

СВЯЗЬ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ, ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ И СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ ДВУХОБМОТОЧНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Пентегов И.В., д.т.н., проф., Рымар С.В., к.т.н., с.н.с.,
Институт электросварки им. Е.О.Патона НАН Украины
Украина, 03680, Киев-150, ул. Боженко, 11,
тел. +38(044) 227-23-88, e-mail: elmag@paton.kiev.ua

Волков И.В., д.т.н., проф., чл.-корр. НАН Украины,
Институт электродинамики НАН Украины
Украина, 03680, Киев-57, пр. Победы, 56
тел. +38(044) 456-20-51, e-mail: volk@elan-ua.net

Отримано рівняння зв'язку між параметрами електромагнітних, принципових і схем заміщення двохобмоткових трансформаторів, що дозволяють об'єднати різні підходи при розрахунку цих схем. Систематизовано правила розстановки знаків у рівняннях трансформатора.

Получены уравнения связи между параметрами электромагнитных, принципиальных и схем замещения двухобмоточных трансформаторов, которые позволяют объединить различные подходы при расчете этих схем. Систематизованы правила расстановки знаков в уравнениях трансформатора.

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании процессов в электрических цепях с магнитно-связанными контурами исторически сложились два различных подхода.

Первый подход, появившийся еще во времена становления электротехники как науки, базируется на таких понятиях, как собственные индуктивности контуров (обмоток), их взаимные индуктивности и коэффициенты связи между ними. Тогда еще не существовало надежных аналитических методов расчета магнитно-связанных контуров, и все их параметры находились из опыта. Этот подход отличается наглядностью физической трактовки явлений и позволяет определить все необходимые параметры посредством простых экспериментов. Он также дает возможность исследовать процессы в гальванически развязанных, но магнитно-связанных цепях и хорошо отражает реальные физические процессы в них, особенно в линейной среде (воздухе) при перемещении обмоток в пространстве друг относительно друга. Однако при таком подходе затруднено применение аналитических методов расчета параметров, что особенно проявляется в случаях нелинейных сред.

Второй подход возник позже, когда сформировались аналитические методы расчета параметров магнитно-связанных контуров в трансформаторах, реакторах и электрических машинах, и появилась необходимость в методиках их расчета. При этом подходе оперируют с гальванически связанными схемами замещения контуров (обмоток), в которых все параметры приведены к одной из обмоток, отсутствуют магнитные связи между индуктивностями схем замещения, и используются такие понятия, как индуктивности потоков рассеяния и индуктивности ветвей намагничивания. Параметры схем замещения рассчитываются довольно точно при помощи известных методов расчета, легко строятся и векторные диаграммы [10, 12, 16]. При нелинейных средах расчет параметров схем замещения не представляет трудностей [10, 15].

Первый подход и рассмотрение магнитно-связанных контуров в виде электромагнитных схем, см. рис. 1,*a* – 4,*a*, и принципиальных схем, см. рис. 1,*b* и *c* – 4,*b* и *c*, используют в основном физики, специалисты в области теоретической электротехники, преобразовательной техники, систем автоматического управления и электропривода, которым, как правило, на первом этапе исследований нет необходимости учитывать конструктивные параметры обмоток и реальные физические процессы, связанные с особенностями конфигурации магнитного потока. При этом особое внимание уделяется выработке формальных правил выбора знаков перед слагаемыми в уравнениях Кирхгофа, дающих правильный результат.

Второй подход с гальванически связанными схемами замещения, в которых отсутствуют магнитные связи между элементами, см. рис. 1,*d* и *e* – 4,*d* и *e* и рис. 5, используют разработчики электрических машин – электромеханики.

Стыковка решений, получаемых при первом и втором подходах, вызывает определенные трудности и дискуссии.

На протяжении ряда лет авторам приходилось принимать участие в дискуссиях, сталкиваться с публикациями на эту тему и консультировать специалистов по вопросам, относящимся к составлению схем замещения и уравнений трансформаторов. Регулярно поднималась тема о связи параметров магнитно-связанных контуров принципиальных схем и гальванически связанных Т- и П-образных схем замещения двухобмоточных трансформаторов. Об актуальности этой темы говорит также то, что в последнее время в публикациях [2, 3, 6, 8, 11] и др. продолжают дискуссии по вопросам расстановки знаков в уравнениях трансформаторов, условно положительных направлениях токов и напряжений в принципиальных и замещающих схемах.

Полной сводки уравнений связи между параметрами принципиальных схем и схем замещения транс-

форматоров авторы в публикациях не обнаружили. Существует лишь разрозненные выкладки по данному вопросу. При наличии трех и более магнитно-связанных контуров эта задача полностью не решена [17, 18, 21]. Однако, для наиболее часто встречающегося случая двух контуров (обмоток двухобмоточного трансформатора), при принятии некоторых дополнительных соглашений, полное решение может быть получено. Этот вопрос, а также систематизация и методическое осмысление уже имеющегося материала является целью настоящей статьи.

Стыковка уравнений между параметрами электромагнитных и принципиальных схем, и адекватных им схем замещения трансформаторов требует принятия и строгого соблюдения в обоих подходах некоторых базисных соглашений.

Прежде всего, следует различать два типа обмоток: *правоходовые* и *левоходовые*, то есть обмотки с витками, образующими на первом слое соответственно правоходовые и левоходовые спирали.

Если в двухобмоточной системе имеются две правоходовые или две левоходовые обмотки, то такие обмотки будем называть *однотипными*. Если же одна обмотка правоходовая, а другая – левоходовая, то обмотки будем называть *разнотипными*.

Рассмотрим трансформаторы, электромагнитные схемы которых представлены на рис. 1,а – 4,а, а принципиальные схемы – на рис. 1,б и с – 4,б и с.

На рис. 1,а-с – 4,а-с приняты обозначения: \underline{U}_1 , \underline{U}_2 и \underline{I}_1 , \underline{I}_2 – соответственно комплексные действующие значения напряжений и токов первичной и вторичной обмоток; L_1 , L_2 – индуктивности этих обмоток; k – коэффициент связи между контурами (обмотками), $0 < k < 1$; M – взаимная индуктивность двух обмоток, которая является мерой напряжения, возникающего на одной обмотке, при изменении тока в другой обмотке, и по определению равна отношению этого напряжения к скорости изменения тока в другой обмотке. Как известно, величина M может быть выражена через параметры L_1 , L_2 и k [1, 20]:

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (1)$$

На рис. 1,а-с – 4,а-с направления стрелок, отождествляемых с векторами \underline{I}_1 и \underline{I}_2 , выбраны произвольно, как условно положительные. При таком подходе, в результате расчета, некоторые величины могут оказаться отрицательными, но это ни в коей мере не влияет на правильность полученного решения. При желании, чтобы избавиться от отрицательных величин, можно поменять у этих векторов первоначально выбранное условно положительное направление стрелок на противоположное и записать все решения в положительных величинах.

Следует уточнить, что условно положительные направления векторов напряжений \underline{U}_1 и токов \underline{I}_1 в источнике напряжения (ЭДС) должны совпадать, а на пассивных элементах электрической цепи (активных сопротивлений, индуктивностях и емкостях) вектора \underline{U}_2 и \underline{I}_2 должны направляться встречно, поскольку падение напряжения на пассивных элементах является реакцией протекающему по ним току.

Из четырех указанных параметров L_1 , L_2 , k , M

только три являются независимыми. Обычно в качестве базовой системы принимается система величин L_1 , L_2 , M , а параметр $k = M/\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ считается зависимым. Иногда в качестве базовой системы принимается система L_1 , L_2 , k , а параметр M определяется по формуле (1) и считается зависимым.

Мы будем также придерживаться общепризнанного метода изложения, в котором M и k всегда считаются положительными величинами, а знак перед M в уравнениях Кирхгофа ставят по правилам, изложенным в работах [1, 20].

Еще один независимый параметр, используемый и в первом и во втором подходах – это коэффициент трансформации, понимаемый как отношение количества витков w_1 и w_2 рассматриваемых контуров или обмоток.

Для электромагнитной (физической) и принципиальной схемы трансформатора с однотипными обмотками коэффициент трансформации $k_{tr.phys}$ положителен, для схем с разнотипными обмотками – отрицателен [20]. Для схемы замещения трансформатора коэффициент трансформации k_{tr} всегда положителен. В общем случае $k_{tr.phys} = \pm k_{tr}$. Если схема замещения содержит идеальный трансформатор (IT), то коэффициент трансформации $k_{tr.IT}$ имеет тот же знак, что и коэффициент трансформации $k_{tr.phys}$ в электромагнитной и принципиальной схеме.

При записи уравнений трансформатора в комплексной форме не существует физического обоснования отрицательных или положительных направлений векторов тока, эти направления носят условный характер. Положительное направление любого вектора тока можно принимать произвольно и обязательно придерживаться этого выбора на протяжении всех расчетов. Но если в цепи имеются взаимные индуктивности, то в этом случае уже существуют строгие правила расстановки знаков перед величиной M в уравнениях Кирхгофа.

Для уточнения правил расстановки знаков перед параметрами в уравнениях магнитно-связанных контуров, рассмотрим цепи, которые имеют общий ферромагнитный магнитопровод (заметим, что для обмоток, расположенных в пространстве произвольно и не имеющих общего магнитопровода, формальных правил расстановки знаков в уравнениях Кирхгофа не существует; в этом случае знаки необходимо расставлять, сообразуясь с направлениями магнитных потоков, сцепленных с обмотками, и применять энергетические принципы).

Вначале нужно отметить условное начало каждой из обмоток. Поясним эту процедуру на следующем примере. Если условно распрямить магнитопровод трансформатора и расположить магнитно-связанные обмотки на этом магнитопроводе в вертикальном направлении, одну над другой (в случае концентрической намотки обмоток, они раздвигаются по высоте), см. рис. 1,а – 4,а, то для всех правоходовых обмоток условное начало обмоток отмечается точкой у однотипных (например, верхних) клемм, а для левоходовых обмоток – точкой у противоположных (например, нижних) клемм [7]. Причем при физическом

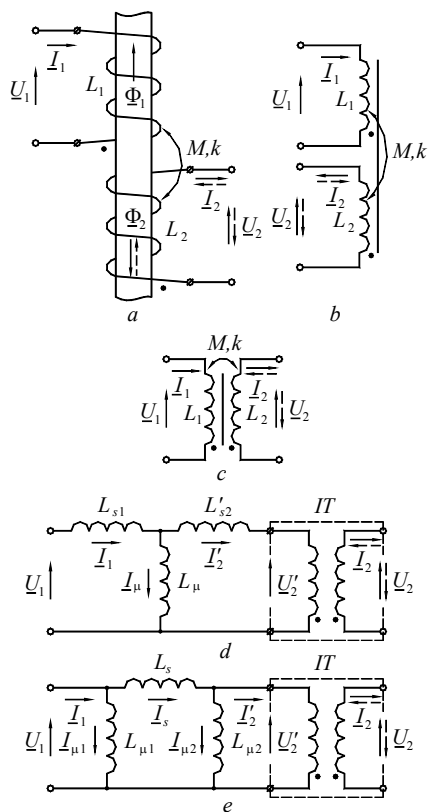


Рис. 1. Электромагнитная *a*, принципиальные *b* и *c* схемы, Т-образная *d* и Π-образная *e* схемы замещения с идеальным трансформатором и одностипными левоходовыми обмотками.

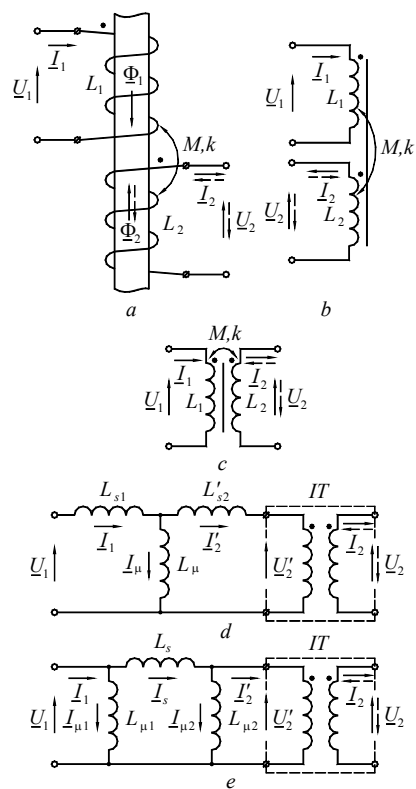


Рис. 2. Электромагнитная *a*, принципиальные *b* и *c* схемы, Т-образная *d* и Π-образная *e* схемы замещения с идеальным трансформатором и одностипными правоходовыми обмотками.

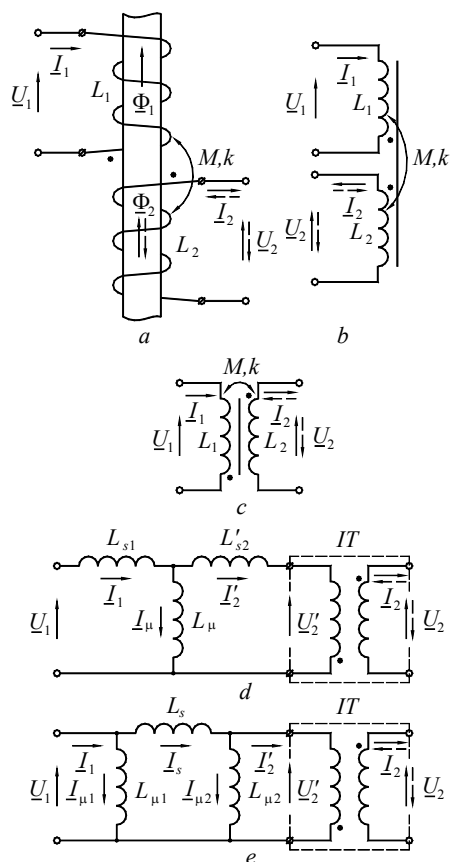


Рис. 3. Электромагнитная *a*, принципиальные *b* и *c* схемы, Т-образная *d* и Π-образная *e* схемы замещения с идеальным трансформатором и разнотипными левоходовой и правоходовой обмотками.

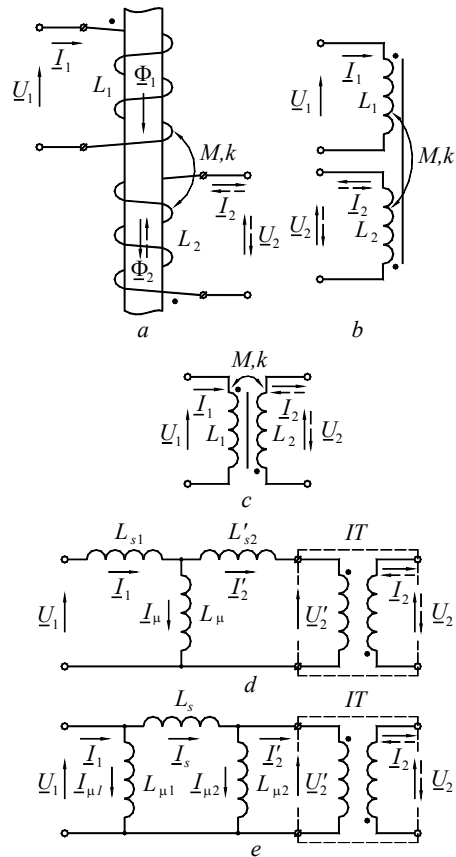


Рис. 4. Электромагнитная *a*, принципиальные *b* и *c* схемы, Т-образная *d* и Π-образная *e* схемы замещения с идеальным трансформатором и разнотипными правоходовой и левоходовой обмотками.

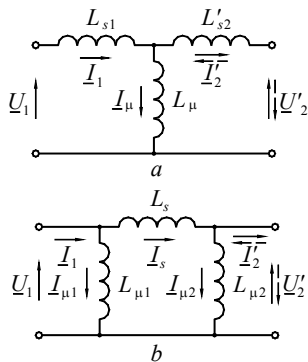


Рис. 5. Т-образная *a* и П-образная *b* схемы замещения без идеального трансформатора.

перевороте на 180 градусов любой из обмоток положение точек не меняется. Понятие "вертикальное направление" тоже носит условный характер: "распрямленный" магнитопровод можно располагать как угодно.

При соблюдении вышеприведенных договоренностей *графическое начертание магнитно-связанных контуров в виде электромагнитных схем на рис. 1, a – 4, a и принципиальных схем на рис. 1, b и c – 4, b и c идентичны и взаимозаменяемы.*

Только после обозначения условных начал обмоток появляется возможность, при произвольно выбранных условно положительных направлениях токов в обмотках, определить *согласно* или *встречно* они включены, и определить знак перед взаимной индуктивностью.

Если оба тока в обмотках направлены к условным началам обмоток или от них, то обмотки включены "согласно", и в уравнениях Кирхгофа перед взаимной индуктивностью M ставится знак "+", в противном случае обмотки включены «встречно» и перед взаимной индуктивностью M ставится знак "-" [1].

Необходимо отметить, что условное начало обмоток нельзя путать с физическим началом обмотки: при перевороте катушки с обмоткой физические начало и конец меняются местами, а условное начало обмотки остается на прежнем месте. *Положение точки на схеме, отмечающее условное начало обмотки, характеризует только одно – имеем ли мы дело с правоходовой или левоходовой обмоткой.* Неправильное понимание и трактовка этого правила является причиной большинства возникающих ошибок и споров.

Таким образом, на рис. 1 показаны схемы трансформатора с односторонними левоходовыми обмотками, а на рис. 2 – схемы с односторонними правоходовыми обмотками. Причем в обоих случаях коэффициент трансформации следует записывать как положительный, $k_{tr,phys} > 0$. На рис. 3 представлены схемы трансформатора с разнотипными левоходовой и правоходовой обмотками, а на рис. 4 – схемы с разнотипными правоходовой и левоходовой обмотками. При этом коэффициент трансформации следует считать отрицательным, $k_{tr,phys} < 0$.

Согласно сформулированным правилам можно обойтись без определения условно положительных направлений векторов Φ_1 и Φ_2 , а оперировать только с условно положительными направлениями векторов I_1 и I_2 по отношению к точкам, обозначающим услов-

ные начала обмоток. Так, например, условно положительные направления векторов I_2 на рис. 1 и 2, обозначенные сплошными линиями, и направления векторов I_2 на рис. 3 и 4, обозначенные пунктирными линиями, соответствуют встречному включению обмоток со знаком "-" перед M . Направления этих же векторов на рис. 1 и 2, совпадающие с пунктирными линиями, и направления этих векторов на рис. 3 и 4, совпадающие со сплошными линиями, соответствуют согласному включению обмоток со знаком "+" перед M . При этом отпадает необходимость в начертаниях типа рис. 1, a – 4, a, можно пользоваться только изображениями на рис. 1, b и c – 4, b и c.

Схемы замещения с идеальными трансформаторами показаны на рис. 1, d и e – 4, d и e. Обычно идеальные трансформаторы в схемах замещения применяются для анализа процессов в сложных гальванически развязанных схемах.

Направления векторов тока и напряжений в идеальных трансформаторах на рис. 1, d и e – 4, d и e должны совпадать с направлениями векторов тока и напряжения в электромагнитных схемах на рис. 1, a – 4, a и принципиальных схемах на рис. 1, b и c – 4, b и c. Поскольку в данном случае идеальные трансформаторы подключены к выходным клеммам схем замещения, то направления векторов токов и напряжений на этих клеммах должны совпадать с направлениями соответствующих векторов на первичной стороне электромагнитных и принципиальных схем.

В случае подключения к схемам замещения идеального трансформатора, при приведении в схемах замещения параметров первичной обмотки ко вторичной обмотке, происходит приведение не только параметров схемы замещения, но и направлений векторов токов и напряжений.

Электромеханики идеальные трансформаторы, как правило, не используют. Схемы замещения без идеальных трансформаторов показаны на рис. 5. Схемы замещения трансформаторов в этом случае одинаковы как для односторонних, так и для разнотипных обмоток (на схемах замещения точки условных начал обмоток не ставятся, так как обмоток как таковых здесь нет, а есть параметры схем замещения). Условно положительные направления векторов I_2 на рис. 5, совпадающие со сплошными линиями, соответствуют встречному включению обмоток на рис. 1 и 2, и согласному включению обмоток на рис. 3 и 4. Направления векторов I_2 на рис. 5, совпадающие с пунктирными линиями, соответствуют согласному включению обмоток на рис. 1 и 2, и встречному включению обмоток на рис. 3 и 4.

При переходе от электромагнитных и принципиальных схем к схемам замещения трансформатора должны сохраняться направления условно выбранных положительных направлений токов и напряжений на входе и выходе схем.

Надо сказать, что в литературе часто используется следующий прием. Когда рассматривается схема магнитно-связанных встречно включенных односторонних обмоток, показанная на рис. 6, b, то для упрощения графического начертания используют схему встречно включенных разнотипных обмоток, приве-

денную на рис. 6,а, условно заменяя правоходную обмотку на левоходную. Это не меняет сущности процессов. Уравнения остаются теми же, поэтому условно на схемах можно заменять правоходные обмотки на левоходные и наоборот, меняя лишь положение точек и упрощая графические начертания схем. Но нужно помнить, что при этом теряется информация об исходном трансформаторе и левоходные обмотки, на самом деле, могут оказаться правоходными и наоборот.

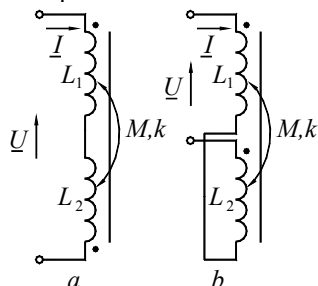


Рис. 6. Схемы магнитно-связанных встречно включенных обмоток.

Заметим, что при перемене выбранных условно-положительных направлений векторов токов и при различных сочетаниях левоходовых и правоходовых обмоток, уравнения по пересчету параметров электромагнитных и принципиальных схем и схем замещения трансформаторов остаются неизменными. Например, если изменить условно положительное направление вектора I_1 на противоположное, то приходим к зеркально отраженной схеме по отношению к одной из схем на рис. 1 – 4 и полностью ей идентичной. То же самое можно сказать о вариантах включения идеального трансформатора на входе схем замещения. Поэтому все эти варианты мы опускаем.

Для двухобмоточных трансформаторов, обмотки которых не имеют гальванических связей и только в одной из обмоток присутствует сторонний источник ЭДС, можно говорить лишь о условно согласном включении обмоток. Физически вторичные обмотки при выполнении вышеуказанных условий всегда включены встречно первичной обмотке и "согласное включение" существует только на уровне условно выбранных "условно положительных" направлений токов. В результате решения эти токи оказываются отрицательными (переворот фазы на 180 электрических градусов). Чтобы не получать решения в отрицательных величинах лучше всего в этом случае для обычных трансформаторов сразу выбирать условно положительные направления токов, соответствующие встречному включению обмоток. Сказанное не относится к частям вторичной обмотки, которые по тем или иным причинам могут соединяться между собой либо встречно, либо согласно.

Реальное согласное включение первичных и вторичных обмоток трансформатора может наблюдаться при наличии гальванических связей между обмотками или в случаях, когда в цепях нескольких обмоток имеются сторонние источники ЭДС, или когда оба эти фактора присутствуют вместе. В этих случаях уместнее говорить не о трансформаторах, а о многообмоточных

точных дросселях (реакторах) с магнитными и гальваническими связями между обмотками.

Гальванически связанные схемы замещения двух магнитно-связанных контуров, используемые во втором подходе, представляют собой простейшие пассивные четырехполюсники, которые могут быть Г-, Т-, П- и Х-образными [14]. Двухэлементные Г-образные четырехполюсники не могут передать всех свойств магнитно-связанных трехэлементных электромагнитных или принципиальных схем и используются, как будет показано ниже, только в некоторых частных случаях, а Х-образные (скрещенные) четырехполюсники не применяются в качестве схем замещения трансформаторов и мы их рассматривать не будем.

Известно, что для полной характеристики любого пассивного обратимого четырехполюсника достаточно иметь три независимых параметра [5]. Поэтому трехэлементные Т- и П-образные схемы замещения наилучшим образом подходят для описания процессов в трансформаторе. Здесь мы не рассматриваем более сложные схемы замещения, построенные с использованием принципов Черри [9, 10, 16, 23], элементы которых отражают состояние различных участков трансформатора.

Согласуем параметры электромагнитных и принципиальных схем и схем замещения трансформатора.

Т-ОБРАЗНЫЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

Обмотки одноступенчатые и включены встречно.

Этому случаю соответствуют рис. 1 с двумя левоходными обмотками и рис. 2 с двумя правоходными обмотками, и обозначением векторов Φ_2 , U_2 и I_2 сплошными линиями. Для электромагнитных схем на рис. 1,а и 2,а, и принципиальных схем, на рис. 1,б и с, и рис. 2,б и с, при одинаково выбранных положительных направлениях напряжений и токов, коэффициент трансформации положителен и равен: $k_{tr,phys} = w_1/w_2 \neq U_1/U_2 \neq I_2/I_1 > 0$.

На рис. 1,д и 2,д представлены гальванически связанные схемы замещения двух магнитно-связанных контуров – Т-образные схемы замещения двухобмоточных трансформаторов, которые эквивалентны схемам соответственно на рис. 1,а-с и 2,а-с. Причем для *полного соответствия* входов и выходов схем, к выходным клеммам схем замещения подсоединены идеальные трансформаторы, с коэффициентом трансформации, равным $k_{tr,IT} = U'_2/U_2 = I_2/I'_2 > 0$ [20]. Идеальные трансформаторы должны подключаться даже в случае коэффициента трансформации, равном 1.

На рис. 1,д и 2,д даны обозначения: L_μ – индуктивность цепи тока намагничивания; L_{s1} , L'_{s2} – индуктивности потоков рассеяния, относящиеся соответственно к первичной и вторичной обмоткам трансформатора, включающие в себя и индуктивности лобового рассеяния соответствующих обмоток. Здесь и далее, величины, обозначенные штрихами, приведены к первичной обмотке трансформатора: $L'_{s2} = (w_1/w_2)^2 L_{s2} = k_{tr}^2 L_{s2}$; I_μ – комплексное действующее значение тока намагничивания трансформатора; k_{tr} – коэффициент

трансформации для схем замещения равен $k_{tr} = w_1/w_2 = U'_2/U_2 = I_2/I'_2 \neq U_1/U_2 \neq I_2/I_1 > 0$, и $k_{tr,phys} = k_{tr}$, $k_{tr,IT} = k_{tr}$.

При принятых на рис. 1,d и 2,d положительных направлениях токов, имеем

$$I_{\mu} = I_1 - I'_2 = I_1 - I_2/k_{tr,phys} = I_1 - I_2/k_{tr}. \quad (2)$$

Активные сопротивления обмоток трансформатора рассматривать не будем, поскольку они могут быть вынесены за пределы схем. Также не будем учитывать активное сопротивление цепи тока намагничивания (потерями на вихревые токи в магнитопроводе трансформатора пренебрегаем).

Если рассматривать вход со стороны первичной обмотки трансформатора при разомкнутой вторичной обмотке и наоборот, то уравнения связи для индуктивностей, обеспечивающие эквивалентность схем замещения на рис. 1,d и 2,d схемам на рис. 1,a-c и 2,a-c, запишутся так [4, 19, 20]:

$$L_1 = L_{s1} + L_{\mu}; \quad (3)$$

$$L_2 = (L_{\mu} + L'_{s2})/k_{tr}^2. \quad (4)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,a-c и 2,a-c, и рис. 1,d и 2,d имеют вид:

$$U_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot I_{\mu}. \quad (5)$$

После преобразования, с учетом выражений (2) и (3), из уравнения (5) можно получить выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 1,a-c и 2,a-c и рис. 1,d и 2,d:

$$M = L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (6)$$

Обмотки одностипны и включены согласно.

Это схемы на рис. 1 с двумя левоходовыми обмотками и рис. 2 с двумя правоходовыми обмотками, и обозначением векторов $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 пунктирными линиями. Для схем на рис. 1,a-c и 2,a-c при одинаково выбранных положительных направлениях напряжений и токов, коэффициент трансформации положителен и равен $k_{tr,phys} = k_{tr}$. Коэффициент трансформации для идеального трансформатора $k_{tr,IT} = k_{tr}$.

T-образные схемы замещения на рис. 1,d и 2,d эквивалентны электромагнитным и принципиальным схемам соответственно на рис. 1,a-c и 2,a-c.

При принятых на рис. 1,d и 2,d положительных направлениях токов:

$$I_{\mu} = I_1 - I'_2 = I_1 + I_2/k_{tr,phys} = I_1 + I_2/k_{tr}. \quad (7)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,a-c и 2,a-c, и рис. 1,d и 2,d будут иметь вид:

$$U_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot I_{\mu}. \quad (8)$$

После преобразования, с учетом выражений (7) и (3), из уравнения (8) получим выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 1,a-c и 2,a-c, и рис. 1,d и 2,d:

$$M = L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (9)$$

Обмотки разнотипны и включены встречно.

Им соответствуют схемы на рис. 3 с левоходовой и правоходовой обмотками, и рис. 4 с правоходовой и левоходовой обмотками, и обозначением векторов $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 пунктирными линиями. Для схем на рис. 3,a-c и 4,a-c, при одинаково выбранных положительных направлениях напряжений и токов, коэффициент трансформации отрицателен и равен $k_{tr,phys} = -k_{tr}$. Коэффициентом трансформации для идеального трансформатора $k_{tr,IT} = -k_{tr}$.

T-образные схемы замещения на рис. 3,d и 4,d эквивалентны электромагнитным и принципиальным схемам соответственно на рис. 3,a-c и 4,a-c.

При принятых на рис. 3,d и 4,d положительных направлениях токов:

$$I_{\mu} = I_1 - I'_2 = I_1 + I_2/k_{tr,phys} = I_1 - I_2/k_{tr}. \quad (10)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 3,a-c и 4,a-c, и рис. 3,d и 4,d будут иметь вид:

$$U_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot I_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot I_{\mu}. \quad (11)$$

После преобразования, с учетом выражений (10) и (3), из уравнения (11) получим выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 3,a-c и 4,a-c:

$$M = -L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (12)$$

Обмотки разнотипны и включены согласно.

Этому случаю соответствуют рис. 3 с левоходовой и правоходовой обмотками, и рис. 4 с правоходовой и левоходовой обмотками, и обозначением векторов $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 сплошными линиями. Для схем на рис. 3,a-c и 4,a-c, при одинаково выбранных положительных направлениях напряжений и токов, коэффициент трансформации отрицателен и равен $k_{tr,phys} = -k_{tr}$. Коэффициентом трансформации для идеального трансформатора $k_{tr,IT} = -k_{tr}$.

T-образные схемы замещения на рис. 3,d и 4,d эквивалентны электромагнитным и принципиальным схемам соответственно на рис. 3,a-c и 4,a-c.

При принятых на рис. 3,d и 4,d положительных направлениях токов:

$$I_{\mu} = I_1 - I'_2 = I_1 - I_2/k_{tr,phys} = I_1 + I_2/k_{tr}. \quad (13)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 3,a-c и 4,a-c будут иметь вид:

$$U_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot M \cdot I_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot I_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot I_{\mu}. \quad (14)$$

После преобразования, с учетом выражений (13) и (3), из уравнения (14) получим выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 3,a-c и 4,a-c:

$$M = -L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (15)$$

Из формул (6), (9), (12) и (15) видно, что не зависимо от того, какой тип обмоток используется в трансформаторе, величина M всегда остается положительной.

При использовании выражений (1), (6) и (3), (4) коэффициент связи можно рассчитать по формуле [4]:

$$k = \frac{L_{\mu}}{k_{tr} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}} = \frac{L_{\mu}}{\sqrt{(L_{s1} + L_{\mu}) \cdot (L_{\mu} + L'_{s2})}}. \quad (16)$$

Уравнения (3), (4), (15) и (16) служат для выражения параметров электромагнитным и принципиальным схем трансформатора, изображенных на рис. 1,a-c – 4,a-c, через параметры T-образных схем замещения трансформатора, показанных на рис. 1,d – 4,d.

Из формулы (6) и (1) следует, что индуктивность L_{μ} равна

$$L_{\mu} = k_{tr} \cdot M = k_{tr} \cdot k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (17)$$

Используя формулу (3), с учетом уравнения (17), получим выражение индуктивности L_{s1} :

$$L_{s1} = L_1 - k_{tr} \cdot M = L_1 - k_{tr} \cdot k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (18)$$

Применяя формулу (4), с учетом выражения (17), получим выражение индуктивности L'_{s2} :

$$L'_{s2} = k_{tr}^2 \cdot L_2 - k_{tr} \cdot M = k_{tr}^2 \cdot L_2 - k_{tr} \cdot k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (19)$$

Уравнения (17) – (19) необходимо применять для выражения параметров Т-образных схем замещения трансформатора, показанных на рис. 1, *d* – 4, *d*, через параметры электромагнитных и принципиальных схем трансформатора, изображенных на рис. 1, *a-c* – 4, *a-c*.

Отметим, что существует один общий поток рассеяния между обмотками и разделить его на две части, которым бы соответствовали индуктивности рассеяния L_{s1} и L'_{s2} , на основании физических соображений невозможно [12]. Но когда из опыта известны параметры L_1 , L_2 , k и M , то такое разделение с помощью уравнений (18) и (19) производится однозначно.

На практике часто используют Г-образную схему замещения трансформатора без достаточного на то основания. Из анализа уравнений (18) следует, что в частном случае, когда безразмерный комплекс

$$\pi_1 = \frac{L_1}{k_{tr} \cdot M} = \frac{1}{k_{tr} \cdot k} \cdot \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = 1, \quad (20)$$

величина $L_{s1} = 0$ и Т-образная схема вырождается в Г-образную схему замещения. При этом $L_{\mu} = L_1$ и $L'_{s2} = (1/k^2 - 1) \cdot L_1$. И только при этих условиях использование Г-образной схемы замещения корректно.

Аналогично, из уравнений (19) вытекает, что в частном случае, когда безразмерный комплекс

$$\pi_2 = \frac{k_{tr} \cdot L_2}{M} = \frac{k_{tr}}{k} \cdot \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 1, \quad (21)$$

величина $L'_{s2} = 0$ и Т-образная схема вырождается в зеркально отраженную Г-образную схему замещения. При этом $L_{\mu} = k^2 L_1$ и $L_{s1} = (1 - k^2) L_1$. И только в этом случае корректно использование зеркально отраженной Г-образной схемы замещения.

По определению [20], совершенным трансформатором называется трансформатор с коэффициентом связи $k = 1$. Для совершенного трансформатора $k_{tr} = w_1/w_2 = U_1/U_2 \neq I_2/I_1$. Из уравнений (20) и (21) следует, что при $k = 1$ выполняются условие $\pi_1 = \pi_2 = 1$ и условие $L_{s1} = L'_{s2} = 0$, соответствующее совершенному трансформатору. В этом случае $k_{tr} = \sqrt{L_1/L_2}$ и $L_{\mu} = L_1 = k_{tr}^2 \cdot L_2$. При реализации этого способа можно только приближаться к совершенному трансформатору, так как создать трансформатор вообще без магнитных потоков рассеяния невозможно.

Но это не единственный способ получения совершенного трансформатора. Приравняв в уравнении (16) правую часть единице, после преобразований, помимо решения $L_{s1} = L'_{s2} = 0$, получим более общее решение [5]:

$$L'_{s2} = -\frac{1}{k_{tr}^2} \cdot \frac{L_{s1} \cdot L_{\mu}}{L_{s1} + L_{\mu}}, \quad (22)$$

реализующее совершенный трансформатор схемой замещения, в которой один из элементов L_{s1} или L'_{s2} отрицателен. Такие трансформаторы находят применение в синтезе фильтров по методу Бруне [4, 5, 22] и легко реализуются, так как физическая система содержит только положительные параметры L_1 , L_2 и $M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$. Однако, для реализации такого транс-

форматора, помимо магнитных связей между обмотками, требуется еще и гальваническая связь [5]. Только в этом случае, когда обмотки принадлежат разным гальванически и магнитно-связанным токовым контурам, поток рассеяния одной из обмоток может уменьшать поток рассеяния другой обмотки и ее индуктивность рассеяния может условно считаться отрицательной.

Вообще, если $\pi_1 < 1$, то величина $L_{s1} < 0$, если $\pi_2 < 1$, то $L'_{s2} < 0$. И лишь при $\pi_1 > 1$ и $\pi_2 > 1$, все три индуктивности Т-образной схемы замещения положительны. Этот последний случай и наблюдается в обычных трансформаторах, в которых обмотки не имеют между собой специальных гальванических связей. Более детальное рассмотрение показывает, что в автотрансформаторах силовых электрических сетей все индуктивности схемы замещения также положительны. Но при использовании автотрансформаторного соединения обмоток многообмоточных дросселей различных многоконтурных фильтров в схеме замещения могут появляться отрицательные индуктивности. Однако этот вопрос выходит за рамки статьи.

П-ОБРАЗНЫЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ С ИДЕАЛЬНЫМ ТРАНСФОРМАТОРОМ

Рассмотрим другие гальванически связанные схемы замещения двух магнитно-связанных контуров – П-образные схемы замещения двухобмоточного трансформатора, представленные на рис. 1, *e* – 4, *e* [16]. Они так же эквивалентны схемам на рис. 1, *a-c* и 4, *a-c*. На рис. 1, *e* – 4, *e* даны обозначения: L_s – полная индуктивность рассеяния трансформатора; L_s – комплексное действующее значение тока в цепи с индуктивностью L_s ; $L_{\mu 1}$, $L_{\mu 1}$ – комплексные действующие значения тока намагничивания трансформатора, относящиеся соответственно к участкам с первичной и вторичной обмотками [16]; $L_{\mu 1}$, $L_{\mu 2}$ – индуктивности соответствующих ветвей тока намагничивания.

Если рассматривать вход со стороны первичной обмотки трансформатора при разомкнутой вторичной обмотке и наоборот, то уравнения связи для индуктивностей, обеспечивающие эквивалентность схем замещения на рис. 1, *e* – 4, *e*, схемам, представленным на рис. 1, *a-c* – 4, *a-c*, будут иметь вид:

$$L_1 = \frac{L_{\mu 1} \cdot (L_s + L_{\mu 2})}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}, \quad (23)$$

$$L_2 = \frac{1}{k_{tr}^2} \cdot \frac{L_{\mu 2} \cdot (L_{\mu 1} + L_s)}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (24)$$

Обмотки однотипны и включены встречно.

Вектора $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$, $k_{tr,IT} = k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1, *a-c* и 2, *a-c*, и рис. 1, *e* и 2, *e* будут выглядеть так:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = j\omega L_{\mu 1} \underline{I}_{\mu 1} = j\omega L_s \underline{I}_s + j\omega L_{\mu 2} \underline{I}_{\mu 2}. \quad (25)$$

Ток \underline{I}_s можно определить по формулам:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2 / k_{tr,phys} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2 / k_{tr}, \quad (26)$$

откуда ток $\underline{I}_{\mu 2}$ равен:

$$\underline{I}_{\mu 2} = \underline{I}_1 - \underline{I}'_2 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 / k_{tr,phys} - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2 / k_{tr} - \underline{I}_{\mu 1}. \quad (27)$$

Таблица 1

Расчет параметров L_1, M, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с через параметры		
L_1, k, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	L_{s1}, L_{μ}, L'_{s2} Т-образных схем замещения на рис. 1,д – 4,д и рис. 5,а	$L_{\mu1}, L_s, L_{\mu2}$ П-образных схем замещения на рис. 1,е – 4,е и рис. 5,б
$L_1 = L_1$	$L_1 = L_{s1} + L_{\mu}$	$L_1 = \frac{L_{\mu1} \cdot (L_s + L_{\mu2})}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$
$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$	$M = \frac{L_{\mu}}{k_{tr}}$	$M = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu1} \cdot L_{\mu2}}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$
$L_2 = L_2$	$L_2 = \frac{L_{\mu} + L'_{s2}}{k_{tr}^2}$	$L_2 = \frac{1}{k_{tr}^2} \cdot \frac{L_{\mu2} \cdot (L_{\mu1} + L_s)}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$

Таблица 2

Расчет параметров L_1, k, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с через параметры		
L_1, M, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	L_{s1}, L_{μ}, L'_{s2} Т-образных схем замещения на рис. 1,д – 4,д и рис. 5,а	$L_{\mu1}, L_s, L_{\mu2}$ П-образных схем замещения на рис. 1,е – 4,е и рис. 5,б
$L_1 = L_1$	$L_1 = L_{s1} + L_{\mu}$	$L_1 = \frac{L_{\mu1} \cdot (L_s + L_{\mu2})}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$
$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$	$k = \frac{L_{\mu}}{\sqrt{(L_{s1} + L_{\mu}) \cdot (L_{\mu} + L'_{s2})}}$	$k = \sqrt{\frac{L_{\mu1} \cdot L_{\mu2}}{(L_{\mu1} + L_s) \cdot (L_s + L_{\mu2})}}$
$L_2 = L_2$	$L_2 = \frac{L_{\mu} + L'_{s2}}{k_{tr}^2}$	$L_2 = \frac{1}{k_{tr}^2} \cdot \frac{L_{\mu2} \cdot (L_{\mu1} + L_s)}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$

Таблица 3

Расчет параметров L_{s1}, L_{μ}, L'_{s2} Т-образных схем замещения на рис. 1,д – 4,д и рис. 5,а через параметры		
L_1, M, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	L_1, k, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	$L_{\mu1}, L_s, L_{\mu2}$ П-образных схем замещения на рис. 1,е – 4,е и рис. 5,б
$L_{s1} = L_1 - k_{tr}M$	$L_{s1} = L_1 - k_{tr}k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$	$L_{s1} = \frac{L_{\mu1} \cdot L_s}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$
$L_{\mu} = k_{tr}M$	$L_{\mu} = k_{tr}k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$	$L_{\mu} = \frac{L_{\mu1} \cdot L_{\mu2}}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$
$L'_{s2} = k_{tr}^2 L_2 - k_{tr}M$	$L'_{s2} = k_{tr}^2 L_2 - k_{tr}k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$	$L'_{s2} = \frac{L_s \cdot L_{\mu2}}{L_{\mu1} + L_s + L_{\mu2}}$

Таблица 4

Расчет параметров $L_{\mu1}, L_s, L_{\mu2}$ П-образных схем замещения на рис. 1,е – 4,е и рис. 5,б через параметры		
L_1, M, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	L_1, k, L_2 электромагнитных схем на рис. 1,а – 4,а и принципиальных схем на рис. 1,б и с – 4,б и с	L_{s1}, L_{μ}, L'_{s2} Т-образных схем замещения на рис. 1,д – 4,д и рис. 5,а
$L_{\mu1} = k_{tr} \cdot \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{k_{tr} \cdot L_2 - M}$	$L_{\mu1} = k_{tr} \cdot (1 - k^2) \cdot \frac{L_1 \cdot L_2}{k_{tr} \cdot L_2 - k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}}$	$L_{\mu1} = L_{s1} + L_{\mu} + \frac{L_{s1} \cdot L_{\mu}}{L'_{s2}}$
$L_s = k_{tr} \cdot \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{M}$	$L_s = k_{tr} \cdot \frac{1 - k^2}{k} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$	$L_s = L_{s1} + L'_{s2} + \frac{L_{s1} \cdot L'_{s2}}{L_{\mu}}$
$L_{\mu2} = k_{tr}^2 \cdot \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{L_1 - k_{tr} \cdot M}$	$L_{\mu2} = k_{tr}^2 \cdot (1 - k^2) \cdot \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 - k_{tr} \cdot k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}}$	$L_{\mu2} = L_{\mu} + L'_{s2} + \frac{L_{\mu} \cdot L'_{s2}}{L_{s1}}$

Используя третью и четвертую части уравнения (25), и вторые части уравнений (26) и (27), преобразовав, получим ток $I_{\mu 1}$:

$$I_{\mu 1} = I_1 \cdot \frac{L_s + L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} - I'_2 \cdot \frac{L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (28)$$

Подставляя формулу (28) во вторые части уравнений (27) и (26), найдем токи $I_{\mu 2}$ и I_s :

$$I_{\mu 2} = I_1 \cdot \frac{L_{\mu 1}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} - I'_2 \cdot \frac{L_{\mu 1} + L_s}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}; \quad (29)$$

$$I_s = I_1 \cdot \frac{L_{\mu 1}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} + I'_2 \cdot \frac{L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (30)$$

Используя вторую и третью части уравнения (25), формулы (28) и (23), и то, что ток $I'_2 = I_2/k_{tr,phys} = I_2/k_{tr}$, преобразовав, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = \frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (31)$$

С учетом выражений (1), (23), (24) и (31) коэффициент связи можно рассчитать по формуле:

$$k = \sqrt{\frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{(L_{\mu 1} + L_s) \cdot (L_s + L_{\mu 2})}}. \quad (32)$$

Уравнения (23), (24), (31) и (32) служат для выражения параметров схем трансформатора, изображенных на рис. 1,а-с и 2,а-с, через параметры П-образных схем замещения трансформатора, показанных на рис. 1,е и 2,е.

Обмотки одностипны и включены согласно.

Вектора $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$, $k_{tr,IT} = k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 1,е и 2,е запишутся в виде:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = j\omega L_{\mu 1} I_{\mu 1} = j\omega L_s I_s + j\omega L_{\mu 2} I_{\mu 2}. \quad (33)$$

Ток I_s определяется по формулам:

$$I_s = I_1 - I_{\mu 1} = I_{\mu 2} + I'_2 = I_{\mu 2} - I_2/k_{tr,phys} = I_{\mu 2} - I_2/k_{tr}, \quad (34)$$

где ток $I'_2 = -I_2/k_{tr,phys} = -I_2/k_{tr}$.

Проделив аналогичные преобразования, как и для случая, рассмотренного выше, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = \frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (35)$$

Обмотки разнотипны и включены встречно.

Вектора $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$, $k_{tr,IT} = -k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 3,а-с и 4,а-с, и рис. 3,е и 4,е запишутся в виде:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 = j\omega L_{\mu 1} I_{\mu 1} = j\omega L_s I_s + j\omega L_{\mu 2} I_{\mu 2}. \quad (36)$$

Ток I_s определяется по формулам:

$$I_s = I_1 - I_{\mu 1} = I_{\mu 2} + I'_2 = I_{\mu 2} - I_2/k_{tr,phys} = I_{\mu 2} + I_2/k_{tr}. \quad (37)$$

Здесь ток $I'_2 = -I_2/k_{tr,phys} = I_2/k_{tr}$.

Проделив аналогичные преобразования, как и для предыдущих случаев, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = -\frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (38)$$

Обмотки разнотипны и включены согласно.

Вектора $\underline{\Phi}_2$, \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$, $k_{tr,IT} = -k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 3,а-с и 4,а-с, и рис. 3,е и 4,е запишутся так:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = j\omega L_{\mu 1} I_{\mu 1} = j\omega L_s I_s + j\omega L_{\mu 2} I_{\mu 2}. \quad (39)$$

Ток I_s определяется по формулам:

$$I_s = I_1 - I_{\mu 1} = I_{\mu 2} + I'_2 = I_{\mu 2} + I_2/k_{tr,phys} = I_{\mu 2} - I_2/k_{tr}, \quad (40)$$

где ток $I'_2 = I_2/k_{tr,phys} = -I_2/k_{tr}$.

Проделив аналогичные преобразования, взаимная индуктивности обмоток M будет равна:

$$M = -\frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} \quad (41)$$

Разделив уравнения (24) и (23) на уравнение (31), получим выражения для нахождения $L_{\mu 1}$ и $L_{\mu 2}$:

$$L_{\mu 1} = L_s \cdot \frac{M}{k_{tr} \cdot L_2 - M}; \quad (42)$$

$$L_{\mu 2} = L_s \cdot \frac{k_{tr} \cdot M}{L_1 - k_{tr} \cdot M}. \quad (43)$$

Подставляя выражения (42) и (43) в формулу (31) и используя уравнение (1), найдем индуктивность L_s :

$$L_s = k_{tr} \cdot \frac{L_1 \cdot L_2 - M^2}{M} = k_{tr} \cdot \frac{1 - k^2}{k} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}. \quad (44)$$

Подставляя формулу (44) в выражения (42) и (43) и используя уравнение (1), запишем значения индуктивностей $L_{\mu 1}$ и $L_{\mu 2}$ в виде

$$L_{\mu 1} = k_{tr} \frac{L_1 L_2 - M^2}{k_{tr} L_2 - M} = k_{tr} (1 - k^2) \frac{L_1 \cdot L_2}{k_{tr} L_2 - k \sqrt{L_1 L_2}}; \quad (45)$$

$$L_{\mu 2} = k_{tr}^2 \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - k_{tr} M} = k_{tr}^2 (1 - k^2) \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 - k_{tr} k \sqrt{L_1 L_2}}. \quad (46)$$

Токи в П-образной схеме замещения трансформатора могут быть найдены по формулам:

$$I_{\mu 1} = \frac{\underline{U}_1}{\omega \cdot L_{\mu 1}}; \quad I_{\mu 2} = \frac{k_{tr} \cdot \underline{U}_2}{\omega \cdot L_{\mu 2}}; \quad I_s = I_1 - \frac{\underline{U}_1}{\omega \cdot L_{\mu 1}}. \quad (47)$$

Формулы (44) – (46) используются для выражения параметров П-образных схем замещения трансформатора, показанных на рис. 1,д – 4,д, через параметры схем трансформатора, представленных на рис. 1,а-с – 4,а-с.

Из анализа уравнения (42) следует, что в частном случае, когда безразмерный комплекс $\pi_2 = 1$, то величина $L_{\mu 1} = \infty$ и П-образная схема замещения вырождается в Г-образную схему замещения. При этом $L_s = (1 - k^2)L_1$ и для данных условий использование Г-образной схемы замещения корректно.

Аналогично, из уравнения (43) вытекает, что в частном случае, когда безразмерный комплекс $\pi_1 = 1$, то величина $L_{\mu 2} = \infty$ и П-образная схема замещения вырождается в зеркально отраженную Г-образную схему замещения. При этом индуктивность $L_s = (1/k^2 - 1) \cdot L_1$ и при данных условиях корректно использование зеркально отраженной Г-образной схемы замещения.

При условии $k = 1$, соответствующему совершенному трансформатору, из уравнения (44) получаем $L_s = 0$. При этом $k_{tr} = \sqrt{L_1/L_2}$, $L_{\mu 1}$ и $L_{\mu 2}$ включены параллельно, а формулы (45) и (46) для определения $L_{\mu 1}$ и $L_{\mu 2}$ содержат неопределенность вида $0/0$. Предельный переход в этом случае дает $L_{\mu 1} = L_{\mu 2} = 2L_1 = 2k_{tr}^2 L_2$.

Другой способ получения совершенного трансформатора заключается в следующем. Приравняем в уравнении (32) правую часть единице и после преобразований получим более общее решение $L_s(L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}) = 0$, откуда следует, что $L_s = 0$ является только одним из решений и его реализовать на практике трудно, к нему можно лишь приближаться. Второе решение дает для совершенного трансформатора схему замещения, в которой $L_s = -(L_{\mu 1} + L_{\mu 2})$, что возможно только при $L_{\mu 1} + L_{\mu 2} < 0$, так как L_s является мерой суммарных потоков рассеяния и не может быть отрицательной величиной (см. уравнение (44)). Этот случай наблюдается при $\pi_1 < 1$ или $\pi_2 < 1$ и является некоторым аналогом синтезу по методу Бруне при замене "звезды" на "треугольник".

Исследование схем замещения с $L_{\mu 1} + L_{\mu 2} < 0$ является самостоятельной задачей и выходит за рамки этой статьи.

Отметим, что П-образная схема замещения трансформатора предпочтительней Т-образной схемы замещения, поскольку ее элементам можно придать физический смысл. В ней не требуется разделять единую индуктивность потоков рассеяния L_s на две искусственные составляющие, расщепление ветви намагничивания имеет физическое обоснование (каждая ветвь соответствует определенному участку магнитопровода) и она более полно отражает процессы, происходящие в трансформаторе [5, 9, 10, 16, 23].

Связь между параметрами Т- и П-образных схем замещения определяется известными формулами преобразования "звезды" в "треугольник" [14].

Таким образом, могут быть получены все уравнения связи между параметрами электромагнитной и принципиальных схем, и схем замещения двухобмоточного трансформатора. Сводка всех формул преобразования параметров одних схем в параметры других схем для реальных трансформаторов при $0 < k < 1$ приведена в табл. 1 – 4.

Из формул в таблицах следует, что часто используемые приближения, когда индуктивности рассеяния принимаются равными $L_{s1} = L'_{s2} = L_s/2$, или когда индуктивности цепей тока намагничивания принимаются равными $L_{\mu 1} = L_{\mu 2} = 2L_{\mu}$, являются весьма приближенными и их можно использовать только тогда, когда L_{s1} , L'_{s2} и L_s во много раз меньше $L_{\mu 1}$, $L_{\mu 2}$ и L_{μ} . И только при выполнении этого условия формулы (16) и (32) для расчета коэффициента связи могут быть записаны в виде:

$$k = 2L_{\mu}/(2L_{\mu} + L_s). \quad (48)$$

Т-ОБРАЗНЫЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ БЕЗ ИДЕАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Если схемы замещения не содержат идеальный трансформатор, то направления векторов тока и

напряжения на входе и выходе схем замещения должны совпадать с направлениями векторов тока и напряжения на входе и выходе электромагнитных и принципиальных схем.

Обмотки одноступенчатые и включены встречно.

Этому случаю соответствуют рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а. Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$.

При принятых на рис. 5,а положительных направлениях токов, имеем:

$$\underline{I}_{\mu} = \underline{I}_1 - \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2/k_{tr}. \quad (49)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а принимают вид:

$$\underline{U}_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \underline{I}_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot \underline{I}_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot \underline{I}_{\mu}. \quad (50)$$

После преобразования, с учетом выражений (49) и (3), из уравнения (50) можно получить выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а:

$$M = L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (51)$$

Обмотки одноступенчатые и включены согласно.

Этому случаю соответствуют рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а. Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$.

При принятых на рис. 5,а положительных направлениях токов

$$\underline{I}_{\mu} = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2/k_{tr}. \quad (52)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а имеют вид:

$$\underline{U}_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot M \cdot \underline{I}_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot \underline{I}_{\mu}. \quad (53)$$

После преобразования, с учетом выражений (52) и (3), из уравнения (53) получим выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а:

$$M = L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (54)$$

Обмотки разнотипные и включены встречно.

Этому случаю соответствуют рис. 3,а-с и 4,а-с, и рис. 5,а. Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$.

При принятых на рис. 5,а положительных направлениях токов, имеем:

$$\underline{I}_{\mu} = \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2/k_{tr}. \quad (55)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а примут вид:

$$\underline{U}_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \underline{I}_1 - j \cdot \omega \cdot M \cdot \underline{I}_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot \underline{I}_{\mu}. \quad (56)$$

После преобразования, с учетом выражений (55) и (3), из уравнения (56) определим выражение для взаимной индуктивности обмоток на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а:

$$M = -L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (57)$$

Обмотки разнотипные и включены согласно.

Этому случаю соответствуют рис. 3,а-с и 4,а-с, и рис. 5,а. Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$.

При принятых на рис. 5,а положительных направлениях токов

$$\underline{I}_{\mu} = \underline{I}_1 - \underline{I}'_2 = \underline{I}_1 - \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2/k_{tr}. \quad (58)$$

Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а имеют вид:

$$\underline{U}_1 = j \cdot \omega \cdot L_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot M \cdot \underline{I}_2 = j \cdot \omega \cdot L_{s1} \cdot \underline{I}_1 + j \cdot \omega \cdot L_{\mu} \cdot \underline{I}_{\mu}. \quad (59)$$

После преобразования, с учетом выражений (58) и (3), из уравнения (59) получим выражение для вза-

имной индуктивности обмоток на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,а:

$$M = -L_{\mu}/k_{tr,phys} = L_{\mu}/k_{tr}. \quad (60)$$

Таким образом, величина M также остается положительной.

П-ОБРАЗНЫЕ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ БЕЗ ИДЕАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Обмотки однотипны и включены встречно.

Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,б будут выглядеть так:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = j\omega L_{\mu 1} \underline{I}_{\mu 1} = j\omega L_s \underline{I}_s + j\omega L_{\mu 2} \underline{I}_{\mu 2}. \quad (61)$$

Ток \underline{I}_s можно определить по формулам:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2/k_{tr}, \quad (62)$$

где ток $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_2/k_{tr}$.

Проделав аналогичные преобразования, как и для случая схемы замещения с идеальным трансформатором, когда обмотки однотипны и включены согласно, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = \frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (63)$$

Обмотки однотипны и включены согласно.

Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,б запишутся в виде:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = j\omega L_{\mu 1} \underline{I}_{\mu 1} = j\omega L_s \underline{I}_s + j\omega L_{\mu 2} \underline{I}_{\mu 2}. \quad (64)$$

Ток \underline{I}_s можно определить по формулам:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}'_2 = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}_2/k_{tr}. \quad (65)$$

Здесь ток $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_2/k_{tr}$.

Проделав аналогичные преобразования, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = \frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (66)$$

Обмотки разнотипны и включены встречно.

Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены пунктирными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,б имеют вид:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = j\omega L_{\mu 1} \underline{I}_{\mu 1} = j\omega L_s \underline{I}_s + j\omega L_{\mu 2} \underline{I}_{\mu 2}. \quad (67)$$

Ток \underline{I}_s можно определить по формулам:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}'_2 = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2/k_{tr}, \quad (68)$$

где ток $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2/k_{tr,phys} = -\underline{I}_2/k_{tr}$.

Проделав такие же преобразования, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = -\frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (69)$$

Обмотки разнотипны и включены согласно.

Вектора Φ_2 , \underline{U}_2 и \underline{I}_2 обозначены сплошными линиями. Коэффициенты трансформации $k_{tr,phys} = -k_{tr}$. Уравнения Кирхгофа для падений напряжения в схемах на рис. 1,а-с и 2,а-с, и рис. 5,б будут выглядеть так:

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega M \underline{I}_2 = j\omega L_{\mu 1} \underline{I}_{\mu 1} = j\omega L_s \underline{I}_s + j\omega L_{\mu 2} \underline{I}_{\mu 2}. \quad (70)$$

Ток \underline{I}_s можно определить по формулам:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_1 - \underline{I}_{\mu 1} = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{\mu 2} + \underline{I}_2/k_{tr,phys} = \underline{I}_{\mu 2} - \underline{I}_2/k_{tr}, \quad (71)$$

где ток $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2/k_{tr,phys} = -\underline{I}_2/k_{tr}$.

Проделав аналогичные преобразования, получим выражение для взаимной индуктивности обмоток M :

$$M = -\frac{1}{k_{tr,phys}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}} = \frac{1}{k_{tr}} \cdot \frac{L_{\mu 1} \cdot L_{\mu 2}}{L_{\mu 1} + L_s + L_{\mu 2}}. \quad (72)$$

Здесь величина M также остается положительной.

УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ ОБМОТКАМИ РАЗНЫХ ФАЗ ТРЕХФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

В трехфазном трансформаторе уравнения связи между параметрами первичной и вторичной обмоток каждой фазы остаются такими же, как и для однофазного трансформатора. Рассмотрим уравнения связи между обмотками разных фаз трехфазного трансформатора при первом и втором подходах.

Для простоты изложения, примем допущение, что схема соединения первичных и вторичных обмоток "звезда" – "звезда" и параметры обмоток разных фаз трансформатора одинаковы. Это строго соблюдается только в симметричных пространственных конструкциях магнитопроводов трансформаторов. В традиционных же конструкциях трансформаторов, см. рис. 7, параметры обмоток на крайних стержнях и параметры обмоток на центральном стержне несколько отличны друг от друга.

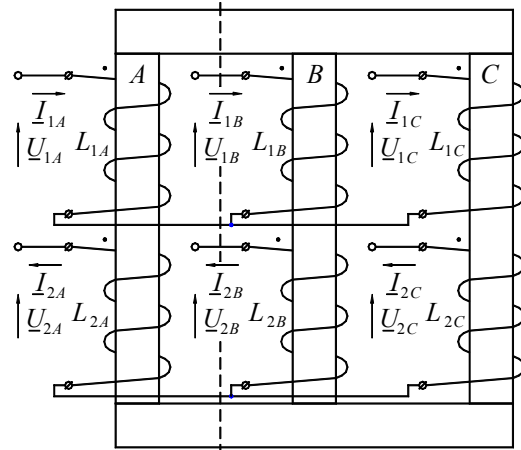


Рис. 7. Трехфазный трансформатор.

Первый подход. Запишем уравнения Кирхгофа для токов, протекающих в первичных \underline{I}_{1A} , \underline{I}_{1B} , \underline{I}_{1C} и вторичных \underline{I}'_{2A} , \underline{I}'_{2B} , \underline{I}'_{2C} обмотках фаз A , B и C :

$$\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{1B} + \underline{I}_{1C} = 0; \quad (73)$$

$$\underline{I}'_{2A} + \underline{I}'_{2B} + \underline{I}'_{2C} = 0. \quad (74)$$

Вычитая почленно уравнение (74) из уравнения (73), получим уравнение для токов намагничивания этих фаз $\underline{I}_{\mu A}$, $\underline{I}_{\mu B}$, $\underline{I}_{\mu C}$:

$$\underline{I}_{\mu A} + \underline{I}_{\mu B} + \underline{I}_{\mu C} = 0. \quad (75)$$

В режиме холостого хода трансформатора токи

$$\underline{I}_{1A} = \underline{I}_{\mu A}; \quad \underline{I}_{1B} = \underline{I}_{\mu B}; \quad \underline{I}_{1C} = \underline{I}_{\mu C}; \quad (76)$$

$$\underline{I}'_{2A} = \underline{I}'_{2B} = \underline{I}'_{2C} = 0 \quad (77)$$

и уравнение Кирхгофа для напряжения фазы A в режиме холостого хода будет выглядеть так:

$$\underline{U}_{1A} = j\omega L_{1A(1)} \underline{I}_{\mu A} - j\omega M_{1AB(1)} \underline{I}_{\mu B} - j\omega M_{1AC(1)} \underline{I}_{\mu C}, \quad (78)$$

где \underline{U}_{1A} – питающее напряжение первичной обмотки трансформатора фазы A ; $L_{1A(1)}$ – индуктивность первичной обмотки фазы A , измеряемая при подключении к сети только этой обмотки при разомкнутых всех

остальных обмотках всех фаз; M_{1AB} , M_{1AC} – взаимные индуктивности первичных обмоток фаз AB и AC .

Если в первом приближении принять, что $M_{1AB} \approx M_{1AC} = M_{1ph-ph}$ для всех пар первичных обмоток (здесь M_{1ph-ph} – взаимная индуктивность между первичными обмотками двух фаз), а из уравнения (75) выразить ток $I_{\mu A} = -(I_{\mu B} + I_{\mu C})$, то уравнение (78) можно представить в виде:

$$\underline{U}_{1A} \approx j\omega(L_{1A(I)} + M_{1ph-ph})I_{\mu A}. \quad (79)$$

Второй подход. Данный подход используют электромеханики, сводя расчет трехфазного трансформатора к расчету однофазного. Они исходят из того, что если в трехфазном трансформаторе отсечь две фазы и замкнуть образовавшийся однофазный магнитопровод магнитным шунтом с нулевым магнитным сопротивлением, по месту пунктирной линии на рис. 3, то электромагнитные процессы в оставшейся фазе не изменятся. Это, безусловно, справедливо для магнитно-уравновешенных ненасыщенных магнитопроводов трансформаторов, так как в этом случае разность магнитных потенциалов между точками сопряжения магнитопроводов фаз равна нулю.

При данном подходе индуктивность обмотки фазы с одним участком магнитопровода $L_{1A(II)}$ для симметричного трехфазного трансформатора в полтора раза больше, чем индуктивность $L_{1A(I)}$, определяемая при первом подходе для всего магнитопровода с двумя участками, включенными параллельно (части магнитопровода фаз B и C), и включенным последовательно с ними третьим участком (часть магнитопровода фазы A). Для несимметричных трансформаторов это соотношение выполняется приближенно.

Индуктивность первичной обмотки фазы при втором подходе равна:

$$L_{1A(II)} = 1,5L_{1A(I)}, \quad (80)$$

а напряжение \underline{U}_{1A} в режиме холостого хода при втором подходе определяется из выражения:

$$\underline{U}_{1A} = j\omega L_{1A(II)}I_{\mu A} \approx 1,5j\omega L_{1A(I)}I_{\mu A}. \quad (81)$$

Приравняв выражения (79) и (81) получим, что оба подхода дают одинаковый результат при

$$M_{1ph-ph} \approx 0,5L_{1A(I)}. \quad (82)$$

Если индуктивности в первом подходе $L_{1A(I)} \approx L_{1B(I)} \approx L_{1C(I)} = L_{1ph-ph(I)}$, то взаимная индуктивность между первичными обмотками двух фаз

$$M_{1ph-ph} \approx 0,5L_{1ph-ph(I)}. \quad (83)$$

Формулы (1), (82) и (83) позволяют найти коэффициент связи между первичными обмотками фаз A и B :

$$\begin{aligned} k_{1AB} &\approx \frac{M_{1ph-ph}}{\sqrt{L_{1A(I)}L_{1B(I)}}} = \frac{M_{1ph-ph}}{\sqrt{L_{1ph-ph(I)}^2}} = \\ &= \frac{0,5L_{1ph-ph(I)}}{L_{1ph-ph(I)}} = 0,5. \end{aligned} \quad (84)$$

Если $k_{1AB} \approx k_{1AC} \approx k_{1BC} = k_{1ph-ph}$, то коэффициент связи между первичными обмотками фаз будет равен:

$$k_{1ph-ph} \approx 0,5. \quad (85)$$

Если при втором подходе индуктивности первичных обмоток фаз $L_{1A(II)} \approx L_{1B(II)} \approx L_{1C(II)} = L_{1ph-ph(II)}$, то индуктивность обмотки одной фазы при втором подходе будет равна:

$$L_{1ph-ph(II)} \approx 1,5L_{1ph-ph(I)}. \quad (86)$$

Эти формулы остаются справедливыми и при работе трансформатора под нагрузкой.

Если обозначить индуктивности вторичных обмоток в первом подходе $L_{2A(I)} \approx L_{2B(I)} \approx L_{2C(I)} = L_{2ph-ph(I)}$, то можно показать, что и для вторичных обмоток, и для междуфазных пар первичных и вторичных обмоток (индекс 1-2), имеют место аналогичные соотношения:

$$k_{ph-ph} \approx k_{1ph-ph} \approx k_{2ph-ph} \approx k_{1-2ph-ph} \approx 0,5; \quad (87)$$

$$M_{2ph-ph} \approx 0,5L_{2ph-ph(I)}; \quad (88)$$

$$L_{2ph-ph(II)} = 1,5L_{2ph-ph(I)}. \quad (89)$$

С использованием формулы (1) и (87):

$$\begin{aligned} M_{1-2ph-ph} &\approx k_{1-2ph-ph} \sqrt{L_{1ph-ph(I)}L_{2ph-ph(I)}} \approx \\ &\approx 0,5 \sqrt{L_{1ph-ph(I)}L_{2ph-ph(I)}}. \end{aligned} \quad (90)$$

Формулы (83), (85) – (90) дают в первом приближении все уравнения связи между обмотками фаз трехфазного трансформатора.

Таким образом, при первом подходе в трехфазном трансформаторе рассматривают все три фазы с коэффициентом связи между обмотками различных фаз $k_{ph-ph} = 0,5$ и коэффициентом связи между первичной и вторичной обмоткой каждой конкретной фазы, равным k , как в однофазных трансформаторах, и решают уравнения Кирхгофа для всех ветвей и узлов всех трех фаз с 15 взаимными индуктивностями, определяемыми по уравнениям (83), (88) и (90). Этот подход применяют специалисты в области преобразовательной техники и электрических цепей.

Если рассматривать одну фазу и коэффициент связи между первичной и вторичной обмотками равным k , как в однофазных трансформаторах, а индуктивности первичной и вторичной обмоток фаз принимать равными величинам $L_{1ph-ph(II)}$ и $L_{2ph-ph(II)}$, определяемым по формулам (86) и (89), то после этого можно перейти от этих параметров к параметрам одной из схем замещения однофазного трансформатора (см. табл. 3 и 4). Необходимо отметить, что индуктивности $L_{1ph-ph(II)}$ и $L_{2ph-ph(II)}$ обычно не рассчитываются по формулам (86) и (89), а определяются непосредственно из геометрии трансформатора. Сначала находятся величины L_{μ} , L_s и т.д., и лишь затем, по формулам из табл. 1 – 4, находятся индуктивности $L_{1ph-ph(II)}$ и $L_{2ph-ph(II)}$. Уравнения (86) и (89) дают соотношение между индуктивностями в первом и втором подходах.

В общем случае, если вместо векторов действующих значений токов и напряжений \underline{I} и \underline{U} в электромагнитных, принципиальных схемах и схемах замещения трансформаторов использовать их мгновенные значения i и u , то в уравнениях Кирхгофа вместо выражений $j\omega L\underline{I}$ и $j\omega M\underline{I}$ нужно подставлять соответственно выражения Ldi/dt и Mdi/dt . Результат при этом не изменится. Поэтому все полученные формулы справедливы для нелинейных систем и нелинейных токов, когда магнитопровод трансформатора насыщен или присутствуют высшие гармоники тока. В общем случае многие индуктивности при наличии ферромагнитного магнитопровода являются нелинейными и в уравнениях Кирхгофа нужно использовать не статические, а динамические индуктивности [13]. Но при этом все полученные формулы также остаются неизменными.

ВЫВОД

Выведены уравнения связи между всеми параметрами электромагнитных и принципиальных схем трансформаторов (двух магнитно-связанных контуров), и гальванически связанных и не имеющих магнитных связей Т- и П-образных схем замещения двухобмоточных трансформаторов. Этот подход применим и для двухобмоточных реакторов.

Полученные формулы позволяют избавиться от затруднений разработчиков преобразовательных устройств, применяющих электромагнитные и принципиальные схемы трансформаторов, и разработчиков электромагнитных элементов, использующих их схемы замещения, объединив различные подходы при расчете трансформаторов.

Систематизированы правила расстановки знаков в уравнениях трансформаторов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники.– М.: Высш. шк., 1964.– 750 с.
- [2] Боев В.М. Теоретическое обоснование однозначности построения векторной диаграммы двухобмоточного трансформатора // Электротехника і Електромеханіка.– 2002.– № 2.– С. 75-79.
- [3] Гейзер А.А. Использование некоторых выражений закона электромагнитной индукции // Электричество.– 1996.– № 10.– С. 73-76.
- [4] Гиллемин Э.А. Синтез пассивных цепей: М.: Связь, 1970.– 720 с.
- [5] Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез: М.: Связь, 1973.– 368 с.
- [6] Китаев А.В. Причины спора по описанию поведения трансформатора // Техническая электродинамика.– 1998.– № 3.– С. 74-76.
- [7] Коген-Далин В.В. Система условно-положительных направлений физических величин, определяющих режим в электрических и магнитных цепях. Методическое пособие.– М.: МЭИ, 1977.– 24 с.
- [8] Кузьмин В.В. Шпатенко Т.В. Об ошибках, допущенных при постановке проблемы "выбора условно положительных направлений" // Электротехника і Електромеханіка.– 2004.– № 1.– С. 77-82.
- [9] Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов.– М.: Энергия, 1974.– 192 с.
- [10] Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов.– М.: Энергия, 1981.– 392 с.
- [11] Ли Цзылян, Чень Вей. О выборе условно положительных направлений электрических величин при анализе схем трансформаторов // Электричество.– 1995.– № 5.– С. 64-67.
- [12] Марквардт Е.Г. Электромагнитные расчеты трансформаторов.– М.: ОНТИ, 1938.– 136 с.
- [13] Методика расчета дросселей входного и выходного фильтров сварочных инверторных источников питания при использовании стандартных магнитопроводов / И.В. Пентегов, С.Н. Мещеряк, М.В. Турты, С.В. Рымар // Автоматическая сварка.– 1997.– № 4.– С. 34-39.
- [14] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники: В 2 т.– М.–Л.: Энергия, 1959.– Т. 1: Физические основы электротехники и теория цепей постоянного тока.– 296 с.
- [15] Пентегов И.В., Рымар С.В. Метод расчета тока холостого хода трансформатора, ориентированный на использование в САПР // Техническая электродинамика.– 1996.– № 1.– С. 39-45.
- [16] Пентегов И.В., Рымар С.В. Построение схем замещения и векторных диаграмм сварочных трансформаторов // Автоматическая сварка.– 1996.– № 4.– С. 23-31.
- [17] Сахно Л.И. К вопросу о схеме замещения трехобмоточного трансформатора // Электричество.– 2003.– № 8.– С. 25-33.
- [18] Севернс Р., Блум Г. Импульсные преобразователи постоянного напряжения для систем вторичного электропитания: Пер. с англ.– М.: Энергоатомиздат, 1988.– 294 с.
- [19] Сенилов Г.Н., Стиблер М. Новая формула энергии двух магнитно-связанных контуров // Электротехника.– 1997.– № 6.– С. 61-62.
- [20] Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей: Пер. с англ.– М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963.– 551 с.
- [21] Basso C. Leakage Inductance. Living With Leakage Elements in Flyback Converters // P.C.I.M.– 1999.– April.– P. 11-21.
- [22] Brune O. Synthesis of a finite Two Terminal Network Whose Driving Point Impedance Is a Prescribed Function of Frequency // J. Math. Phys.– August 1931.– V. 10, № 3.– P. 191-236.
- [23] Cherry E.C. The duality between interlinked electric and magnetic circuits and the formation of transformer equivalent circuits // The Proc. Phys. Soc.– 1949.– V. 62, pt. 2, № 350 B.– P. 101-111.

Поступила 24.09.2004