

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

СЕРІЯ «ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ»

ГРАНИЦІ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ

**ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

для студентів технічних спеціальностей

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 3 від 10.10.18

Харків
НТУ «ХП»
2018

Границі і неперервність. Тестові завдання для контролю знань з вищої математики для студентів технічних спеціальностей / уклад. О. П. Пріщенко, Т. Т. Черногор. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – 60 с.

Укладачі: О. П. Пріщенко,
Т. Т. Черногор

Рецензент Н. О. Чікіна, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПІ»

Кафедра вищої математики

ВСТУП

Процес навчання включає в себе контроль досягнутих результатів, який направлений на оцінку об'єму отриманих знань, ширини та глибини засвоєння матеріалу, який вивчається та рівня підготовки студентів.

Сучасні технології контролю в основному базуються на тестах, які є зручним інструментом для об'єктивної оцінки. Тестування широко використовується не тільки у сфері освіти, але і при прийомі на роботу, для оцінки кваліфікації персоналу при атестації і т. п.

Використання тестів дозволяє уніфікувати процедуру оцінювання, так як всі, що проходять тестування, знаходяться в однакових умовах і використовують однакові матеріали.

В теперішній час тестування використовується, зокрема, при проведенні випускних екзаменів в середній школі у вигляді ЗНО. Але тести, які використовуються для оцінки знань, одержаних у вищому навчальному закладі, дещо відрізняються від звичайних запитань ЗНО. Зокрема, тести з математики орієнтовані не тільки на контроль обчислювальних навиків і перевірку засвоєння основних формул та алгоритмів, але і на оцінку рівня розуміння теоретичного матеріалу.

Дані тести містять в собі завдання по усіх розділах теми «Границі і неперервність». Для полегшення роботи студентів в кінці цієї розробки вміщено короткі відомості про границі.

Рівень складності тестів розрахований на стандартну програму з вищої математики для технічних спеціальностей.

Варіант 1

1. Продовжити речення: границя добутку скінченної кількості функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Укажіть всі твердження, які справедливі для графіка функції, зображеного на рисунку 1.1:

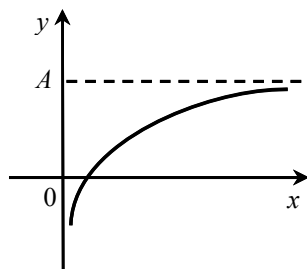


Рисунок 1.1

- а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$;
- б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$;
- в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$;
- г) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$.

А	Б	В	Г
а, в	а, в	б, г	в, г

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3 + 6x^5 - 14x^7}{7x^7 - 2x^5 + 3x^3}$.

А	Б	В	Г
∞	-2	3	-3

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^3 + 6x^5 - 14x^7}{7x^7 - 2x^5 + 3x^3}$.

А	Б	В	Г
∞	0	-2	3

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{4x-2} \right)^x$.

А	Б	В	Г
0	∞	3/4	-1/2

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sin(x-5)}{x-5}$.

А	Б	В	Г
не існує	1	-1	0

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1+x)}$.

А	Б	В	Г
3	-1	0	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \operatorname{tg}(x+2)$ і $\beta(x) = x+2$ за умови, що $x \rightarrow -2$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Точки, в яких функція не є неперервною, називаються:

- а) точками екстремуму;
- б) критичними точками;
- в) точками розриву;
- г) точками, в яких функція не існує.

10. Точка $x = 3$ для функції $y = \frac{7}{x+5}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою неперервності;
- г) точкою розриву II роду.

Варіант 2

1. Продовжити речення: границя суми скінченної кількості функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$, тоді $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
5	-5	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^5 - 32x^8}{8x^8 - 5x^5 + 14x^4}$.

А	Б	В	Г
-32	∞	-4	0

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^4 + 2x^5 - 32x^8}{8x^8 - 5x^5 + 14x^4}$.

А	Б	В	Г
$\frac{1}{2}$	∞	2	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x-3}{4+2x} \right)^{x^2+1}$.

А	Б	В	Г
∞	$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{4}$	0

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\operatorname{tg}(x+3)}{2(x+3)}$.

А	Б	В	Г
0	∞	$\frac{1}{2}$	1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{x-2} - 1}{\ln(1 + (x-2))}$.

А	Б	В	Г
$\ln 3 - 1$	$\ln 3$	0	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \sin \frac{1}{x}$ та $\beta(x) = \frac{7}{x}$ за умови,

що $x \rightarrow \infty$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Якщо функція неперервна в кожній точці інтервалу, то вона називається:

- а) монотонною на цьому інтервалі;
- б) зростаючою на цьому інтервалі;
- в) спадаючою на цьому інтервалі;
- г) неперервною на цьому інтервалі.

10. Точка $x = -5$ для функції $y = \frac{7}{x+5}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 3

1. Продовжити речення: границя сталої величини c дорівнює ...

- а) числу до якого наближається x ;
- б) сталій величині c ;
- в) 0;
- г) ∞ .

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$, та $f(x)$ – парна, тоді $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
3	-3	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 5x^6 - 12x^7}{2x^7 - 7x^6 + 3x^3}$.

А	Б	В	Г
3	∞	-6	-4

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^3 + 5x^6 - 12x^7}{2x^7 - 7x^6 + 3x^3}$.

А	Б	В	Г
2	0	∞	-6

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 17}{6x^2 + x} \right)^{4x-1}$.

А	Б	В	Г
∞	0	$\frac{1}{2}$	-17

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arcsin(4x-4)}{x^2 - x}$.

А	Б	В	Г
0	4	∞	-4

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\ln(1+x)}$.

А	Б	В	Г
∞	0	7	-1

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = \sin(x-3)$ та $\beta(x) = 2(x-3)$ за умови, що $x \rightarrow 3$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості, ніж $\beta(x)$	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Якщо значення границі функції та значення самої функції в даній точці рівні, то функція в цій точці називається:

- а) зростаючою;
- б) розривною;
- в) неперервною;
- г) монотонною.

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ буде:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 4

1. Виберіть вірне твердження:

- а) значення границі функції не єдине;
- б) сталу величину не можна виносити за знак границі;
- в) сталу величину можна виносити за знак границі;
- г) границя сталої величини дорівнює нулю.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$, тоді $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{f(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
1	-1	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 7x^5 - 3x^7}{9x^7 - 4x^5 + 8x^3}$.

А	Б	В	Г
∞	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 + 7x^5 - 3x^7}{9x^7 - 4x^5 + 8x^3}$.

А	Б	В	Г
0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{2}$

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x^2 - 5x}{4x^2 + x} \right)^{3+x^3}$.

А	Б	В	Г
∞	-5	$-\frac{5}{4}$	8

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctg(x^2 - 4)}{x - 2}$.

А	Б	В	Г
0	4	1	-4

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\ln(1 + (x + 3))}{2(x + 3)}$.

А	Б	В	Г
$\frac{1}{2}$	1	0	∞

8. При $x \rightarrow 1$ укажіть всі вірні твердження:

- а) $\sin x \sim x$;
- б) $\sin(x + 1) \sim (x + 1)$;
- в) $\sin(x - 1) \sim (x - 1)$;
- г) $\sin \frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$.

9. Відомо, що $f(x)$ – неперервна функція. Яке з наступних тверджень справедливе?

- а) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = 1$;
- б) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = \infty$;
- в) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = 0$;
- г) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (f(x + \Delta x) - f(x)) = -\infty$.

10. Точка $x = 5$ для функції $y = \frac{x^3 - 1}{x - 4}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 5

1. Продовжити речення: функція може мати в даній точці...

- а) дві границі;
- б) множину границь;
- в) одну границю;
- г) кілька границь.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{f(x)}$ дорівнює:

A	Б	В	Г
3	-3	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 7x^6 - 14x^7}{7x^7 - 3x^6 + 15x^3}$.

A	Б	В	Г
-2	-14	$\frac{5}{7}$	$-\frac{14}{15}$

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 + 7x^6 - 14x^7}{7x^7 - 3x^6 + 15x^3}$.

A	Б	В	Г
0	$\frac{1}{3}$	∞	$-\frac{14}{15}$

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5-x^3}{x^3+3} \right)^{\frac{1}{x^2+1}}$.

A	Б	В	Г
$\frac{5}{3}$	∞	не існує	1

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$.

A	Б	В	Г
0	∞	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1+x)}$.

A	Б	В	Г
-1	4	0	∞

8. Відомо, що при $x \rightarrow x_0$ нескінченно малі $\alpha(x)$ та $\beta(x)$ еквівалентні. Яке з наступних тверджень має місце при $x \rightarrow x_0$?

A	Б	В	Г
$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ більш високого порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ більш низького порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ одного порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ не можна порівняти

9. Укажіть, в якому випадку в точці c функція $f(x)$ має усувний розрив:

- а) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$;
- б) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 5$, $f(c) = 5$;
- в) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -\infty$;
- г) $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$, $f(c) = -5$.

10. Точка $x = 7$ для функції $y = \frac{\ln x}{x-4}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 6

1. Продовжити речення: границя добутку функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь кожної функції окремо;
- б) сумі значень границь кожної функції окремо;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Нехай $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1\,000\,000\,000$. Укажіть всі вірні твердження:

- а) $f(x)$ обмежена в околі точки $x = 2$;
- б) $f(x)$ – нескінченно велика при $x \rightarrow 2$;
- в) $\frac{f(x)}{2} \rightarrow 500\,000\,000$ при $x \rightarrow 2$;
- г) $\frac{1}{f(x)}$ – нескінченно мала при $x \rightarrow 2$.

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^5 + 3x^6 - 2x^7}{8x^7 - 6x^6 + 2x^5}$.

А	Б	В	Г
-1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{7}{4}$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{14x^5 + 3x^6 - 2x^7}{8x^7 - 6x^6 + 2x^5}$.

А	Б	В	Г
$\frac{7}{4}$	0	7	-1

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 7}{5 + x^3}$.

А	Б	В	Г
0	∞	-1	1

6. Яка границя є визначною?

- а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 5$;
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$;
- в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\cos x} = 0$;
- г) $\lim_{x \rightarrow 2} e^{x+1} = e^3$.

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - e^{x-3}}{\sin(x^2 - 9)}$.

А	Б	В	Г
$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0	не існує

8. Відомо, що при $x \rightarrow 0$ $\alpha(x)$ і $\beta(x)$ – нескінченно малі та

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1000$. Яке з наступних тверджень справедливе при $x \rightarrow 0$?

А	Б	В	Г
$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	$\alpha(x)$ більш низького порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ одного порядку малості

9. Відомо, що $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -5$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -5$, $f(c) = -5$. Яке з наступних тверджень має місце?

- а) c – точка неусувного розриву I роду;
- б) c – точка усувного розриву I роду;
- в) c – точка розриву II роду;
- г) c – точка неперервності.

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{4}{2-x}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 7

1. Якщо $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$, тоді $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
-5	0	∞	не існує

2. Продовжити речення: границя суми двох функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^3 - 5x^6 + 8x^7}{4x^7 + 9x^6 - 2x^3}$.

А	Б	В	Г
-8	4	2	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{16x^3 - 5x^6 + 8x^7}{4x^7 + 9x^6 - 2x^3}$.

А	Б	В	Г
-8	0	∞	-4

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{x-2} \right)^{x^2+1}$.

А	Б	В	Г
3	∞	-2	0

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} (x-2) \cdot \sin \frac{1}{x-2}$.

А	Б	В	Г
1	-1	0	не існує

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^4}$.

А	Б	В	Г
∞	0	2	-1

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = e^{x-3} - 1$ та $\beta(x) = x - 3$ за умови, що $x \rightarrow 3$.

А	Б	В	Г
$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	$\alpha(x)$ більш низького порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ одного порядку малості

9. Серед графіків, які приведені на рисунку 7.1, укажіть всі, на яких функція має в точці a розрив II роду.

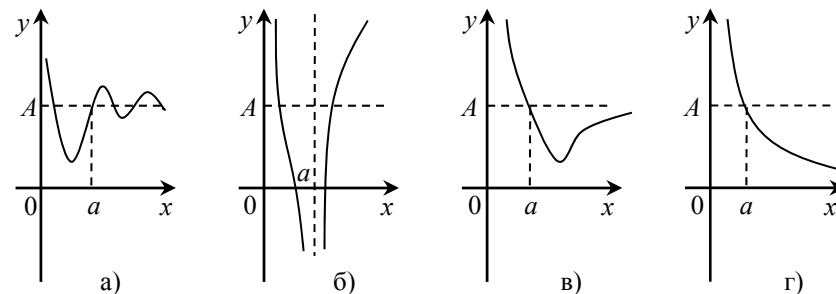


Рисунок 7.1

А	Б	В	Г
а	б	в, г	г

10. Точка $x = 4$ для функції $y = \frac{7e^x}{x-1}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 8

1. Продовжити речення: границя добутку двох функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow 3} (x-1)^2 f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
4	∞	0	3

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21x^5 + 2x^6 - 3x^7}{18x^7 - 14x^6 + 7x^4}$.

А	Б	В	Г
$\frac{7}{6}$	$-\frac{3}{7}$	$-\frac{1}{6}$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21x^5 + 2x^6 - 3x^7}{18x^7 - 14x^6 + 7x^4}$.

А	Б	В	Г
0	3	$-\frac{3}{7}$	∞

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} (6-4x)(2x+1)$.

А	Б	В	Г
12	6	-8	-6

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{5x-3} \right)^{3x^4+1}$.

А	Б	В	Г
∞	0	$\frac{2}{5}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3$

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-3} - 1}{x^2 - 9}$.

А	Б	В	Г
1/9	0	1/6	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \operatorname{tg}(x^2 + x)$ та $\beta(x) = x+1$ за умови, що $x \rightarrow -1$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Серед графіків, які приведені на рисунку 8.1, укажіть всі, на яких функція в точці a має усовний розрив I роду.

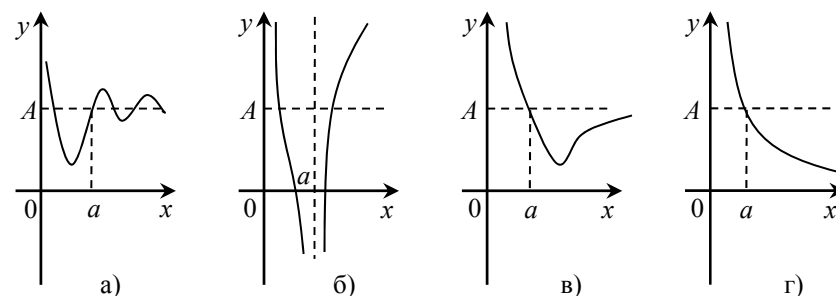


Рисунок 8.1

А	Б	В	Г
а	таких немає	в, г	б

10. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x = 1$.

- а) $\sin(x-1)$;
- б) $\frac{x-1}{\sin x}$;
- в) $\frac{\sin x}{x-1}$;
- г) $\frac{\sin x}{x} - 1$.

А	Б	В	Г
а, б, г	б, в	в, г	а, г

Варіант 9

1. Якщо $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -3$, тоді $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - 3) \cdot x$ дорівнює:

А	Б	В	Г
∞	$-\infty$	-3	не існує

2. Серед графіків, які приведені на рисунку 9.1, укажіть всі, на яких функція неперервна в точці a .

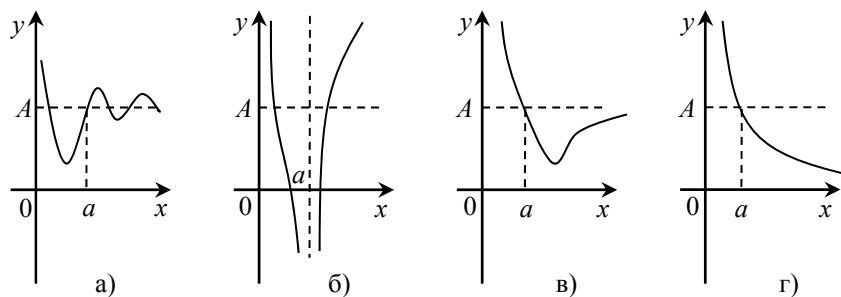


Рисунок 9.1

А	Б	В	Г
а, в, г	таких немає	б, в	г

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x + 6x^3 - 14x^5}{7x^5 - 2x^3 + 3x}$.

А	Б	В	Г
$\frac{9}{7}$	$-\frac{14}{3}$	-2	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x + 6x^3 - 14x^5}{7x^5 - 2x^3 + 3x}$.

А	Б	В	Г
3	$-14/3$	-3	∞

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{x - 1}$.

А	Б	В	Г
-4	4	0	∞

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 1}{x^2}$.

А	Б	В	Г
1	∞	-1	не існує

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7-x} - 2}{x^2 - 3x}$.

А	Б	В	Г
$-1/12$	0	3	∞

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = \sin(x^3 - 1)$ та $\beta(x) = x - 1$ за умови, що $x \rightarrow 1$.

А	Б	В	Г
не можна порівняти	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	еквівалентні	одного порядку малості

9. Відомо, що $f(x)$ та $g(x)$ – неперервні в точці $x = 1$, $f(1) \neq 0$, $g(1) = 0$. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x = 1$.

а) $f(x) + g(x)$; б) $\frac{f(x) + g(x)}{x - 1}$; в) $f(x) \cdot g(x)$; г) $\frac{x - 1}{f(x) \cdot g(x)}$.

А	Б	В	Г
а, б, г	а, в	в, г	а, г

10. Точка $x = 4$ для функції $y = \frac{x + 4}{x - 4}$ є:

а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 10

1. Серед графіків, приведених на рисунку 10.1, укажіть ті, які відповідають формулі $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$.

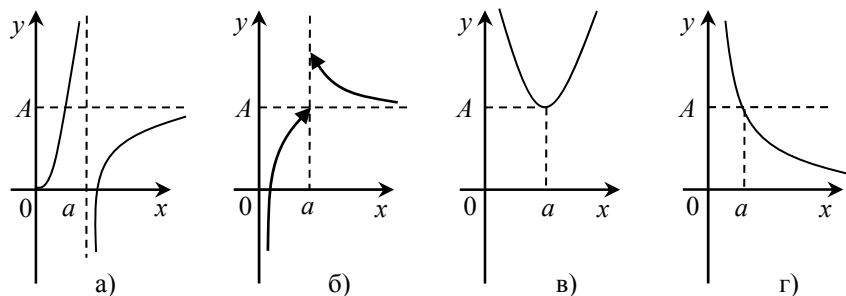


Рисунок 10.1

А	Б	В	Г
а	таких немає	г, в	а, б

2. Продовжити речення: функція може мати в одній точці...

- а) дві границі;
- б) множину границь;
- в) одну границю;
- г) кілька границь.

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 4x^3 - 6x^4}{3x^4 - 7x^3 + 15x^2}$.

А	Б	В	Г
-2	1/3	0	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 4x^3 - 6x^4}{3x^4 - 7x^3 + 15x^2}$.

А	Б	В	Г
-2	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1)(2x - 3)$.

А	Б	В	Г
-5	7	5	-7

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$.

А	Б	В	Г
1	-1	∞	не існує

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{4x} - 1}{x^2 - 2x}$.

А	Б	В	Г
$-2 \ln 3$	1/2	$4 \ln 3$	0

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = \arctg(x-2)^2$ та $\beta(x) = x^2 - 4x + 4$ за умови, що $x \rightarrow 2$.

А	Б	В	Г
не можна порівняти	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	еквівалентні	одного порядку малості

9. Відомо, що $f(x)$ та $g(x)$ – неперервні в точці $x = 3$, $f(3) = 0$, $g(3) \neq 0$. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x = 3$.

- а) $f(x) - g(x)$;
- б) $\frac{f(x)}{x-3}$;
- в) $f(x) \cdot g(x)$;
- г) $\frac{x^2 - 3x}{f(x) \cdot g(x)}$.

А	Б	В	Г
а, б, г	а, в	в, г	а, г

10. Точка $x = -5$ для функції $y = \frac{x+5}{x}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 11

1. Продовжити речення: границя суми двох функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 5$, тоді $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 5}{2x}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
$-\frac{5}{2}$	0	-5	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + 2x^5 - 32x^8}{8x^8 - 5x^5 + 14x^4}$.

А	Б	В	Г
$\frac{7}{8}$	-4	∞	$-\frac{16}{7}$

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^4 + 2x^5 - 32x^8}{8x^8 - 5x^5 + 14x^4}$.

А	Б	В	Г
0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	∞

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 7}{5 + x}$.

А	Б	В	Г
25	2	-1,4	-2

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x-2}$.

А	Б	В	Г
1	-1	0	не існує

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3^{x-2} - 1}{\ln(1 + (x-2))}$.

А	Б	В	Г
$\ln 3 - 1$	$\ln 3$	0	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = e^{\sin x} - 1$ та $\beta(x) = \operatorname{tg} 5x$ за умови, що $x \rightarrow 0$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Відомо, що $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 18$. Яке з наступних тверджень справедливе?

- а) c – точка неусувного розриву I роду;
- б) c – точка усувного розриву I роду;
- в) c – точка розриву II роду;
- г) c – точка неперервності.

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{7x}{x-2}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 12

1. Серед графіків, приведених на рисунку 12.1, укажіть ті, які мають в точці a розрив II роду.

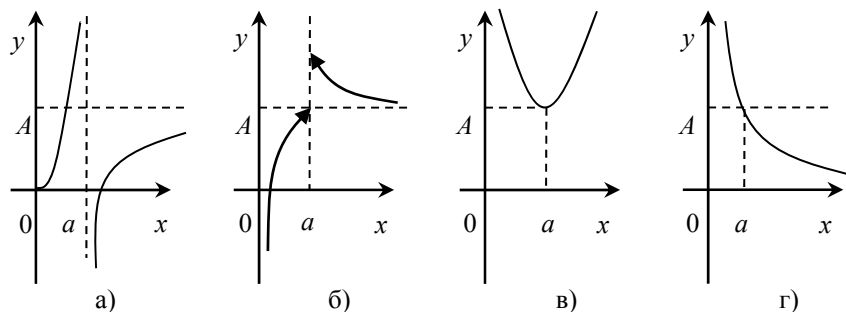


Рисунок 12.1

А	Б	В	Г
В	а, в	а	г

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 5$, та $f(x)$ – непарна, тоді $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
-5	5	∞	0

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^4 - 11x^5 + 13x^6}{2x^4 + 5x^5 - 3x^6}$.

А	Б	В	Г
9/2	-11/5	-13/3	-3

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^4 - 11x^5 + 13x^6}{2x^4 + 5x^5 - 3x^6}$.

А	Б	В	Г
-13/3	9/2	11/3	-11/5

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x^2 - 3x}{5x^2 + 7} \right)^{\frac{4}{x}}$.

А	Б	В	Г
2	1	-3/5	∞

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 7x}{\operatorname{tg}^2 \sqrt{x}}$.

А	Б	В	Г
0	∞	49/2	1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{e^{2x+8} - 1}{\ln(5+x)}$.

А	Б	В	Г
∞	0	2	-1

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = \arcsin(x-2)$ та $\beta(x) = 5x-10$ за умови, що $x \rightarrow 2$.

А	Б	В	Г
не можна порівняти	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	еквівалентні	одного порядку малості

9. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x = -3$.

а) $\operatorname{tg}(x+3)$; б) $\frac{x+3}{\operatorname{tg} x}$; в) $\frac{\operatorname{tg} x}{x+3}$; г) $\frac{\operatorname{tg} x}{x} - 1$.

А	Б	В	Г
а, б	в, г	б, г	а, б, г

10. Точка $x = -5$ для функції $y = \frac{x^2 + 2}{(x+5)x}$ є:

а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 13

1. Виберіть вірне твердження:

- а) значення границі функції не єдине;
- б) границя суми функцій дорівнює добутку границь;
- в) сталу величину можна виносити за знак границі;
- г) границя сталої величини дорівнює нулю.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+5}{f(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
5	∞	7	0

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x^6 - 5x^7 + 2x^8}{4x^6 + 3x^7 - x^8}$.

А	Б	В	Г
13/4	-5/3	-2	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{13x^6 - 5x^7 + 2x^8}{4x^6 + 3x^7 - x^8}$.

А	Б	В	Г
-5/3	13/4	-2	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} (\operatorname{arctg} x)^{3x+1}$.

А	Б	В	Г
1	$\pi/2$	$-\infty$	∞

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{arctg} 7x}{\sin^2 \sqrt{5x^2 + x}}$.

А	Б	В	Г
∞	0	7/5	1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\ln(1+(x-5)^2)}{x^2 - 5x}$.

А	Б	В	Г
1	5	0	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \sin x^2$ та $\beta(x) = 1 - \cos 2x$ за умови, що $x \rightarrow 0$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Серед графіків, які приведені на рисунку 13.1, укажіть всі, на яких функція в точці a неперервна.

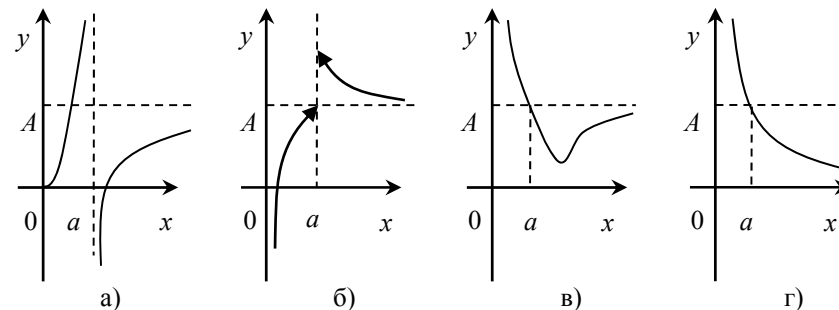


Рисунок 13.1

А	Б	В	Г
а	таких немає	в, г	б

10. Точка $x = 3$ для функції $y = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 + x}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 14

якщо:

1. Нескінченно мала величина $\alpha(x)$ еквівалентна $\beta(x)$ при $x \rightarrow x_0$,

а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$;

в) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} \neq 0$;

б) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$;

г) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ – не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \infty$, тоді $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x+7}{x^2 \cdot f(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
3	0	7	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 10x - 15}{x^3 - 17x + 25}$.

А	Б	В	Г
5	0	$-\frac{3}{5}$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2 - 10x - 15}{x^3 - 17x + 25}$.

А	Б	В	Г
$\frac{1}{5}$	∞	$-\frac{3}{5}$	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+1}{5-x} \right)^{\frac{8}{x+2}}$.

А	Б	В	Г
1	e	∞	$\frac{1}{5}$

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{4x^2}{x^2-1}} + \frac{3x^2-1}{9x^3+2} \right)$.

А	Б	В	Г
$\frac{1}{3}$	$e^4 + \frac{1}{3}$	$e^{-\frac{1}{4}}$	e^4

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\operatorname{tg}(x+5)}{2x+10}$.

А	Б	В	Г
1	∞	0	$1/2$

8. Порівняти нескінченно малі величини $\alpha(x) = e^{x-2} - 1$ та $\beta(x) = \arcsin(x-2)$ за умови, що $x \rightarrow 2$.

А	Б	В	Г
одного порядку малості	$\alpha(x)$ більш ви- сокого порядку малості	еквівален- тні	не можна порівняти

9. Відомо, що $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 3$. Яке з наступних тверджень має місце?

- а) c – точка неусувного розриву I роду;
- б) c – точка усувного розриву I роду;
- в) c – точка розриву II роду;
- г) c – точка неперервності.

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{5}{(x-2)^4}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 15

1. Продовжити формулу: $\lim_{x \rightarrow x_0} c \cdot f(x)$ дорівнює ...

- а) $c + \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$; в) $c - \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$;
б) $c \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$; г) 0.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -3$, тоді $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
3	-3	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 9x^2 + 7x}{4x^3 + 2x^2 - 14x}$.

А	Б	В	Г
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$\frac{5}{4}$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3 - 9x^2 + 7x}{4x^3 + 2x^2 - 14x}$.

А	Б	В	Г
$\frac{5}{4}$	$-\frac{9}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7x+6}{-7x+2} \right)^{4x^2}$.

А	Б	В	Г
1	-1	3	0

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\arcsin(x+1)}{x^2 - 1}$.

А	Б	В	Г
0	∞	$-\frac{1}{2}$	1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4^{x-3} - 1}{\ln(1 + (x-3))}$.

А	Б	В	Г
$\ln 4 - 1$	$\ln 4$	0	1/3

8. Порівняти нескінченно малі $\alpha(x) = \operatorname{tg} \frac{3}{x^2}$ та $\beta(x) = \frac{5}{x^4}$ за умови

$x \rightarrow \infty$.

А	Б	В	Г
$\alpha(x)$ більш ви- сокого порядку малості	$\alpha(x)$ більш ни- зького порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ од- ного по- рядку ма- лості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ не можна порівняти

9. Укажіть, в якому випадку в точці $x = 3$ функція $f(x)$ має розрив

II роду:

- а) $\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = -7$;
б) $\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = 7$, $f(3) = 7$;
в) $\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = -\infty$;
г) $\lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = -7$, $f(3) = -7$.

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \operatorname{tg} \frac{5}{x-2}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 16

1. Серед графіків, приведених на рисунку 16.1, укажіть ті, які мають в точці a неусувний розрив I роду.

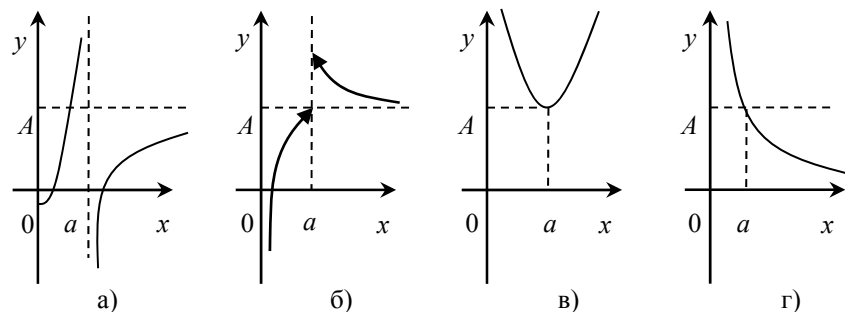


Рисунок 16.1

А	Б	В	Г
а, г	таких не- має	в	б

2. Якщо $f(x) = A + \alpha(x)$, де A – стала величина та $\alpha(x)$ – нескінченно мала величина при $x \rightarrow x_0$, тоді $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
$A + \alpha(x)$	0	A	$f(x) + x_0$

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5x}{2x^3 - x + 13}$.

А	Б	В	Г
2	$-5/13$	∞	$-\infty$

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5x}{2x^3 - x + 13}$.

А	Б	В	Г
2	0	-2	∞

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 - 4}{5x + 1} \right)^{x^2 + 2}$.

А	Б	В	Г
-4	16	$3/5$	0

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(4^{\frac{3x^2 + 5}{6x^2 - 1}} + \frac{\sqrt{x^3 + 4x + 4x}}{\sqrt{x^5 - 4x^3 - x}} \right)$.

А	Б	В	Г
4	2	0	∞

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctg \frac{4}{x^2}}{1 - \cos \frac{5}{x}}$.

А	Б	В	Г
$8/25$	$4/28$	∞	4

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = (x + 5)^2$ та $\beta(x) = \tg(x^2 - 25)$ за умови, що $x \rightarrow -5$.

А	Б	В	Г
не можна порівняти	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	еквівалентні	одного порядку малості

9. Функція $f(x)$ в точці $x = 2$ має усувний розрив I роду та $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 1$. Тоді $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
-1	1	0	інша відповідь

10. Точка $x = 1$ для функції $y = 5^{\frac{4}{x-1}}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 17

1. Продовжити формулу: $\lim_{\alpha(x) \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha(x)}{\alpha(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
1	0	не известно	∞

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow 5} (x-2)^3 \cdot f(x)$ дорівнює:

A	Б	В	Г
−8	0	27	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^7 + 5x^8 - 13x^9}{-2x^7 - 3x^8 + 26x^9}$.

A	Б	В	Г
2	$\frac{2}{13}$	$-\frac{1}{2}$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-7x^7 + 5x^8 - 13x^9}{-2x^7 - 3x^8 + 26x^9}$.

А	Б	В	Г
$-\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	0	не існує

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1) \cdot \log_2(x + 7)$.

А	Б	В	Г
21	3	6	2

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5+18x}{3x+\sqrt{x}} - 5^{\frac{1}{x^2+4}} \right)$.

A	Б	В	Г
5	6	0	-1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{5x^2}}{x \cdot \sin 2x}$.

A	Б	В	Г
-5	1/2	-5/2	0

8. При $x \rightarrow -2$ укажіть всі вірні твердження:

а) $a^{x+2} - 1 \sim (x+2) \ln a$; б) $a^x - 1 \sim (x+2)$;

$$\text{б) } a^{x-2}-1 \sim (x-2) \ln a ; \quad \text{р) } a^{x+2}-1 \sim \frac{1}{x+2}.$$

9. Функція $f(x)$ в точці $x=7$ має усувний розрив I роду та

$\lim_{x \rightarrow 7+0} f(x) = 3$. Тоді $\lim_{x \rightarrow 7-0} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
-3	0	інша від- повідь	3

10. Точка $x = 2$ для функції $y = e^{(x-2)^2}$ є:

а) усункоу тоукою розриву І роду;

б) неусувною точкою розриву I роду;

в) точкою розриву II роду;

г) точкою неперервності.

Варіант 18

1. Якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
0	∞	1	не иснует

2. Нескінченно мала величина $\alpha(x)$ при $x \rightarrow x_0$ є більш високого порядку малості, ніж $\beta(x)$, якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
0	∞	1	не иснует

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21x^4 + 13x^5 + 28x^6}{7x^4 + 26x^5 - 14x^6}$.

A	Б	В	Г
2	∞	-2	3

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{21x^4 + 13x^5 + 28x^6}{7x^4 + 26x^5 - 14x^6}$.

A	Б	В	Г
2	3	0	-2

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 3)e^{\ln(x+2)}$.

А	Б	В	Г
3	e^2	6	0

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^3 + 4x^2)}{1 - \cos 2x}$.

A	Б	В	Г
2	-2	0	4

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$.

A	Б	В	Г
1/24	3/4	0	∞

8. При $x \rightarrow 3$ укажіть всі вірні твердження:

а) $e^{x-3} - 1 \sim x - 3$; в) $e^x - 1 \sim x - 3$;
б) $e^{x-3} - 1 \sim x + 3$; г) $e^{x-3} - 1 \sim \frac{1}{x-3}$.

А	Б	В	Г
а, б	г	а	а, в

9. Укажіть, в якому випадку в точці c функція $f(x)$ має розрив II роду:

- $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -3;$
- $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = 3, f(c) = 3;$
- $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -\infty;$
- $\lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = -3, \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = -3, f(c) = -3.$

10. Точка $x = 7$ для функції $y = \frac{3x+1}{x^2-7x}$ є:

а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 19

1. Продовжити речення: границя добутку функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) сумі значень похідних цих функцій;
- г) не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$, тоді $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)+3}{x+5}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
0	3/10	∞	3/5

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^3 + 7x^2}{10x^4 + 9x^3 - x^2}$.

А	Б	В	Г
-7	1/2	-1/3	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^4 + 3x^3 + 7x^2}{10x^4 + 9x^3 - x^2}$.

А	Б	В	Г
0	1/2	-7	-1/3

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^2 + x - 4}{5x - 8} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

А	Б	В	Г
0	3/5	1/2	-4/5

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -3} (2x - 10x^2 + 5) \sin(x + 3)$.

А	Б	В	Г
5	2	0	-10

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(e^{\frac{4x}{5x^2+1}} + \frac{3+6x^3}{2x^3-13x} \right)$.

А	Б	В	Г
∞	0	4	-3/13

8. Порівняти нескінченно малі $\alpha(x) = \sin(x+1)$ та $\beta(x) = (x+1)^2$ за умови, що $x \rightarrow -1$?

А	Б	В	Г
$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ більш високого порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ більш низького порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ одного порядку малості	$\alpha(x)$ і $\beta(x)$ не можна порівняти

9. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x = -3$.

- а) $\sin(x+3)$;
- б) $\frac{x+3}{\sin x}$;
- в) $\frac{\sin x}{x+3}$;
- г) $\frac{\sin x}{x} - 1$.

А	Б	В	Г
а, б, г	б, в	в, г	а, г

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 20

1. Серед графіків, приведених на рисунку 20.1, укажіть ті, які відповідають формулі $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

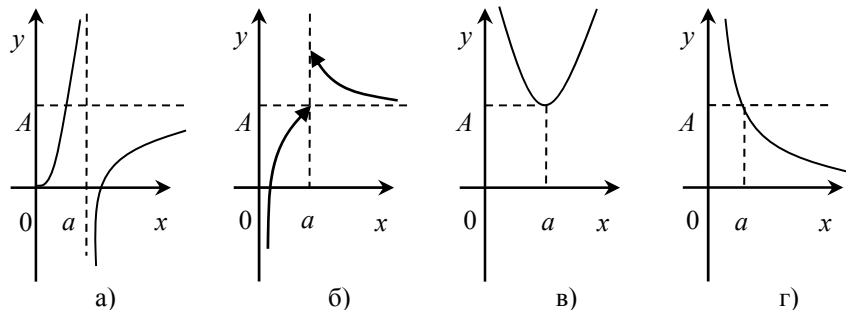


Рисунок 20.1

А	Б	В	Г
б	а, г	г	в

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$, тоді $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+4}{f(x)}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
10	0	4	не існує

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x+5x^2-12x^4}{8x^4-4x^2+2x}$.

А	Б	В	Г
-3/2	∞	-6	3/4

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x+5x^2-12x^4}{8x^4-4x^2+2x}$.

А	Б	В	Г
0	3/4	3	∞

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} (5-4x+x^2)$.

А	Б	В	Г
-1	2	-3	-2

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1}-1}{2x+3}$.

А	Б	В	Г
-1/5	не існує	0	-1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x^2+2x)}{x}$.

А	Б	В	Г
2	0	∞	-2

8. Порівняйте нескінченно малі функції $\alpha(x) = \ln(1+\operatorname{tg}^2 x)$ та $\beta(x) = 4x^2$ за умови, що $x \rightarrow 0$.

А	Б	В	Г
не можна порівняти	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	еквівалентні	одного порядку малості

9. Точки, в яких функція не є неперервною, називаються:

- а) точками екстремуму; в) точками розриву;
б) критичними точками; г) точками, в яких функція не існує.

10. Точка $x = -7$ для функції $y = \frac{1}{(x+7)^2}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 21

1. Продовжити речення: границя відношення двох функцій, за умови, що границя кожної функції існує, дорівнює ...

- а) добутку значень границь;
- б) сумі значень границь;
- в) відношенню значень границь;
- г) не існує.

2. Укажіть всі твердження, які справедливі для графіка функції, зображеного на рисунку 21.1:

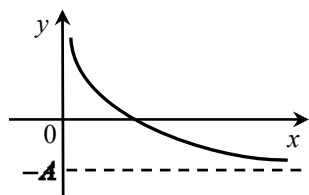


Рисунок 21.1

- а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$;
- б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -A$;
- в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$;
- г) $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty$.

А	Б	В	Г
а, в	а, в	б, г	в, г

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 7x^3 + 9x^5}{2x^2 + 4x^4 - 7x^5}$.

А	Б	В	Г
-9/7	2	-7/4	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 - 7x^3 + 9x^5}{2x^2 + 4x^4 - 7x^5}$.

А	Б	В	Г
-9/7	2	-9/2	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - x + 1}{4x^2 + 2x - 13} \right)^{x-7}$.

А	Б	В	Г
∞	0	3/4	-1/13

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x^2 + 2x)}{x + 2}$.

А	Б	В	Г
не існує	2	-2	0

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{x \cdot \ln(1 + 5x)}$.

А	Б	В	Г
0	3/5	-1/5	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \operatorname{tg}(x - 3)$ і $\beta(x) = x - 3$ за умови, що $x \rightarrow 3$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Укажіть, в якому випадку в точці $x = -2$ функція $f(x)$ має неусувний розрив I роду:

- а) $\lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = -7$;
- б) $\lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = 7$;
- в) $\lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = -\infty$;
- г) $\lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = -7$, $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) = -7$.

10. Точка $x = 4$ для функції $y = \frac{3x}{x - 4}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду; в) точкою розриву II роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 22

1. Якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, де A – стала величина та $\alpha(x)$ – нескінченно мала величина при $x \rightarrow x_0$, тоді $f(x)$ дорівнює:

A	Б	В	Г
$A + \alpha(x)$	A	$\alpha(x)$	$A \cdot \alpha(x)$

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, тоді $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \cdot f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
$+\infty$	$-\infty$	0	не иснует

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 + 4x^3 - 10x^4}{5x^2 - 20x^4}$.

A	Б	В	Г
3	-2	1/2	-1/5

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x^2 + 4x^3 - 10x^4}{5x^2 - 20x^4}$.

A	Б	В	Г
3	-2	1/2	-1/5

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} (5x + 1) \log_3(4x + 5)$.

А	Б	В	Г
20	25	5	12

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{(1 - \cos 3x)}$.

A	Б	В	Г
0	$-2/9$	$2/3$	∞

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5^{x-3} - 1}{\ln(1 + (x-3))}$.

А	Б	В	Г
$\ln 5$	$\ln 3$	0	не існує

8. При $x \rightarrow -2$ укажіть всі вірні твердження:

a) $\operatorname{tg} x \sim x$;

В) $\operatorname{tg}(x-2) \sim (x-2);$

6) $\operatorname{tg}(x+2) \sim (x+2)$;
$$\Gamma) \operatorname{tg} \frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}.$$

9. Серед графіків, приведених на рисунку 22.1, укажіть ті, де функція має в точці a розрив II роду.

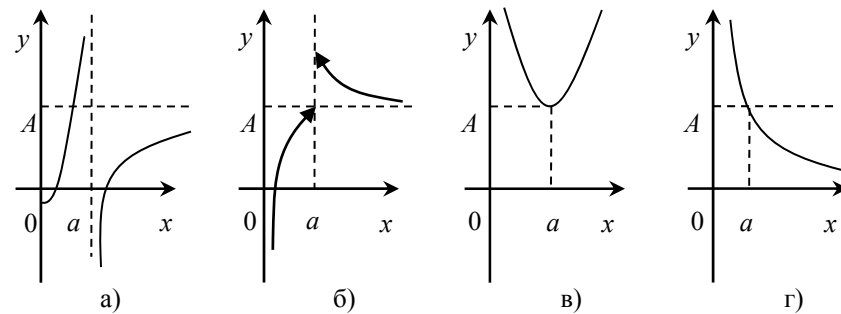


Рисунок 22.1

А	Б	В	Г
г	таких не- має	а	б, в

10. Точка $x = -7$ для функції $y = \frac{1}{(x+7)^2}$ є:

а) усункю туюку розриву I роду; в) туюку розриву II роду;

б) неусувною точкою розриву I роду; г) точкою неперервності.

Варіант 23

1. Нескінченно мала величина $\alpha(x)$ одного порядку малості з $\beta(x)$

при $x \rightarrow x_0$, якщо:

а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$;

в) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$;

г) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)}$ – не існує.

2. Якщо $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -7$, тоді $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + 9}{x^2}$ дорівнює:

А	Б	В	Г
9	0	2	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 9x^5 + 13x^9}{6x^3 + 8x^6 - 2x^9}$.

А	Б	В	Г
$-13/2$	$7/6$	$-7/2$	∞

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^3 - 9x^5 + 13x^9}{6x^3 + 8x^6 - 2x^9}$.

А	Б	В	Г
0	$7/6$	$-13/2$	$-9/8$

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 4) \arctg(3x + 1)$.

А	Б	В	Г
$\frac{\pi}{4}$	4	12	π

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + 4x}{\sqrt{25x^2 - x}} + 7^{-x^2} \right)$.

А	Б	В	Г
-2	-4	$4/5$	0

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5^x - 5}{\ln x}$.

А	Б	В	Г
0	∞	-5	$5 \ln 5$

8. При $x \rightarrow -3$ укажіть всі вірні твердження:

а) $\arcsin(x - 3) \sim (x - 3)$;

в) $\arcsin x \sim x$;

б) $\arcsin(x + 3) \sim (x + 3)$;

г) $\arcsin \frac{1}{x} \sim x$.

9. Функція $y = f(x)$ в точці $x = 2$ має усувний розрив та $\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 1$. Тоді $\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x)$ дорівнює

А	Б	В	Г
1	-2	0	∞

10. Точка $x = 2$ для функції $y = \frac{3x - 6}{x^2}$ є:

а) усувною точкою розриву I роду;

б) неусувною точкою розриву I роду;

в) точкою розриву II роду;

г) точкою неперервності.

Варіант 24

1. Продовжити речення: алгебраїчна сума скінченної кількості нескінченно малих...

- а) є величина нескінченно мала;
- б) не існує;
- в) є величина нескінченно велика;
- г) є величина стала.

2. Якщо функція $f(x)$ – непарна та $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) = 3$, тоді $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ дорівнює:

А	Б	В	Г
3	-3	0	∞

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{13x^9 + 10x^{10} + 15x^{12}}{7x^9 + 2x^{10} - 3x^{12}}$.

А	Б	В	Г
-5	∞	$\frac{13}{7}$	не існує

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{13x^9 + 10x^{10} + 15x^{12}}{7x^9 + 2x^{10} - 3x^{12}}$.

А	Б	В	Г
$\frac{13}{7}$	5	-5	0

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x-5}$.

А	Б	В	Г
$\frac{3}{5}$	4	$\frac{1}{6}$	-3

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x \cdot \sin(x+2)}{\operatorname{tg}^2 \sqrt{x^2 + 2x}}$.

А	Б	В	Г
0	∞	не існує	1

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{6+x} - 3}{e^{x-3} - 1}$.

А	Б	В	Г
3	$\frac{1}{6}$	0	∞

8. При $x \rightarrow 5$ укажіть всі вірні твердження:

- а) $\arctg x \sim x$;
- б) $\arctg(x-5) \sim (x-5)$;
- в) $\arctg(x+5) \sim (x+5)$;
- г) $\arctg \frac{1}{x} \sim \frac{1}{x}$.

9. Відомо, що $f(x)$ та $g(x)$ – неперервні в точці $x=1$, $f(1) \neq 0$, $g(1) = 0$. Укажіть всі функції, неперервні в точці $x=1$:

- а) $f(x) + g(x)$;
- б) $\frac{f(x) + g(x)}{x-1}$;
- в) $f(x) \cdot g(x)$;
- г) $\frac{x-1}{f(x) \cdot g(x)}$.

А	Б	В	Г
а, б, г	а, в	в, г	а, г

10. Точка $x=3$ для функції $y = \frac{x^3 - 8}{x-3}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

Варіант 25

1. Продовжити речення: добуток скінченної кількості нескінченно малих...

- а) є величина нескінченно мала;
- б) не існує;
- в) є величина нескінченно велика;
- г) є величина стала.

2. Серед графіків, приведених на рисунку 25.1, укажіть ті, які мають в точці a неусувний розрив I роду.

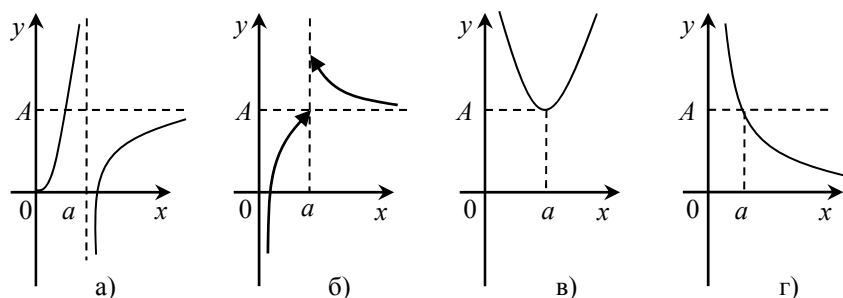


Рисунок 25.1

А	Б	В	Г
а	таких немає	б	в, г

3. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^5 + 3x^6 - 9x^{15}}{3x^5 - 2x^6 + 3x^{15}}$.

А	Б	В	Г
-3/2	6	∞	-3

4. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{18x^5 + 3x^6 - 9x^{15}}{3x^5 - 2x^6 + 3x^{15}}$.

А	Б	В	Г
-3/2	6	0	-3

5. Обчислити $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[3]{x^2 + 3} - 4x}{8x + \sqrt[5]{x - 3}} + 5^{\frac{2x-1}{3+2x}} \right)$.

А	Б	В	Г
-1/2	5	4,5	∞

6. Обчислити $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x^2 + x)}{(3x + 2) \cdot \sin^2 \sqrt{x + 1}}$.

А	Б	В	Г
-1	1	1/2	0

7. Обчислити $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1 - 7^{x-4}}{\ln(1 + 2(x - 4))}$.

А	Б	В	Г
$-\ln 7/2$	$-\ln 7$	1/2	∞

8. Порівняйте нескінченно малі $\alpha(x) = \arcsin \frac{1}{x^2}$ та $\beta(x) = 1 - \cos \frac{5}{x}$ за умови, що $x \rightarrow \infty$.

А	Б	В	Г
еквівалентні	$\alpha(x)$ більш високого порядку малості	одного порядку малості	не можна порівняти

9. Якщо функція неперервна в кожній точці інтервалу, то вона називається:

- а) монотонною на цьому інтервалі;
- б) зростаючою на цьому інтервалі;
- в) спадаючою на цьому інтервалі;
- г) неперервною на цьому інтервалі.

10. Точка $x = -2$ для функції $y = 3^{\frac{7x}{x+2}}$ є:

- а) усувною точкою розриву I роду;
- б) неусувною точкою розриву I роду;
- в) точкою розриву II роду;
- г) точкою неперервності.

КОРОТКІ ВІДОМОСТІ ПРО ГРАНИЦІ

Число A називається *границею функції* $y = f(x)$, якщо для будь-якого $\varepsilon > 0$, $\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ таке, що $|f(x) - A| < \varepsilon$ як тільки $0 < |x - x_0| < \delta$. Коротко це можна записати $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.

Основні теореми про границі

Якщо існують скінченні границі $\lim_{x \rightarrow x_0} U(x) = A$ та $\lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = B$, тоді

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} (U(x) \pm V(x)) = \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) \pm \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = A \pm B;$$

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) \cdot V(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = A \cdot B;$$

$$3. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{U(x)}{V(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} U(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} V(x)} = \frac{A}{B}, \text{ якщо } B \neq 0.$$

Якщо існують $\lim_{x \rightarrow x_0} U(x)$ та $\lim_{x \rightarrow x_0} V(x)$, тоді

$$4. \text{ якщо } U(x) \geq 0, \text{ тоді } \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) \geq 0;$$

$$5. \text{ якщо } U(x) \leq V(x), \text{ тоді } \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} V(x);$$

$$6. \text{ якщо } U(x) \leq f(x) \leq V(x), \lim_{x \rightarrow x_0} U(x) = A \text{ та } \lim_{x \rightarrow x_0} V(x) = B, \text{ тоді}$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A.$$

Техніка обчислення границь

В найпростіших випадках обчислення границі зводиться до підстановки в заданий вираз граничного значення аргументу. Якщо при підстановці граничного значення $x = x_0$ безпосередньо одержуємо вирази:

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty \cdot 0, \infty - \infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0,$$

то прийнято говорити, що маємо справу з *невизначеностями*.

В даних випадках необхідно виконати тотожні перетворення, в результаті яких *усовується невизначеність*, а потім обчислюється границя.

Обчислення границі відношення многочленів при $x \rightarrow \infty$

Якщо $P_k(x)$ та $Q_m(x)$ многочлени степені k та m відповідно:

$$P_k(x) = a_0 x^k + a_1 x^{k-1} + a_2 x^{k-2} + \dots + a_k \sim a_0 x^k,$$

$$Q_m(x) = b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + b_2 x^{m-2} + \dots + b_m \sim b_0 x^m,$$

тоді

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P_k(x)}{Q_m(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^k}{b_0 x^m} = \begin{cases} 0, & k < m; \\ \frac{a_0}{b_0}, & k = m; \\ \infty, & k > m. \end{cases}$$

Нескінченно малі та нескінченно великі величини

Функція $\alpha(x)$ називається нескінченно малою при $x \rightarrow x_0$, якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 0$.

Функція $\beta(x)$ називається нескінченно великою при $x \rightarrow x_0$, якщо $\lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x) = \pm \infty$ (з урахування знаку $\beta(x)$ вибираємо той чи інший варіант).

Властивості нескінченно малих величин

1. Якщо $\alpha(x)$ – нескінченно мала величина при $x \rightarrow x_0$, то $\frac{1}{\alpha(x)}$ – нескінченно велика величина при $x \rightarrow x_0$. Формально це можна записати $\frac{1}{0} = \infty$.

Зворотне твердження також має місце. Тобто, якщо $f(x)$ – нескінченно велика величина при $x \rightarrow x_0$, то $\frac{1}{f(x)}$ – нескінченно мала величина при $x \rightarrow x_0$. Формально можна записати $\frac{1}{\infty} = 0$.

2. Алгебраїчна сума скінченної кількості нескінченно малих величин є величина нескінченно мала.

3. Добуток скінченної кількості нескінченно малих величин є величина нескінченно мала.

4. Добуток нескінченно малої величини на обмежену є величина нескінченно мала.

5. Добуток нескінченно малої величини на сталу є величина нескінченно мала.

Порівняння нескінченно малих величин

Припустимо, що $\alpha(x)$ та $\beta(x)$ – нескінченно малі величини при $x \rightarrow x_0$. Для порівняння двох нескінченно малих величин $\alpha(x)$ та $\beta(x)$ необхідно обчислити границю їх відношення. Можливі варіанти:

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0 \Rightarrow \text{нескінченно мала величина } \alpha(x) \text{ більш високо-}$$

го порядку малості, ніж $\beta(x)$.

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty \Rightarrow \text{нескінченно мала величина } \alpha(x) \text{ більш низько-}$$

го порядку малості, ніж $\beta(x)$.

$$3. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = A \neq 0 \Rightarrow \text{нескінченно малі величини } \alpha(x) \text{ і } \beta(x) \text{ од-}$$

ного порядку малості; зокрема, при $A = 1$ нескінченно малі величини $\alpha(x)$ та $\beta(x)$ називаються *еквівалентними* ($\alpha(x) \sim \beta(x)$).

$$4. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} - \text{ не існує } \Rightarrow \text{ нескінченно малі величини } \alpha(x) \text{ і } \beta(x)$$

не можна порівняти.

Перша визначна границя та її наслідки

$$\text{Рівність } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ або у загальному вигляді } \lim_{\alpha(x) \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha(x)}{\alpha(x)} = 1$$

носить назву *першої визначної границі*.

Її наслідки: якщо $\alpha(x) \rightarrow 0$, то

$$\sin \alpha(x) \sim \alpha(x),$$

$$\operatorname{tg} \alpha(x) \sim \alpha(x),$$

$$\arcsin \alpha(x) \sim \alpha(x),$$

$$\operatorname{arctg} \alpha(x) \sim \alpha(x),$$

$$1 - \cos \alpha(x) \sim \frac{\alpha^2(x)}{2}.$$

Друга визначна границя та її наслідки

$$\text{Рівність } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \text{ носить назву } \text{другої визначної границі}; \text{ її}$$

$$\text{також можна записати як } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e.$$

В загальному випадку ці рівності мають вигляд:

$$\lim_{\alpha(x) \rightarrow 0} (1 + \alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}} = e \text{ та}$$

$$\lim_{\alpha(x) \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\alpha(x)}\right)^{\alpha(x)} = e.$$

Її наслідки: якщо $\alpha(x) \rightarrow 0$, то

$$e^{\alpha(x)} - 1 \sim \alpha(x),$$

$$a^{\alpha(x)} - 1 \sim \alpha(x) \cdot \ln a,$$

$$\ln(1 + \alpha(x)) \sim \alpha(x),$$

$$\log_a(1 + \alpha(x)) \sim \frac{\alpha(x)}{\ln a},$$

$$(1 + \alpha(x))^\mu \sim \mu \cdot \alpha(x).$$

Неперервність функцій.

Класифікація точок розриву

Функція $y = f(x)$ називається неперервною в точці x_0 , якщо

$$\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = f(x_0).$$

У випадку, якщо хоч одна з цих умов не виконується, то точка x_0 називається *точкою розриву*. Розрізняють точки розриву I та II роду.

Точка x_0 називається *точкою розриву I роду*, якщо лівостороння та правостороння границі функції в цій точці є скінченні числа, тобто

$$\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = A \text{ та } \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = B \text{ (якщо } A = B, \text{ то точка } x_0 \text{ називається усу-}$$

вною точкою розриву).

В протилежному випадку точка x_0 називається *точкою розриву II роду*.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособ. для втузов. – 20-е изд. / Г.Н. Берман. – М. : Наука, 1985. – 384 с.
2. Высшая математика в примерах и задачах : учеб. пособ. : в 2 т. Т. 1 / Ю.Л. Геворкян, Л.А. Балака, С.С. Габриелян и др. ; под ред. Ю.Л. Геворкяна. – Харьков : Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. – 408 с.
3. Вища математика в прикладах і задачах : у 2 т. Т. 1 : Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної : навч. посіб. / Л.В. Курпа, Ж.Б. Кашуба, Г.Б. Лінник та ін. ; за ред. Л.В. Курпи. – Харків : НТУ «ХПІ», 2009. – 532 с.
4. Геворкян Ю.Л. Краткий курс высшей математики : учеб. пособ. : в 2 ч. Ч. 1 / Ю.Л. Геворкян, А.Л. Григорьев, Н.А. Чикина. – Харьков : Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. – 324 с.
5. Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики : у 2 ч. Ч. 1 / Н.О. Чікіна, І.В. Антонова, Л.О. Балака та ін. ; за ред. Н.О. Чікіної. – Харків : Підручник НТУ «ХПІ», 2012. – 224 с.
6. Тевяшев А.Д. Вища математика у прикладах та задачах : у 3 ч. Ч. 1: Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї змінної : навч. посіб. / А.Д. Тевяшев, О.Г. Литвин. – Харків : ХТУРЕ, 2002. – 552 с.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Варіанти тестових завдань.....	4
Короткі відомості про границі.....	54
Список літератури.....	58

Навчальне видання

ГРАНИЦІ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ
З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

для студентів технічних спеціальностей

Укладачі: ПРИЩЕНКО Ольга Петрівна,
ЧЕРНОГОР Тетяна Тимофіївна

Відповідальний за випуск проф. Геворкян Ю. Л.

Роботу до видання рекомендував проф. Курпа Л. В.
В авторській редакції

План 2018 р., поз. 368

Підп. до друку 15.11.2018 р. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.
Riso – друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 2,8. Наклад 50 прим.
Зам. № 52. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

Друкарня