становити терабайти.

14.4. Оптичні накопичувачі

Паралельно з дискетами розвивався ринок оптичних накопичувачів. Першим із них став лазерний диск **LD (Laserdisc)**, розроблений у 1969 році компанією **Philips**, який призначався для домашнього перегляду фільмів. Спочатку він підтримував аналоговий запис зображення та звуку, а пізніше став цифровим. Хоча Laserdisc мав ряд переваг над касетними носіями, він не зміг їх замінити. Однак використовувані в ньому технології вплинули на розвиток накопичувачів наступного покоління.

На зміну Laserdisc прийшов набагато успішніший формат **Compact Disc (CD)**. CD розроблявся спільними зусиллями компаній Sony та Philips і був випущений у 1982 році. Спочатку CD передбачалося використовувати лише для зберігання аудіозаписів у цифровому вигляді. Проте, починаючи з 1987 року, Microsoft та Apple почали використовувати CD-приводи у своїх персональних комп'ютерах. У результаті на компакт-дисках почали зберігати та поширювати файли будь-яких типів.

Компакт-диск є полікарбонатною підкладкою, покритою тонким шаром металу. Цей шар захищений лаком, на який часто наносяться будь-які картинки. Інформація, що наноситься на диск, перетворюється на двійковий код і записується у вигляді спіральної доріжки, що складається з піт-заглиблень, видавлених у полікарбонатній основі. Як правило, розмір піта завширшки становить близько 500 нм^{16*}, завглибшки – 100 нм, а його довжина варіюється від 850 до 3500 нм. Відстань між пітами (ленд) зазвичай дорівнює 16 мкм. Піти розсіюють або поглинають світло, що падає на них, а підкладка відображає його. Зчитування інформації з компакт-диска відбувається за допомогою лазерного променя, що утворює світлову пляму діаметром приблизно 1,2 мкм. Якщо промінь потрапляє на ленд, приймальний фотодіод фіксує максимальний сигнал, що означає логічну одиницю. Якщо світло потрапляє на піт, то фотодіод фіксує світло меншої інтенсивності, що відповідає нулю.

^{16*} 1 нм (нанометр) дорівнює одній мільярдній частині метра – 10^{-9} м

Перші компакт-диски призначалися лише для читання. Піти наносилися на полікарбонатну основу в процесі виробництва, після чого поверхню диска покривали відбиваючим шаром і захисним лаком. Упродовж тривалого часу максимальний об'єм компакт-диска становив 650 Мбайт, а починаючи з 2000 року, набули поширення 700-мегабайтні диски, ємність яких у 500 разів була більшою за ємність дискет.

Прагнення користувачів записувати інформацію на диски в домашніх умовах призвело до створення в 1988 році технології **CD-R (Compact Disc-Recordable)**. Болванки CD-R можна було використовувати для одноразового запису. Для цього був потрібний спеціальний пишучий CD-привід. Вони відрізнялися від CD наявністю ще одного шару, виготовленого з прозорого органічного барвника та розташованого між полікарбонатом і відбивачем. При нагріванні барвник руйнувався та темнів. Запис полягав у тому, що лазер, змінюючи свою потужність, наносив на поверхню диска темні точки – тобто випалював потрібні зони шару-барвника. Під час зчитування ці темні точки сприймалися як піти.

Останньою версією CD стало створення **CD-RW (Compact Disc-Rewritable)**, на який можна було записувати інформацію багаторазово. У CD-RW органічний барвник, застосовуваний CD-R, замінили на спеціальний неорганічний активний матеріал. Затемнення відбувалося в результаті переходу матеріалу з агрегатного стану в кристалічний. Спочатку вартість CD-дисководів була досить високою, але згодом ціна знизилася. Пік популярності CD припав на 1990-ті та 2000-ні роки, їм на зміну прийшли диски у форматі **DVD (Digital Versatile Disc)**, хоча компакт-диски використовуються й досі.

Розробка дисків у форматі DVD розпочалася у 1991 році, а представлені вони були у 1996-му. Спочатку ця технологія призначалася для заміни застарілих відеокасет. Однак новий диск ідеально підійшов для зберігання інформації будь-яких форматів. Конструктивно DVD не дуже відрізняються від CD. Застосування для зчитування червоного лазера з довжиною хвилі 650 нм дозволило зменшити розмір осередку інформації та збільшити щільність запису. В результаті обсяг пам'яті DVD у 6,5 разів більший, ніж у CD – 4,7 Гбайт. 1997 року з'явилися багаторазові диски DVD-R(W). Існують також двошарові DVD, в яких інформація записується в два різні шари – у звичайний нижній і напівпрозорий верхній. Вони вміщують до 8,5 Гбайт даних. Після цього з'явилися ще й двосторонні диски, у яких обидві сторони робочі, причому кожна сторона є двошаровою. Об'єм такого диска становить 17 Гбайт.

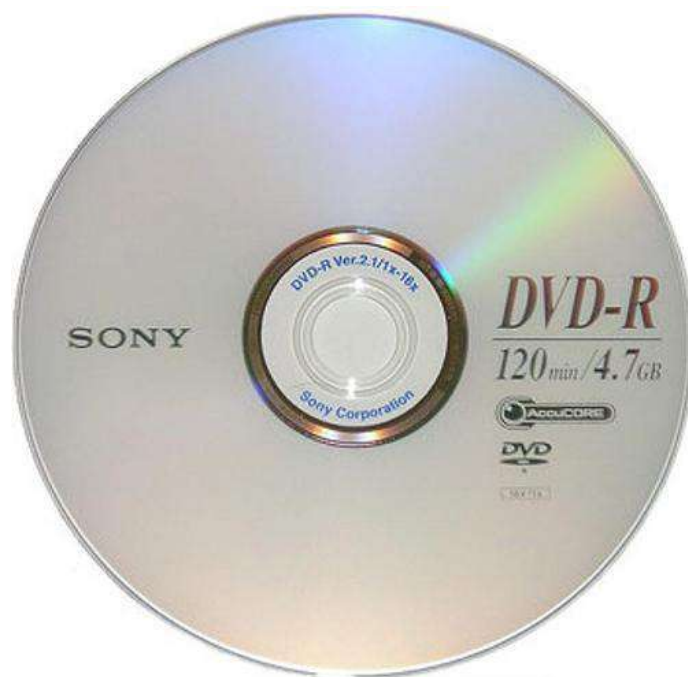


Рис. 14.14. Диск у форматі DVD

Спочатку великому поширенню формату DVD перешкоджала висока вартість пристроїв. Так, перший DVD-R(W)-привод коштував 17 тисяч доларів США, а кожен диск до нього – 50 доларів.

Коли весь потенціал DVD був вичерпаний, йому на зміну прийшли формати **HD-DVD** і **Blu-ray**, що базуються на застосуванні синьо-фіолетового лазера, створеного інженером *Судді Накамура*. Завдяки меншій довжині хвилі, що становить 405 нм, на Blu-ray диску міститься в 5 разів більше інформації, ніж на DVD із червоним лазером. Одношаровий диск Blu-ray може вмістити до 25 Гб інформації, а двошаровий – вдвічі більше. Показники у HD DVD дещо скромніші, але все ж таки значно вищі, ніж у найбільш ємних DVD – одношаровий диск має об'єм 15 Гбайт, а двошаровий – 30 Гбайт.

14.5. Флеш-пам'ять та твердотільні накопичувачі

Сьогодні великого поширення набули **USB-флеш-накопичувачі**, відомі більше під назвою «**флешка**». Вони мають цілу низку переваг: невисоку вартість, великий обсяг збереженої інформації, низьке енергоспоживання, високу швидкість роботи, компактність і механічну міцність. Завдяки цьому флеш-пам'ять використовується не тільки для перенесення та короткочасного зберігання інформації, але і вбудовується замість жорстких дисків у портативні цифрові пристрої.



Рис. 14.15. Фудзіо Масуока

Історія флеш-пам'яті розпочалася у 1984 році, коли інженер компанії **Toshiba Фудзіо Масуока** (рис. 14.15) представив свою розробку на конференції у Сан-Франциско. Назва **flash** (англ. спалах) з'явилася від порівняння процесу стирання даних із пам'яті зі спалахом. Принцип роботи флеш-пам'яті ґрунтується на зміні та реєстрації електричного заряду в ізольованій області напівпровідникової структури. Існує кілька видів флеш-пам'яті. Перший тип **NOR** був представлений 1988 року компанією

Intel. Ця конструкція використовує класичну двовимірну матрицю провідників, у якої на перетині рядків і стовпців розташовується один осередок. Такий метод хороший тим, що дозволяє просто і швидко отримувати доступ до конкретного осередку.

У 1989 році компанія Toshiba представила інший вид флеш-пам'яті – **NAND**. Він відрізняється від NOR тим, що у його основі лежить не двовимірна матриця, а тривимірний масив. Це означає, що на перетині рядка та стовпця розташовується не один осередок, а цілий блок. У порівнянні з NOR алгоритм читання в NAND-пам'яті значно ускладнюється, що призводить до уповільнення роботи. Однак така конструкція дозволяє досягти значно більших ємностей чипа. У зв'язку з цим NOR-пам'ять використовується там, де важливий не обсяг, а надійність зберігання інформації – мікросхеми початкового завантаження комп'ютерів, пам'ять вбудованих мікроконтролерів тощо. NAND-чипи, навпаки, застосовуються у флешках і твердотільних накопичувачах, де важливіша ємність.

Спочатку елементарний осередок був однорівневий (**SLC, single-level cell**), тобто міг зберігати лише один біт інформації. Прагнення збільшення щільності запису без зменшення розмірів осередків привело до створення осередку з двобітною розрядністю (**MLC – multi-level cell**). А пізніше налагодилося виробництво трирівневих осередків (**TLC – triple-level cell**). Однак через складність конструкції виробництво TLC-пам'яті економічно не вигідне, і ці чипи не набули великого поширення.

Основним застосуванням флеш-пам'яті стали пристрої, що підключаються до комп'ютера за інтерфейсом USB. Перший накопичувач

USB Flash Drive, заснований на використанні флеш-пам'яті, був розроблений у 2000 році спільними зусиллями компаній IBM і M-Systems. Обсяг його пам'яті становив 8 Мбайт, що було в п'ять разів більше від ємності звичайної дискети.

Флеш-накопичувачі зазвичай є знімними та перезаписуваними і використовуються для зберігання, резервного копіювання даних та передачі комп'ютерних файлів, тобто використовуються для тих же цілей, що і гнучкі та компакт-диски. При цьому вони менші за розміром – маса їх становить лише кілька грамів, хоча мають більшу ємність. USB-диски більш стійкі до механічних впливів (вібрації та ударів), оскільки не мають рухомих частин, безшумно працюють, несприйнятливі до магнітних полів як флоппі-диски і на відміну від компакт-дисків не покриваються поверхневими подряпинами. Крім того, використання знімних флеш-накопичувачів не потребує застосування спеціальних програм для запису. Флешки мають низьке енергоспоживання та можуть працювати у широкому діапазоні температур. Для їх читання не потрібно дисководів, а достатньо мати USB-порт, якими в цей час оснащуються не тільки комп'ютери, а й телевізори, DVD- та медіа-програвачі та ін. Флеш-накопичувачі здатні зберігати дані до 10 років, не потребуючи при цьому живлення.

Однак, на відміну від компакт-дисків, флеш-накопичувачі чутливі до електростатичного розряду та радіації. До недоліків належить також обмежена кількість циклів запису-стирання та обмежений ресурс USB-роз'ємів.

У результаті USB-накопичувачі прийшли на заміну CD та DVD-дискам. Однак дешевизна останніх стимулює їх використання для тривалого зберігання інформації.

За 20 років ємність флеш-пам'яті виросла в десятки тисяч разів, зараз можна придбати флешку ємністю 512 Гбайт (рис 14.16). Сьогодні без флешок не обходиться жоден користувач.



Рис. 14.16. Флешка VisionTek Pocket USB SSD ємністю 512 Гбайт

З розвитком всесвітньої мережі Інтернет, появою мобільного Інтернету та збільшенням швидкості обміну інформацією з'явилися нові засоби зберігання інформації. Це так звані хмарні сховища, в яких дані зберігаються на численних розподілених у мережі серверах. Фізично сервери можуть бути віддалені один від одного. Є як спеціалізовані послуги типу **Dropbox**, так і варіанти компаній-виробників ПЗ або пристроїв. У Microsoft – **OneDrive** (раніше **SkyDrive**), **iCloud** у Apple – **Google-диск** та ін.

Дані не тільки зберігаються, а й обробляються в так званій віртуальній хмарі. Користувач має доступ до даних за наявності доступу до Інтернету.

Питання для самоконтролю

1. Хто застосував перші у світі перфокарти?
2. Які носії інформації першими стали використовувати поряд із паперовими перфокартами та перфострічками?
3. Коли з'явилися такі магнітні носії інформації, як жорсткі та гнучкі диски?
4. Чому жорсткі диски мають назву «Вінчестер»?
5. Як розвивалася еволюція гнучких магнітних дисків і чому їх більш не використовують?
6. Що таке флеш-пам'ять?
7. Назвіть типи оптичних накопичувачів.

ГЛАВА 15

РОЗВИТОК МОВ ПРОГРАМУВАННЯ

15.1. Попередники мов програмування

Для спілкування з комп'ютером програмісту потрібна спеціальна мова. Мова програмування призначена для написання комп'ютерних програм, які є набором правил і дозволяють комп'ютеру виконати той чи інший обчислювальний процес, а також організувати управління різними об'єктами тощо. Мова програмування містить набір лексичних, синтаксичних та семантичних правил, що визначають дії, які виконує комп'ютер. Більшість мов програмування використовує спеціальні конструкції для визначення, маніпулювання структурами даних і управління процесом обчислень. З часу створення перших програмованих машин людство придумало більше восьми тисяч мов програмування і щороку їх кількість збільшується.

Програмовані пристрої з'явилися задовго до створення електронних обчислювальних машин. До них можна віднести автоматичний театр Герона, музичну шкатулку, а пізніше механічне піаніно, жакардовий ткацький верстат та ін. Для управління цими пристроями використовувалися набори інструкцій, що містяться на металевому циліндрі або диску, а також на перфокартах, як у верстаті Жаккара.

Щодо управління обчислювальним процесом, то така програма вперше була запропонована дочкою поета Байрона **Августою Адою Кінг, графинею Лавлейс** (1816–1852). У 1840-ті роки графиня Лавлейс захопилася перекладом англійською мовою лекції Чарльза Беббіджа, присвяченої аналітичній машині і прочитаної в Туринському університеті. Ця лекція була записана французькою мовою. Леді Лавлейс витратила більше року на переклад, але супроводжувала текст коментарями. В одному з цих коментарів Ада описує алгоритм і програму обчислення чисел Бернуллі на аналітичній машині. Вважається, що це перша програма,

спеціально створена для відтворення на комп'ютері, а сама Ада Лавлейс є першим програмістом. Незважаючи на те, що машина Беббіджа за життя Ади не була побудована, у своїх записах вона віщувала, що, подібно до того, як жаккардів ткацький верстат може ткати квіти і листя, аналітична машина не тільки може створювати алгебраїчні формули, але в перспективі писати музику, картини та «вказе науці такі шляхи, які нам і не снилися». Ада Лавлейс ввела у вжиток поняття «цикл» та «робочий осередок», а також намітила підпрограми та бібліотеку підпрограм, модифікації команд і індексний реєстр.

Першу у світі високорівневу мову програмування розробив Конрад Цузе для свого механічного комп'ютера Z4. Позбавлений після закінчення Другої світової війни своєї матеріально-технічної бази, винахідник змушений був перейти до фундаментальних теоретичних досліджень. Одним із напрямів цих досліджень і стала мова програмування, над якою Цузе почав працювати ще 1942 року. Мова дістала назву «Планкалкюль» (нім. **Plankalkül** – обчислення планів). Вона розроблялася як основний засіб для програмування комп'ютера Z4, однак була придатна для роботи з іншими схожими на нього обчислювальними машинами.

Планкалкюль підтримував операції призначення, виклик підпрограм, умовні оператори, ітераційні цикли, арифметику з рухомою комою, масиви, ієрархічні структури даних, затвердження, обробку винятків та ще цілком сучасні засоби мов програмування. Однак, призначена для механічного комп'ютера, ця мова не набула поширення. Цузе працював у відриві від інших фахівців Європи і США, через що лише незначна частка його досягнень стала відомою. Повністю робота Цузе була видана лише 1972 року. Цілком ймовірно, що, якби Планкалкюль став відомий раніше, розвиток комп'ютерної техніки та програмування міг би піти іншим шляхом.

15.2. Програмування у машинних кодах

Процесор – це мікросхема, яка не розуміє жодних мов програмування, а приймає тільки машинні коди, що складаються з одиниць і нулів, тобто послідовностей перепадів напруги. При запуску програми в машинних кодах програміст працює з процесором безпосередньо без будь-яких посередників, тобто мов програмування. На стадії розвитку ЕОМ користувач становив програму саме у машинних кодах, які були єдиною мовою, зрозумілою комп'ютеру. Основу цієї мови становить набір кодів,

зрозумілих процесору, до якого звертаються. У машинних кодах програміст задавав команди, оперуючи з осередками пам'яті, повністю використовуючи можливості машини. При цьому кожна команда складалася з коду операцій та адрес операндів, виражених у вигляді послідовності одиниць і нулів. Програма в машинних кодах дуже громізка та важко контрольована. При програмуванні в машинних кодах потрібно добре знати внутрішню структуру ЕОМ та принцип роботи кожного блока. До того ж, ці програми залежать від типу машини, а це означає, що при вирішенні однієї й тієї самої задачі для кожної ЕОМ потрібно було складати свою програму. Як показала надалі практика спілкування з комп'ютером, така мова громізка і не зручна. При користуванні нею легко припуститися помилки, записавши не в тій послідовності 0 або 1.

Поки комп'ютери були простими обчислювальними машинами, що застосовуються для математичних розрахунків, програмування в машинних кодах задовольняло користувачів. Але техніка розвивалася, і використання потужніших комп'ютерів лише на рівні машинної мови стало майже неможливо. Особливо складним було використання абсолютної адресації пам'яті. В результаті робота в машинних кодах вимагала від програміста багато часу та підвищеної уваги. Тому вже на зорі розвитку ЕОМ стало зрозуміло, що процес формування машинного коду необхідно автоматизувати. Так з'явилися мови програмування та системні програми – транслятори, покликані транслювати, тобто перекласти оператори програми у машинний код.

Мови програмування поділяються на мови низького та високого рівня. Мова програмування низького рівня близька до програмування безпосередньо в машинних кодах використовуваного реального або віртуального процесора, тобто вона орієнтована на конкретний тип процесора та враховує його особливості. Мови високого рівня схожі на природні мови, вони використовують деякі слова розмовної мови та загальноприйняті математичні символи. Вони розробляються для того, щоб можна було мати справу безпосередньо із завданням, яке вирішується програмою. Основною рисою високорівневих мов є абстракція, тобто введення смислових конструкцій, що коротко описують такі структури даних та операції над ними, опис яких на машинному коді або низькорівневій мові програмування дуже довгі і складні для розуміння. Розроблені для швидкості та зручності використання програмістом високорівневі мови програмування більш зручні і дозволяють писати програми обсягом до декількох тисяч рядків завдовжки.

15.3. Мова Асемблера

Як уже було зазначено, першу мову програмування розробив Конрад Цузе для своєї машини Z4. Однак ця високорівнева мова, призначена для механічного комп'ютера, не набула поширення. Невідомо, як розвивалось би програмування, якби досягнення Цузе стали доступні іншим ученим наприкінці 1940-х років. Насправді першими почали використовувати мови низького рівня.

У 1950 році для запису програм почали застосовувати машинно-орієнтовану **мову Асемблера (Assembly language)**. У російській та українській мовах вона найчастіше називається просто «Асемблером». Якщо першим поколінням мов програмування вважати машинні коди, то появу мови Асемблера – початком другого покоління мов програмування.

Мова Асемблера дозволила подати машинний код у зручнішій формі. У ній для позначення команд та об'єктів, над якими ці команди виконуються, замість двійкових кодів використовувалися літери або скорочені слова, що відображали суть команди. Команди Асемблера прямо відповідають окремим командам машини або їх послідовностям, тому вона є мовою програмування низького рівня.

Хоча мови Асемблера загалом подібні, для різних апаратних платформ вони не сумісні. Тим не менш Асемблер може надавати додаткові можливості полегшення програмування, такі як макрокоманди, вирази і засоби забезпечення модульності програм.

Для початку 1950-х років мова Асемблера була нововведенням і дуже популярною, тому що дозволяла писати програми невеликого розміру, що за тих машин було важливою перевагою. Поява Асемблера значно полегшила життя програмістів, оскільки замість нулів і одиниць вони змогли писати програми за допомогою команд, що складаються із символів, які використовуються у звичайній мові.

Асемблер є мовою програмування низького рівня. Поняття «мова низького рівня» не означає, що вона примітивна і тому погана, а мається на увазі, що оператори мови близькі до машинного коду й орієнтовані на конкретні команди процесора. Оскільки мова Асемблера близька до апаратної платформи, її використання надає програмісту деякі можливості, зазвичай недоступні при програмуванні мовами високого рівня.

Розробки за допомогою Асемблера великих програмних комплексів є дуже складним і трудомістким процесом, що і привело до появи мов високого рівня. Але Асемблер популярний у багатьох програмістів, і до цього дня. Його використовують у написанні окремих фрагментів програм

або навіть цілих програм, у тих випадках, коли важливі швидкодія або обсяг пам'яті, що використовується. Він, зокрема, використовується для написання драйверів, ігор та завантажувачів операційних систем, програм для мікроконтролерів та процесорів з обмеженими ресурсами. Ця мова користується популярністю також у хакерів, що створюють віруси, оскільки швидкість роботи отриманої програми є значно вищою, ніж у програми, написаної мовою програмування високого рівня. Це пояснюється малими розмірами програми, написаної на Асемблері. Розробники антивірусів також використовують Асемблер у деяких модулях своїх програм, що також забезпечує їхню швидкодію.

15.4. Мови програмування третього покоління

Недоліки мови Асемблера, складність розробки у ньому великих програмних комплексів сприяли появі мов програмування високого рівня, таких як Фортран, Лісп, Кобол, Алгол, Паскаль, Сі та інших. Вони стали мовами третього покоління. Саме ці мови програмування та їх розвиток здебільшого використовуються у цей час в індустрії інформаційних технологій. Однак мови Асемблера, завдяки їх унікальним перевагам, зберігають свою нішу.

Перша мова високого рівня **Шорткод (ShortCode** або скорочений код), була запропонована у 1949 році *Джоном Моклі* і реалізована у тому ж році для комп'ютера **BINAC Вільямом Шміттом**, але цей інтерпретатор ніколи не перевірявся і не налагоджувався. У наступному році Шміттом була розроблена нова версія для **UNIVAC-I**, а кінцевий варіант **ShortCode** був запропонований у 1952 році для комп'ютера **Univac II А. Б. Тоніком** і *Дж. Р. Логаном*. ShortCode – це вже не набір машинних кодів, як це було раніше, а повноцінні математичні вирази, які потім інтерпретуються в машинний код.

Перші мови програмування високого рівня (**high-level programming languages**), які не були прив'язані до певного типу ЕОМ, тобто були машинно-незалежними, стали з'являтися з початку 1950-х років. Для кожного комп'ютера були розроблені власні компілятори, призначені для трансляції програми, складеної цією мовою високого рівня, в еквівалентну програму низькорівневою мовою, близькою до машинного коду (абсолютний код, об'єктний модуль або мова Асемблера).

У 1950-х та 1960-х роках для серії цифрових комп'ютерів в університетах Манчестера, Кембриджу та Лондона були розроблені так

звані **автокоди** – сімейство «спрощених систем кодування», що пізніше були названі мовами програмування. Слід зазначити, що автокоди для різних машин не були тісно пов'язані, як наприклад, різні версії пізнішої єдиної мови **Fortran**.

Перший автокод і його компілятор були розроблені **Аліком Глені** у 1952 році для комп'ютера Mark I у Манчестерському університеті. Хоча ця мова була набагато яснішою, ніж машинний код Mark I, вона все ще сильно залежала від машини.

Другий автокод для Mark I був запланований у 1954 році та розроблений **Р. А. Брукером** у 1955 році під назвою «**Автокод Марк I**». На відміну від першої, ця мова була майже машинно-незалежною і мала арифметику з рухомою комою. З іншого боку, вона дозволяла лише одну операцію на рядок, пропонувала кілька мнемонічних імен і не мала можливості визначати підпрограми користувача. Брукер також розробив автокод для **Ferranti Mercury** у 1950-х роках разом із Манчестерським університетом. У 1961 році у математичній лабораторії Кембриджського університету **Девідом Харплі** був розроблений автокод для машини **EDSAC 2**. Це була версія **Mercury Autocode**, адаптована до місцевих умов. Вона відрзнялася оптимізацією об'єктного коду та діагностикою вихідної мови, які були високо розвиненими для того часу.

Першою вдалою мовою високого рівня (якщо не брати до уваги Планкалькюль Конрада Цузе) стала **Фортран**, яка була створена у період з 1954 до 1957 року у корпорації **IBM** групою програмістів під керівництвом **Джона Бекуса** (1924–2007). Вона призначалася для наукових та технічних розрахунків. Назва **FORTTRAN** буквально означає перекладач формул, тобто є скороченням від FORmula TRANslator.

Наприкінці 1953 року Джон Бекус запропонував розпочати розробку ефективної альтернативи Асемблеру для програмування на комп'ютері **IBM 704**. У цій машині вперше на апаратному рівні були реалізовані індексна адресація та операції з рухомою комою. Тому Бекус вирішив створити для неї мову, що дозволяє записувати команди майже у звичайній алгебраїчній формі. Чорнова специфікація мови була закінчена вже до середини 1954 року, а перше керівництво для Фортрана з'явилося в жовтні 1956 року разом із першим компілятором. Оскільки продуктивність тодішніх ЕОМ була дуже низькою, користувачі вимагали, щоб компілятор генерував код із продуктивністю не нижчою, ніж у Асемблера. Тому створений для Фортрану компілятор був оптимізуючим.

Умовно можна було простіше, у звичній для людини формі висловити складну програмну операцію з бітів. Однак ранні варіанти Фортрану значно поступаються пізнім концепціям та мовам, що використовувалися нею для створення відносно простих за сучасними мірками програм.

Перша мова високого рівня стала використовуватися вченими, особливо для написання програм з великою кількістю обчислень. Цьому також сприяло включення до нього даних комплексного типу. Висока популярність цієї мови спонукала багатьох виробників комп'ютерів створювати компілятори Фортрана для своїх машин. Вже до 1963 року існувало понад 40 компіляторів для різних платформ.

У СРСР Фортран з'явився пізніше, ніж на Заході, оскільки спочатку у нас більш перспективною мовою вважалася **Алгол**. Її широке впровадження почалося після створення в 1968 році компілятора **ФОРТРАН-ДУБНА** для машини БЭСМ-6. Машини ЕС ЕОМ, що з'явилися 1972 року, вже спочатку мали транслятор Фортрана.

Фортран широко використовувався переважно для наукових та інженерних обчислень, оскільки його компілятор дуже добре оптимізує обчислення. За час існування мови на ньому створено безліч програм, змінювати які і, тим більше, переписувати які немає сенсу.

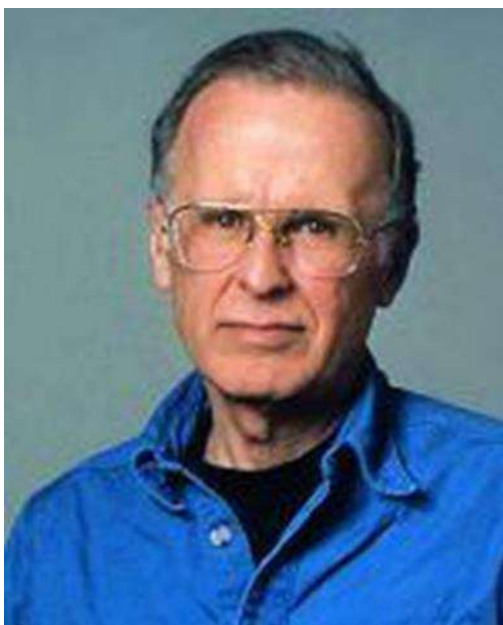


Рис. 15.1. Дж. Бекус

розробників мов. Серед них були *Джон Бекус*, *Джон Маккарті*, *Петер Наур*, *Едсгер Дейкстра* та *Джозеф Уегстен*, який згодом очолив комітет із розробки мови **Кобол**.

Велике поширення Фортрану викликало у Європі побоювання, що компанія **ІВМ** домінуватиме у комп'ютерній галузі. Тоді німецьке товариство прикладної математики та механіки (**ГАММ**) створило комітет із розробки універсальної мови. Схожий комітет організувала також Асоціація обчислювальної техніки (**АСМ**) у США. Незважаючи на зазначені побоювання, обидва ці комітети злилися в один Комітет із мови високого рівня – **IFIP (International Federation for Information Processing)**. Він включав ряд провідних європейських і американських вчених та інженерів-

У результаті в 1958–1960 роках була розроблена нова універсальна мова високого рівня – **Алгол 60** (на відміну від **Алголу 68**, її зазвичай називають просто Алгол). Назва **Algol** походить від англійських слів «алгоритмічна» – **algorithmic** і «мова» – **language**.

Алгол стала найпопулярнішою мовою програмування в Європі, зокрема у СРСР. Вона використовувалася не тільки як мова для практичного програмування, але й як мова публікації алгоритмів у наукових працях, тобто академічна мова. Однак у США та Канаді найпопулярнішою мовою залишився Фортран. Тим не менш, Алгол вплинув на всі розроблені пізніше імперативні мови програмування.

В Алголі широко використовувалася блокова структура, програма виглядала не як послідовність команд, а складалася з чітко описаних і відокремлених одна від одної частин – блоків, у яких можуть виділятися підблоки. Головна програма, написана на Алголі, є основним блоком програми і обмежується парою ключових слів **begin** і **end**. Крім виконуваної частини вона містить також описи підпрограм, кожна з яких є програмою в мініатюрі і має власні, описані в ній дані, однозначно певний інтерфейс у вигляді імені та списку формальних параметрів, і блок коду. В Алгол були включені структурні керуючі конструкції: розгалуження, цикли, послідовні ділянки, що виконують умовно або багаторазово вкладені набори операторів, також обмежені тими самими ключовими словами **begin** і **end**. На той час усе це було помітним кроком уперед.

Блокова структура дозволяла нарощувати програми за обсягом, зберігаючи їх осяжними, зрозумілими, а отже, доступними аналізу та виправленню. Саме на базі Алголу та мов, які є нащадками, були успішно виконані роботи з аналітичного доказу правильності програм.

Незважаючи на високу популярність Алголу, особливо в академічних колах Європи, було ясно, що мова не є ідеальною і потребує доопрацювання. У ній були відсутні деякі необхідні можливості, зате деякі конструкції, що рідко використовуються, ускладнювали транслятор. Для створення скороченого варіанта Алголу та створення мови-наступника Алголу IFIP зібрав спеціалістів багатьох країн із Західної Європи та Америки. В результаті у 1962 році був створений новий комітет з Алголу.

Скорочену підмножину Алголу, що містить лише його елементи, було створено досить швидко. А на розробку мови-наступника пішло шість років.

У грудні 1968 року в Мюнхені, на засіданні комітету, була офіційно представлена нова мова програмування, що дістала назву **Алгол 68**. Мова виявилася надзвичайно розвиненою, але при цьому дуже об'ємною і складною. Незважаючи на збережену назву Алгол 68, вона успадкувала від Алголу 60 тільки деякі елементи синтаксису. Алгол 68 істотно відрізнялася від останньої насамперед наявністю великої кількості додаткових синтаксичних засобів і образотворчих можливостей. Нова мова включала вбудовані засоби організації паралельних обчислень, операції зі структурами як з єдиними об'єктами, а також потужні оператори для обробки структур і масивів. У результаті програміст отримав можливість створювати власні операції та активно розширювати мову в необхідному напрямі. Це дозволило створювати досить абстрактні алгоритми. За всі ці можливості Алгол 68 іноді називають «мовою надвисокого рівня».

У 1960 році *Джоном Маккарті* було запропоновано мову **Лісп**, орієнтовану на розробку програм для розв'язання задач нечислового характеру. Назва цієї мови LISP є аббревіатурою англійського виразу LISt Processing (обробка списків) і відображає основну сферу її застосування. Поняття «список» виявилось дуже ємним. Списки є найбільш гнучкою формою подання інформації у пам'яті комп'ютерів. У такому вигляді зручно представляти вирази алгебри, графи, елементи кінцевих груп, множини, правила виведення і багато інших складних об'єктів. У зв'язку з цим мова, спеціально призначена для обробки списків, виявилася дуже зручною і швидко завоювала популярність.

Програмування на Лісп ведеться за допомогою функцій. При цьому функція розуміється як правило, що зіставляє елементам деякого класу відповідні елементи іншого класу. Це дозволяє відносно легко писати та налагоджувати великі програмні комплекси. Ясність програм, чітке розмежування їх функцій, відсутність каверзних побічних ефектів при їх виконанні є обов'язковими вимогами до програмування таких логічно складних завдань, якими є завдання штучного інтелекту.

Впродовж майже п'ятдесятирічної історії існування Ліспа з'явився ряд діалектів цієї мови: **Common LISP**, **Mac LISP**, **Inter LISP**, **Standard LISP** та ін. Тому програміст, який навчився працювати на одній із них, легко зможе освоїти і будь-яку іншу.

Для роботи в економічній сфері та розробки бізнес-застосунків у 1959 році було розроблено мову програмування **Кобол**. Її назва **COBOL (COmmon Business Oriented Language)** говорить сама за себе – спільна бізнес-орієнтована мова. Програми, написані на Коболі, не потребують будь-яких спеціальних коментарів і зрозумілі навіть нефахівцям. Вона дозволяє ефективно працювати з великою кількістю даних, оскільки насичена різноманітними можливостями пошуку, сортування та розподілу. При цьому не можна забувати, що на Коболі можна запрограмувати лише найпростіші алгебраїчні обчислення. Для складних інженерних розрахунків ця мова не годиться.

У 1964–1965 роках фірмою IBM розроблено мову **PL/I (Programming Language I** – «Мова програмування номер один»). PL/I призначалася для наукових, інженерних і бізнес-орієнтованих обчислень, тобто належить до універсальних мов, дозволяючи робити не тільки числові розрахунки, а й виконувати текстову обробку і навіть вирішувати економічні завдання тощо.

Хоча за своїми можливостями PL/I перекидає такі мови, як FORTRAN та ALGOL, створені для числових розрахунків, а також COBOL, призначену для економічних завдань, через ряд причин витіснити ці мови нова мова не змогла. PL/I містить такий широкий набір синтаксичних конструкцій та вбудованих функцій, що жоден компілятор не підтримує всі можливості мови.

PL/I містить усі основні конструкції, властиві мовам високого рівня, і навіть ряд специфічних засобів, зручних для практичного програмування. Її оператори досить ємні, завдяки чому запис програми компактніший, ніж іншими мовами. Знаючи PL/I програміст легко освоює будь-яку іншу мову близького класу. До недоліків PL/I належить наявність дублюючих один одного засобів, що ускладнює програмування і знижує швидкість трансляції та швидкість виконання програм. До того ж, програми виходять не зовсім машинно-незалежними.

У 1968–1969 роках швейцарським математиком **Ніклаусом Віртом**, який брав участь у роботі комітету розробки стандарту мови Алгол-68, було створено мову **Pascal**, названу на честь французького вченого Блеза Паскаля. Перша публікація Вірта про мову вийшла в 1970 році, в ній автор вказував, що його метою була побудова невеликої та ефективної

мови, що сприяє хорошему стилю програмування через використання структурного програмування та структурованих даних. Хоча часто ця процедурна мова програмування використовується для навчання структурного програмування, вона призначалася для практичного застосування.

У 1969–1973 роках співробітником **Bell Labs** *Деннісом Рітч* як розвиток мови **Бі** (англ. B) було розроблено статичну типізовану мову програмування загального призначення **Сі** (англ. C). Спочатку вона призначалася для реалізації операційної системи **UNIX**, але згодом була перенесена на багато інших платформ. Відповідно до дизайну мови, її конструкції близько зіставляються типовим машинним інструкціям, завдяки чому вона набула застосування в проєктах, для яких застосовувалася мова Асемблера, і не тільки в операційних системах, а й у різному прикладному програмному забезпеченні для багатьох пристроїв – від суперкомп'ютерів до вбудованих систем. Мова програмування **Сі** справила значний вплив на розвиток індустрії програмного забезпечення, синтаксис якої став основою таких мов програмування, як **C++**, **C#**, **Java** і **Objective-C**.

Підсумовуючи даний період розвитку мов програмування, можна зробити висновок, що мови програмування високого рівня (**FORTRAN**, **ALGOL**, **LISP**, **COBOL** та ін.) не схожі на мову Асемблера. Тому вони іноді називаються процедурними мовами, оскільки описують процедуру, що використовується для розв'язання задачі. Мови високого рівня машинно-незалежні. Програми ж, написані мовою Асемблера, безпосередньо належать до тієї машини, якою вони мають виконуватися.

Переваги мов програмування високого рівня:

- алфавіт мови значно ширший машинного, що робить їх набагато виразнішими та суттєво підвищує наочність і зрозумілість тексту;
- набір операцій, що допустими для використання, не залежить від набору машинних операцій, а вибирається з міркувань зручності формулювання алгоритмів розв'язання задач певного класу;
- конструкції операторів задаються у зручному для людини вигляді;
- підтримується широкий набір типів даних.

Недоліком мов високого рівня є більший розмір програм; програми ж, написані мовою низького рівня, навпаки, мають менший розмір. Тому переважно мови високого рівня використовуються для розробок програмного забезпечення комп'ютерів та пристроїв, які мають великий обсяг пам'яті. А різні підвиди Асемблера використовуються для програмування інших пристроїв, де критичним є розмір програми.

15.5. Поява структурного програмування

До кінця 1960-х років у зв'язку зі зростанням складності програм і подальшим розвитком програмних засобів виникла необхідність збільшити продуктивність праці програмістів, що привело до розробки структурного програмування. Його основоположником вважається голландський фахівець **Едсгер Дейкстра**, який у 1968 році опублікував свій знаменитий лист «**Оператор Goto вважається шкідливим**», а також описав основні засади структурного програмування. З розвитком структурного програмування наступним досягненням були процедури та функції. Тобто, якщо є завдання, яке виконується кілька разів, то його можна оголосити функцією або процедурою і під час виконання програми просто викликати її. При цьому загальний код програми стає меншим, що сприяє створенню модульних програм.

Наступним досягненням було об'єднання різноманітних даних, що використовуються у програмі у зв'язці, у структурі. Структури – це складові типи даних, побудовані з використанням інших типів даних. Наприклад, поняття «вектор» (це може бути, наприклад, вектор сили або швидкості точки) може містити тип, координати точки програми, його проєкції на координатні осі та, якщо потрібно, розмірність. Тоді замість роботи з окремими змінними можна перейти до структури «вектор», що включає вказані атрибути, і працювати з нею, як з єдиним типом одного формату. Структурне програмування передбачає опис правил роботи з цією структурою, у наведеному прикладі правила складання векторів, а також їх скалярного і векторного перемноження.

Подальший розвиток структур привів до створення класів – структур даних, що містять у собі як змінні, так і функції, які працюють із цими змінними.

Таким чином, до початку 1980-х років було розроблено принципи **об'єктно-орієнтованого програмування (ООП)**.

ООП засновано на трьох найважливіших принципах – інкапсуляції, успадкуванні та поліморфізмі, що надають об'єктам нових властивостей. Інкапсуляція – це об'єднання в єдине ціле даних та алгоритмів їх обробки. Дані необхідно розуміти як поля об'єкта, а алгоритми – як об'єктні методи. Успадкування – властивість об'єктів породжувати своїх нащадків. Об'єкт – нащадок, що автоматично успадковує всі поля та методи, може доповнювати об'єкти новими полями, замінювати та доповнювати методи. Поліморфізм – властивість родинних об'єктів вирішувати схожі за змістом проблеми у різний спосіб.

Першою об'єктно-орієнтованою мовою програмування стала **Сімула-67**, в якій вперше з'явилися класи. Концепції ООП набули розвитку у мові **Smalltalk**, в якій також було закладено основи систем із віконним управлінням. Пізнішими об'єктно-орієнтованими мовами є **Object Pascal**, **C++**, **Java**, **C#** та інші. ООП дозволяє розбивати проблему на складові та працювати з кожною окремо. Це дозволяє оптимально організовувати програми.

15.6. Кодування інформації в обчислювальній техніці

Незважаючи на те, що появу двійкової системи числення відносять ще до старих часів (див. главу 3), воістину широкого застосування вона набула лише з появою обчислювальних машин та систем у середині ХХ сторіччя. Це зумовлено тим, що система числення з основою $d = 2$ дозволяє найбільш простим способом зображати та зберігати в розрядах будь-яку з двох цифр на основі двопозиційних схем і передавати інформацію по лініях зв'язку у формі наявності (одна цифра) або відсутності (інша цифра) сигналу. Крім цього, двійкова система числення найоптимальнішим способом зображує логіку висловлювання: істина – 1, брехня – 0. Логіка висловлювання є основою побудови логічних пристроїв.

Залежно від ваги розрядів зображувані числа можуть бути цілими, дробовими або змішаними, що містять цілу та дробову частини. Зазвичай у обчислювальних пристроях числа зображуються або цілими, або у вигляді правильних дробів. Приклад запису дробового числа в двійковій системі числення показано на рис. 15.2.

4	3	2	1	0	-1	-2	-3	Показники степеня числа 2
1	0	1	0	1	0	1	0	
16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	Вагові коефіцієнти розрядів

$$= 21\frac{1}{4} = 21,25$$

Рис. 15.2. Приклад запису дробового числа у двійковій системі числення

Двійкові числа не зручні в обігу через велику розрядність, особливо при введенні в обчислювальну машину. Тому в обчислювальній техніці набули широкого застосування як проміжні вісімкова і шістнадцяткова системи числення, відповідно з основами 8 та 16.

Щоб відрізнити число, яке записане в певній системі числення, від числа, записаного в іншій системі, в кінці запису числа зазвичай ставлять відповідні індекси (10, 2, 8, 16) або літери. Для десяткової системи часто використовують *B*, для двійкової – *D*, для вісімкової – *Q*, для шістнадцяткової – *H*.

Вісімкова система числення має основу $d = 8$ і для позначення цифр у розрядах використовується вісім цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Для отримання десяткового еквівалента числа, записаного у вісімковій системі числення, також використовується розгорнута форма запису:

$$\begin{aligned} 35,41_8 &= 3 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 + 4 \cdot 8^{-1} + 1 \cdot 8^{-2} = \\ &= 24 + 5 + 4/8 + 1/8^2 = 29 + 0,5 + 0,015625 = 29,0515625. \end{aligned}$$

Шістнадцяткова система числення має основу $d = 16$, і для позначення цифр у розрядах використовується шістнадцять символів – усі цифри десяткової системи та шість латинських літер: $A = 10$, $B = 11$, $C = 12$, $D = 13$, $E = 14$, $F = 15$. Це не літери в тексті, а цифри, над якими можуть проводитись обчислення. Тому шістнадцяткове число може мати вигляд: $A3D, C2F$.

$$A3D, C2F_{16} = 10 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} + 2 \cdot 16^{-2} + 15 \cdot 16^{-3} = 2621,761_{10}.$$

З наведених прикладів видно, що компактнішою, тобто такою, що використовує менше розрядів для запису чисел, є шістнадцяткова система. З цього погляду двійкова система найбільш марнотратна, проте в ній найбільш просто виконуються арифметичні та логічні операції. З іншого

боку, двійкова система значно простіше реалізується технічно, оскільки для фіксації цифри в розрядах необхідний пристрій лише з двома можливими станами (наприклад, тригери), де біту з 0 відповідає низький рівень напруги, а біту з 1 – високий. Для зберігання n -розрядних чисел у цифровій апаратурі можна використовувати пристрої, що містять n елементів.

У зв'язку з цим двійкова система сьогодні є основною системою числення, в якій і проводиться перетворення інформації в обчислювальних пристроях. Вісімкова та шістнадцяткова системи числення використовуються переважно для підготовки даних і програмування.

Двійково-кодована десяткова система. Однією з модифікацій двійкового та десяткового подання чисел є двійково-кодована десяткова система. Двійково-десяткова форма запису числа утворюється шляхом заміни в десятковому коді кожної десяткової цифри чотириразрядним двійковим еквівалентом. Таким чином, у двійково-десятковій системі число записується у вигляді декількох груп – **тетрад** (тетрада – від др.-грец. τέτταρες «чотири»), складених з 0 і 1. Наприклад, десяткове число 295,83 можна подати у вигляді:

$$295,83_{(10)} = 0010\ 1001\ 0101, 1000\ 0011_2.$$

Таке подання чисел зазвичай називають поданням у **коді 8421**. Зазначені цифри відповідають значенню вагових коефіцієнтів розрядів двійкового числа у тетраді (рис 15.3).

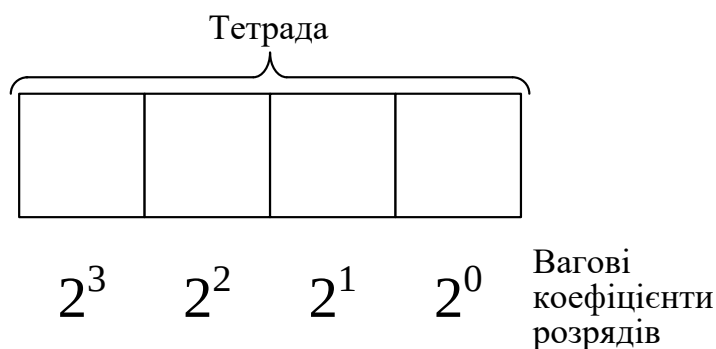


Рис. 15.3. Подання двійкового числа у тетраді

Застосування **двійково-десяткового кодування** необхідне у зв'язку з тим, що для людини найзручніша десяткова система, а для машини – двійкова. Для перетворення кодових еквівалентів з однієї системи на іншу використовуються певні апаратні та програмні засоби. Виявилося, що обсяг

необхідних перетворень кодів суттєво зменшується під час використання двійково-десятькового кодування десятикових чисел.

Двійково-кодовану систему і просто двійкову систему не можна вважати рівнозначними, тому що та сама послідовність нулів і одиниць буде відповідати різним числам у цих системах.

Подання десятикових цифр у коді 8421 не єдине можливе. Існують інші способи кодування десятикових цифр, найбільш уживані з яких зведені в табл. 15.1.

Таблиця 15.1 – Способи кодування десятикових цифр

Цифра	Код 8421	Код 2421	Код 7421
0	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	1011	0101
6	0110	1100	0110
7	0111	1101	1000
8	1000	1110	1001
9	1001	1111	1010

Особливістю коду 7421 є те, що будь-яка кодова комбінація містить не більше двох одиниць. Ця особливість використовується для виявлення помилкових комбінацій при передачі та обробці даних.

Код 8421 широко застосовується у цифрових електронних системах для введення та виведення інформації. Приклад такої системи наведено на рис. 15.4, шифратор у цій системі переводить десятикові числа, що надходять з вхідної наборної панелі, у код 8421. Цей код надходить у процесор, де за програмою, яка зберігається в блоці пам'яті, відбувається обробка вхідної інформації, результати якої знову у вигляді коду 8421 через дешифратори (DC1 та DC2) надходять на вихідні індикатори, як такі в цей час найчастіше використовуються семисегментні індикатори на світлодіодах. Для забезпечення роботи індикаторів у дешифраторах здійснюється перетворення коду 8421 у **двійковий семисегментний код**.

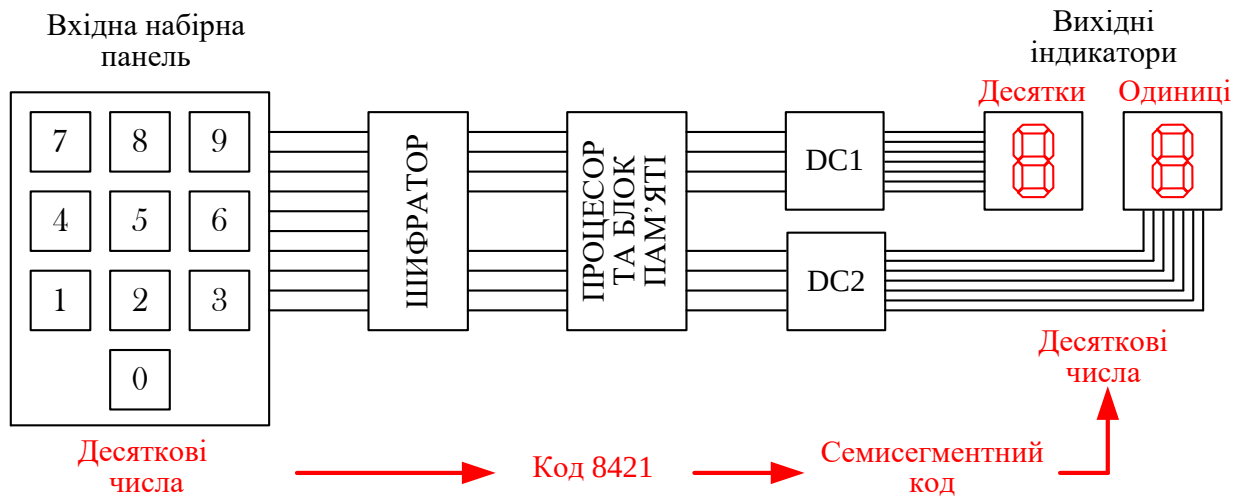


Рис. 15.4. Цифрова електронна система

Кожен сегмент індикатора (від *a* до *g* на рис. 15.5) є світлодіодом. При протіканні прямого струму через *p-n*-перехід виникає випромінювання, яке фокусується пластмасовою лінзою, щоб його можна було легко спостерігати як частину відповідної цифри.

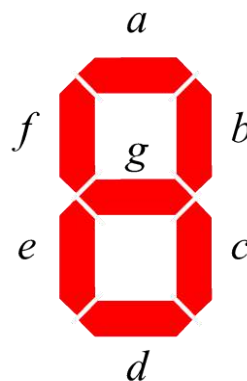


Рис. 15.5. Семисегментний світлодіодний індикатор

Світлодіоди в індикаторі можуть бути включені за схемою із загальним анодом або із загальним катодом. У першому випадку на відповідний вхід індикатора слід подавати низьку напругу (рівень логічного нуля), у другому – високу (рівень логічної одиниці).

Робота дешифратора здійснюється відповідно до таблиці істинності (табл. 15.2), де в крайній правій колонці показана відповідна десяткова цифра, що відображається на індикаторі зі світлодіодами, які включені за схемою із загальним анодом.

Таблиця 15.2 – Таблиця істинності дешифратора

Код 8421	Семисегментний код							Десяткова цифра
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	
0000	0	0	0	0	0	0	1	0
0001	1	0	0	1	1	1	1	1
0010	0	0	1	0	0	1	0	2
0011	0	0	0	0	1	1	0	3
0100	1	0	0	1	1	0	0	4
0101	0	1	0	0	1	0	0	5
0110	0	1	0	0	0	0	0	6
0111	0	0	0	1	1	1	1	7
1000	0	0	0	0	0	0	0	8
1001	0	0	0	0	1	0	0	9

Крім цифр на семисегментному індикаторі можна формувати деякі знаки та літери, наприклад *A, b, C, d, E, F* (рис. 15.6).

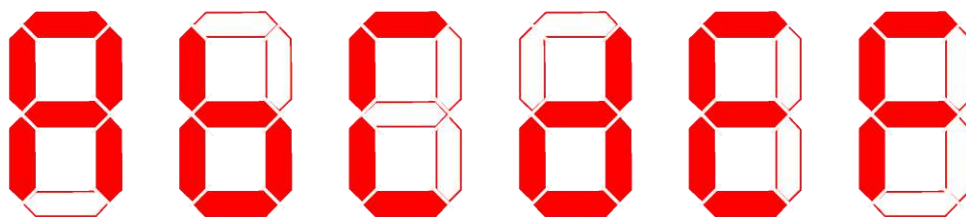


Рис. 15.6. Зображення букв на семисегментному індикаторі

При передачі інформації у вигляді змінних цифрових сигналів без тактових імпульсів синхронізації (наприклад, у багатьох видах датчиків) можливе виникнення помилок через недосконалість пристроїв, що зчитують інформацію. Для уникнення таких помилок у вхідних і вихідних пристроях цифрових систем використовуються спеціальні коди.

У середині 1940-х років у лабораторії Белла було створено лічильну машину **Bell Model V**. Ця лабораторія відома також як **Bell Labs** (колишня назва **AT&T Bell Laboratories, Bell Telephone Laboratories**) – колишня американська, а нині фінсько-американська корпорація, великий дослідницький центр у галузі телекомунікацій, електронних та комп'ютерних систем. Штаб-квартира Bell Labs розташована у Мюррей Хілл (штат Нью-Джерсі, США).

Це була електромеханічна лічильна машина, яка використовувала релейні блоки, швидкість роботи яких була досить низькою: одна операція виконувалася кілька секунд. Дані вводилися в машину за допомогою перфокарт із ненадійними пристроями читання, тому у процесі читання часто виникали помилки. У робочі дні використовувалися спеціальні коди, щоб виявляти та виправляти знайдені помилки, при цьому оператор дізнавався про помилку за світловими індикаторами, виправляв помилку та знов запускав машину для виконання тієї самої програми. У вихідні дні,

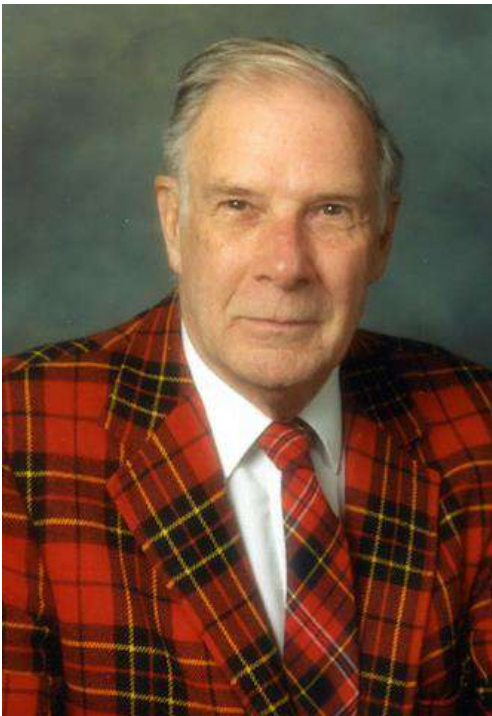


Рис. 15.7. Р. У. Хеммінг

коли не було операторів, при виникненні помилки машина автоматично виходила з програми і запускала іншу.

Американський математик **Річард Уеслі Хеммінг** (1915–1998) часто працював у вихідні дні і сильно дратувався, оскільки повинен був перезавантажувати свою програму через ненадійність зчитувача перфокарт (рис. 15.7). Упродовж кількох років він шукав ефективний алгоритм виправлення помилок. Нарешті, у 1950 році він опублікував спосіб кодування, який відомий як код Хеммінга, це код, що **самоконтролюється і самокорегується**, було побудовано стосовно двійкової системи числення.

Найбільший інтерес становлять двійкові блокові **коригувальні коди**. При використанні таких кодів інформація передається у вигляді блоків однакової довжини, кожен блок кодується і декодується незалежно від іншого. Майже у всіх блокових кодах символи можна розділити на інформаційні та перевіірочні чи контрольні. Таким чином, усі слова

поділяються на дозволені (для яких співвідношення інформаційних та перевірочних символів можливе) та заборонені.

У лабораторії Bell labs працював ще один американський фізик і дослідник **Френк Грей**. У 1953 році він запатентував двійковий код, названий згодом його ім'ям.

Код Грея є двійковим кодом, інакше **дзеркальним кодом**, він же **код із відбиттям**, в якому дві «сусідні» (у впорядкованому, тобто лексикографічному, наборі) кодові комбінації відрізняються лише цифрою в одному двійковому розряді. Іншими словами, відстань Хеммінга між сусідніми кодовими комбінаціями дорівнює 1 (табл. 15.3).

Таблиця 15.3 – Числа, подані позиційним бінарним кодом і кодом Грея

Число	Бінарний код	Код Грея	Число	Бінарний код	Код Грея
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

У загальному випадку існує безліч кодів Грея зі значеннями цифр у розрядах, взятих із різних алфавітів. Найчастіше, термін «**код Грея**» розуміють як саме **рефлексивний бінарний код Грея**.

Спочатку коди Грея застосовувалися лише у кодово-імпульсній модуляції для управління різними електромеханічними перемикачами й у методі аналогової передачі цифрових сигналів.

У цей час коди Грея використовуються для такого:

- виявлення та виправлення помилок у системах зв'язку і управління різними об'єктами та процесами;
- формування сигналів у вимірювальних системах із датчиками-енкодерами. Зручність використання кодів Грея в таких датчиках

обумовлена тим, що два сусідні значення шкали сигналу відрізняються лише в одному розряді (рис. 15.8);

– кодування номерів доріжок у жорстких накопичувачах комп'ютерів та ін.

Крім того, відомо про застосування кодів Грея для розв'язання комбінаторних задач «Ханойська вежа» та «Китайські кільця». Також коди Грея широко застосовуються в теорії генетичних алгоритмів кодування генетичних ознак, що представлені цілими числами.

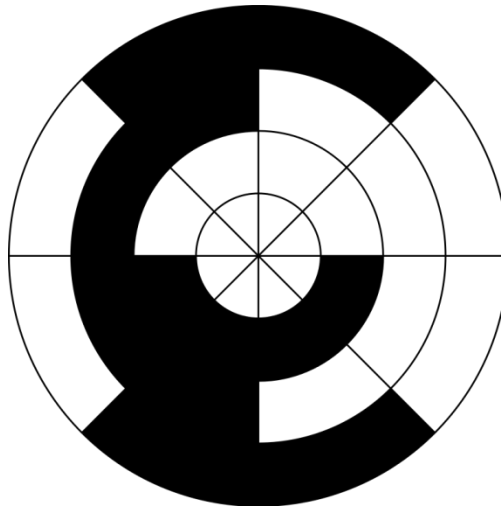


Рис. 15.8. Круговий енкодер із трибітним кодом Грея

Одночасно з Ф. Греєм проблемою перешкодозахищеності інформації займався американський інженер, винахідник і професор **Роберт Ройс Джонсон** (1928–2016). У 1953 році він розробив низку різних лічильників на основі регістру зсуву з різною кількістю станів із простою логічною схемою в колі зворотного зв'язку та подав заявку на патент. Лічильник, що працює в **коді Джонсона**, є найпростішим із них.

Формування коду Джонсона здійснюється зсувом із боку правих у бік лівих розрядів, причому черговий біт вставного розряду дорівнює логічній 1 доти, доки у всіх розрядах не будуть логічні одиниці (табл. 15.4). Після цього у тому порядку (з боку правих у бік лівих розрядів) зрушуються логічні нулі до того часу, поки у всіх розрядах не залишаться лише логічні нулі.

Код Джонсона є кодом із надлишком, тобто для числа розрядів більше 2 в коді Джонсона для кодування деякої кількості станів потрібно більше розрядів, ніж у позиційному двійковому коді. Проте код Джонсона є

перешкодозахищеним, оскільки кожна наступна комбінація відрізняється від попередньої значенням лише одного розряду, тобто відстань Хеммінга між сусідніми кодовими комбінаціями дорівнює 1.

У схемотехніці лічильників ця властивість усуває одночасне перемикання багатьох елементів, характерне для двійкових лічильників при деяких переходах. Одночасне перемикання багатьох тригерів створює струмові імпульси з великою амплітудою в колах живлення схем, які можуть спричинити збої в роботі логічної схеми.

Код Джонсона – циклічний код, тобто остання комбінація відрізняється від першої значенням тільки одного розряду.

Таблиця 15.4 – 4-бітовий код Джонсона

Число	Біти			
	4	3	2	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	1	1
3	0	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	0
6	1	1	0	0
7	1	0	0	0
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1

Коди Джонсона та Грея широко застосовується в пристроях, що перетворюють лінійні та кутові переміщення на кодові комбінації. Такі пристрої прийнято називати енкодерами. У машино- та верстатобудуванні вони дозволяють здійснювати правильне позиціонування систем контролю за пересуванням. Завдяки своїй здатності в будь-який момент здійснювати присвоєння точних і однозначних позиційних значень будь-якій кутовій позиції або позиції лінійного переміщення, енкодери стали однією з найважливіших сполучних ланок між механічною частиною машини та її електронною системою управління.

Питання для самоконтролю

1. Хто запропонував першу у світі програму управління обчислювальним процесом?
2. Хто розробив першу у світі високорівневу мову програмування і як вона називалася?
3. Які недоліки і переваги програмування у машинних кодах?
4. Що означає поняття «мова низького рівня» і навіщо потрібні такі мови?
5. Назвіть високорівневі мови програмування третього покоління, які знаєте і для чого кожна з них використовується?
6. Що привело до розробки структурного програмування і коли воно з'явилося?
7. У чому є переваги використання двійкової системи числення в обчислювальній техніці?
8. Які ще системи числення, крім двійкової, використовуються в обчислювальній техніці?

ГЛАВА 16

НАУКОВО-ТЕХНІЧНА РЕВОЛЮЦІЯ ТА ЇЇ НАСЛІДКИ ДЛЯ ЛЮДСТВА

16.1. Створення ЕОМ і науково-технічна революція

Відкриття в галузі фізики надзвичайно розширили можливості людини, змінили її погляди на навколишній світ. Відкриття структури атома, квантової фізики дозволили перейти до глибшого пізнання у сфері елементарних частинок. Удосконалення ДВЗ і парових турбін, автомобілів і літаків та ін. потребувало залучення наукових знань. У 1940-і роки, передусім для військових цілей, з'являються зовсім нові галузі промисловості: атомна, ракетобудування, реактивна авіація. Все це вже вимагає проведення якісно нових видів розрахунків. Удосконалені технологічні процеси також уже не можуть керуватися людиною. Одним словом, людство знову зайшло в своєму розвитку в глухий кут – цього разу інформаційний. Створені в 1930–40 роки механічні лічильні машини не могли вирішити проблем, тому що на виконання однієї операції було потрібно близько двох – трьох секунд.

Виходом із цієї ситуації стало створення **цифрових електронних обчислювальних машин (ЕОМ)**. В їх основі був процесор на електронно-вакуумних лампах. Застосування ЕОМ дозволило проводити більш точні розрахунки при проєктуванні і доведенні багатьох видів техніки. Потім вони стали застосовуватися для реалізації нових високоефективних технологічних процесів, створення поточно-автоматизованих ліній виробництва, а також промислових роботів. Крім автоматизації виробництва, обчислювальна техніка дозволяє здійснювати контроль і управління ним, а також створювати нові конструкційні матеріали. Без ЕОМ розвиток реактивної авіації, міжконтинентальних балістичних ракет і космічних літальних апаратів був неможливим. Людство почало освоєння навколоземного космічного простору. Таким чином, у 1960-ті роки

з впровадженням ЕОМ почалася **науково-технічна революція (НТР)**. Вона пов'язана з багатьма досягненнями науки, але насамперед саме з інформаційною (кібернетичною) революцією, що відбулася на основі широкого впровадження електронної обчислювальної техніки. Ця революція характеризується:

- 1) збільшенням обсягу інформації та ускладненням різних систем аналізу цієї інформації;
- 2) безперервним розвитком систем управління;
- 3) використанням різних штучних матеріалів;
- 4) використанням удосконалених технологій, які близькі за своїм функціоналом до штучного інтелекту;
- 5) оптимізацією ресурсів праці в будь-якій галузі.

Все це привело до корінної перебудови технічних основ матеріального виробництва. Наука перетворюється в провідний чинник виробництва, стає безпосередньою продуктивною силою суспільства. Відбувається докорінне перетворення продуктивних сил, якісний стрибок у структурі і динаміці їх розвитку, в результаті чого індустріальне суспільство трансформується в постіндустріальне. Таким чином, у наш час створення нової техніки неможливе без найпередовіших досягнень науки.

На першому етапі основними напрямками розвитку науково-технічної думки стали комплексна автоматизація виробництва, контролю та управління, створення мікропроцесорної техніки, відкриття та використання нових джерел енергії, освоєння космосу, розвиток засобів зв'язку, в тому числі і телебачення, розвиток хімії, біотехнології, генетики.

Завдяки ЕОМ автоматичний контроль і автоматичне регулювання стали переважаючою тенденцією промислового розвитку. З'явилася можливість автоматизувати виконання довгих ланцюгів складних операцій. Роль людини при цьому зводиться до створення машин і підтримання їх у працездатному стані. Так народилася робототехніка – прикладна наука про машини, які замінюють людину й автоматично виконують завдання. Промислові роботи є високотехнічними пристроями, здатними взаємодіяти з іншим обладнанням, що розширює їх технічні можливості і робить універсальними (рис. 16.1). Найпоширенішими роботами є механічні руки – маніпулятори, що виконують різні операції, в тому числі транспортні, зварювальні, фарбувальні, пакувальні і т.д. Роботи-маніпулятори мають масу переваг – вони характеризуються підвищеною точністю виконання технологічних операцій, придатні до безперервної

експлуатації, оскільки не втомлюються. Завдяки цьому виключається вплив людського фактору на виробництві. Промислові роботи широко використовуються для виконання операцій, шкідливих для здоров'я людини. Головною відмінністю промислових роботів від автоматизованих ліній є легкий спосіб переналагодження їх для проведення різних операцій (рис. 16.2).



Рис. 16.1. Універсальний промисловий робот FANUC M-101a



Рис. 16.2. Роботизована лінія для складання кузовів автомобілів

У середині 70-х років XX століття людство вступає в нову фазу НТР – фазу так званої технотронної революції. Її основними ознаками стали масова комп'ютеризація виробництва, розвиток наукомістких і згортання традиційних галузей виробництва, впровадження енерго- та ресурсозберігаючих технологій, зростання сфери послуг, підвищення якості життя, а також функціональні зміни в самій науці. Насамперед це пов'язано з небувалим розвитком електронного машинобудування. Перехід до напівпровідникових елементів, а пізніше до інтегральних схем, справив справжню революцію електронних систем. Це привело до створення потужних персональних комп'ютерів, мікропроцесорного управління, сучасних телевізорів та ін.

Взаємодія науки, техніки і виробництва проявляється в стрімкому скороченні терміну реалізації наукових відкриттів. Якщо середній період освоєння нововведень у 1885–1919 роках становив 37 років, у 1920–1944 роках – 24 роки, то в період з 1945 до 1964 року – 14 років. При цьому для найбільш перспективних відкриттів у сфері електроніки, атомної енергетики та лазерної техніки час впровадження винаходів у практику становив лише три – чотири роки.

Високі темпи **науково-технічного прогресу (НТП)** існують саме в наукоємних галузях. Наприклад, у ключовій області сучасного НТП – мікроелектроніці – швидкість є настільки значною, що щорічно відбувається подвоєння складності та обсягу випуску інтегральних схем при 30-відсотковому зниженні собівартості і ціни. У цих умовах відставання в галузях, в яких використовуються новітні технології, загрожує повним провалом цієї галузі.

Для прогресу сучасної науки і техніки характерне комплексне поєднання революційних та еволюційних змін. Багато спочатку радикальних напрямів у науці перетворилися на звичайні еволюційні способи вдосконалення виробництва.

Зі свого боку, нові великі наукові відкриття і винаходи 70–80-х років ХХ століття породили другий, сучасний, етап НТР. Лідируючими напрямками стали електроніка, комплексна автоматизація, нові види енергетики, технологія виготовлення нових матеріалів, біотехнологія. Їх розвиток зумовлює вигляд виробництва в кінці ХХ – на початку ХХІ століть.

Прогрес у науці і техніці виявився не тільки стрімким, але найчастіше, просто непередбачуваним. Перехід від традиційної електронної вакуумної техніки до напівпровідникових елементів, а пізніше до інтегральних мікросхем зробив справжню революцію електронних приладів. Це, зі свого боку, зробило революцію в обчислювальній техніці, засобах інформатики, зв'язку, системах управління та ін. Семимільними кроками розвиваються технології вищого рівня – телекомунікація, радіолокація, оптоелектроніка, лазерна техніка, ракетно-космічна техніка та ін.

16.2. Розвиток атомної енергетики

Освоєння атомної енергії починається з відкриття в 1898 році подружжям Кюрі в настурані, мінералі урану, речовини, що виділяє велику кількість радіації. На підставі цього відкриття вони припустили наявність величезного потенціалу небаченої раніше енергії в атомах радіоактивних елементів.

У 1911 році **Ернест Резерфорд** дослідним шляхом довів існування в атомах позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів навколо нього, тобто створив планетарну модель атома.

У 1932 році німецький фізик **В. Гейзенберг** і радянський фізик **Д. Д. Іваненко** запропонували протонно-нейтронну модель атомного ядра. Відповідно до цієї моделі, атомні ядра складаються з елементарних

частинок – протонів і нейтронів. На початку 1932 року **Ернест Уолтон** і **Джон Кокрофт** вперше розщепили ядро атома, а в 1934 році **Лео Сілард** запатентував атомну бомбу.

У Радянському Союзі вперше розщепили ядро атома літію в Харкові в **Українському фізико-технічному інституті (УФТІ)**. Це зробили **Антон Карлович Вальтер** (1905–1965), **Георгій Дмитрович Латишев** (1907–1973), **Олександр Ілліч Лейпунський** (1903–1972) і **Кирило Дмитрович Синельников** (1901–1966). УФТІ був заснований у Харкові в 1928 році з ініціативи академіка **Абрама Федоровича Іоффе** (1880–1960). Основним завданням, поставленим перед інститутом, було проведення досліджень в ядерній фізиці та фізиці твердого тіла.

У 1937–1938 роки під час сталінських репресій радянській фізиці було завдано непоправної шкоди. У Харкові була сфабрикована «**справа УФТІ**», за якою було заарештовано 11 співробітників інституту, з них п'ятеро були розстріляні: **Л. В. Шубніков**, **Л. В. Розенкевич**, **В. С. Горський**, **В. П. Фомін** та **К. Б. Вайсельберг**. Двоє іноземних підданих – членів німецької компартії **Ф. Хоутерманс** і **А. Вайсберг** були видані гестапо. Пізніше Ф. Хоутерманс був залучений до розробки атомної зброї у фашистській Німеччині. Найбільший вітчизняний фізик-теоретик, майбутній нобелівський лауреат **Лев Давидович Ландау** (1908–1968) у цій справі був заарештований у Москві. Після річного перебування в катівнях НКВС він був звільнений за клопотанням **П. Л. Капіци**. Серед загиблих був **Лев Васильович Шубніков** (1901–1937) – вчений, фізик-експериментатор світового рівня.

Репресії в УФТІ дуже сильно загальмували реалізацію радянської ядерної програми, але, тим не менш, у 1940 році співробітники інституту **Ф. Ф. Ланге**, **В. А. Шпінель** і **В. С. Маслов** подали заявки на винахід атомної бомби, а також методів напрацювання урану-235: «**Про використання урану як вибухової й отруйної речовини**», «**Спосіб приготування уранової суміші, збагаченої ураном з масовим числом 235. Багатовимірна центрифуга**» і «**Термоциркуляційна центрифуга**». Вперше була запропонована, а згодом стала загальноприйнятою схема вибуху з використанням звичайної вибухівки для створення критичної маси з подальшим ініціюванням ланцюгової реакції. Також у промисловості почав застосовуватися відцентровий спосіб поділу ізотопів урану. Для забезпечення УФТІ фахівцями з ініціативи А. Ф. Іоффе в Харківському механіко-машинобудівному інституті був відкритий перший в Україні фізико-механічний факультет (правонаступником його є Навчально-

науковий інститут комп'ютерного моделювання, прикладної фізики та математики НТУ «ХПІ»). Наприкінці 1930-х років на основі фізико-механічного факультету в Харківському державному університеті був створений фізико-технічний факультет.

У серпні 1939 року фізики **Лео Сілард** і **Юджин Вігнер** склали лист президенту США Ф. Д. Рузвельту, який також підписав **Альберт Ейнштейн**. Лист містив попередження про можливу розробку Німеччиною надзвичайно потужної бомби нового типу. Тому автори листа пропонували почати роботи в США зі створення атомної бомби. Після ретельного вивчення проблеми 17 вересня 1943 року були розпочаті роботи зі створення атомної бомби – кодова назва програми «**Проект Мангеттен**».

Завдяки об'єднанню зусиль вчених із Великобританії, Європи, Канади, США в єдиний міжнародний колектив, задача була вирішена в найкоротші терміни. Для її реалізації були задіяні величезні кошти, вже в червні 1944 року до участі в Мангеттенський проєкт було залучено близько 129 000 робітників та службовців, з яких 84 500 займалися будівельними роботами.

До літа 1945 року американці побудували три атомні бомби – дві плутонієві й одну уранову, яка була більш простої конструкції, але менш ефективна. Більш складні плутонієві бомби потребували перевірки, тому 16 липня 1945 року в Аламогордо (штат Нью-Мексико) було проведено перше в світі випробування атомної бомби. Хоча військової необхідності піддавати атомному бомбардуванню міста практично поваленої Японії не було, американські військові наполягли на її застосуванні. Основною метою цієї акції було залякати Радянський Союз. При цьому вони відмовилися від бомбардування чисто військових об'єктів через їх малі розміри. Для оцінки зони ураження як потенційні цілі було обрано сім міст із населенням у сотні тисяч чоловік. З цією ж метою бомбардування цих міст звичайними бомбами були припинені.

Вранці 6 серпня 1945 році американський бомбардувальник В-29 (командир екіпажу – полковник **Пол Тіббетс**) скинув на японське місто **Хіросіма** уранову бомбу, названу «**Малюк**», потужністю від 13 до 18 кілотонн у тротиловому еквіваленті. За найскромнішими оцінками під час вибуху і найближчим часом від його наслідків загинуло 140 000 чоловік (рис. 16.3).

Три дні по тому, 9 серпня 1945 року, літак пілота **Чарльза Суїні** скинув плутонієву бомбу «**Товстун**» на **Нагасакі**. Незважаючи на те що потужність

її була більше (15–22 кт), жертв на цей раз було менше – 74 000 чоловік. Дані про втрати були опубліковані в лютому 1946 року штабом американської окупаційної армії в Японії і не враховують тисяч померлих після цього терміну від променевої хвороби та інших наслідків ядерних вибухів.

Виняткова руйнівна здатність ядерної зброї, продемонстрована бомбардуваннями, стала причиною розпочатої гонки ядерних озброєнь, основними учасниками якої стали США і СРСР. Пізніше до неї приєдналися й інші країни.



Рис. 16.3. Наслідки атомного бомбардування Хіросіми

Хоча лідер СРСР **Й. В. Сталін** був поінформований про створення у США зброї величезної руйнівної сили, його вразили результати її застосування. Дослідження з ядерної фізики велися в СРСР ще з 1918 року, проте з початком війни практично всі роботи в цьому напрямі були припинені. У зв'язку з цим Радянський Союз сильно відстав від західних країн у створенні ядерної зброї. Це дозволило військовим фахівцям США виношувати і розробляти плани розв'язання проти СРСР ядерної війни. Як перший удар планувалося застосувати 20 ядерних зарядів, а після, за необхідності, ще 30. Оскільки американська промисловість могла дати тільки одну бомбу в місяць, напад було намічено на початок 1950-х років. Ці плани Пентагону були опубліковані в 1990-ті роки.

Таким чином, створення Радянським Союзом ядерної зброї стало необхідною умовою існування держави і збереження миру. Незважаючи на післявоєнну розруху, на вирішення цієї проблеми було задіяно всі сили. Вже 20 серпня 1945 року розпочав свою роботу комітет з атомної енергії, який очолив **Л. П. Берія**. Головним конструктором атомної бомби був призначений **Юлій Борисович Харитон** (1904–1996). Наукову частину проекту очолив **Ігор Васильович Курчатov** (1903–1960). До роботи над реалізацією ядерно-збройової програми були залучені кращі фізики СРСР. Прискоренню процесу створення атомної бомби сприяло те, що радянська розвідка змогла за допомогою зарубіжних фізиків роздобути найважливішу інформацію. Якщо спочатку час розробки атомної бомби оцінювали в 10 років, створена вона була всього за чотири роки. 29 серпня 1949 року в районі Семіпалатинська були проведені її випробування. Цей вибух мав потужність 22 кт, конструкція бомби була аналогічна американському «Товстуніві», а електронна начинка була створена радянськими вченими.

Слідом за ядерною зброєю фізики розробляли термоядерну, засновану на реакції атомів дейтерію і тритію (ізотопи водню). Перше повномасштабне випробування відбулося на атолі Еніветок (Маршаллові острови). Однак застосований пристрій мав масу 62 т і не годився для бойового застосування.

А перша воднева (термоядерна) бомба була створена і випробувана в 1953 році. Потужність вибуху становила 400 кт при ККД не більше 20%. Керівниками проекту стали академік Харитон і **Андрій Дмитрович Сахаров** (1921–1989), згодом тричі Герой Соціалістичної праці, академік АН СРСР і відомий дисидент – лауреат Нобелівської премії миру.

Під керівництвом Сахарова були створені термоядерні заряди практично необмеженої потужності. У жовтні 1961 року Радянський Союз провів на Новій Землі випробування термоядерної бомби потужністю 58 мегатонн, доставленої бомбардувальником Ту-95. Ці випробування повністю зруйнували мілітаристські плани США і НАТО та попередили розв'язання третьої світової війни. Світ опинився під загрозою тотального знищення, що, врешті-решт, привело до політики обмеження ядерних озброєнь і розрядки.

Однак енергію атомного ядра можна використовувати не тільки у військових цілях. Перша в світі атомна електростанція (АЕС) дослідно-промислового призначення потужністю 5 МВт була пущена в СРСР 27 червня 1954 року в м. Обнінську. Ця подія ознаменувала відкриття нового напрямку в енергетиці, що отримав визнання на 1-й Міжнародній науково-технічній конференції з мирного використання атомної енергії (серпень 1955 року, Женева). За кордоном перша АЕС промислового призначення потужністю 46 МВт була введена в експлуатацію в 1956 році в Колдер-Холі (Англія). Через рік стала до ладу АЕС потужністю 60 МВт у Шиппінгпорт (США). Потім АЕС почали пускати у Франції (1959 рік), Німеччині (1961), Канаді (1962), Швеції (1964) та Японії (1966).

У 1958 році було введено в експлуатацію першу чергу Сибірської АЕС потужністю 100 МВт (повна проєктна потужність 600 МВт). У тому ж році розгорнулося будівництво Бєлоярської промислової АЕС, а 26 квітня 1964 року генератор першої черги (блок потужністю 100 МВт) видав струм у Свердловську енергосистему, другий блок потужністю 200 МВт був зданий в експлуатацію в жовтні 1967 року. Визначна особливість Бєлоярської АЕС – перегрів пари (до отримання потрібних параметрів) безпосередньо в ядерному реакторі, що дозволило застосувати на ній звичайні сучасні турбіни майже без будь-яких переробок.

У вересні 1964 року вже був пущений перший блок Нововоронезької АЕС потужністю 210 МВт. Собівартість 1 кВт·год електроенергії (найважливіший економічний показник роботи будь-якої електростанції) на цій АЕС систематично знижувалася: вона становила 1,24 коп. в 1965 році, 1,22 коп. – у 1966-му, 1,18 коп. – в 1967-му, та 0,94 коп. – в 1968 році. Перший блок Нововоронезької АЕС був побудований не тільки для промислового користування, а й як демонстраційний об'єкт для показу можливостей і переваг атомної енергетики, надійності і безпеки роботи АЕС. У листопаді 1965 року в місті Мелекесі Ульяновської області стала до ладу АЕС з водо-

водяним реактором «киплячого» типу потужністю 50 МВт, реактор складено за одноконтурною схемою, що полегшує компоновку станції. У грудні 1969 року був пущений другий блок Нововоронезької АЕС (350 МВт).

Широке освоєння ядерної енергії стало ключовою проблемою для більшості країн. У 1975 році Міжнародне агентство з атомної енергії (МАГАТЕ) прогнозувало, що до 2000 року сумарна потужність АЕС у всьому світі досягне понад 4000 ГВт. Через рік у світі вже будувалося 44 нових реактори – рекордна за всю історію атомної енергетики кількість. Атомна енергетика розвивалася в більшості промислово розвинених країн – СРСР, США, Англії, Франції, Канаді, ФРН, Японії, ГДР, а також великі АЕС споруджувалися і в ряді країн, що розвиваються (Індія, Пакистан та ін.). За даними МАГАТЕ, потужність усіх АЕС у світі до 1980 року досягла 300 ГВт. АЕС стають одним з основних виробників електроенергії.

Однак у 1979 році сталася серйозна аварія на АЕС Тримайл-Айленд у США, після чого в Америці поступово припинили будівництво атомних реакторів. До будівництва нових ядерних потужностей США повернулися тільки на початку 2000-х років. Проте в 1984 і 1985 роках було введено в експлуатацію рекордну кількість реакторів – по 33 одиниці в кожному році. На подальшому розвитку ядерної енергетики сильно позначилася масштабна катастрофа на Чорнобильській АЕС. Вона продемонструвала, які небезпеки приховує у собі «мирний атом», і змусила фахівців усього світу переглянути проблему безпеки АЕС. До кінця 80-х років темпи будівництва атомних станцій істотно сповільнилися. Під впливом чорнобильської катастрофи Італія провела референдум, на якому більшість висловилося за закриття АЕС країни. У 1990-х в країні повністю припинили експлуатацію АЕС. Проте в 1996 році частка атомної енергетики у всесвітній генерації електрики досягла свого піку – 17,6%. Великий вплив на розвиток атомної енергетики зробила і катастрофа на японській АЕС «Фукусіма-1» у березні 2011 року. Вона сталася в результаті сильного землетрусу і наступного за ним цунамі.

Ядерна силова установка також використовується і в суднобудуванні. Першими атомними стали підводні човни (АПЧ). У 1955 році увійшов у дію перший у світі АПЧ «**Наутілус**», побудований у США. Слідом за ними АПЧ почали будувати в СРСР – першим став К-3 «**Ленінський комсомол**», прийнятий на озброєння в 1958 році (рис. 16.4). Великобританія і Франція відстали від цих країн. Перший англійський АПЧ увійшов у дію в 1963 році, а перший французький почав нести бойову службу в 1969 році. У 1974 році свій перший АПЧ увів у дію Китай.



Рис. 16.4. К-3 «Ленінський комсомол», СРСР, 1958 р.

Якщо доцільність установки ядерних енергетичних установок на ПЧ була цілком очевидною, то вигоди подібної енергетики для надводних кораблів представляли не такими однозначними. Проте у США в 1961 році було введено в дію перший ударний атомний авіаносець «**Ентерпрайз**» з ядерною силовою установкою (**ЯСУ**) (рис. 16.5). Він мав найбільшу (342,3 метра) довжину серед бойових кораблів світу. Одного завантаження ядерним паливом вистачало на 13 років служби, за цей час корабель міг пройти до 1 млн миль. Загальний боєзапас озброєнь 2520 т. Через високу вартість споруди будівництво ще п'яти кораблів цього типу було скасовано. «Ентерпрайз» був виключений зі складу флоту в 2009 році.



Рис. 16.5. Американський ударний атомний авіаносець «Ентерпрайз» у супроводі атомних ракетних крейсерів «Бейнбрідж» і «Лонг Біч»

Наступний атомний авіаносець «**Честер У. Німіц**» був уведений в експлуатацію тільки в 1975 році. Цей корабель з максимальною водотоннажністю до 106 тисяч тонн є найбільшим військовим кораблем у світі. Всього було побудовано 10 авіаносців цього типу, останній, «**Джордж Буш**», увійшов у дію в 2009 році. Ударні атомні авіаносці широко застосовувалися в різних військових конфліктах, у тому числі у В'єтнамі, Югославії та Іраку.

Крім США, атомний авіаносець «**Шарль де Голль**» був побудований тільки у Франції. Це перший французький надводний бойовий корабель з ЯСУ та єдиний діючий французький авіаносець. Поряд з авіаносцями в США було побудовано кілька атомних ракетних крейсерів, але до теперішнього часу вони всі виведені з дії. Єдиним діючим надводним кораблем з ЯСУ є важкий атомний ракетний крейсер «Петро Великий».

Ядерна силова установка використовується на суднах криголамного типу (рис. 16.6). Атомні криголами набагато могутніші за дизельні. Але головною перевагою атомного криголама є відсутність необхідності в регулярній дозаправці паливом, що особливо важливо при плаванні в Арктиці, де дозаправлення сильно ускладнено. Перший у світі атомний криголам «**Ленін**» був побудований у СРСР в 1959 році. У 1989 році він був виведений з експлуатації та поставлений у порту Мурманська як музей. Згодом в СРСР і Росії було побудовано ще 10 атомних криголамів. Росія є єдиною країною, що володіє флотом атомних криголамів.

Ядерні силові установки використовуються сьогодні на суднах різного призначення (див. рис. 16.7, 16.8).



Рис. 16.6. Найбільший в світі атомний криголам «50 років Перемоги», Росія, 2007 р. Водотоннажність 25 840 т, оснащений двома ядерними реакторами, потужність двох головних турбін 75 000 к. с. (55 МВт)



Рис. 16.7. Атомне судно «Саванна», США, 1962 р.



Рис. 16.8. Атомний ліхтеровоз-контейнеровоз «Севморпуть». Побудований на Керченському суднобудівному заводі «Залив» ім. Б. Є. Бутоми у 1982–1988 рр.

16.3. Створення бойових балістичних ракет стратегічного призначення. Початок освоєння космічного простору

Радянський Союз, який виніс на собі основний тягар боротьби з фашистською Німеччиною на сухопутному фронті, не міг займатися створенням озброєння на далеку перспективу. Відразу після закінчення війни різко загострилися протиріччя між СРСР і зароджуваним «соціалістичним табором», з одного боку, і розвиненими країнами Заходу, що утворили блок НАТО з іншого. У Пентагоні впродовж кінця сорокових і в п'ятдесятих роках XX століття велася розробка планів ядерної війни проти СРСР. У зв'язку з цим після закінчення II Світової війни, в умовах протистояння, світ опинився на порозі нової війни. Для її запобігання і

встановлення деякого паритету у військовій сфері Радянському Союзу було необхідно в найкоротші терміни створити так званий ракетно-ядерний щит – свою ядерну зброю та балістичні ракети.

Незважаючи на післявоєнну розруху в СРСР, на створення нових видів озброєння були виділені значні кошти. У 1949 році перша радянська атомна бомба була випробувана на полігоні в районі Семипалатинська. Щодо засобів доставки, то спочатку це був стратегічний бомбардувальник Ту-4, скопійований з американського В-29. Цей літак відіграв у зміцненні обороноздатності країни значну роль. Перші Ту-4 були створені в 1947 році, а до кінця 1949 року у складі дальньої авіації значилося вже понад 300 машин. Всього ж за час виробництва було випущено близько 1200 далеких бомбардувальників цього типу. Таким чином, США втратили монополію не тільки на володіння зброєю масового знищення, а й на засоби її доставки. Однак літаки з поршневими двигунами мали дальність польоту 5 000 км і не могли виконувати всіх стратегічних завдань. У той час, коли з півдня і заходу в безпосередній близькості від кордонів СРСР розташовувалися аеродроми, на яких базувалися стратегічні бомбардувальники США з атомною зброєю на борту, територія самих США перебувала в недосяжності для радянської стратегічної авіації. Для справжньої рівноваги сил керівництво СРСР вважало за необхідне створення і прийняття на озброєння балістичних ракет великої дальності. Роботи з їх створення в кінці 1940-х років розгорнулися і в СРСР, і в США.

Першим дітищем радянської ракетної промисловості була одноступенева тактична балістична ракета середньої дальності Р-1 (рис. 16.9), створена в ОКБ-1 під керівництвом **Сергія Павловича Корольова** (1906–1966). Як і для першої американської балістичної ракети, основою для її створення стала ракета V-2, розроблена німецькими вченими й інженерами під керівництвом **Вернера фон Брауна** (1912–1977). Автономно-інерціальна система управління Р-1 була розроблена колективом НДІ-885 під керівництвом **М. С. Рязанського** і **Н. А. Пілюгіна**. Надалі практично щорічно йшло освоєння виробництва апаратури СУ нових ракет, що створювалися для оборони СРСР.

Р-1 була прийнята на озброєння в листопаді 1950 року, а 9 травня 1951 року міністерству озброєння були передані тільки що побудований у Дніпропетровську автомобільний і споруджуваний шинний заводи. На їх базі було створено гігантський ракетний завод, який отримав найменування «**Південний машинобудівний завод**» (Південмаш

або завод № 586). При ньому для експериментального виробництва було створено ОКБ-586 (КБ «Південне» – КБП), а в Дніпропетровському державному університеті (ДНУ) був відкритий фізико-технічний факультет, який став основним постачальником фахівців для Південмашу і ОКБ-586.

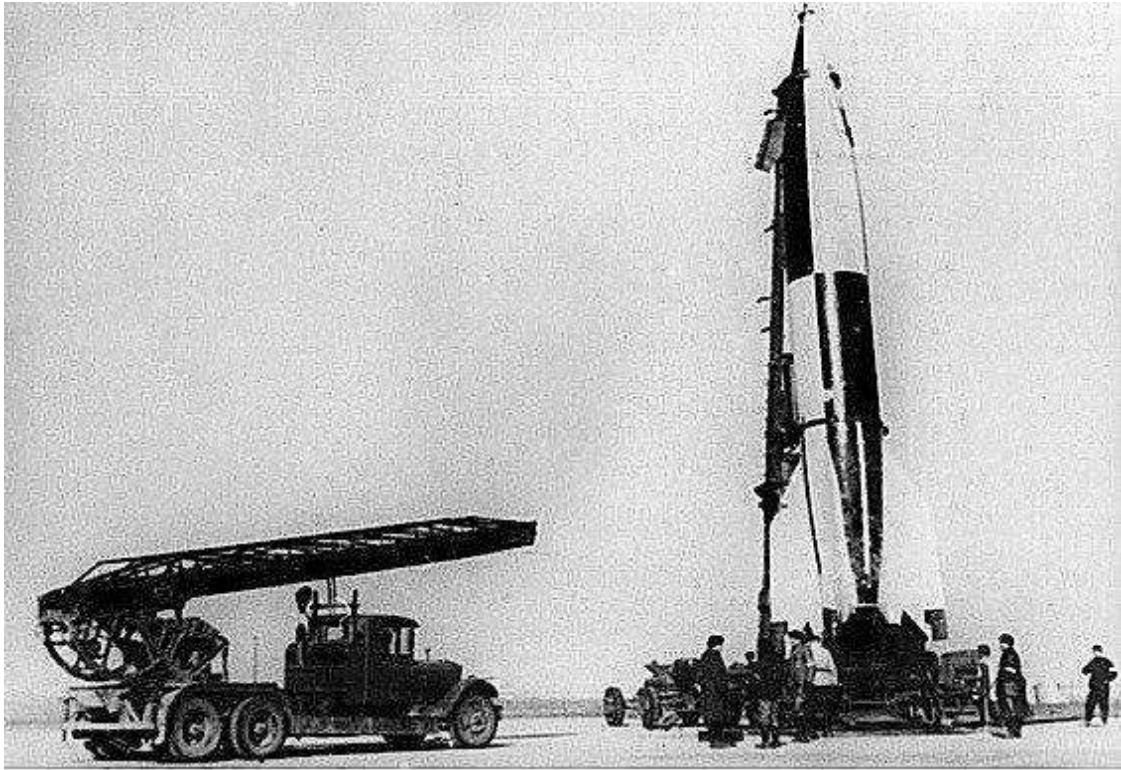


Рис. 16.9. Ракета Р-1 на стартовій позиції, 1948 рік

У 1956 році в США з'явилася перша ракета, здатна нести ядерний заряд – **«Редстоун»**. У Радянському Союзі в тому самому році була прийнята на озброєння ракета Р-5М, що також несла атомний заряд, потужність якого в чотири рази перевищувала потужність бомби, скинутої на Хіросіму. Однак США швидше нарощували ракетно-ядерний арсенал. У 1958 році у американців з'явилися дві нові ракетні системи – **«Юпітер»** і **«Тор»**, які розмістили у Великобританії, Італії та Туреччині. Незабаром у США були прийняті на озброєння і міжконтинентальні балістичні ракети (МБР) – в 1959 році – **«Атлас»** і в 1960 році **«Титан-1»** з дальністю стрільби понад 11 000 км.

До кінця 1956 року в ОКБ-1 було завершено розробку та розпочато випробування двоступеневої МБР, якій був привласнений індекс Р-7 (Головне ракетно-артилерійське управління МО СРСР використовувало

індекс 8К71)^{17*}. Двигуни цієї ракети було розроблено колективом конструкторського бюро В. П. Глушко; автономну систему управління – під керівництвом Н. А. Пілюгіна; розробкою системи радіоуправління управляв М. С. Рязанський; гіроскопічних приладів СУ – **В. І. Кузнєцов**; системи телеметричних вимірювань – **А. Ф. Богомолов**. Стартовий комплекс був розроблений під керівництвом Головного конструктора **В. П. Барміна** і побудований на полігоні поблизу станції Тюра-Там (нині космодром «Байконур»). Ракета мала довжину 31,4 м, і діаметр 11,2 м. Стартова маса становила 283 т, з яких 250 т це маса компонентів ракетного заправного палива (рідкий кисень, гас, перекис водню, газ), а маса бойової частини доходила до 5 400 кг. Максимальна дальність стрільби становила 8 000 км. 20 січня 1960 року Р-7 була прийнята на озброєння (рис. 16.10).

Задумана як бойова, ракета Р-7 мала надійну і вдалу конструкцію, володіла енергетичними можливостями, що дозволяють вивести в космос (на навколоземну орбіту) корисне навантаження значної маси. Тому після успішних пусків 8К71 як балістичної ракети, вона була використана в 1957 році для запуску перших у світі штучних супутників Землі. Таким чином, Р-7 або, як її називали, «Королівська сімка», стала основою для створення ракет-носіїв, що виводять на орбіту космічні літальні апарати. У 1959–1963 роках випускалася модифікація Р-7 – ракета



Рис. 16.10. Старт ракети Р-7. Фото з музею НВО «Комунар», Харків

^{17*}У Радянському Союзі була прийнята подвійна нумерація бойових балістичних ракет – в секретній документації використовувалася буква Р і номер ракети, а в більш відкритих, хоча теж секретних, джерелах згадувався виріб із буквено-цифровим індексом. У США для радянських ракет застосовували позначення, що не мають нічого спільного з нашими, – букви SS і номер ракети, а також надавали власну назву.

8К72, за допомогою якої здійснено перші польоти до Місяця і перші старты космонавтів у одномісних кораблях **«Восток»**.

Історія освоєння космосу – яскрава сторінка радянської історії. 12 квітня 1961 року відбувся перший у світі пілотований космічний політ. Корабель **«Восток-1»**, пілотований радянським космонавтом **Юрієм Олексійовичем Гагаріном**, зробив один виток навколо Землі. У червні 1963 року здійснила політ перша в світі жінка-космонавт **В. В. Терешкова**, яка пробула в польоті 71 годину, облетівши земну кулю 48 разів.

12 жовтня 1964 року відбувся перший у світі політ багатомісного корабля **«Восход-1»** з трьома космонавтами на борту (**В. М. Комаров**, **К. П. Феоктістов** і **Б. Б. Єгоров**), а 18 березня 1965 року **А. А. Леонов** здійснив перший вихід у відкритий космос. СРСР справив безліч запусків пілотованих космічних кораблів. Для вивчення Місяця і космічного простору в 1959–1976 роках здійснено 24 польоти автоматичних міжпланетних станцій. У 1970 році на Місяць був доставлений перший у світі місячний всюдихід – **«Луноход-1»**. Видатним космічним експериментом стало стикування 17 липня 1975 року радянського й американського космічних кораблів. На орбіті почав працювати перший міжнародний космічний комплекс **«Союз–Аполлон»** – прообраз майбутніх міжнародних станцій. Вперше в історії пілотованих польотів жінка-космонавт **С. Є. Савицька** 25 липня 1984 року вийшла у відкритий космос.

Але чудова ракета Р-7 не змогла стати основою створюваного ракетно-ядерного щита, оскільки ракетний комплекс мав низьку боєготовність. Стартовий комплекс ракети Р-7 був важко маскований, система заправки була надзвичайно складною, громіздкою була і система радіоуправління. Для підготовки ракети до пуску була потрібна майже доба. Таким чином, вона годилася лише для нанесення превентивного удару, в той час як радянська військова доктрина припускала застосування ядерної зброї радянською стороною тільки у відповідь на такий напад.

Вихід був – перехід на висококиплячі компоненти палива, зокрема застосування як окиснювача не рідкого кисню, а азотної кислоти. Такий окиснювач, незважаючи на високу хімічну активність, дозволяє тримати ракету на стартовому майданчику заправленою.

Першою ракетою, що працює на висококиплячих компонентах палива, стала тактична ракета **Р-11 (8А61)**, її було створено під керівництвом **Михайла Кузьмича Янгеля** (1911–1971). Р-11 та її модифікація **Р-11М**^{18*}

^{18*} У багатьох джерелах конструктором ракети Р-11 називається С. П. Корольов. Насправді він керував її модернізацією і є автором ракети Р-11М (8К11)

встановлювалися на самохідних установках, також вони стали першими в СРСР корабельними ракетами. Після Р-11 була ракета середньої дальності **Р-12 (8К63)**, за класифікацією НАТО: **SS-4 Sandal**). Ця ракета створювалася вже в ОКБ-586, де пост головного конструктора зайняв М. К. Янгель. Р-12 стала першою в країні стратегічною ракетою середньої дальності, в якій використовувалася повністю автономна інерціальна система управління. Крім того, Р-12 стала наймасовішою стратегічною ракетою, з прийняттям її на озброєння в СРСР були створені ракетні війська стратегічного призначення (РВСН). Саме ці ракети в 1962 році були доставлені на Кубу, чим викликали надзвичайно напружене політичне, дипломатичне і військове протистояння СРСР і США, яке увійшло в історію як «**Карибська криза**». Ступінь надійності дніпропетровських ракет був таким великим, що військове керівництво зважилося на безпрецедентну демонстрацію сили – чотири ракети Р-12 були запуснені над територією Радянського Союзу і вразили цілі на полігоні на Новій Землі. Дві з них несли звичайний заряд, а дві інших – ядерний. Р-12 несла службу рекордно тривалий час – 30 років. Останні ракети цього типу були зняті з озброєння в 1989 році, відповідно до договору між СРСР і США про ліквідацію ракет середньої та малої дальності.

Таким чином, наприкінці 1950-х років у СРСР, крім Р-7, яка була не цілком придатною для бойових цілей, на озброєнні перебували ракети **Р-5М (8К51)** з дальністю стрільби 1 200 км і **Р-12** з дальністю 2 000 км, здатні нести ядерний заряд. Незважаючи на лідерство в справі освоєння Космосу, Радянський Союз поступався США в створенні бойових балістичних ракет. У американців було більше і ядерних зарядів, і носіїв. Ситуація погіршувалася ще й тим, що американські ракети мали більшу дальність стрільби, та й точність у них була вищою.

У зв'язку з цим вийшла постанова Ради Міністрів СРСР «**Про створення МБР**» – ракети, яка мала скласти основу РВСН. Нову ракету передбачалося оснастити інерційною СУ. За це завдання взялися ОКБ-1 на чолі з С. П. Корольовим і ОКБ-586, яким керував М. К. Янгель.

В ОКБ-586 нові ракети створювали на висококиплячих компонентах палива. У результаті до 1960 року були підготовлені ракети середньої дальності **Р-14 (8К65)** і **Р-16 (8К64)** – перша в світі МБР, що використовувала такий вид окиснювача, як азотна кислота. Р-16 повинна була мати високий ступінь готовності до застосування і, що ще більш важливо, перешкодозахищеність і невразливість у процесі бойового

чергування. Паралельно ОКБ-1 на чолі з С. П. Корольовим розпочало створення проєкту МБР Р-9, в якій як окиснювач і раніше передбачалося використовувати рідкий кисень. Ракета у Корольова не вийшла, і з тих пір його ОКБ-1 стало займатися тільки космічною тематикою, а головним розробником бойових балістичних ракет стало ОКБ-586 Янгеля.

У 1957 році в дію вступив космодром Байконур, що став незабаром головним. У той час навіть у США не було подібного сучасного й оснащеного полігону. У цій гонці лідирував СРСР: перший супутник, перший собака у космосі, вимпел на Місяці, фотографія зворотної сторони супутника Землі – все це свідчило про значну перевагу військової могутності Радянського Союзу. Однак, насправді, всупереч пропаганді ситуація була критична. Ракетно-ядерні сили СРСР не могли дати відсіч потенційному супротивникові, що оточив його військовими морськими, сухопутними й авіаційними базами. Всі надії на зміну ситуації були покладені на МБР, розроблені в КБ Янгеля.

Перша МБР Р-16 (8К64) була готова в 1960 році. Однак через поспіх у проведенні випробувань 24 жовтня цього року під час проведення підготовчих робіт був допущений цілий ряд відступів від затвердженої технології, в результаті чого стався передчасний запуск маршового двигуна другого ступеня, який своїм факелом пропалив днище бака окиснювача першого ступеня. Після цього зруйнувався бак пального другого ступеня, що і призвело до потужної пожежі і повного руйнування ракети на старті. У вогні катастрофи загинули 74 людини, з яких більшість (57 чоловік) були військовослужбовцями. Серед загиблих голова комісії з випробування Головний Маршал артилерії **М. І. Неделін**, заступник начальника полігону полковник **А. І. Носов**, начальники управлінь полігону підполковники **Є. І. Осташев** і **Р. М. Григорянц**. Також у цій катастрофі загинули головний конструктор системи управління **Б. М. Конопльов**, заступники головного конструктора ракети **В. А. Концевий** і **Л. А. Берлін**, заступник головного конструктора двигуна **Г. Ф. Фірсов**. 49 осіб отримали поранення й опіки, з них 18 померли в лікарні. Всього загинуло 92 людини.

Проте роботи були продовжені, і 2 лютого 1961 року відбувся запуск і успішний політ першої в світі МБР із двигунами на висококиплячому паливі. Вперше в СРСР ця ракета була оснащена автономною системою управління.

Слідом за прийняттям на озброєння Р-16 Постановою Уряду СРСР від 12 травня 1962 року КБП було доручено створити стратегічну ракету **Р-36 (8К67)** важкого класу, здатну доставити до цілі надпотужний

термоядерний заряд на дальність 10 200 км (див. рис. 16.11). Ця ракета повинна була долати потужну систему протиракетної оборони (ПРО). 21 липня 1967 року ракетний комплекс Р-36 був прийнятий на озброєння РВСН. Створення Р-36 дозволило в 1972 році зняти з озброєння застарілі комплекси Р-16.

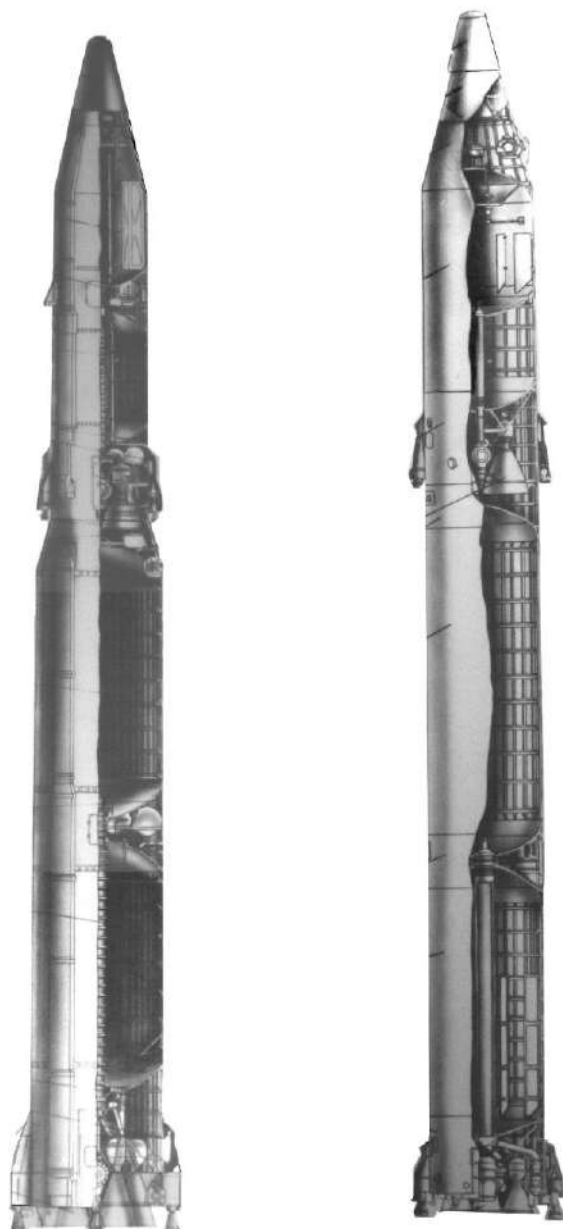


Рис. 16.11. Схеми бойових балістичних ракет Р-16 (ліворуч) і Р-36.
Фото з музею НВО «Хартрон»

На основі Р-36 було створено ракету 8К67П з головною подільною частиною, а також орбітальну ракету 8К69 з необмеженою дальністю польоту. Надалі Р-36 стала основою для створення найпотужнішої в світі МБР, занесеної в книгу рекордів Гіннеса. Йдеться про ракету, відому нам

за американською назвою **SS-18 Satan** («*Сатана*»). Насправді вона мала найменування **Р-36 2М УТТХ** (Р-36 двічі модернізована з поліпшеними (рос. *улучшенными*) тактико-технічними характеристиками), або виріб **15А18М**.

Таким чином, 50–60-ті роки ХХ століття стали періодом найбільш бурхливого розвитку як космічної, так і бойової ракетної техніки. Радянському Союзу не тільки вдалося досягти паритету в галузі ракетно-ядерної зброї, але й обійти Сполучені Штати Америки в освоєнні космічного простору. Важливу роль у цій справі відіграли ракети, що розроблялися і будувалися в Дніпропетровську (нині – місто Дніпро). Однак така найважливіша складова ракетної зброї та космічних літальних апаратів, як системи управління, з 1950-х років почали розроблятися і виготовлятися в Харкові – одному з провідних наукових і промислових центрів СРСР.

16.4. Революція у сфері біології

До високих технологій належать і біотехнології, які зокрема забезпечують можливість різкого збільшення зеленої біологічної маси і сільськогосподарської продукції. Біотехнології базувалися на досягненнях генетики – науки про закономірності спадковості і мінливості. Методи генетики відіграють важливу роль у медицині, сільському господарстві, мікробіологічній промисловості, а також у генній інженерії.

Революція в сфері біології пов'язана з відкриттям носія генетичної інформації – макромолекули, **подвійної спіралі ДНК (дезоксирибонуклеїнова кислота)**. Коли швейцарський біолог **Фрідріх Мішер** (1844–1895) відкрив у 1869 році ДНК, він не припускав, що це і є носій генетичної інформації, який об'єднує всі живі істоти. Довгий час ДНК вважалася хранителем фосфору в організмі. Навіть на початку ХХ століття багато біологів вважали, що молекули ДНК занадто одноманітні і не можуть містити закодовану інформацію.

Поступово було доведено, що саме ДНК, а не білки, як вважалося раніше, є носієм генетичної інформації. У 1944 році експерименти **О. Евері, К. Маклауда і М. Маккарті** довели, що в результаті додавання до нешкідливої культури мертвих хвороботворних бактерій вона набуває хвороботворних властивостей. За це відповідає виділена з пневмококів ДНК.

Однак аж до 1950-х років точна будова ДНК і спосіб передачі спадкової інформації залишалися невідомими. Структуру подвійної спіралі ДНК було

запропоновано *Френсісом Криком* і *Джеймсом Уотсоном* у 1953 році на підставі рентгеноструктурних даних.

Після успішного розшифрування людського геному, для генетики і багатьох супутніх наук почався золотий вік. Розшифровка генома людини позначила тенденцію до зміщення пріоритетів у розвитку науки і техніки в бік біотехнологій і конструювання організмів із заданими властивостями – генної інженерії, клонування тварин, органів людини, і, врешті-решт, спроби клонування самої людини.

Практичним застосуванням отриманих даних стали чіткі рекомендації для більшості людей, що стосуються занять професійною діяльністю, вибору місця проживання і способу життя. Отримана в результаті укрупненого аналізу власного генома інформація дозволить конкретній людині жити довше, більш насичено і безпечніше, накладаючи на одні життєві уподобання жорсткі обмеження, та заохочуючи інші, сприятливі і корисні. Словом з'явився новий консультант зі здорового способу життя – власний геном індивідуума.

У Голландії вже побудовані фітотрони – своєрідні оранжереї, в яких підтримується особливий клімат, завдяки якому рослини вирощуються не з насіння, а з клітин, що у багато разів збільшує їх продуктивність. Однак фітотрони вимагають значних енерговитрат, і перед ученими стоїть задача пошуку нових джерел енергії та мінеральної сировини.

Методи генної інженерії стимулюють розвиток фармакології: створення сучасних лікарських засобів з яскраво вираженим механізмом молекулярного впливу, як на окремі різновиди клітин, так і на весь організм, а також дають основу для розробки нових медичних препаратів. У 1980-х роках зародилася **комбінаторна хімія** – метод пошуку біологічно активних речовин шляхом масового синтезу серій аналогічних сполук із різними замінниками та виявлення їх властивостей шляхом масової диспансеризації. Розквіт комбінаторної хімії, що спричинила за собою фармацевтичний вибух, у сукупності з досягненнями генетики, привів до створення більше сотні нових ліків, що дозволяють нормалізувати роботу дефектних генів та ефективно лікувати багато спадкових захворювань. Паралельно були розроблені нові засоби доставки ліків безпосередньо у клітину до певної ділянки генома, і навіть до конкретного гена. Практичний досвід застосування перших подібних ліків дозволив закласти фундамент нового класу ліків, спрямованих на нормалізацію генів. Ці препарати планується застосовувати в найближчому майбутньому не тільки для

виправлення генетичних вроджених дефектів, але і для виправлення дефектів набутих, для відновлення функцій тканин і органів людського організму. Технології комбінаторної хімії впродовж першого десятиліття нового століття привели до оновлення асортименту лікарських препаратів у світі більш ніж на дві третини. Нові лікарські препарати ефективніші, безпечніші і при цьому дешевші за своїх попередників, найчастіше в декілька разів.

16.5. Розвиток комп'ютерних технологій

Подальша еволюція комп'ютера йшла традиційним за останні півстоліття шляхом. Процесори ставали дедалі потужнішими, а мікросхеми – все більш мініатюрними. Споживана потужність комп'ютерів зменшувалася, а їх швидкодія збільшувалася. Тенденції стосувалися як персональних комп'ютерів, так і суперкомп'ютерів. Метою, до якої прагнули розробники комп'ютерів, було досягнення потужності, порівнянної з потужністю людського мозку, і ця мета, здавалося, була вже близька. За допомогою фотолітографічних технологій виробництва інтегральних мікросхем, доведених до досконалості, стало можливим виробляти поодинокі суперкомп'ютери, що виконують десять у тринадцятому ступені операцій за секунду (10 Терафлоп). З огляду на те, що людський мозок виконує за секунду десять у шістнадцятому ступені – десять у сімнадцятому ступені операцій, здавалося, що бажана мета ось-ось буде досягнута. Однак через те що суперкомп'ютери являли собою не одиничний процесор, з яким можна порівняти людський мозок, а сотні і тисячі окремих процесорів, що виконують паралельну роботу, то реальне відставання одиничного процесора від потужності людського мозку становило до десяти мільйонів разів.

Розвиток комп'ютерних технологій, а також досягнення в галузі електронної промисловості дозволили відомому більше п'ятдесяти років явищу голографії зробити крок на якісно новий рівень і стати в один ряд із новітніми технологіями, такими як нанотехнології та генна інженерія.

Робототехніка і виробництво роботів упродовж першого десятиліття нового століття також зробили суттєвий крок уперед. Використання роботів, ставши в технологічних процесах, охоплює дедалі більшу кількість виробничих галузей. Це відбувається настільки природно і безконфліктно, що залишається непоміченим широкою громадськістю. З кожним роком

сфера застосування роботів розширюється, захоплюючи, крім виробництва, так само й інші сфери людської діяльності. Особливо добре роботи зарекомендували себе в процесах складання в найрізноманітніших галузях машинобудування. Невтомні працівники та контролери, які практично не здійснюють помилок, працюють ефективніше за людей й обходяться для роботодавця дешевше, ніж наймані працівники. Більшість застосовуваних виробничих роботів мають жорстке програмне забезпечення, яке регламентує їх діяльність у вузьких межах. Однак у деяких технологічних процесах починають застосовуватися роботи з елементами штучного інтелекту. Відповідне програмне забезпечення дозволяє їм виконувати складні функції в багатофакторному просторі обмежень. Роботи із зародками інтелекту використовуються для контролю над виробництвом, особливо в разі застосування «безлюдних технологій», тобто в тих місцях, де не можна однозначно передбачити всі можливі негативні ситуації. Наприклад, у хімічному виробництві такі роботи, ґрунтуючись на показаннях приладів і загальних знаннях про технологічний процес, можуть передбачити можливість аварії в тому чи іншому місці, вчасно переключитися на резервні потужності і викликати фахівців-ремонтників для усунення несправності.

Поява потужних мікропроцесорів, а також створення якісних виконавчих механізмів дозволили компаніям, що виробляють роботів, зробити прорив до повсякдення людини.

Справжню революцію у сфері інформаційних технологій справили персональні комп'ютери. Змінився підхід до створення інформаційних систем, орієнтація зміщується в бік індивідуального користувача. Сучасні комп'ютерні технології засновано на досягненнях телекомунікаційних технологій і розподіленої обробки інформації. Інформаційні системи не просто у тисячі разів збільшують ефективність опрацювання даних, допомагаючи науковцям, а й створюють високоефективне наукове інформаційне середовище.

Через те що за останні 50 років швидкодія комп'ютерів зростає в трильйон разів, стало доступним проведення дуже складних і громіздких розрахунків у різних галузях науки. Внаслідок цього, а також спрощеного доступу до науково-технічної літератури, продуктивність праці вченого збільшилася у десятки разів.

Питання для самоконтролю

1. З чого почалася науково-технічна революція?
2. Чим характеризується науково-технічна революція?
3. Які наслідки мало освоєння атомної енергії?
4. В якій країні з'явилися перші бойові балістичні ракети і коли це сталося?
5. Який внесок зробила Україна в розвиток ракетно-космічної техніки?
6. У чому полягає революція у сфері біології?
7. Як робототехніка змінює машинобудування?
8. Чому поява персональних комп'ютерів створила справжню революцію у сфері інформаційних технологій?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Боголюбов А. Н. Математики. Механики : Биограф. справочник / А. Н. Боголюбов. – Киев : Наукова думка, 1983. – 640 с.
2. Бородин А. И. Выдающиеся математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – Киев : Рад. шк., 1987. – 656 с.
3. Динамика полета и управление: 50 лет в ХПИ / Д. В. Бреславский, В. Б. Успенский, А. А. Ларин и др. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2014. – 488 с.
4. История механики в России / под ред. А. Н. Боголюбова и И. Л. Штокало. – Киев : Наукова думка, 1987. – 392 с.
5. Кіпенський А. В. Науково-технічна інтелігенція та її відповідальність за майбутнє світової цивілізації / А. В. Кіпенський, О. С. Пономарьов // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія «Актуальні проблеми розвитку українського суспільства». – Харків : НТУ «ХПІ», 2021. – № 1. – С. 93–98.
6. Ларин А. А. История развития локомотивостроения : учеб. пособие / А. А. Ларин, Л. В. Иванов. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2019. – 156 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43397>
7. Ларин А. А. История теории механических колебаний / А. А. Ларин. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2019. – 280 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43399>
8. Ларин А. А. История теплотехники : учеб. пособие / А. А. Ларин, Д. Ю. Журило. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2018. – 127 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/40345>

9. Ларин А. А. История электротехники : учеб. пособие / А. А. Ларин, А. В. Кипенский. – Харьков : Типография «Мадрид», 2021. – 263 с.
10. Ларин А. А. Развитие танкостроения в Харькове : учеб. пособие / А. А. Ларин. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2019. – 134 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/43398>
11. Ларін А. О. Історія науки і техніки : підручник / А. О. Ларін. – Харків : НТУ «ХПІ», 2021. – 294 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/52849>
12. Малиновський Б. М. Історія обчислювальної техніки в особах / Б. М. Малиновський. – Київ : Фірма «KIT», ПТОО «А.С.К.», 1995. – 384 с.
13. Малая математическая энциклопедия / Э. Фрид, И. Пастор, И. Рейман, П. Ревес, И. Ружа; перевод с венгерского Я. Кошич, М. Соколов. – Будапешт : Издательство Академии наук Венгрии, 1976. – 693 с.
14. Сокол Є.І., Кіпенський А.В., Тверитникова О.Є., Маліков В.В. Професор Віктор Тимофійович Долбня. До 100-річчя від дня народження : монографія. – Харків : ФОП Рубашкін Д.Ю., 2024. – 312 с.
15. Bernal J. Science in the History / J. Bernal. – Cambridge: Massachusetts Institute of Technology Press, 1971. – 356 с.
16. Love A. E. H. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity / A. E. H. Love. – New York : Dover Publication, 1944. – 662 p.
17. Strutt J.W. The Theory of Sound, Volume 1 / John William Strutt Baron Rayleigh. – London : Macmillan and co, 1894. – 984 p.
18. Timoshenko S. History of Strength of Materials: With a Brief Account of the History of Theory of Elasticity and Theory of Structures / Stephen P. Timoshenko. – New York : Van Nostrand Company, Inc., 1937. – 476 p.
19. Timoshenko S. Vibration Problems in Engineering / Stephen P. Timoshenko. – McGraw-Hill, 1953. – 452 p.

Відомості про авторів



Ларін Андрій Олексійович

професор кафедри українознавства, культурології та історії науки Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», кандидат технічних наук, випускник інженерно-фізичного факультету ХПІ, спеціаліст у галузі динаміки машин, теорії коливань, вібраційної діагностики та історії науки. Автор понад 220 наукових та навчально-методичних праць.

Кіпенський Андрій Володимирович

директор Навчально-наукового інституту соціально-гуманітарних технологій Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», доктор технічних наук, професор кафедри промислової та біомедичної електроніки, заслужений працівник освіти України, академік низки вітчизняних і зарубіжних академій. Випускник електромашинобудівного факультету ХПІ, спеціаліст у галузі медичного приладобудування. Автор понад 400 наукових і навчально-методичних праць.



Відомості про серію

Серію «Історія науки і техніки» було засновано у 2018 році через необхідність підвищення якості методичного забезпечення навчального процесу при вивченні курсу історії науки та техніки студентами Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». За шість років було видано підручник «Історія науки і техніки» та посібники «Історія теплотехніки», «Розвиток танкобудування у Харкові», «Історія розвитку локомотивобудування», «Історія електротехніки», «Коротка історія математики» та «Історія розвитку обчислювальної техніки».

Методична література, що видається в рамках серії, розрахована насамперед на студентів технічних спеціальностей, які вивчають курс історії науки і техніки. Підручники та посібники серії також можуть бути корисними викладачам, аспірантам та всім, хто цікавиться історією розвитку науки і техніки.

Найближчим часом у книжковій серії планується видання посібника «Історія розвитку чорної металургії».

Навчальне видання

ЛАРІН Андрій Олексійович
КІПЕНСЬКИЙ Андрій Володимирович

ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

**Підручник
для студентів комп'ютерних спеціальностей
закладів вищої технічної освіти**

Відповідальна за випуск проф. Тверитникова О. Є.

Роботу до видання рекомендувала проф. Дольська О. О.

Редактори:
Н. В. Верстюк,
О. С. Самініна,
О. В. Козюк

План 2024 р., поз. 155

Підписано до друку 2024 р. Формат 60×84 1/16 Папір офсет. Riso-друк.
Гарнітура Cambria. Ум. друк. арк. 24,6 . Наклад 100 прим. Зам. № 323

Видавничий центр НТУ ХПІ,
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Виготовлювач КП "Міськдрук"
м. Харків, 61002, вул. Алчевських, 44.
Свідоцтво про державну реєстрацію
серія ДК, №5495, від 22.08.2017р.



НТУ «ХПІ» 140 років