

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

М.В. Матюшенко, Г.В. Федченко

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ  
з курсу  
«Диференціальна геометрія поверхонь та багатовидів»  
для магістрів спеціальності  
F3 «Комп’ютерні науки»

Харків 2025

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
“ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ  
з курсу  
«Диференціальна геометрія поверхонь та багатовидів»  
для магістрів спеціальності  
F3 «Комп'ютерні науки»

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету  
протокол № 2 від 26.06.25

Харків 2025

Конспект лекцій з курсу «Диференціальна геометрія поверхонь та багатовидів» для магістрів спеціальності F3 «Комп'ютерні науки»

Уклад. М.В. Матюшенко, Г.В. Федченко, - Харків: НТУ «ХПІ»,  
2025- 70с.

Укладачі: М.В. Матюшенко,  
Г.В. Федченко

Рецензент: О.Г. Сімонова

Кафедра геометричного моделювання  
та комп'ютерної графіки

## ВСТУП

Конспект лекцій- супроводження розділу теорії кривих та теорії поверхонь дисципліни «Диференціальна теорія поверхонь та багатовидів» В ньому є необхідні теоретичні відомості по розділах диференційної геометрії, націлені на структурування знань, одержуваних студентами, підвищення рівня розуміння фактів і теорем курсу диференційної геометрії і міжпредметних зв'язків, розвиток просторового уявлення

У силу специфіки досліджуваного предмета зв'язки з математичним аналізом і аналітичною геометрією залишаються дуже тісними. Лекції не тільки «тренують» вміння доводити певні факти і обчислювати характеристики геометричних об'єктів, а й знайомлять з новими для студента об'єктами і конструкціями топології і диференціальної геометрії.

Конспект лекцій охоплює три глави, перша з яких присвячена теорії кривих, друга – теорії поверхонь, третя глава присвячена внутрішній геометрії поверхонь.

Лекція 1. Криві в евклідовому  $n$ -мірному просторі- способи задавання. Регулярні криві.

[https://docs.google.com/document/d/1gVHw4UFhseHV93hJ83KR\\_5ueJRvbQFeD/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1gVHw4UFhseHV93hJ83KR_5ueJRvbQFeD/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 2. Дотична пряма. Довжина кривої.

[https://docs.google.com/document/d/1rW65uKWUYUSS3ga9lw9k\\_1qbI3XM-3Vg/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1rW65uKWUYUSS3ga9lw9k_1qbI3XM-3Vg/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 3. Кут між кривими. Довжина кривої і натуральна параметризація. Щільнодотична площина.

[https://docs.google.com/document/d/1B9\\_6OUJ8FmAcSoaKMvW4kenMcusvDMRD/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1B9_6OUJ8FmAcSoaKMvW4kenMcusvDMRD/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 4. Репер Френе регулярної кривої.

[https://docs.google.com/document/d/1NF3iNwdY3NGjHCRnKQPZbLijuOzcidm/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1NF3iNwdY3NGjHCRnKQPZbLijuOzcidm/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 5. Кривина та скрут регулярних кривих.

[https://docs.google.com/document/d/1aus2nL8iIRb9blhZLEn9GNgd-Op9PyfG/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1aus2nL8iIRb9blhZLEn9GNgd-Op9PyfG/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 6. Формули Френе. Основна теорема теорії кривих.

[https://docs.google.com/document/d/1BgZIPLKc0\\_VR3kerAylactoHCQvdXlhf/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1BgZIPLKc0_VR3kerAylactoHCQvdXlhf/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 7. Еволюта і евольвента плоскої кривої.

[https://docs.google.com/document/d/1EKQh1rXhODI3VtpdwGN7XBw8ygrtCuyT/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1EKQh1rXhODI3VtpdwGN7XBw8ygrtCuyT/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 8. Теорема про чотири вершини овалу. Інтегральна крива і нерівність Фенхеля.

[https://docs.google.com/document/d/1L\\_px7MD07HcxaSnLF5kxnCvtVNbKxgrw/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1L_px7MD07HcxaSnLF5kxnCvtVNbKxgrw/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 9. Поверхні- визначення і способи задавання.

[https://docs.google.com/document/d/1XBPF9PP6ioAm9HoSboGb0BNn0\\_X-me5t/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1XBPF9PP6ioAm9HoSboGb0BNn0_X-me5t/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 10. Регулярна заміна координат. Криві на поверхні. Дотична площина регулярної поверхні.

[https://docs.google.com/document/d/1uxbDmPq0BZdgDCoxJw0sRgew57OvGkIZ/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1uxbDmPq0BZdgDCoxJw0sRgew57OvGkIZ/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 11. Дотична площина регулярної поверхні.

[https://docs.google.com/document/d/1fy\\_Jy9JsGLS-QlltmBXnU8XQvrhtUSAH/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1fy_Jy9JsGLS-QlltmBXnU8XQvrhtUSAH/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 12 Дотичні вектори- тензорний закон зміни координат. Відображення поверхонь.

[https://docs.google.com/document/d/1lcbOx80koce4Vm62LDYlMK9ULq\\_h0d1j/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1lcbOx80koce4Vm62LDYlMK9ULq_h0d1j/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 13 Відображення поверхонь. Перша фундаментальна форма.

[https://docs.google.com/document/d/1Ebbzj-x7tye-yt0Dt12QJTXXtBHrniKP/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1Ebbzj-x7tye-yt0Dt12QJTXXtBHrniKP/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 14 Перша фундаментальна форма: довжини кривих, кут між кривими, площа областей на поверхні.

[https://docs.google.com/document/d/1NsETX9fLKvfRpg17Sz3rUtJ3918C-aOS/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1NsETX9fLKvfRpg17Sz3rUtJ3918C-aOS/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

Лекція 15 Ізометрії, конформні і еквіареальні відображення.

[https://docs.google.com/document/d/1yZs7BMmXqEM0Jn2tNET5gbeerpvqQPsz/edit?usp=drive\\_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true](https://docs.google.com/document/d/1yZs7BMmXqEM0Jn2tNET5gbeerpvqQPsz/edit?usp=drive_link&oid=102097950614385573909&rtpof=true&sd=true)

## Список рекомендованої літератури

1. Диференціальна геометрія: Навчальний посібник /Л.М. Курбатова. Одеса: Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2020. – 66 с.
2. Classical Mechanics and Geometry by Si Li, Tsinghua University, 2023.- 158 pages
3. Electromagnetism and Geometry by Si Li, Tsinghua University, 2023.- 153 pages
4. Current Developments in Mathematics by Denis Auroux, , International Press of Boston, Inc., 2021.-186 pages

Навчальне видання  
КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з курсу  
«Диференціальна геометрія поверхонь та багатовидів»  
для магістрів спеціальності  
ФЗ «Комп'ютерні науки»

Укладачі: МАТЮШЕНКО Микола Васильович

ФЕДЧЕНКО Ганна Валеріївна

Відповідальний за випуск Шоман О.В.

Роботу рекомендувала до видання Шоман О.В.

В авторській редакції

План 2025 р., поз.

Підп. до друку 2025 р. Формат 60x84 1/16. Папір офісний.  
RISO- друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. Обл.-вид. арк. 1,4.  
Наклад прим. Зам. № Ціна договірна.

---

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07. 2000 р.  
61002, Харків, вул. Кирпичова, 21

---

Друкарня НТУ «ХП», 61002, Харків, вул. Кирпичова, 21

