

Н.Р. Веселовська

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОБГРУНТУВАННЯ АЛГОРИТМІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ ДІАГНОСТУВАННІ ВЕРСТАТНОГО КОМПЛЕКСУ З ЧПК В АЛЬТЕРНАТИВНИХ СИТУАЦІЯХ

Розроблені математичні моделі для обґрунтування алгоритмів прийняття рішення при діагностуванні верстатного комплексу з ЧПК в альтернативних ситуаціях та отриманні математичні описи інформаційних процесів при прийнятті рішення. Підкреслено, що проблема прийняття рішення складає суть будь-якої цілеспрямованої людської діяльності. Розроблена загальна структурна схема алгоритму прийняття рішення, а також алгоритму моделювання процесу діагностування, який повно відображає роботу всієї системи та включає в себе достатню кількість параметрів, забезпечує отримання статистичних даних про функціонування ОД (моделі), реагує на всі зміни в системі, відповідає всім вимогам простоти його використання при складанні програмного забезпечення. На основі якісного аналізу математичних моделей синтезовано та досліджено критерії, які алгоритмізують отримання оптимальних параметрів при застосуванні їх в промисловому виробництві.

Ключевые слова: математична модель, діагностування, верстатний комплекс з ЧПК, математичні описи, інформаційні процеси, алгоритм моделювання, програмне забезпечення, промислове виробництво.

Вступ. Комплексна автоматизація технологічних процесів вже давно є одним з найважливіших напрямків розвитку складних технологічних систем. Для останніх десятиріч характерний значний прогрес в автоматизації масового і багатосерійного виробництва машин, складальних одиниць і деталей в різноманітних галузях промисловості.

В галузі машинобудування за останні роки відбулися вагомні технічні і організаційні зміни, які пов'язані з появою нових засобів технологічного впливу, створенням нових видів гнучких виробничих систем (ГВС) з трудозберігаючою («безлюдною технологією»), широким і все більше наростаючим впровадженням в сферу виробництва обладнання з програмним керуванням і обчислювальною технікою. Це особливо актуальне для гнучких автоматизованих виробництв, функціонування яких неможливе без суттєвого підвищення надійності та ефективності складного прецизійного обладнання, а в першу чергу металорізальних верстатів. З одного боку – це високоефективні машини, в яких впроваджено багато досягнень науки та техніки. З другого – це машини, які призначені для виготовлення та обробки деталей інших машин. Сам верстат перетворився на сучасному етапі в складний автоматизований агрегат з широкими можливостями для виконання різноманітних технологічних операцій, з використанням великої кількості різного інструменту та керуванням за допомогою електронно-обчислювальної машини (ЕОМ).

В сучасних умовах актуальною є задача проведення дослідних випробувань верстатів та вибору критерію оцінювання ефективності прийняття рішення про підвищення надійності технологічного облад-

нання при проведенні діагностування та якості деталей, які обробляються. При таких випробуваннях повинна бути перевірена результативність прийнятих рішень, вказані найбільш ефективні шляхи досягнення рівня якості та ефективності. В сучасному машинобудуванні основу гнучких виробничих систем складають верстати з числовим програмним керуванням (ЧПК), які забезпечують виконання різноманітних технологічних операцій металообробки.

Важливою є проблема розробки та використання засобів та методів технічного діагностування верстатного комплексу з ЧПК і математичних моделей для обґрунтування алгоритмів прийняття рішень при діагностуванні цього обладнання з метою підвищення ефективності і надійності роботи комплексу та якості деталей, які обробляються на ньому. Вирішення цієї актуальної проблеми пропонується автором.

Основна частина.

1. Алгоритм прийняття рішення як статистична задача перевірки гіпотез

Універсальність процедури прийняття рішень і математичного апарату, що застосовується при цьому, дозволяє в однакової мірі використати викладений нижче матеріал як при розробці структурної схеми взаємодії людини з технічними засобами, так і при виборі комплексу технічних засобів, кращого алгоритму рішення, критерію оцінки ефективності.

Проблема прийняття рішення складає суть будь-якої цілеспрямованої людської діяльності. При цьому для ситуацій, в яких відбувається вибір рішень, характерно:

1) Наявність цілі (цілей). Очевидно, що за відсутності цілі не виникає необхідності прийняття будь-якого рішення;

2) Наявність альтернативних ліній поведінки, тобто рішення приймаються в умовах, коли існує більше одного засобу досягнення поставленої мети;

3) Наявність обмежуючих факторів, які представляються трьома основними групами: економічні, технічні і соціальні фактори.

Отже, процес прийняття рішення – це перетворення вхідної інформації в вихідну. Загальну постановку задачі прийняття рішення можна сформулювати на основі: при заданих значеннях і характеристиках фіксованих неконтрольованих факторів $A_1, A_2, \dots, A_p, Y_1, Y_2, \dots, Y_q$ з урахуванням невизначених факторів Z_1, Z_2, \dots, Z_r знайти оптимальні значення

$X_{1opt}, X_{2opt}, \dots, X_{topr}$ з областей $\Omega_{X1}, \Omega_{X2}, \dots, \Omega_{Xl}$ їх допустимих значень, що подавали б максимуму (мінімуму) критерію оптимальності $F \rightarrow \max(\min)$.

Всю безліч проблем, що супроводжує будь-який процес прийняття рішень, умовно можна поділити на два класи: проблеми концептуального характеру, до яких відносяться складні логічні проблеми, і проблеми формально-математичного і обчислювального характеру, що грають допоміжну роль, як засіб полегшуючий і організуючий евристичну діяльність людей. Алгоритм прийняття рішень, в загальному випадку, є правилом, що ставить у відповідність кожному результату спостережень рішення, яке приймається. Структура простору можливих рішень може бути умовно визначена наступними ситуаціями: двоальтернативною, три альтернативною або багатоальтернативною, що вимагає прийняття одного з багатьох рішень. Функції витрат, що виникають при помилкових рішеннях, об'єктивно вибрати неможливо. При спробах виконання, відразу ж з'являються суб'єктивні елементи і потрібно припускати, що однозначного вибору немає. Однак відмітимо, що вказана трудність притаманна всім областям теорії, в якій модель узгоджується з реальною дійсністю, і тому всі неточності в визначенні функції витрат можна відносити до похибок побудови моделі. Проведемо дослідження алгоритмів прийняття рішень в альтернативних ситуаціях.

2. Математична модель алгоритму прийняття рішень в двоальтернативній ситуації

2.1. Оцінка статистичних характеристик (часу спостереження математичного сподівання, дисперсії)

Рішення при діагностуванні приймаються на основі аналізу поведінки вхідного параметра X_i за деякий проміжок часу $(0, T)$. Параметр X_i - це суміш повідомлень і адитивної випадкової стаціонарної завади. Практика показує, що тільки сингулярність вхідного процесу дозволяє миттєво приймати рішення про відповідність $m[x(t)]$ стану 0-1 з вірогідністю 1. (В подальшому будуть розглядатися регулярні проце-

си, поведінку яких передбачити з будь-якою заданою ймовірністю неможливо).

Обмежуючися розглядом адитивного і незалежного шуму, уявимо що приймаються дані СД у вигляді

$$x(t) = s(t) + \xi(x), \quad (1)$$

де $s(t)$ – функція повідомлення $\begin{cases} M_0[s(t)] = 0 \\ M_1[s(t)] = a \end{cases}$, $\xi(t)$ –

функція завади $M[\xi(t)] = 0$.

Виходячи з того, що кінцевість часу спостереження $0 < T < \infty$ не дозволяє точно визначити $M[x(t)]$ в реальних випадках математичне сподівання оцінюватимемо величиною

$$M[x(t)] = M[\xi(t)] + \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt, \quad (2)$$

де $M[\xi(t)]$ - математичне сподівання завади; T - час спостереження.

Алгоритм визначення математичного сподівання (2) реалізується СД, при $T \rightarrow \infty, M_{cm}[\xi(t)] \rightarrow M[\xi(t)] \rightarrow 0$ і при $T \rightarrow \infty, M_{cm}[x(t)] \rightarrow M[s(t)] \rightarrow \begin{cases} 0 \\ a \end{cases}$.

Визначимо дисперсію математичного сподівання $\sigma_{c\xi}^2$: якщо існує в сенсі Римана інтеграл випадково-

го процесу $c = \int_a^\infty x(t) dt$ для кожної функції $x(t)$, то він

визначає деяке випадкове число c , якщо інтеграл не існує, то операцію інтегрування можна визначити у вигляді:

$$\lim M \left\{ \left[c - \sum_{i=1}^n x(t_i) \Delta t_i \right]^2 \right\}, \Delta t_i \rightarrow 0, \quad (3)$$

де c - визначається як межа суми або як інтеграл від $x(t)$ в середньоквадратичному сенсі.

Середнє значення c :

$$M(c) = \int_a^b M[x(t)] dt = \int_a^b \mu_x(t) dt, \quad (4)$$

$$c^2 = \int_a^b x(t_1) dt_1 \int_a^b x(t_2) dt_2 = \int_a^b \int_a^b x(t_1) x(t_2) dt_1 dt_2.$$

Тоді

$$M(c^2) = \int_a^b \int_a^b M[x(t_1) x(t_2)] dt_1 dt_2 = \int_a^b \int_a^b R_x(t_1, t_2) dt_1 dt_2. \quad (5)$$

Враховуючи, що

$$R_{ox}(t_1, t_2) = R_x(t_1, t_2) - \mu_x(t_1) \mu_x(t_2),$$

дисперсію можна визначити в вигляді

$$\sigma_c^2 = \int_a^b \int_a^b [R_x(t_1, t_2) - \mu_x(t_1) \mu_x(t_2)] dt_1 dt_2 = \int_a^b \int_a^b R_{ox}(t_1, t_2) dt_1 dt_2. \quad (6)$$

2.2. Формулювання двоальтернативної задачі прийняття рішення

Основний принцип двоальтернативної процедури зводиться до визначення стану параметра: «норма» - «немає норми». Умови задачі припускають апріорне знання: вигляду розподілу ОД; стаціонарності ОД і завад в процесі діагностування; апріорної ймовірності появи ситуації «немає норми»- P_0 , «норма»- P_1 ; платаної матриці функції витрат і виграшів при прийнятті помилкового і правильного рішення; функції витрат, які вносяться при прийнятті рішення і що визначаються неточністю процесу діагностування; аддитивності сигналу і завади; автокореляційної функції завади [36-37,46,53,60]. Результатом рішення задачі повинно передбачатися визначення оптимальних параметрів СД: часу прийняття рішення про віднесення

$x(t)$ до $\begin{cases} x_0(t) \\ x_1(t) \end{cases}$; грубості діагностування; еталонного

значення m_c параметра $x(t)$; ефективності процедури прийняття рішення. Оптимальність вказаних параметрів розглядається з позицій існування декількох можливих критеріїв, або відсутності апріорних відомостей, що визначаються наявністю векторів $\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t)$. Визначення умовних ймовірностей помилок, що виникають в двоальтернативній ситуації, зводиться до обчислення інтегралів, наведених в третьому розділі, де помилка першого роду (умовна «неправдива тривога»), а помилка другого роду (умовний «пропуск сигналу»). Враховуючи, що з лінійності операції визначення математичного сподівання функцій $x_0(t), x_1(t)$ і диференціальні закони розподілу ймовірностей $W_0(x), W_1(x)$ - нормальні, вирази для визначення дисперсії математичного сподівання (6), послідовно запишемо:

$$\alpha = \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_0^2}(m - m_0)^2\right] dm \quad (7)$$

$$= \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm,$$

$$\beta = \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_0^2}(m - m_0)^2\right] dm \quad (8)$$

$$= \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm.$$

Знання апріорних ймовірностей рішень «норма»- P_1 і «немає норми» - $P_0=1-P_1$, дозволяє визначити апостеріорні ймовірності помилкових рішень: P_{01} -

апостеріорну ймовірність помилки типу «пропуск сигналу», P_{10} - апостеріорну ймовірність помилки типу «неправдива тривога». Враховуючи елементи платаної матриці

$$L = \begin{pmatrix} L_{00} & L_{01} \\ L_{10} & L_{11} \end{pmatrix},$$

де L_{00} - плата при помилковому рішенні типу «пропуск мети»; L_{01} - плата при помилковому рішенні типу «неправдива тривога»; L_{10} - плата при правильному рішенні типу «ціль відсутня»; L_{11} - плата при правильному рішенні типу «ціль виявлена», ризик (витрати), що вносяться при прийнятті рішень, має вигляд:

$$r_0 = L_{01} \cdot P_1 \cdot \beta + L_{10} \cdot P_0 \cdot \alpha =$$

$$= L_{01} \cdot P_1 \cdot \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm +$$

$$+ L_{10} \cdot (1 - P_1) \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm.$$

Аналізуючи вираз (9) можна визначити можливі напрямки зниження ризику r : збільшення часу контролю T ; збільшення рівня сигналу «немає норми»; вибір еталонного, порогового значення m . Вартісні витрати, які вносяться старінням інформації, виражаються функціональною залежністю:

$$W_T(T) = Q_T T^{\mu_T}, \quad (10)$$

де $W_T(T)$ – витрати із-за старіння інформації; μ_T - коефіцієнт, що визначається виглядом діагностування; Q_T - коефіцієнт просторів час-вартість.

Вартісні витрати, що визначаються межею рівня сигналу $m=a$, в загальному випадку, представляються в вигляді

$$W_a(a) = Q_a a^{\mu_a}. \quad (11)$$

де $W_a(a)$ – витрати що визначаються неточністю при формуванні рівня сигналу, який діагностується a ; μ_a - коефіцієнт, що визначається виглядом діагностування; Q_a - коефіцієнт просторів рівнів діагностування-вартість.

Апріорні знання про означені витрати, що викликаються неточністю діагностування, можуть бути визначені тільки областю існування прийнятої неточності діагностування. При спільному розгляді виразів (9) - (11) з'являється ситуація, в якій повинні бути оптимально перерозподілені витрати в процесі діагностування: помилки, що виникають при діагностуванні, нешвидкодія і неточність СД. Враховуючи, що вимірності $r_0, W_T(T), W_a(a)$ однакові, природним критерієм оптимізації системи діагностування параметру можна вважати критерій

$$R = r_0 + W_T(T) + W_a(a), \quad (12)$$

де R - повний ризик при контролюванні параметра.

Критерій (12) являє собою різновид критерію Байеса, розповсюджений на систему діагностування з

урахуванням витрат, що викликаються старінням інформації і неточністю діагностування. Підставивши (9-11) в (12), одержимо критерій у вигляді:

$$R = L_{01} \cdot P_1 \times \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm + L_{10} \cdot (1-P_1) \times \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm + Q_T T^{\mu T} + Q_a a^{\mu a} \quad (13)$$

де аргументами є технічні параметри системи діагностування: m_c - еталонне значення порогу параметра x , що діагностується; T - час діагностування; a - рівень стану параметра $S_1(t)$.

Відзначимо, що кількість аргументів може змінюватися в залежності від повноти апріорних знань (наприклад, може виявитися невідомою апріорна ймовірність появи сигналу «немає норми»- P). Мінімізуючи функціонал R , можна визначити оптимальні технічні параметри системи m_c , T , a , при яких витрати експлуатації системи будуть самими дешевими у вартісному відображенні. Доцільність застосування СД продиктована тим, що в процесі діагностування існує ймовірність прийняття правильного рішення про стан параметра $x_i(0-1)$. При цьому умовні ймовірності правильних рішень мають вигляд:

$$\gamma = \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m_x^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm = 1 - \alpha = 1 - \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm. \quad (14)$$

$$\delta = \int_{m_c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm = 1 - \beta = 1 - \int_{-\infty}^{m_c} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm. \quad (15)$$

де γ - умовна ймовірність правильного рішення про стан «норма», δ - умовна ймовірність правильного рішення про стан «немає норми».

Повні надходження в вартісному відображенні з урахуванням апріорної ймовірності появи відмови (немає норми) P_0 і платіжної матриці мають вигляд

$$W_p = L_{00}(1-P_1)\gamma + L_{11}P_1\delta, \quad (16)$$

де L_{00} - надходження при прийнятті правильного рішення про стан «норма», L_{11} - надходження при прийнятті правильного рішення про стан «немає норми».

З урахуванням (16), (9) - (11) можна розрахувати чистий виграш при діагностуванні деякого параметра

$$W_b = W_p - R = L_{00}(1-P_1)\gamma + L_{11}P_1\delta - L_{01}P_1\beta - L_{10}(1-P_1)\alpha - Q_T T^{\mu T} - Q_a a^{\mu a}. \quad (17)$$

Припустивши, що діагностування параметру x є грою «проти природи» з початковою нульовою сумою, можемо вважати, не втрачаючи загальності, що

$$|L_{00}| = |L_{10}|; |L_{11}| = |L_{01}|. \quad (18)$$

При цьому

$$W_b = L_{01}(1-P_1)(1-\alpha) + L_{10}P_1(1-\beta) - L_{10}P_1\beta - L_{01}(1-P_1)\alpha - Q_T T^{\mu T} - Q_a a^{\mu a} = L_{01}(1-P_1) + L_{10}P_1 - 2L_{01}(1-P_1)\alpha - 2L_{10}P_1\beta - Q_T T^{\mu T} - Q_a a^{\mu a}. \quad (19)$$

2.3. Алгоритм оцінювання ефективності прийняття рішень при двоальтернативному діагностуванні

ОД оцінюється співвідношенням ефективність-вартість в вигляді

$$\mathcal{E}(t, \tau) = \frac{I_{\max}(t, \tau) \cdot C_{\min}(t, \tau)}{C_p(t, \tau)}. \quad (20)$$

Кількість інформації, отримана в процесі діагностування, визначається параметрами системи і апріорними відомостями про параметр x_i , що діагностується. При цьому початкова ентропія параметра

$$H_0 = -P_0 \log_2 P_0 - (1-P_0) \log_2 (1-P_0). \quad (21)$$

В результаті діагностування, ентропія H зменшується до рівня що визначається співвідношенням

$$H_1 = -P_0 \log_2 P_0 - P_b \log_2 P_b = -[P_0 \alpha + (1-P_0)\beta] \log_2 [P_0 \alpha + (1-P_0)\beta] - \{1 - [P_0 \alpha + (1-P_0)\beta]\} \log_2 \{1 - [P_0 \alpha + (1-P_0)\beta]\}. \quad (22)$$

α, β - визначаються за формулами (7) - (8) відповідно.

Тоді повна інформація, одержана в результаті діагностування, буде мати вигляд (23)

відомостей потрібно віднести знання платіжної матриці

$$L = \begin{pmatrix} L_{00}L_{0+}L_{0-} \\ L_{++}L_{+0}L_{+-} \\ L_{--}L_{-0}L_{-+} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

де L_{00} - позитивна плата при правильному прийнятті повідомлення «норма», L_{++} - позитивна плата при правильному прийнятті повідомлення «більше», L_{--} - позитивна плата при правильному прийнятті повідомлення «менше», L_{0+} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «норма» замість гіпотези «більше», L_{0-} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «норма» замість гіпотези «менше», L_{+0} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «більше» замість гіпотези «норма», L_{+-} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «більше» замість гіпотези «менше», L_{-0} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «менше» замість гіпотези «норма», L_{-+} - негативна плата при помилковому прийнятті гіпотези «менше» замість гіпотези «більше».

Як апіорні відомості слід оцінювати задання функцій витрат, (аналогічно (10) - (11)), які вносяться:

$$1) \text{ старінням інформації } W_T(T) = Q_T \cdot T^{\mu T};$$

$$2) \text{ витратами, пов'язаними з неточністю вимірювань станів «менше», «більше»: } W_a(a) = Q_a \cdot a^{\mu a}, \\ W_b(b) = Q_b \cdot b^{\mu b}$$

3.2. Оцінка умовних імовірностей, ризику і виграшу при прийнятті рішення при триальтернативному діагностуванні

Визначаючи аналогічно платаній матриці, умовні імовірності помилок, можливих при прийнятті рішення про відповідність вхідного сигналу гіпотезі «норма», «більше», «менше» отримаємо:

$$1) q_{0+} = \int_{m_-}^{m_+} W_+(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «норма» при передачі повідомлення «більше»};$$

$$2) q_{+-} = \int_{m_-}^{m_+} W_-(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «норма» при передачі повідомлення «менше»};$$

$$3) q_{-0} = \int_{-\infty}^{m_-} W_0(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «менше» при передачі повідомлення «норма»};$$

$$4) q_{+0} = \int_{m_+}^{\infty} W_0(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «більше» при передачі повідомлення «норма»};$$

$$5) q_{-+} = \int_{-\infty}^{m_-} W_+(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «менше» при передачі повідомлення «більше»};$$

$$6) q_{+-} = \int_{m_+}^{\infty} W_-(m) dm - \text{умовна ймовірність прийняття гіпотези «більше» при передачі повідомлення «менше»};$$

$$7) q_{00} = \int_{m_-}^{m_+} W_0(m) dm - \text{умовна ймовірність правильного прийняття гіпотези «норма»};$$

$$8) q_{++} = \int_{m_+}^{\infty} W_+(m) dm - \text{умовна ймовірність правильного прийняття гіпотези «більше»};$$

$$9) q_{--} = \int_{-\infty}^{m_-} W_-(m) dm - \text{умовна ймовірність правильного прийняття гіпотези «менше»}.$$

Вважаючи відомими апіорні імовірності повідомлень «норма», «більше», «менше» (P_0, P_+, P_-) і знаючи, що закон щільності розподілу статистичного математичного сподівання має вигляд [13-17]

$$W(m) = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right], \quad (28)$$

визначаємо апостеріорні імовірності помилок (29-35):

$$P_{0+} = P_+ q_{0+} = P_+ \int_{m_-}^{m_+} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m+a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{0-} = P_- q_{0-} = P_- \int_{m_-}^{m_+} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-b)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{-0} = P_0 q_{-0} = P_0 \int_{-\infty}^{m_-} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{+0} = P_0 q_{+0} = P_0 \int_{m_+}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P = P q = P \int \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m+a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{+-} = P_- q_{+-} = P_- \int_{m_+}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-b)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{-+} = P_{+q_{-+}} = P_{+} \int_{-\infty}^{m_{-}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m+a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

і апостеріорні ймовірності правильних рішень (35-37):

$$P_{00} = P_{0q_{00}} = P_{0} \int_{m_{+}}^{m_{-}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{m^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{++} = P_{+q_{++}} = P_{+} \int_{m_{+}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m+a)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

$$P_{--} = P_{-q_{--}} = P_{-} \int_{-\infty}^{m_{-}} \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}} \exp\left[-\frac{(m-b)^2}{\frac{4T}{T} \int_0^{1-\frac{\tau}{T}} R_{0\xi}(\tau) d\tau}\right] dm;$$

Враховуючи елементи платаної матриці (27), що визначають витрати і надходження, які вносяться тим або іншим типом помилкових і правильних рішень, визначимо повний ризик і повні надходження при експлуатації триальтернативної СТД з корекцією діагностування

$$r = L_{0+} P_{0+} + L_{0-} P_{0-} + L_{-0} P_{-0} + L_{+0} P_{+0} + L_{+-} P_{+-} + L_{-+} P_{-+} \quad (38)$$

де Γ - ризик, який вноситься помилковими рішеннями, а $\Pi = L_{00} P_{00} + L_{--} P_{--} + L_{++} P_{++}$ - надходження при прийнятті правильних рішень.

Аналіз (38) дозволяє визначити можливі напрями зниження ризику: збільшення часу спостереження (обсягу вибірки) T ; збільшення неточності діагностування («відстані» m_{+} і m_{-}); вибір оптимальних еталонних значень m_{+} , m_{-} . Повний ризик при прийнятті рішення і повні надходження при діагностуванні відповідно мають вигляд:

$$R = r + W_T(T) + W_a(a) + W_b(b), \quad (39)$$

$$\Pi = L_{00} P_{00} \int_{m_{-}}^{m_{+}} W_0(m) dm + L_{++} P_{++} \int_{m_{+}}^{\infty} W_{+}(m) dm + L_{--} P_{--} \int_{-\infty}^{m_{-}} W_{-}(m) dm. \quad (40)$$

Вигідність застосування СД визначається як різниця між надходженнями та ризиком

$$W_B = \Pi - R = L_{00} P_{00} \int_{m_{-}}^{m_{+}} W_0(m) dm + L_{++} P_{++} \int_{m_{+}}^{\infty} W_{+}(m) dm + L_{--} P_{--} \int_{-\infty}^{m_{-}} W_{-}(m) dm - L_{0+} P_{+0} \int_{m_{-}}^{m_{+}} W_{+}(m) dm - L_{-0} P_{-0} \int_{m_{-}}^{m_{+}} W_{-}(m) dm - L_{+0} P_{+0} \int_{-\infty}^{m_{-}} W_0(m) dm - L_{+-} P_{+-} \int_{m_{+}}^{\infty} W_{+}(m) dm - L_{-+} P_{-+} \int_{-\infty}^{m_{-}} W_{-}(m) dm - W_T(T) - W_a(a) - W_b(b). \quad (41)$$

3.3. Оцінка ентропії і інформації при прийнятті рішення в триальтернативній ситуації

В процесі діагностування в момент, що передуює прийняттю рішення, відомості про стан об'єкта характеризуються невизначенністю, початковою ентропією (інформацією). При цьому початкова ентропія визначається тільки апіорними ймовірностями характеристиками об'єкта діагностування і цілком не залежить від засобу діагностування. Наприклад, якщо відомі апіорні ймовірності станів «норма», «більше», «менше», то початкова ентропія має вигляд

$$H_0 = -P_0 \log_2 P_0 - P_{+} \log_2 P_{+} - P_{-} \log_2 P_{-}. \quad (42)$$

Максимум початкової ентропії досягається при $P_0 = P_{+} = P_{-} = \frac{1}{3}$ в силу простору подій $P_0 + P_{+} + P_{-} = 1$. В результаті виконання триальтернативного діагностування ентропія стану параметра об'єкта, що діагностується зменшується і досягає деякого нового значення H . Значення кінцевої ентропії H визначаються, в свою чергу, ймовірностями помилкових і правильних рішень при прийнятті гіпотез

$$H_1 = -P_0 \log_2 P_0 - P_V \log_2 P_V. \quad (43)$$

Ймовірність виникнення помилки при виконанні діагностування дорівнює сумі апостеріорних ймовірностей помилок, а ймовірність правильних рішень визначається:

$$P_{vem} = P_0 \int_{m_{-}}^{m_{+}} W_0(m) dm + P_{+} \int_{m_{+}}^{\infty} W_{+}(m) dm + P_{-} \int_{-\infty}^{m_{-}} W_{-}(m) dm. \quad (44)$$

3.4. Дослідження алгоритму прийняття рішення при триальтернативному діагностуванні

В основу побудови алгоритму покладені найбільш узагальнюючі характеристики діагностування: інформація і вартість. Ефективність прийнятого рішення при вимірюванні з інформаційної точки зору можна обчислити так:

$$E_i = \frac{I}{I_{\max}} = \frac{I}{\sup H_0} = \frac{\sup H_0 - H_1}{\sup H_0}. \quad (45)$$

При цьому: 1) $E_i = 1$ - для ідеальної процедури прийняття рішення; 2) $0 < E_i < 1$ - для реальної процедури прийняття рішення; 3) E_i - для процедури, що не дасть рішення або внесе дезінформацію.

Пропускна спроможність (швидкодія) СД оцінюється інформаційним критерієм, перевагою якого є його спроможність оцінки динамічної ефективності і можливість порівняння декількох СД за їх пропускну спроможністю. Однак критерій має істотний недолік - неможливість вибору оптимальних параметрів СД, що є наслідком відсутності екстремуму (45). Екстремум можна відшукати тільки при накладенні на (45) обмежень. При цьому, у випадку лінійних обмежень, маємо задачу лінійного програ-

мування [116], а у випадку нелінійних - задачу нелінійного програмування.

Висновки. Відмічено, що в залежності від вигляду прийнятого рішення в істотній мірі залежить ефективність роботи всього комплексу: «об'єкт-система діагностування». Зроблено висновок, що синтез алгоритмів прийняття рішень СД базується на математичній теорії перевірки гіпотез і теорії інформації, а критерії формуються як конкретно поставлені оптимізаційні задачі.

Розроблені математичні моделі для обґрунтування алгоритмів прийняття рішення при діагностуванні верстатного комплексу з ЧПК в альтернативних ситуаціях та отримані математичні описи інформаційних процесів при прийнятті рішення. Підкреслено, що проблема прийняття рішення складає суть будь-якої цілеспрямованої людської діяльності. Розроблена загальна структурна схема алгоритму прийняття рішення, а також алгоритму моделювання процесу діагностування, який повно відображає роботу всієї системи та включає в себе достатню кількість параметрів, забезпечує отримання статистичних даних про функціонування ОД (моделі), реагує на всі зміни в системі, відповідає всім вимогам простоти його використання при складанні програмного забезпечення. Досліджено, що алгоритм прийняття рішення в статистичній задачі залежить від трьох елементів: класу щільності розподілу $W(x)$, якому за припущенням належить спостереження X ; структури простору можливих рішень Y ; форми функції витрат L_{01} , L_{10} і виграшів L_{11} , L_{00} , а структура простору можливих рішень може бути умовно визначена наступними ситуаціями: двоальтернативною, триальтернативною і (або) багатоальтернативною, що вимагає прийняття одного з багатьох рішень. На основі якісного аналізу математичних моделей синтезовано та досліджено критерії, які алгоритмізують отримання оптимальних параметрів при застосуванні їх в промисловому виробництві.

Список літератури: 1. Franksen O.I Structural Aspects of Control-lability and Observability-. Tensorial Aggregation, Franklin Institute, journal, 1979, vol 308 No2, P. 79 - 104. 2. Красовский А.А. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами/ А.А.Красовский, В.Н.Буков, В.С. Шендрик // - М.: Наука, 1977, - 272с. 3. Кафаров В.В. Иерархическая модель и квазидинамический алгоритм оптимизации качества продукции дискретно-непрерывных химико-технологических систем / В.В.Кафаров, В.П.Мешалкин, А.М.Федосеев, А.И.Черепанов // Док. Академии наук СССР, 1983, том 270, No 3. - С. 145 - 160. 4. Пузырев В.А. Управление технологическими процессами производства микроэлектронных приборов / В.А.Пузырев // - М.: Радио и связь, 1984, - 160с. 5. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В. Кафаров // - М.: Химия, 1971, - 496 с. 6. Кунцевич В.М. О решении дискретных матричных уравнений Ляпунова, Риккати и их обобщений / В.М.Кунцевич, М.М.Лычак // Кибернетика No 3, 1980, - с. 13-18. 7. Лысогор В.Н. Опыт разработки и внедрения АСУ ТП производства электродного кокса в аппаратах периодического действия / В.Н.Лысогор // - М.: ЦНИИТЭНефтехим, 1979, - 60с. 8. Веселовська Н.Р. Математична модель системи "Об'єкт діагностування-система діагностування" для автоматизованої системи технологічного обладнання / Н.Р. Веселовська // Вісник ВДСГП. – Випуск No2.-1998.- С.147-151. 9. Кузьмін І.Б. О

создании АСУ периодическими технологическими процессами / И.Б.Кузьмин, В.Н.Лысогор // Тезисы докладов: IX Всесоюзное совещание по проблемам управления. Ереван, 1983, - С. 349-350. 10. Кузьмин И.В. Модель стресса в человеко-машинных системах / И.В. Кузьмин // В кн. Информационные и моделирующие системы в электронике и электроэнергетике, Киев.: Наукова думка, 1980. - С. 190 - 202. 11. И.В.Кузьмин. Оценка эффективности и оптимизация автоматизированных систем контроля и управления / Кузьмин И.В. // - М.: Советское радио, 1971, - 294с. 12. Райевд К.А. Декомпозиция линейной модели объекта управления / К.А. Райевд // Труды Таллинского политехнического института. В кн. Расчет и проектирование систем технической кибернетики. Таллин, 1983, - с. 41-54. 13. Габелко К.Н. Последовательное улучшение многоэтапных процессов/ К.Н.Габелко // Автоматика и телемеханика No 12, 1974,- С.72 - 80. 14. Кузьмін І.В. Синтез алгоритму прийняття рішення в багатоальтернативній ситуації / І.В. Кузьмін, Н.Р. Веселовська // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах.- No3. -1998.- С. 107-110. 15. Основы моделирования сложных систем. Под ред. И.Б.Кузьмина, Киев.: Вища школа, 1981. - 360 с. 16. Управляющие вычислительные машины в АСУ технологическими процессами. Под ред. Т.Харрисона, I том.- М.: Мир, 1975. - 530 с. 17. Сейдж Э.П. Оптимальное управление системами / Э.П. Сейдж, Ч.С. Уайт // - М.: Радио и связь, 1982. - 392с. 18. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон // - М.: «Мир», 1978.- 418 с.

Bibliography (transliterated): 1. Franksen O. I *Structural Aspects of Control-lability and Observability*. Tensorial Aggregation, Franklin Institute, journal, 1979, vol 308, No. 2, P. 79-104. 2. A. Krasovskiy, V. N. Beeches, V. S. Shendrik. *Universal algorithms of optimal control of continuous processes* - Moscow: Nauka, 1977, - 272 p. 3. The AK. V. V. Kafarov, V. P. Meshalkin, A. M. Fedoseev, A. I. Cherepanov. *The hierarchical model and quotidianamente algorithm optimization of product quality discrete-continuous chemical-technological systems*. Doc. Acad. of Sciences of the USSR, 1983, vol 270, No. 3. P.145 – 160. 4. V. Puzyrev. *Management of technological processes in the production of microelectronic devices*. - Moscow: Radio and communication, 1984, - 160 p. 5. V. V. Kafarov. *Methods of Cybernetics in chemistry and chemical technology*. - Moscow: Chemistry, 1971, - 496 p. 6. 24. V. M. Kuntsevich, M. M. Lychak. *The solution of the discrete Lyapunov matrix equations, Riccati and their generalizations*. Cybernetics, No. 3, 1980, P. 13-18. 7. V. N. Lisogor. *Experience in the development and implementation of automated process control system for production of electrode coke in the apparatus of periodic action*. - Moscow: Tsniitneftehim, 1979, - 60 p. 8. Veselovska N. P. *Mathematical model of the system "Ob CT Dagestana system Dagestana" for automatizovano systems technologiczne namely*. - the Bulletin VDSG. - Issue No. 2.-1998.- P. 147-151. 9. I. B. Kuzmin, V. N. Lisogor. *About ACS periodic technological processes. Abstracts: IX all-Union conference on problems of management*. Yerevan, 1983, P. 349-350. 10. I. V. Kuzmin. *A model of stress in human-machine systems* - In proc. Information and modeling systems in electronics and power engineering, Kiev.: Naukova Dumka, 1980, P. 190 – 202. 11. I. V. Kuzmin. *Performance evaluation and optimization of automated systems of control and management*. - Moscow: Soviet radio, 1971, - 294 p. 12. K. A. Rigaud. *Decomposition of the linear model of the control object*. *Proceedings of the Tallinn Polytechnic Institute*. In proc. Calculation and design systems engineering Cybernetics. Tallinn, 1983, P. 41-54. 13. K. N. Gabelko. *Gradual improvement of multi-stage processes*. *Automation and remote control*. No. 12, 1974, P. 72-80. 14. Cousin I. In. Veselovska N. P. *The synthesis algorithm pinatta Committee in bagatellisation situat Vimruntime obsoletely machinery in technologiczny behaviors*. - No. 3. -1998.-P. 107-110. 15. *Basic modeling of complex systems*. Edited by I. B. Kuzmin, Kiev.: High school, 1981. - 360 p. 16. *Control computers in automated control systems of technological processes*. Edited by T. Harrison, I volume.- Moscow: Mir, 1975, - 530 p. 17. E. P. Sage And C. S. White. *Optimal control systems*.- Moscow: Radio and communication, 1982, - 392 p. 18. Shannon R. *System simulation - the art and science*.- Moscow: Mir, 1978.- 418 p.

Поступила (received) 14.03.2015

Веселовська Наталія Ростиславівна – док. техн. наук, проф. ВНТУ, Вінниця