$$z_{min} = -\frac{2 f_{1max} \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \left(\cos^2 \mu + \tau_1 \right). \qquad (19)$$

Толщину зубьев и условие их заострения можно найти, используя рекомендации работы [9].

Выводы.

1. Получены значения геометро-кинематических критериев работоспособности цилиндрических передач с арочными зубьями, нарезанными реечным инструментом с исходным контуром, очерченным дугами окружности.

2. Результаты статьи можно использовать при синтезе и анализе цилиндрических передач с арочными зубьями по критериям работоспособности.

Список литературы. 1. *Кіндрацький Б., Сулим Г.* Сучасний стан и проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів. – "Машинознавство".– 2002.– № 10 (64).– С. 26–40. 2. *Сидоренко А.К.* Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990.–128с. 3. *Журавлев Г.А., Шахбазов Н.А., Варсимашвили Р.Ш.* Оптимальные геометрические параметры эвольвентных цилиндрических передач с круговыми зубьями. // Сакартвелос политекникури институти. Шромеби. "Masinstvo", 26, № 6: тр. Груз. политех. ин-т., 1971. - № 3, 143. - С. 189-197. 4. *Шахбазов Н.А.* Исследование геометрии и особенности формообразования круговых зубьев цилиндрических колес: Дис. ... канд. техн. наук. -Тбилиси, 1974. - 125с. 5. *Журавлев Г.А., Росливкер Е.Г., Шахбазов Н.А.* Цилиндрические передачи Новикова с круговыми зубьями. - В кн.: Результаты исследования и практического применения зубчатых передач с зацеплением М.Л. Новикова. -Харьков, 1971. - С.30-34. 6. *Ревякіна О.О.* Удосконалення циліндричних передач із арковими зубцями синтезом за критеріями їх працездатності // Дис. … канд. техн. наук. Луганськ.– 2003.– 24 с. 7. *Шишов В.П., Панкратов Д.А., Муховатый А.А.* Критерии оценки работоспособности передач зацеплением// Вестник национального технического университета «ХПИ».– Харьков: НТУ «ХПИ».– № 12.– 2001.– С. 33–41. 8. *Шабанов И.Р.* О зубчатой передаче с конхоидной линией зацепления// Надежность и качество зубчатых передач. НИИФОРМТЯЖМАШ, 18–67–106, 1967. 9. *Шишов В.П., Ревякина О.А.* Определение толщины арочных зубьев цилиндрических зубчатых колес // Вісник Східноукраїнського національного університету. Луганск, №3 (49), 2002. – с. 244–247.

Поступила в редакцию 31.05.06

УДК 621.833

А.Ф. КИРИЧЕНКО, д-р техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков).
Н.В. МАТЮШЕНКО, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков).

УСЛОВИЕ СУЩЕСТВОВАНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО КОНТАКТА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ НОВИКОВА ДЛЗ с АРОЧНОЙ ФОРМОЙ ЗУБЬЕВ.

В циліндричних передачах Новикова ДЛЗ з арочною формою зубців розглядається побудова функції зазору між спряженими поверхнями в локально-диференційній околиці точки контакту та її геометричної інтерпретації - індикатриси зведеного радіуса кривини. Приведений усесторонній аналіз результатів в залежності від форми індикатриси.

Постановка проблемы. Как хорошо известно, зубчатые передачи Новикова имеют первоначальный точечный контакт. При точечном зацеплении в высшей кинематической паре взаимодействующих зубцов имеет место самый общий случай относительного движения, состоящего из относительных движений скольжения, перекатывания и верчения, происходящих одновременно [4]. Для передач с двумя линиями зацепления существуют два центра верчения. Они находятся на линиях, перпендикулярных к векторам относительных скоростей скольжения и проходящих через номинальные точки контакта. Согласно [4], расстояние от номинальной точки контакта до действительного центра верчения прямо пропорционально величине скорости относительного движения, находящейся в контакте пары точек и обратно пропорционально абсолютной величине угловой скорости верчения. Следовательно, зная величину q_{21} осевого смещения точек контакта, лежащих на одном зубе, но на разных линиях зацепления, необходимо добиться совпадения действительных центров верчения за счет вариации продольной кривизны арки. На наш взгляд, только в этом случае кинематика цилиндрических передач Новикова ДЛЗ реализуема.

Анализ литературы. Важно для различных профилей зубьев получить локально- дифференциальные характеристики зацепления, позволяющие еще на стадии проектирования реализовать указанную кинематику движения. Ранее М.Л. Новиковым [4], Л.Л.Вербицким [1] и др. были созданы методы, которые позволяют определить будут, ли, внедрятся сопряженные поверхности, в окрестности точки контакта, друг в друга, или нет? Однако речь шла исключительно о цилиндрических передачах с постоянным углом наклона зубьев. В арочных передачах угол наклона переменный. Модель Л.Л.Вербицкого [1] для передач с одной линией зацепления может быть взята за основу. Необходимо решать задачу с учетом вида продольной формы кривой арки.

Цель статьи. Используя схему Л.Л. Вербицкого [4] решить вопрос отсутствия интерференции зубьев в локально- дифференциальной окрестности точки контакта для цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев.

Решение. Воспользуемся системой обозначений автора Л.Л. Вербицкого. Пусть поверхности F_1 и F_2 в точке M касаются друг друга, т.е. имеют общую касательную плоскость P.

Выведем условие, при выполнении которого тела K_1 и K_2, ограниченные поверхностями F_1 и F_2, не внедряются друг в друга в окрестности точки M. В этом случае касание поверхностей F_1 и F_2 будем называть правильным физическим касанием.

Построим две системы прямоугольных декартовых координат с общим началом в точке M и общими осями x и y, лежащими в плоскости P. Оси z_1 и z_2 этих систем направим в противоположные стороны, а именно: ось z_1 - внутрь тела K_1 и ось z_2 - внутрь тела K_2.

Уравнения поверхностей F_1 и F_2 в окрестности точки M возьмем в виде:

$$z_1 = f_1(x, y)\ ;\ z_2 = f_2(x, y).$$

В работе [7] получено уравнение (1) рабочей поверхности (напр. верхний полушеврон) арочного зуба с продольной кривой в виде спирали Архимеда:

$$\begin{cases} x(\mu,\varphi)=R_{oz}\ sin\left(\varphi+arctg\left(\dfrac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right) \\ y(\mu,\varphi)=R_{oz}\ cos\left(\varphi+arctg\left(\dfrac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right) \\ z(\mu,\varphi)=z_{верхняя}=\sqrt{(a\xi_2)^2-(a\pi-R_{oz}(\mu)\varphi)^2} \end{cases}, \tag{1}$$

$$\xi\cos\xi=\pi-\frac{R_{oz}}{a}\varphi. \tag{2}$$

ξ_2 находим из трансцендентного уравнения (2) методом простых итераций, с учетом возможных пределов изменения

В работе [6] получено уравнение (3) рабочей поверхности арочного зуба с эллиптической продольной формой зубьев.

$$\begin{cases} x(\mu,\varphi)=R_{oz}\ sin\left(\varphi+arctg\left(\dfrac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right) \\ y(\mu,\varphi)=R_{oz}\ cos\left(\varphi+arctg\left(\dfrac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right) \\ z(\mu,\varphi)=b\sqrt{2\left(\dfrac{R_{oz}}{a}\varphi\right)-\left(\dfrac{R_{oz}}{a}\varphi\right)^2} \end{cases}. \tag{3}$$

При этом, так как $|z|\le 0{,}5b_w$, то при $z\ge 0$, а также $b\ge 0{,}5b_w$,

$$0\le\varphi\le\frac{a}{R_{oz}}\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{0{,}5b_w}{b}\right)^2}\right), \tag{4}$$

a и b - полуоси эллипса. Функция $R_{oz}=\sqrt{x^2(\mu)+y^2(\mu)}$ - радиус цилиндра, определяемый точкой $M(x(\mu);y(\mu))$, которая является текущей точкой срединного профиля зуба колеса. Этот профиль получен как огибающая однопараметрического семейства (μ - параметр) мгновенных положений исходного контура режущего инструмента.

Таким образом, указанны параметрические уравнения зубьев. Только в локально-дифференциальной окрестности точки контакта возможно записать (в приближении) в явном виде. Тогда, зазор z между поверхностями F_1 и F_2 представится суммой

$$z = z_1 + z_2 = f_1(x, y) + f_2(x, y).$$

Условие правильного физического касания состоит в том, чтобы в некоторой окрестности точки M выполнялось условие

$$z \geq 0. \tag{5}$$

В последующем вместо неравенства (5) мы будем принимать неравенство

$$z > 0, \tag{6}$$

которое, очевидно, представляет собой достаточное условие правильного физического касания. Вопрос интерференции арочных зубьев решен в работе [2], однако там не исключена возможность общей линии в контакте. При этом возникает квазилинейный контакт сопряженных поверхностей с продольной приведенной кривизной равной нулю. Размеры мгновенных площадок контакта по длине являются максимально возможными В подобных случаях зацепление имеет наибольшую чувствительность к погрешностям относительного положения колес. Требуется введение продольной модификации зубьев.

Предполагаем, что функции $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$ в окрестности точки M имеют непрерывные частные производные достаточно высоких порядков; в этом случае уравнение F_1 в окрестности точки M можно по формуле Маклорена представить в виде:

$$z_1 = a_0 + (a_1 x + a_2 y) + \frac{1}{2}\left(a_{11} x^2 + 2a_{12} xy + a_{22} y^2\right) + R_3^{(1)},$$

где $R_3^{(1)}$ означает совокупность членов не ниже третьего порядка относительно величины $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Поверхность F_1 проходит через начало координат, поэтому $a_0 = 0$. Учитывая то, что F_1 касается плоскости xy в начале координат M ,следует, что $a_1 = a_2 = 0$. Таким образом, уравнение F_1 приводится к виду

$$z_1 = \frac{1}{2}\left(a_{11} x^2 + 2a_{12} xy + a_{22} y^2\right) + R_3^{(1)}.$$

Аналогично уравнение F_2 будет

$$z_2 = \frac{1}{2}\left(b_{11} x^2 + 2b_{12} xy + b_{22} y^2\right) + R_3^{(2)}.$$

Если обозначим

$$a_{11}+b_{11}=c_{11}\ ;\ a_{12}+b_{12}=c_{12}\ ;\ a_{22}+b_{22}=c_{22}\ ;\ R_3^{(1)}+R_3^{(2)}=R_3\,, \qquad (7)$$

то для зазора z получим выражение

$$z=\frac{1}{2}\left(c_{11}x^2+2c_{12}xy+c_{22}y^2\right)+R_3\,.$$

Перейдем на плоскости xy к полярным координатам r,α с полюсом в точке M. Тогда $x=r\cos\alpha$, $y=r\sin\alpha$.

При этом получим соответственно

$$z_1=\frac{r^2}{2}\left(a_{11}\cos^2\alpha+a_{12}\sin2\alpha+a_{22}\sin^2\alpha\right)+A_3r^3\,; \qquad (8)$$

$$z_2=\frac{r^2}{2}\left(b_{11}\cos^2\alpha+b_{12}\sin2\alpha+b_{22}\sin^2\alpha\right)+B_3r^3\,; \qquad (9)$$

$$z=\frac{r^2}{2}\left(c_{11}\cos^2\alpha+c_{12}\sin2\alpha+c_{22}\sin^2\alpha\right)+C_3r^3\,, \qquad (10)$$

где $C_3=A_3+B_3$.

Выражения коэффициентов A_3 и B_3 в формулах можно получить, если в остаточные члены $R_3^{(1)}$ и $R_3^{(2)}$ формулы Маклорена подставить значения $x=r\cos\alpha$, $y=r\sin\alpha$ и разделить результаты на r^3. Очевидно, что A_3 и B_3 - суть функций от r и α, причем в силу предположения о непрерывности частных производных функции $f_1(x,y)$ и $f_2(x,y)$, при $r\to0$ A_3 и B_3 имеют конечные пределы, зависящие от α.

Зафиксируем значение α, что дает на плоскости xy некоторый луч, вдоль которого меняется r; при этом величины z_1, z_2 и z будут функциями от r. Проведем плоскость через общую нормаль поверхностей F_1 и F_2 (ось z_1) и отмеченный выше луч; эта плоскость рассечет поверхность F_1 по некоторой кривой- нормальному сечению; уравнение нормального сечения F_1 в координатах r и z_1 дается соотношением (8), в котором надо считать α данной постоянной величиной. Аналогично нормальное сечение поверхности F_2 в координатах r и z_2 определяется соотношением (9) (при том же значении α).

Вычислим кривизны нормальных сечений F_1 и F_2 в точке M, для которой $r=0$. Получим соответственно

$$\frac{1}{\rho_1}=\frac{\dfrac{\partial^2z_1}{\partial r^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\partial z_1}{\partial r}\right)^2\right]^{3/2}}=\left(a_{11}\cos^2\alpha+a_{12}\sin2\alpha+a_{22}\sin^2\alpha\right); \qquad (11)$$

$$\frac{1}{\rho_2}=\frac{\dfrac{\partial^2 z_2}{\partial r^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\partial z_2}{\partial r}\right)^2\right]^{3/2}}=\left(b_{11}\ cos^2\ \alpha+b_{12}\ sin\,2\alpha+b_{22}\ sin^2\ \alpha\right). \qquad (12)$$

Здесь через ρ_1 и ρ_2 обозначены радиусы кривизны рассматриваемых нормальных сечений. Формулы (11) и (12) могут давать для ρ_1 и ρ_2 как положительные, так и отрицательные значения. Знак ρ_1, как видно из (11), совпадает со знаком второй производной $\left(\dfrac{\partial^2 z_1}{\partial r^2}\right)_0$. В то же время от знака $\left(\dfrac{\partial^2 z_1}{\partial r^2}\right)_0$ зависит направление выпуклости нормального сечения. Если $\rho_1>0$, то $\left(\dfrac{\partial^2 z_1}{\partial r^2}\right)_0>0$; при этом нормальное сечение загибается в сторону положительного направления оси z_1 и центр кривизны сечения лежит внутри K_1. Если же $\rho_1<0$, то центр кривизны нормального сечения лежит вне K_1. Аналогично, если $\rho_2>0$, то центр кривизны нормального сечения F_2 лежит внутри K_2, а если $\rho_2<0$, то вне K_2.

Складывая (11) и (12) и учитывая (7), получим

$$\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}=c_{11}\ cos^2\ \alpha+c_{12}\ sin\,2\alpha+c_{22}\ sin^2\ \alpha\,. \qquad (13)$$

Величина ρ приведенной кривизны равна

$$\frac{1}{\rho}=\frac{1}{\rho_1}+\frac{1}{\rho_2}=c_{11}\ cos^2\ \alpha+c_{12}\ sin\,2\alpha+c_{22}\ sin^2\ \alpha\,. \qquad (14)$$

Сопоставляя формулы (10) и (14), получаем для зазора z между поверхностями F_1 и F_2 выражение

$$z=\frac{r^2}{2}\frac{1}{\rho}+C_3 r^3=\frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{\rho}+C_3 r\right). \qquad (15)$$

Очевидно, что при достаточно малых r знак суммы $1/\rho+C_3 r$ в формуле (15) и, следовательно, знак z совпадают со знаком первого слагаемого (если только величина $1/\rho$ не обращается в ноль).

Чтобы наглядно проследить за изменением приведенного радиуса кривизны при вращении плоскости нормального сечения вокруг общей нормали поверхностей F_1 и F_2, целесообразно построить индикатрису приведенных радиусов кривизны. аналогичную индикатрисе Дюпена в теории поверхностей. Отложим по всем направлениям в общей касательной плоскости поверхностей F_1 и F_2 от точки контакта M отрезки $r = \sqrt{|\rho|}$, где ρ - соответствующий данному направлению приведенный радиус кривизны. Координаты концов этих отрезков будут:

$$x = \sqrt{|\rho|}\cos\alpha\,;\; y = \sqrt{|\rho|}\sin\alpha\,. \tag{16}$$

Заменяя в (10) величину ρ на $\pm|\rho|$ и освобождаясь от знаменателя, получим

$$c_{11}|\rho|\cos^2\alpha + c_{12}|\rho|\sin 2\alpha + c_{22}|\rho|\sin^2\alpha = \pm 1,$$

или, вследствие (16),

$$c_{11}x^2 + 2c_{12}xy + c_{22}y^2 = \pm 1. \tag{17}$$

Таким образом, концы построенных отрезков лежат на кривой по уравнению (17), индикатрисе приведенных радиусов кривизны.

В зависимости от значений коэффициентов c_{11}, c_{12}, c_{22} индикатриса представляет собой либо эллипс (если $c_{11}c_{22} - c_{12}^2 > 0$), либо пару сопряженных гипербол (если $c_{11}c_{22} - c_{12}^2 < 0$), либо пару параллельных прямых (если $c_{11}c_{22} - c_{12}^2 = 0$).

Вывод: индикатриса – пара гипербол, то правильного физического касания нет, так как при этом ρ обязательно меняет знак. Если при любом α приведенный радиус кривизны ρ остается положительным, не обращаясь при изменении α ни разу в бесконечность, то в некоторой окрестности точки M выполняется условие $z > 0$, т.е. мы имеем правильное физическое касание. Другими словами, для локально-дифференциального физического контакта достаточно хотя бы для одного направления, где приведенная кривизна больше нуля и индикатриса есть эллипс.

Список литературы: 1. *Вербицкий Л.Л.* . О кривизне сопряженных поверхностей в зацеплении Новикова // Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. Выпуск 3. изд. ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1964, С.36-62. 2. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В.* Алгоритм определения интерференции в цилиндрических передачах Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев // Вестник НТУ «ХПИ», вып.10, 2002, С.140-144. 3. *Погорелов А.В.* Дифференциальная геометрия. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1969, 176 с. 4. *Новиков М.Л.* Зубчатые передачи с новым зацеплением. Издание ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1958, 186 с. 5. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В.* Уравнение поверхности арочных зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой // Вестник Харьковского Государственного Политехнического Университета, вып. 50, 1999, С.118-127. 6. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В.* Математическое моделирование поверхности арочных зубьев с эллиптической продольной формой // Вестник НТУ «ХПИ», вып. 46, 2004, С.32-36. 7. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В., Бережной В.А.* Уравнение поверхности арочных зубьев с продольной формой в виде спирали Архимеда // Прикладная геометрия и инженерная графика, вып. 74, 2004, С.121-127. 8. *Матюшенко Н.В.* Обеспечение плавности пересопряжения зубьев в цилиндрических передачах Новикова ДЛЗ с арочной (циклоидальной) продольной формой // Вестник НТУ «ХПИ», вып. 39, 2005, С.117- 122.

Поступила в редколлегию 18.04.06.

УДК 621.3:622.232

В.В. КОСАРЕВ, канд. техн. наук, институт «Донгипроуглемаш»
Н.И. СТАДНИК, д-р техн. наук, институт «Донгипроуглемаш»
В.А. ДЕЙНИЧЕНКО, канд. техн. наук, институт «Донгипроуглемаш»
В.С. ВОСКРЕСЕНСКИЙ, инженер, институт «Донгипроуглемаш»
М.С. ВАСИЛЕНКО, инженер, институт «Донгипроуглемаш»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОЧНОСТИ И ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ РЕДУКТОРОВ ГОРНЫХ МАШИН

Розглядається проблема створення редукторів гірничих машин в обмежених габаритах. Виконується розрахунок об'ємного пружно-деформованного стану й усталостной довговічності корпусів редукторів гірничих машин методом кінцевих елементів. Приведені результати розрахунків пружно-деформованного стану й усталостной довговічності корпуса з використанням сучасних комп'ютерних засобів. Приведено спосіб оцінки ресурсу корпусів редукторів гірничих машин.

Рассматривается проблема создания редукторов горных машин в ограниченных габаритах. Выполняется расчет объемного напряженно-деформированного состояния и усталостной долговечности корпусов редукторов горных машин. Приведены результаты расчета напряженно-деформированного состояния и усталостной долговечности корпуса с использованием современных компьютерных средств. Приведен способ оценки ресурса корпусов редукторов горных машин.

The problem of creation of reducers of mining machines in restricted dimensions is considered. Calculation volumetric is intense - deformed states and fatigue life of tanks of reducers of mining machines is fulfilled. Outcomes of calculation is intense - deformed states and fatigue life of tank with usage of modern computer resources are reduced. The mode of an estimation(a rate) of a resource of tanks of reducers of mining machines is reduced.

Постановка проблемы. Повышение передаваемой мощности и увеличение расчетного ресурса редукторов в ограниченных габаритах требуют применения современных методов расчета и анализа прочности и долговечности элементов редукторов.

Цель статьи. Повышение долговечности и ресурса элементов редукторов, т.ч. корпусов горных машин.

За 2000-2005 гг. заводами угольного машиностроения по проектам и при научно-техническом сопровождении института «Донгипроуглемаш» освоено производство всех базовых видов очистного, проходческого и транспортного оборудования, отвечающего современным требованиям по