

С.Н.СКЛЕПУС, канд.физ.-мат.наук, ИПМаш НАН Украины

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК НА БАЗЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ И ВАРИАЦИОННО-СТРУКТУРНОГО МЕТОДА

В статті розглянуто задачі повзучості пологих оболонок на основі уточненої теорії. Наведено варіаційну постановку задачі. Метод розв'язку початково-крайової задачі повзучості базується на сумісному застосуванні варіаційно-структурного методу та методу Рунге-Кутта-Мерсона. Наведено структури розв'язку, а також результати розрахунку повзучості та часу до руйнування сферичної пологої оболонки при різноманітних умовах закріплення.

A creep problem for shallow shells within the framework of the refined theory is considered. The variational formulating of problem is presented. The method of solving of initially-boundary creep problem is based on joint usage of the variational-structural method and the Runge-Kutta-Merson method. The solution structures, the numerical results for creep behavior and the lifetime predictions for spherical shallow shell with different boundary conditions are presented.

Деформирование оболочечных конструкций при высоких температурах и нагрузках как правило происходит в условиях ползучести и сопровождается накоплением необратимых деформаций и повреждаемости материала. Повышенные требования к прочности, надежности, экономичности многих современных конструкций требуют разработки более точных моделей и методов расчета.

В случае толстостенной оболочки, когда ее толщина соизмерима с линейными размерами в плане, необходимо учитывать влияние поперечного сдвига на напряженно-деформированное состояние [1,2].

Целью данной статьи является разработка метода расчета ползучести и длительной прочности пологих толстостенных оболочек произвольной формы в плане на базе уточненной теории оболочек и вариационно-структурного метода, исследование влияния поперечного сдвига и условий закрепления на ползучесть и длительную прочность оболочек.

Рассмотрим в прямоугольной декартовой системе координат Ox_1x_2z изотропную пологую оболочку постоянной толщины h с произвольной формой Ω в плане при температуре $T = \text{const}$. Оболочка находится под действием поперечной нагрузки $q_z(x_1, x_2, t)$.

Для постановки задачи будем использовать уточненную теорию оболочек, учитывающую нелинейное распределение поперечных касательных напряжений σ_{i3} ($i = 1, 2$) по толщине [1, 2]. Поперечными нормальными напряжениями σ_{33} пренебрегаем. Также предполагается, что перемещение v_3 не зависит от координаты z . Таким образом, основные гипотезы записываются в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{i3} &= Gf'(z)\mu_i(x_1, x_2, t) \quad (i = 1, 2) \quad \sigma_{33} = 0; \\ \varepsilon_{33} &= v_{3,3} = 0, \quad v_3 = w(x_1, x_2, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\psi_i(x_1, x_2, t)$, ($i = 1, 2$) – искомые функции сдвига; $f(z)$ – функция распределения поперечных касательных напряжений, которая в случае симметричного относительно координатной поверхности строения оболочки, имеет вид [1,2]:

$$f(z) = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{h^2}{4} z - \frac{z^3}{3} \right). \quad (2)$$

В рамках принятых гипотез, выражения для скоростей перемещений вдоль осей $0x_1, x_2, z$ и скоростей полных деформаций будут следующие:

$$\dot{v}_i = \dot{u}_i - z\dot{w}_{,i} + f\dot{\psi}_i, \quad (i=1,2), \quad \dot{v}_3 = \dot{w}; \quad (3)$$

$$\dot{\epsilon}_{ii} = \dot{u}_{i,i} - z\dot{w}_{,ii} + k_i\dot{w} + f\dot{\psi}_{i,i},$$

$$\dot{\gamma}_{12} = 2\dot{\epsilon}_{12} = \dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1} - 2z\dot{w}_{,12} + f(\dot{\psi}_{1,2} + \dot{\psi}_{2,1}), \quad (4)$$

$$\dot{\gamma}_{i3} = 2\dot{\epsilon}_{i3} = f'\dot{\psi}_{i,i}, \quad (i=1,2).$$

Здесь $\dot{u}_i(x_1, x_2, t)$ $\dot{u}_2(x_1, x_2, t)$ $\dot{w}(x_1, x_2, t)$ – скорости перемещений точек координатной поверхности вдоль осей $0x_1, x_2, z$ соответственно; k_i , ($i = 1, 2$) – главные кривизны оболочки. Точка над символами обозначает производную по времени.

Продифференцировав по времени закон Гука, получим:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{11} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\epsilon}_{11}^e + \nu\dot{\epsilon}_{22}^e) & \dot{\sigma}_{22} &= \frac{E}{1-\nu^2} (\dot{\epsilon}_{22}^e + \nu\dot{\epsilon}_{11}^e) \\ \dot{\sigma}_{12} &= G\dot{\gamma}_{12}^e, & \dot{\sigma}_{13} &= G\dot{\gamma}_{13}^e, & \dot{\sigma}_{23} &= G\dot{\gamma}_{23}^e, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ – тензор скоростей упругих деформаций; E, G, ν – модуль упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала.

Тензор скоростей полных деформаций представляет собой сумму:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{p}_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (6)$$

где \dot{p}_{ij} – тензор скоростей деформаций ползучести.

Задача ползучести для произвольного тела объемом V может быть сведена к вариационной задаче для функционала Лагранжа, заданного на кинематически возможных скоростях перемещений [3]:

$$U(\dot{v}_i) = 0,5 \iiint_V \dot{\sigma}_{kl} \dot{\epsilon}_{kl}^e dV - \iint_{S_p} \dot{P}_i \dot{v}_i dS. \quad (7)$$

Подставляя (4), (5) в выражение (7) и учитывая, что $\dot{\epsilon}_{kl}^e = \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{p}_{kl}$, получим функционал в форме Лагранжа для полой толстостенной оболочки:

$$U = U_1 + U_2. \quad (8)$$

Первое слагаемое в выражении (8) по форме совпадает с функционалом, полученным в работе [4]:

$$\begin{aligned}
U_1 = & 0,5 \iint_{\Omega} \left[A_1 (\dot{u}_{1,1}^2 + \dot{u}_{2,2}^2 + \dot{w}^2 (k_1^2 + k_2^2)) + 2\dot{w} (k_1 \dot{u}_{1,1} + k_2 \dot{u}_{2,2}) \right] + \\
& + 2A_2 (\dot{u}_{1,1} \dot{u}_{2,2} + \dot{w} (k_1 \dot{u}_{2,2} + k_2 \dot{u}_{1,1}) + k_1 k_2 \dot{w}^2) + A_3 (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1})^2 - \\
& - 2B_1 (\dot{u}_{1,1} \dot{w}_{,11} + \dot{u}_{2,2} \dot{w}_{,22} + \dot{w} (k_1 \dot{w}_{,11} + k_2 \dot{w}_{,22})) - \\
& - 2B_2 (\dot{u}_{1,1} \dot{w}_{,22} + \dot{u}_{2,2} \dot{w}_{,11} + \dot{w} (k_1 \dot{w}_{,22} + k_2 \dot{w}_{,11})) - \\
& - 2B_3 \dot{w}_{,12} (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}) + D_{11} (\dot{w}_{,11}^2 + \dot{w}_{,22}^2) + 2D_{22} \dot{w}_{,11} \dot{w}_{,22} + D_{33} \dot{w}_{,12}^2 - \\
& - 2F_1 (\dot{w}_{,11} \dot{\psi}_{1,1} + \dot{w}_{,22} \dot{\psi}_{2,2}) - 2F_2 (\dot{w}_{,11} \dot{\psi}_{2,2} + \dot{w}_{,22} \dot{\psi}_{1,1}) - 2F_3 \dot{w}_{,12} (\dot{\psi}_{1,2} + \dot{\psi}_{2,1}) + \\
& + 2F_4 \dot{\psi}_{1,1} (\dot{u}_{1,1} + k_1 \dot{w}) + 2F_4 \dot{\psi}_{2,2} (\dot{u}_{2,2} + k_2 \dot{w}) + 2F_5 \dot{\psi}_{1,1} (\dot{u}_{2,2} + k_2 \dot{w}) + \\
& + 2F_5 \dot{\psi}_{2,2} (\dot{u}_{1,1} + k_1 \dot{w}) + 2F_6 (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}) (\dot{\psi}_{1,2} + \dot{\psi}_{2,1}) + F_7 (\dot{\psi}_{1,1}^2 + \dot{\psi}_{2,2}^2) + \\
& + F_8 \dot{\psi}_{1,1} \dot{\psi}_{2,2} + F_9 (\dot{\psi}_{1,2} + \dot{\psi}_{2,1})^2 + F_{10} (\dot{\psi}_1^2 + \dot{\psi}_2^2) - \dot{q}_z \dot{w} \quad] dx_1 dx_2,
\end{aligned} \tag{9}$$

где $A_1 = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{E}{1-\nu^2} dz$; $A_2 = \nu A_1$; $A_3 = \int_{-0,5h}^{0,5h} G dz$; $B_1 = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz$;

$$B_2 = \nu B_1; \quad B_3 = 2 \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz dz; \quad D_{11} = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{Ez^2}{1-\nu^2} dz; \quad D_{22} = \nu D_{11};$$

$$D_{33} = 4 \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz^2 dz; \quad F_1 = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz; \quad F_2 = \nu F_1; \quad F_3 = 2 \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz dz;$$

$$F_4 = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{Ez}{1-\nu^2} dz; \quad F_5 = \nu F_4; \quad F_6 = 2 \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz dz; \quad F_7 = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{Ez^2}{1-\nu^2} dz;$$

$$F_8 = \nu F_7; \quad F_9 = \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz^2 dz; \quad F_{10} = \int_{-0,5h}^{0,5h} Gz dz.$$

Второе слагаемое содержит “фиктивные” нагрузки, обусловленные ползучестью и имеет вид:

$$\begin{aligned}
U_2 = & - \iint_{\Omega} (\dot{N}_{11}^c \dot{u}_{1,1} + \dot{N}_{22}^c \dot{u}_{2,2} + \dot{N}_{12}^c (\dot{u}_{1,2} + \dot{u}_{2,1}) - \dot{M}_{11}^c \dot{w}_{,11} - \dot{M}_{22}^c \dot{w}_{,22} - \\
& - 2\dot{M}_{12}^c \dot{w}_{,12} + \dot{R}_{11}^c \dot{\psi}_1 + \dot{R}_{22}^c \dot{\psi}_2 + \dot{R}_{12}^c (\dot{\psi}_{1,2} + \dot{\psi}_{2,1}) + \\
& + \dot{R}_{13}^c \dot{\psi}_1 + \dot{R}_{23}^c \dot{\psi}_2 + \dot{q}^c \dot{w}) dx_1 dx_2.
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\dot{N}_{11}^c = \int \frac{E}{(h)1-\nu^2} (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}) dz; \quad \dot{N}_{22}^c = \int \frac{E}{(h)1-\nu^2} (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11}) dz;$$

$$\begin{aligned}
\dot{N}_{12}^c &= 2 \int_{(h)} G \dot{p}_{12} dz; & \dot{M}_{11}^c &= \int_{(h)} \frac{Ez}{1-\nu^2} (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}) dz; \\
\dot{M}_{22}^c &= \int_{(h)} \frac{Ez}{1-\nu^2} (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11}) dz; & \dot{M}_{12}^c &= 2 \int_{(h)} G \dot{p}_{12} z dz; \\
\dot{R}_{11}^c &= \int_{(h)} \frac{Ej}{1-\nu^2} (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}) dz; & \dot{R}_{22}^c &= \int_{(h)} \frac{Ej}{1-\nu^2} (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11}) dz; \\
\dot{R}_{12}^c &= 2 \int_{(h)} Gf \dot{p}_{12} dz; & \dot{R}_{13}^c &= 2 \int_{(h)} Gf' \dot{p}_{13} dz; & \dot{R}_{23}^c &= 2 \int_{(h)} Gf' \dot{p}_{23} dz; \\
\dot{q}^c &= \int_{(h)} \left(\frac{E}{1-\nu^2} \right) (k_1 (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}) + k_2 (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11})) dz.
\end{aligned} \tag{11}$$

Скорости деформаций ползучести $\dot{p}_{11}, \dot{p}_{22}, 2\dot{p}_{12}, 2\dot{p}_{13}, 2\dot{p}_{23}$ полагаются заданными и не варьируются. В общем случае \dot{p}_{ij} зависят от напряжений и параметров состояния, описывающих упрочнение, повреждаемость и другие эффекты, сопровождающие процесс ползучести [3]. При этом определяющие соотношения для деформаций ползучести должны быть дополнены кинетическими уравнениями для параметров состояния.

В данной работе будем использовать определяющие соотношения с одним скалярным параметром состояния $d \in [0, d_*]$, который позволяет учесть развитие повреждаемости при ползучести [5]:

$$\dot{p}_{kl} = \frac{3}{2} A \sigma_i^{m-1} s_{kl} (1-d^n)^{-m}; \quad (k, l = 1, 2, 3), \tag{12}$$

где $\sigma_i = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + 3\sigma_{12}^2 + 3\sigma_{13}^2 + 3\sigma_{23}^2}$ – интенсивность напряжений; $s_{kl} = \sigma_{kl} - \frac{1}{3}\delta_{kl}(\sigma_{11} + \sigma_{22})$, δ_{kl} – символ Кронекера.

Кинетическое уравнение для параметра повреждаемости имеет вид:

$$\dot{d} = B \sigma_i^m (1-d^n)^{-m}. \tag{13}$$

Здесь A, B, m, n – константы материала. В начальный момент времени $d = 0$ и $d = d_*$ в момент разрушения $t = t_*$.

Для решения задачи ползучести оболочек будем использовать вариационно-структурный метод [6] в сочетании с методом Рунге для отыскания на каждом временном шаге точек стационарности функционала (8) и метод Рунге-Кутты-Мерсона при интегрировании начальной задачи Коши по времени для основных неизвестных задачи ползучести [5, 7].

Начальную задачу Коши по времени запишем в виде:

$$\frac{dG_k}{dt} = L_k(t, G_l), \quad (k = \overline{1, 19}), \quad (14)$$

где $\{G_k\} = \{u_1, u_2, w, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \gamma_{12}, \gamma_{13}, \gamma_{23},$

$\dot{p}_{11}, \dot{p}_{22}, \dot{p}_{12}, \dot{p}_{13}, \dot{p}_{23}, d\}$ – вектор основных неизвестных задачи ползучести. В уравнениях (14): $L_1 = \dot{u}_1$, $L_2 = \dot{u}_2$, $L_3 = \dot{w}$, а L_4, \dots, L_{19} могут быть записаны с помощью формул (4), (5), (6), (12), (13). Начальные условия для искомых функций находятся из решения упругой задачи.

Уточненная теория позволяет сформулировать две группы кинематических граничных условий на контуре оболочки [2]. Первая группа моделирует связи, наложенные на контур двумерной области координатной поверхности оболочки ($z = 0$), и определяет его закрепление в целом. Такие связи называются "внешними". Вторая группа условий моделирует связи, которые препятствуют взаимным смещениям точек на торцах контура по его толщине ($z \neq 0$), т.е. деформациям поперечного сдвига на контуре. Эти связи называются "торцевыми" или "внутренними".

Основные виды "внешних" связей, граничные условия и соответствующие им структуры решения имеют вид:

Жесткая заделка:

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{w}_{,n} = 0, \quad \dot{u}_n = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0; \quad (15)$$

$$\dot{w} = \omega^2 \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \omega \Phi_3. \quad (16)$$

Жесткая заделка, подвижная в плоскости:

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{w}_{,n} = 0; \quad (17)$$

$$\dot{w} = \omega^2 \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \Phi_3. \quad (18)$$

Подвижная заделка:

$$\dot{w}_{,n} = 0, \quad \dot{u}_n = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0, \quad (19)$$

$$\dot{w} = \Phi_1 - \omega D_1 \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \omega \Phi_3. \quad (20)$$

Шарнир, неподвижный в тангенциальном направлении:

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0, \quad (21)$$

$$\dot{w} = \omega \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega_1 \Phi_2 + \omega \Phi_3, \quad \dot{u}_2 = \omega_2 \Phi_2 + \omega \Phi_4. \quad (22)$$

Неподвижный шарнир:

$$\dot{w} = 0, \quad \dot{u}_n = 0, \quad \dot{u}_\tau = 0, \quad (23)$$

$$\dot{w} = \omega \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \omega \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \omega \Phi_3. \quad (24)$$

Свободное опирание:

$$\dot{w} = 0, \quad (25)$$

$$\dot{w} = \omega \Phi_1, \quad \dot{u}_1 = \Phi_2, \quad \dot{u}_2 = \Phi_3. \quad (26)$$

Здесь $\dot{u}_n = \dot{u}_1 n_1 + \dot{u}_2 n_2$; $\dot{u}_\tau = \dot{u}_2 n_1 - \dot{u}_1 n_2$; $\dot{w}_{,n} = \dot{w}_{,1} n_1 + \dot{w}_{,2} n_2$; n_1, n_2 – направляющие косинусы внешней нормали \mathbf{n} к контуру $\partial\Omega$, D_1 – дифференци-

альный оператор [6].

Неопределенные компоненты структуры решения представляются в виде:

$$\Phi_i(x) \approx \Phi_{iN}(x) = \sum_{k=1}^N C_k^{(i)} \varphi_k(x), \quad x = (x_1, x_2),$$

где $C_k^{(i)}$ – неизвестные коэффициенты; $\{\varphi_k\}$ – полная система функций [6].

Функция $\omega(x)$, строится с помощью R-функций и удовлетворяет условиям [6]:

$$\omega(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad \omega(x) > 0, \quad x \in \Omega; \quad |\omega, n| = 1, \quad x \in \partial\Omega.$$

"Внутренние" связи (торцевые диафрагмы), граничные условия и соответствующие им структуры решения имеют вид:

Жесткая диафрагма:

$$\dot{\psi}_n = 0, \quad \dot{\psi}_\tau = 0, \quad (27)$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega\Phi_5, \quad \dot{\psi}_2 = \omega\Phi_6. \quad (28)$$

Гибкая из плоскости торца и жесткая в плоскости:

$$\dot{\psi}_\tau = 0, \quad (29)$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega_{,1}\Phi_5 + \omega\Phi_6, \quad \dot{\psi}_2 = \omega_{,2}\Phi_5 + \omega\Phi_7. \quad (30)$$

Гибкая в плоскости торца и жесткая из плоскости:

$$\dot{\psi}_n = 0, \quad (31)$$

$$\dot{\psi}_1 = \omega_{,2}\Phi_5 + \omega\Phi_6, \quad \dot{\psi}_2 = -\omega_{,1}\Phi_5 + \omega\Phi_7. \quad (32)$$

В случае, если диафрагма отсутствует, структуру решения можно взять в виде:

$$\dot{\psi}_1 = \Phi_5, \quad \dot{\psi}_2 = \Phi_6. \quad (33)$$

Контур оболочки с определенным видом торцевых диафрагм может иметь любые внешние связи. Комбинируя две группы граничных условий, можно моделировать различные конструктивные особенности на контуре.

В качестве примера расчета рассмотрим ползуность квадратной в плане ($2a \times 2a$) сферической оболочки, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки $q_z = \text{const}$. Геометрические размеры оболочки следующие: $a = 0,1$ м, толщина $h = 0,06$ м. Главные кривизны: $k_1 = k_2 = 2 \text{ м}^{-1}$.

Функция $\omega(x)$, которая входит в структуры решения, в нашем случае имеет вид: $\omega(x) = (f_1 \wedge_0 f_2) = f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$,

$$\text{где } f_1 = \frac{1}{2a}(a^2 - x_2^2), \quad f_2 = \frac{1}{2a}(a^2 - x_1^2).$$

Материал оболочки – алюминиевый сплав AlCuMg2 при температуре $T = 573$ К. Упругие константы: $E = 65$ ГПа, $\nu = 0,3$. Постоянные материала [5]: $A = 3,35 \cdot 10^{-8}$ МПа $\cdot\text{м}^{-3}$; $B = 1,9 \cdot 10^{-7}$ МПа $\cdot\text{м}^{-3}$; $m = 3$; $n = 1,4$; $d_* = 0,999$.

Будем исследовать влияние учета поперечного сдвига, а также вида "внеш-

них" и "внутренних" связей на ползучесть толстостенной пологой оболочки.

Рассмотрим вначале жестко защемленную оболочку ("внешние" связи соответствуют условиям (15)) под действием постоянной поперечной нагрузки $q_z = 10$ МПа в рамках классической и уточненной теорий. Вид торцевых диафрагм варьировался.

На рис. 1 показан рост прогибов с течением времени в центре оболочки (1 – классическая теория; 2 – уточненная теория, жесткая диафрагма; 3 – уточненная теория, гибкая из плоскости торца диафрагма). Прогибы в момент времени $t = 0$: $w_1 = 1,52 \cdot 10^{-5}$ м, $w_2 = 3,54 \cdot 10^{-5}$ м, $w_3 = 5,35 \cdot 10^{-5}$ м.

Было установлено, что разрушение происходит в заделке посередине стороны, при $z = -0,03$ м. Для каждого рассмотренного случая было найдено время до разрушения – t_* : $t_{*1} = 616$ ч, $t_{*2} = 562$ ч, $t_{*3} = 414$ ч. На рис. 2 показан рост повреждаемости в точке $(a,0)$, при c м.

На рис. 3 показано изменение напряжений σ_{11} с течением времени в точке $(a,0)$, при $z = -0,03$ м (– классическая теория; о – уточненная теория, жесткая диафрагма; ▲ – уточненная теория, гибкая из плоскости торца диафрагма).

Далее рассмотрим ползучесть шарнирно опертой оболочки. "Внешние" связи соответствуют неподвижному шарниру (см. условия (23)). Интенсивность поперечной нагрузки $q_z = 20$ МПа.

На рис. 4 показан рост прогибов с течением времени в центре оболочки (1 – классическая теория; 2 – уточненная теория, гибкая из плоскости торца диафрагма; 3 – уточненная теория, диафрагма отсутствует). Прогибы в момент времени $t =$: $w_1 = 9,065 \cdot 10^{-5}$ м, $w_2 = 12,58 \cdot 10^{-5}$ м, $w_3 = 14,07 \cdot 10^{-5}$ м.

В случае шарнирного закрепления разрушение происходит в центре. На рис. 5 показан рост повреждаемости в центре на внутренней поверхности оболочки, при $z = 0,03$ м. Время до разрушения: $t_{*1} = 29,7$ ч, $t_{*2} = 27,0$ ч, $t_{*3} = 23,3$ ч.

На рис. 6 показано изменение напряжений с течением времени в центре на внутренней поверхности оболочки, при $z = 0,03$ м (– классическая теория; ▲ – уточненная теория, гибкая из плоскости торца диафрагма; о – уточненная теория, диафрагма отсутствует).

Уточненная теория имеет более широкие возможности для моделирования конструктивных особенностей на контуре оболочки и позволяет получить более точные и достоверные результаты для толстостенных оболочек.

Из приведенных результатов видно, что выбор модели граничных условий при использовании уточненной теории, может оказать существенное влияние на развитие процессов ползучести и повреждаемости.

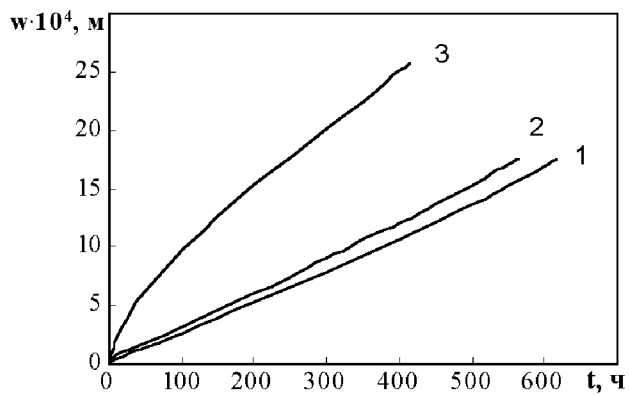


Рис. 1.

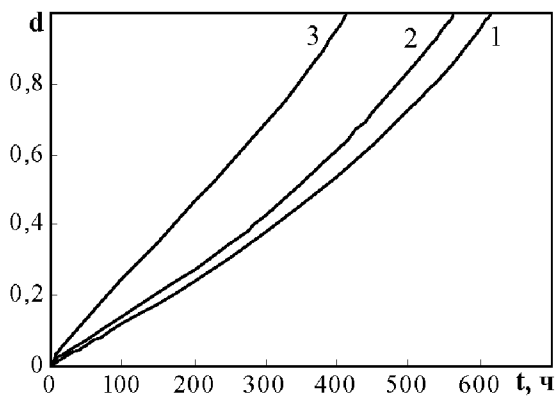


Рис. 2.

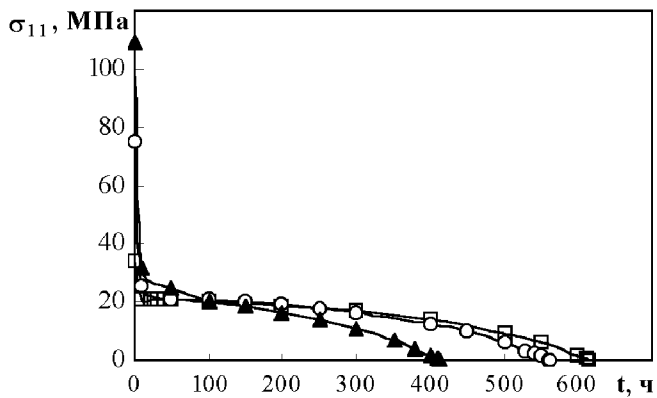


Рис. 3.

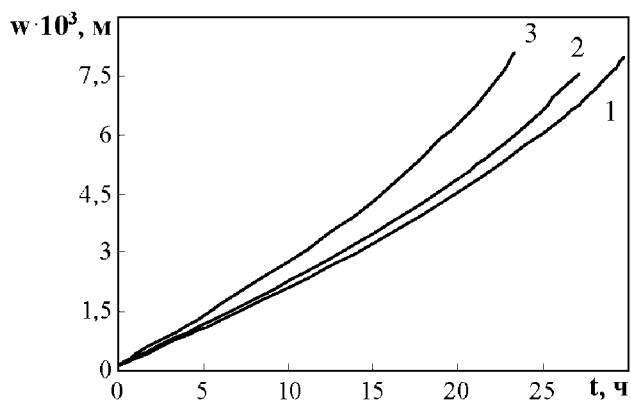


Рис. 4.

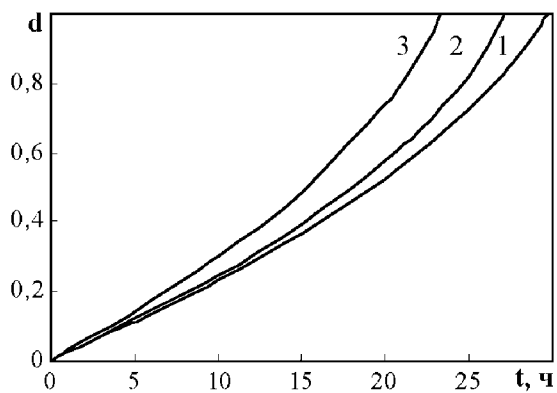


Рис. 5.

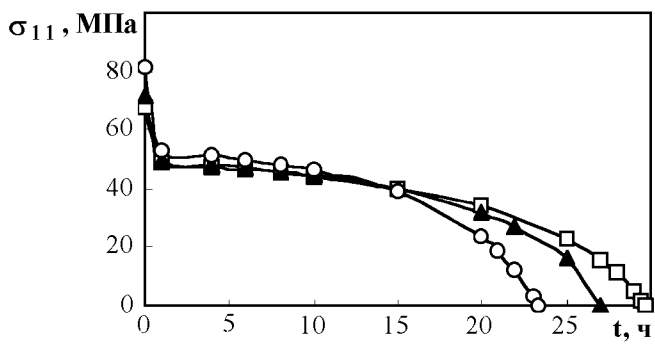


Рис. 6.

При численной реализации, в качестве $\{\varphi_k\}$, были выбраны степенные полиномы. Интегрирование по области Ω и по толщине оболочки выполнялось с помощью квадратурных формул Гаусса различной степени точности. При решении начальной задачи Коши по времени заданная погрешность метода Рунге-Кутты-Мерсона δ [5, 7] равнялась 0,05.

Разработанный метод решения начально-краевых задач ползучести реализован в виде комплекса программ на языке C++ и ввиду инвариантности построенных структурных формул к форме области Ω , где отыскивается приближенное решение задачи, позволяет достаточно легко переходить от одной формы плана оболочки к другой.

Список литературы: 1. *Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А.* Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – Киев: Вища школа, 1986. – 191 с. 2. *Пискунов В.Г., Верижченко В.Е. и др.* Расчет неоднородных пологих оболочек и пластин методом конечных элементов. – Киев: Вища школа, 1987. – 200 с. 3. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 4. *Sklepus S.N.* Thermoelasticity of laminated shallow shells of complex form // *International Applied Mechanics*, 1996. – Vol. 32. № 4. – P. 281–285. 5. *Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A.* Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under creep-damage conditions // *Archive of Applied Mechanics*, 1997. – 67. – P. 339–352. 6. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наукова думка, 1982. – 552 с. 7. *Золочевский А.А., Склепус С.Н.* Ползучесть пологих оболочек сложной формы с усложненными свойствами // *Проблемы машиностроения*, 2002. – Т. 5. № 3. – С. 35–42.

Поступила в редколлегию 25.04.03

УДК 539.3

Э.А.СИМСОН, докт.техн.наук; **С.А.НАЗАРЕНКО**, канд.техн.наук;
А.Ю.ЗЮЗИН; В.Б.ЛЮБЕЦКАЯ

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ СТАТИКО-ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ КОНСТРУКЦИЙ

В статті пропонуються методи аналізу чутливості складних скінченноелементних моделей (комбіноване статико-динамічне навантаження); орієнтовані на великі розмірності векторів перемінних стану і проектування, мінімальну кількість звертань до процедури прямого розрахунку. Досліджено обчислювальні етапи одержання градієнтів функціоналів конструкцій. Розглянуто області застосування розробленого математичного апарату.

Sensitivity analysis methods of high both geometric and physical informational content are suggested for complicated FEA models, especially with design variables vector of high dimension, to minimize numbers of straight calculation procedure activation. Computational stages to obtain gradients of constructional functional are investigated. Application domain for developed mathematical apparatus is discussed.

Современный этап развития информационных технологий в промыш-