

УДК 66.52

Г. Г. ГАСЫМОВ, С. Ю. ГАСЫМОВ

ПОДХОД К АВТОМАТИЗАЦИИ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА СОСТОЯНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В ЗАМКНУТЫХ АППАРАТАХ

В работе исследуются процессы теплообмена, происходящие в системах замкнутых аппаратов. Предполагается, что рассматриваемая сеть заполнена теплоносителем (жидкостью, газом, воздухом и т. д.) и состоит из линии тока, элементов конструкций и объемов. Разработан алгоритм автоматического построения математических моделей теплообмена в подобных сетях, описываемых системами дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), а также численные схемы. Разработаны методика и алгоритм для решения задачи.

Ключевые слова: граничные условия, гиперболическое уравнение, метод сеток, разностные схемы, метод прямых, линии тока, элемент конструкций.

В роботі досліджуються процеси теплообміну, що відбуваються в системах замкнутих апаратів. Передбачається, що розглянута мережа заповнена теплоносієм (рідиною, газом, повітрям і т. Д.) І складається з лінії струму, елементів конструкцій і обсягів. Розроблено алгоритм автоматичного побудови математичних моделей теплообміну в подібних мережах, що описуються системами диференціальних рівнянь (звичайних і в приватних похідних), а також чисельні схеми. Розроблено методику і алгоритм для вирішення завдання.

Ключові слова: граничні умови, гіперболічне рівняння, метод сіток, різницеві схеми, метод прямих, лінії струму, елемент конструкцій.

Heat exchange processes occurring in systems of closed devices are studied in the work. It is assumed, that considered network is filled with a coolant (liquid, gas, air etc.) and consists of current line of structural elements, elements of structures and volumes. An algorithm for the automatic construction of mathematical models of heat transfer in such networks has been developed. These models are described by systems of ordinary differential equations and partial differential equations. A methodology and algorithm for solving the problem is developed. This technique is used for those networks that are closed, but they do not have branching in each contour.

Keywords: boundary conditions, hyperbolic equation, grid method, difference schemes, direct method, line, volume, structural element.

Введение. В работе исследуются процессы теплообмена, происходящие в системах замкнутых аппаратов (ЗА). Предполагается, что рассматриваемая сеть заполнена теплоносителем (жидкостью, газом, воздухом и т. д.) и состоит из линии тока, элементов конструкций и объемов. В набор элементов сети могут войти также элементы автоматики: клапаны, регуляторы, смесители–разделители, датчики и др.

Основными элементами тепловой схемы являются: –теплообменные агрегаты (жидкостно–жидкостные и газо–жидкостные теплообменники, холодильно–сушильные агрегаты, змеевики термостатирова-

ния, радиационные теплообменники, змеевики непосредственного охлаждения или подогрева агрегата);

- соединительные трубопроводы и воздухопроводы;
- элементы конструкции;
- регуляторы расхода теплоносителя;
- арматура (клапаны) и люки;
- жидкостные и воздушные нагреватели, электронагреватели;
- элементы приборно–агрегатного оборудования (датчики и элементы автоматики)
- смесители–разделители.

Рассматриваемый аппарат, в котором происходит процесс теплообмена, задается в виде сети, приведенной на рис. 1

Для описания процессов, происходящих в таких сетях, вводим следующие понятия:

1. Линия тока - это теплопроводы определенной длины, в которых происходит направленное движение жидкости, газа или другого теплоносителя (жидкостно-жидкостные и радиационные теплообменники, змеевики термостатирования или непосредственного охлаждения или подогрева, соединительные трубопроводы, холодильно-сушительные агрегаты).

2. Объем - это замкнутое помещение определенного размера, в котором происходит перемещение теплоносителей, либо направлено по линии тока, либо хаотически. В объемах могут находиться источники тепла.

3. Элементы конструкции - это совокупность элементов аппарата, с которыми имеется тепловое взаимодействие теплоносителя в данном объеме.

4. Регулятор - это клапан с приводом, который имеет непосредственный контакт с линией тока и служит для регулирования потока теплоносителя в линии тока.

5. Датчик - предназначен для измерения температуры в определенных точках контура.

6. Смеситель-разделитель, который может работать в режиме смесителя или разделителя.

Процесс теплообмена в данной сети происходит путем подачи тепловых возмущений извне на отдельные элементы. Температура объектов терморегулирования определяется, либо исходя из их непосредственного теплового контакта, либо исходя из того, что этот контакт обеспечивается через определенную промежуточную тепловую связь. Тепловые нагрузки от элементов, находящихся в тепловом контакте с теплоносителями зависят от температуры теплоносителя в объеме.

Сеть состоит из совокупности контуров, связанных между собой. Каждый контур может содержать несколько ветвей. Под ветвью понимается последовательность объемов теплоносителя, не содержащая смесителей-разделителей. Ветвь характеризуется одинаковым расходом по всей длине.

Комплексную математическую модель процессов теплообмена в подобных сетях рассмотрены в работе [2-4] и представляет собой обобщенные уравнения теплообмена системы обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и алгебраических уравнений (если в сети задействованы элементы автоматики), решения которых связаны с определенными трудностями.

Задача заключается в следующем. Пусть в начальный момент времени все элементы сети имеют определенное поле температур. Требуется разработать алгоритм автоматического построения математических моделей теплообмена в подобных сетях, описываемых системами дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных), а также численные схемы. Их решения связаны с определенными трудностями.

Анализ математического описания тепловых режимов в сложных аппаратах показывает, что этот процесс может быть описан обобщенными уравнениями теплообмена, число которых достаточно велико [1, 3]. В связи с этим требуется найти подходящую конечно-разностную аппроксимацию системы и решить полученную систему уравнений наиболее эффективными методами.

Ниже излагается один из подходов к решению поставленной задачи. Идейная сторона данного подхода системы в расчленении объекта на элементы, математические модели процессов которых относительно просты и легко формируемы на уровне входа-выхода.

Нами были рассмотрены и проанализированы ряд численных методов применительно к задаче теплообмена в замкнутом аппарате (ЗА).

Постановка задачи. Рассмотрим математические модели процесса теплообмена для отдельных элементов данной сети на рис. 1.

1. Математическая модель процесса теплообмена в k -ой линии тока имеет вид:

$$C_k \rho_k \left(\frac{\partial T_k}{\partial t} + U_k \frac{\partial T_k}{\partial V_k} \right) = q_k \quad (1)$$

при начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} T_k(V_k, 0) &= C, \quad (C = const) \\ T_k(0, t) &= T_{k-1}(L_{k-1}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$q_k = \frac{Q_k}{L_k \frac{V_k}{U_k}}, \quad 0 \leq |V_k| \leq L_k \quad (3)$$

q_k - теплопровод в единицу времени на единицу объема теплоносителя; U_k - скорость потока теплоносителя; C_k, ρ_k - соответственно плотность и теплоемкость теплоносителя; T_k - температура k -го элемента.

2. Математическая модель процессов теплообмена в объемах описывается в следующем виде:

$$C_k \rho_k V_k \frac{dT_k}{dt} = C_k \rho_k \left[\sum_{j_{\text{вх}}} \left(U_{j_{\text{вх}}} T_k - T_k \sum_{j_{\text{вх}}} U_{j_{\text{вх}}} \right) \right] + \sum_j Q_j + \sum_k Q_k \quad (4)$$

с начальным условием:

$$T_k(t)|_{t=0} = C, \quad (C = const) \quad (5)$$

где

$$Q_k = \sum_{l=1}^2 F_{l,k} (T_l - T_k) \quad (6)$$

3. Уравнение, описывающее изменение теплосохранения элемента конструкции или приборно-агрегатного оборудования, имеет следующий вид:

$$C_k \frac{dT_k}{dt} = F_{l,k} (T_k - T_l) + \sum_l Q_l + \sum_k Q_k \quad (7)$$

с начальным условием:

$$T_k(t)|_{t=0} = C, \quad (C = const) \quad (8)$$

где C_k и T_k – соответственно температура и теплоемкость k – го элемента; T_l – температура l – го элемента, находящегося в тепловом контакте с k – ым элементом; $F_{l,k}$ – параметр теплопередачи от теплоносителя к элементу, находящимся в контакте с теплоносителем; Q_k – тепло, переданное элементу от смежных элементов или окружающей среды; Q_l – внутреннее тепловыделение элемента.

Требуется решить комплексную математическую задачу и определить значение температуры каждого элемента.

Численный алгоритм решения задачи. Для решения системы (1)–(8) нами использован метод прямых и метод сеток.

Метод прямых. В отличие от метода сеток в методе прямых частные производные аппроксимируют не по всем, а только по некоторым избранным переменным, тем самым дифференциальные уравнения приближенно заменяют дифференциально-разностными с меньшим числом непрерывных независимых переменных.

Данный метод имеет две схемы – поперечную и продольную. Нами рассмотрены продольные схемы метода прямых для решения задачи теплообмена ЗА.

Рассмотрим участок тепловой сети и задачу о теплообмене в k –ой линии тока. Обозначим V_k – текущая координата k –ой линии тока; $L_k = |V_k|$ – длина k –ой линии тока; c_k – теплоемкость теплоносителя; ρ_k – плотность теплоносителя; T_k – искомая температура k –ой линии тока ($T_k = T_k(V_k, t)$), причем $0 \leq |V_k| \leq L_k$ – задано.

Пусть $T_{k-1}(L_{k-1}, t)$ – температура выхода ($k-1$) –ой линии тока в любой момент времени, т.е. $T_{k-1} = T_{k-1}(L_{k-1}, t)$, которая подается на вход k –ой линии тока. Пусть V_f и T_f соответственно длина и температура (в данный момент) в f –ой линии тока, через которую осуществляется внешнее тепловое воздействие на k –ю линию тока с коэффициентом теплопередачи $F_{(f,k)}$, U_k – скорость потока теплоносителя, Ω – множество линий тока, q_k – теплоподвод в единицу времени на единицу объема теплоносителя. Тогда математическая модель процесса теплообмена в k –ой линии тока будет иметь вид:

$$\frac{\partial T_k}{\partial t} = -U_k \frac{\partial T_k}{\partial V_k} + \frac{1}{\rho_k c_k} q_k, \quad (9)$$

где

$$k \in \Omega, \quad q_k = F_{(f,k)} (T_f - T_{k,ex}) V_k^{-1}, \quad 0 \leq V_k \leq L_k, \quad (10)$$

начальные условия:

$$T_k(V_k, 0) = C \quad (C = const), \quad (11),$$

краевые условия:

$$T_k(0, t) = T_{k-1}(L_{k-1}, t), \quad \text{т. е. при } V_k = 0, \quad T_{k,ex} = T_{(k-1)вых}.$$

При построении вычислительных схем методом прямых операция дифференцирования аппроксимируется по прямой V_k . Для этого предварительно в исходной области (V_k, t) проводятся прямые

$$V_k^j = jh, \quad j = \overline{0, N_k}, \quad N_k h = L_k,$$

и на каждой из внутренних прямых $V_k = V_k^j$, ($j = \overline{1, N_{k-1}}$), производные $\frac{\partial T_k}{\partial V_k}$ аппроксимируем через значения T_k на соседние прямые:

$$\frac{\partial T_k^j(t)}{\partial V_k} = \frac{T_k^{j+1}(t) - T_k^{j-1}(t)}{2h}, \quad j = \overline{1, N_{k-1}}, \quad (12)$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\frac{dT_k^j(t)}{dt} = -U_k \frac{T_k^{j+1}(t) - T_k^{j-1}(t)}{2h} + \frac{1}{c_k \rho_k} q_k, \quad (13)$$

$$q_k = F_{(f,k)} (T_f - T_{k,ex}) V_k^{-1}, \quad 0 \leq V_k \leq L_k, \quad (14)$$

Начальные условия:

$$T_k(V_k^j, 0) = C, \quad j = \overline{1, N_k}, \quad (15)$$

Причем

$$T_k(0, t) = T_{k-1}(0, t) = C, \quad \text{т. е. при } V_k = 0, \quad (16)$$

где $T_k(0, t) = T_{k-1}(L_{k-1}, t)$ – конечная точка предыдущего элемента.

Таким образом, система дифференциальных уравнений в частных производных окажется сведенной к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с начальными условиями, т.е. к задаче Коши [3].

Уравнение теплообмена для элементов конструкции и объемов в тепловой сети сами по себе являются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Таким образом, комплексная математическая модель теплообмена при применении метода прямых, сводится к решению систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

1) для линии тока:

$$\frac{dT_k^j(t)}{dt} = -U_k \frac{T_k^{j+1}(t) - T_k^{j-1}(t)}{2h} + \frac{1}{c_k \rho_k} q_k, \quad (j = \overline{1, N_k}), \quad (17)$$

где

$$q_k = F_{(f,k)} (T_f - T_{k,ex}) V_k^{-1}, \quad 0 \leq V_k \leq L_k.$$

Начальные условия имеют вид:

$$T_k^j(V_k, 0) = C, \quad j = \overline{1, N_k}, \quad (18)$$

2) для объемов:

$$\frac{dT_k}{dt} = \frac{1}{c_k \rho_k V_k} q_k, \quad (19)$$

где

$$q_k^* = \sum_{k_{\text{ex}}} (U_k T_k)_{\text{ex}} - T_k \left(\sum_{k_{\text{вх}}} U_k \right)_{\text{вх}} + q_k' c_k \rho_k V_k, \quad (20)$$

$$q_k' = \sum_i Q_i + \sum_m Q_m,$$

здесь $\sum_i Q_i$ – тепло, выделяемое в теплоноситель по

программе, независимо от его температуры в объеме;
 $\sum_m Q_m$ – тепловая связь между k – ым элементом

конструкции и m – ым элементом сети .

Начальные условия

$$T_k(t)|_{t=0} = C \quad (C = const),$$

3) для элементов конструкции:

$$c_k \frac{dT_k}{dt} = F_{(l,k)}(T_k - T_l) + \sum_l Q_l + \sum_k Q_k, \quad (21)$$

где Q_l – внутреннее тепловыделение элемента, Q_k – тепло, переданное элементу от смежных элементов.

Начальные условия:

$$T_k(t)|_{t=0} = C \quad (C = const), \quad (22)$$

Применим к системе дифференциальных уравнений (17) – (22) метод Эйлера. При этом уравнения линии тока (17) примут вид:

$$T_k^j(t+l) = T_k^j(t) + l \left[\frac{1}{c_k \rho_k} - U_k \frac{T_k^{j+1}(t) - T_k^j(t)}{h} \right], \quad (23)$$

с начальными условиями

$$T_k^j(t)|_{t=0} = C, \quad (C = const), \quad (24)$$

для объемов

$$T_k^j(t+l) = T_k^j(t) + l F(t, c_k, \rho_k, V_k, T_k, T_{k-1}, Q_k), \quad (25)$$

с начальными условиями (21), для элементов конструкции

$$T_k^j(t+l) = T_k^j(t) + l F_1(t, c_k, V_k, T_k^{j+1}, T_k^j, F_k, Q_k), \quad (26)$$

с начальными условиями (22).

В качестве примера решим задачу, реализующую тепловую сеть, состоящую из линии тока, объема, элемента конструкции, а также из элементов автоматики (клапаны, датчики, регуляторы и смесители разделители). Сеть состоит из трех контуров, 17-ти линий тока, 3-х смесителей, 1-го клапана, разделителя, объема, элемента конструкции, регулятора (РРЖ) и датчика.

В правые части уравнения линии тока

$$c_i \rho_i V_i \left(\frac{\partial T_i(V_i, t)}{\partial t} + U_k \frac{\partial T_i(V_i, t)}{\partial V_i} \right) = \sum_i Q_i^{\text{вх}} + \sum_k Q_k^{\text{вн}}, \quad (27)$$

входит слагаемое $Q(t)$, которое может быть задано в виде циклограммы (таблично заданная функция с неравномерным шагом по времени), функции или как постоянное.

Используя циклограмму, приведенную в таблице, аппроксимируем $Q = Q(t)$ по формуле:

$$Q(t) = \frac{(t-t_i)Q_i(t) - (t_{i+1}-t_i)Q_{i+1}(t)}{(t_i - t_{i-1})}, \quad (28)$$

в любой момент времени. Определение температуры смесителей–разделителей осуществляется в зависимости от их режимов работы (режим смесителя или разделителя).

Анализируя расходы, поступающие в разделитель–смеситель, согласно формуле (28) определяется его режим, далее, выбирая формулы из (28), соответствующие этому режиму работы, определяем его температуру.

Для данной задачи был реализован метод прямых, решалась система обыкновенных дифференциальных уравнений линии тока, объема и элемента конструкции, модифицированным методом Эйлера.

Метод сеток. Для этого введем равномерную сетку по V и t :

$$\omega_h = \{V_k^j = jh, \quad j = \overline{0, N_k}; \quad h = L_k / N_k\},$$

$$\omega_l = \{t_j = il, \quad i = \overline{0, 1, 2, \dots}\},$$

где N_k – количество узловых точек по V_k .

На сетке $\Omega_{hl} = \omega_h \times \omega_l$ к уравнениям (18) линии тока, объема и элемента конструкции применим явные схемы: левый уголок, четырехточечную аппроксимацию и схему Лакса [3, 7]. Результаты решения примера по вышеназванным схемам приведены соответственно в табл. 1.

Чтобы можно было выбирать шаг по времени независимо от шага по объему, нами была рассмотрена и неявная схема аппроксимации (**), (левый уголок), которая абсолютно устойчива.

А теперь для аппроксимации применим к уравнениям (1)–(7) неявную схему. В результате получена следующая система конечно–разностных уравнений:

$$\frac{T_{i+1,j}^k - T_{i,j}^k}{l} + U_k \frac{T_{i+1,j+1}^k - T_{i+1,j}^k}{h} = F(t, c_k, \rho_k, V_k, T^k, T^{k+1}, F_k, Q_k), \quad (29)$$

$$\left(\frac{1}{l} - \frac{U_k}{h} \right) T_{i+1,j}^k + \frac{U_k}{h} T_{i+1,j+1}^k = F(t, c_k, \rho_k, V_k, T^k, T^{k-1}, F_k, Q_k) + \frac{1}{8} T_{i,j}^k, \quad (i = \overline{1, 2, \dots}, j = \overline{1, N}),$$

где

$$F(t, c_k, \rho_k, V_k, T^k, T^{k-1}, F_k, Q_k) = \frac{\sum_{k'} Q_{k'} + \sum_l Q_l^{603}}{c_k \rho_k V_k}, \quad k \in \Omega, \quad (31)$$

$\sum_l Q_l^{603}$ сумма всех внутренних источников l –го

элемента.

Начальные и граничные условия таковы:

$$\begin{aligned} T_{i,0}^k &= C \quad (C = const), \quad i = \overline{0, N_k}, \\ T_{0,j}^k &= T_{N_{k-1},j}^{k-1}, \quad j = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (32)$$

где $(k-1)$ -ый элемент является предыдущим элементом для k .

Система, полученная с помощью неявной схемы аппроксимации (30)–(32), решалась методом Гаусса и модифицированным методом прогонки, разработанным для решения систем дифференциальных уравнений первого порядка. Левая часть системы (29)–(32) представляет двухдиагональную ленточную матрицу в виде:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{1}{l} - \frac{U_k}{h} & \frac{U_k}{h} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} - \frac{U_k}{h} & \frac{U_k}{h} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

В последней строке матрицы записаны граничные условия. Такая структура последней строки матрицы G обусловлена тем, что рассматриваемая сеть является замкнутой. Решение системы с такой матрицей коэффициентов стандартными методами связано с большими трудностями. Действительно, матрица не полностью двухдиагональная и поэтому известный метод прогонки [1] не дает желаемых результатов. В связи с этим нами был модифицирован метод циклической прогонки [2],[3], разработанный для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Суть модификации метода прямых, заключается в отыскании коэффициентов прогонки применительно к нашей задаче.

Для этого уравнения (31)–(32) приведем к виду:

$$A_{j+1} T_{i+1,j}^k + T_{i+1,j+1}^k = B_{j+1}, \quad j = \overline{1, N}; \quad i = 1, 2, \dots, \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} A_{j+1} &= \left(\frac{1}{l} - \frac{U_k}{h} \right) / \left(\frac{U_k}{l} \right); \\ B_{j+1} &= \left[F(t, c_k, \rho_k, V_k, T^k, T^{k-1}, F_k, Q_k) + \frac{1}{l} T_{i,j}^k \right] / \left(\frac{U_k}{l} \right), \quad (34) \\ F(t, c_k, \rho_k, V_k, T^k, T^{k-1}, F_k, Q_k) &= \frac{\sum_k Q_k + \sum_l Q_l^{geo}}{c_k \rho_k V_k}, \end{aligned}$$

граничные и начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} T_{i,0}^k &= C, \quad (C = const), \quad i = \overline{1, N}; \quad j = 1, 2, \dots, \\ T_{0,j}^k &= T_{N,j}^{k-1}, \end{aligned} \quad (35)$$

где $T_{i,j}^{k-1}$ – температура предыдущей $(k-1)$ -ой линии тока.

Решение систем линейных алгебраических уравнений будем отыскивать в следующем виде:

$$T_{i+1,j}^k = P_{j+1} T_{i+1,j+1}^k + q_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, \quad i = \overline{1, N}, \quad (36)$$

где P_{j+1} и q_{j+1} являются прогоночными коэффициентами.

Теперь с учетом граничных условий определим эти коэффициенты. Подставив в (36) значение (34), получим:

$$T_{i+1,j+1}^k = A_{j+1} (P_j T_{i+1,N}^k + q_j) + B_{j+1}. \quad (37)$$

С учетом формулы (37) и граничных условий из формул (34), (35) получим формулы для подсчета коэффициентов циклической прогонки:

$$\begin{aligned} P_1 &= 1, \quad q_1 = 0, \\ P_{j+1} &= A_{j+1} P_j, \quad q_{j+1} = A_{j+1} q_j + B_{j+1}, \quad (j = 1, 2, \dots). \end{aligned} \quad (38)$$

Из формулы (38) при $j = N, N-1$ соответственно получим:

$$\begin{aligned} T_{i+1,j+1}^k &= A_{N+1} T_{i+1,N}^k + q_N, \\ T_{i+1,N}^k &= P_N T_{i+1,N+1}^k + q_N. \end{aligned} \quad (39)$$

Отсюда имеем:

$$T_{i+1,N+1}^k = (B_{N+1} + A_{N+1} q_N) / (1 - A_{N+1} P_{N-1}), \quad (i = 1, 2).$$

Значение температуры $T_{i+1,j}^k$ при $j = N, N-1, \dots, 0$ определяется аналогично по формуле (33). Несмотря на такое преимущество, неявную схему применять в данной задаче не очень выгодно. Результат приведен в табл. 2.

А теперь рассмотрим один из подходов, позволяющий выбирать наиболее оптимальные шаги Δt и ΔV . Как известно, в явной схеме шаг по времени Δt сильно связан с шагом ΔV . Попытаемся увеличить шаг интегрирования при сохранении условия устойчивости по Куранту.

Пусть сеть C состоит из контуров $\{K_j\}_{j=1}^{N_1}$ и в каждом j -ом контуре имеются ветви $\{B_{ji}\}_{i=1}^{T_j}$ и каждая ветвь состоит из множества элементов $\{\Lambda_{jik}\}_{k=1}^P$ типа "линия тока" с разными длинами $\{V_{jik}\}_{k=1}^P$ и скоростями теплоносителей $\{U_{ji}\}_{i=1}^{T_j}$. Необходимо подобрать оптимальные шаги аппроксимации интегрирования $\{\Delta t_{jik}\}, \{\Delta V_{jik}\}$ для систем, являющихся теплообменной моделью данной сети.

Для такого подбора предлагается следующий алгоритм.

1. Определим те элементы сети, которые можно рассматривать как точки или вовсе не рассматривать;
2. Определим $\{\Delta t_{jik}\}$ для всех j, i, k , где

$$\Delta t_{jik} = |V_{jik}| / U_{ji};$$

3. Определим $\Delta t_c^* = \max_j \{\Delta t_{jik}\}$;

4. Находим значения длины шага по объему $\Delta V_{jik}^* = U_{ji} \Delta t_{jik}$;

5. Примем в качестве шага по объему любую величину ΔV_{jik} , равную или большую, чем $\Delta V_{jik}^* \left(\Delta \tilde{V}_{jik} \geq \Delta_{jik}^* \right)$, для любого i, j, k ;

6. Конечно-разностная аппроксимация уравнений для данного элемента производится с шагом

$\Delta \tilde{V}_{jik}$ (по объему), Δt_{jik} (по времени и полученная система решается до тех пор, пока $\Delta t_{jik} \leq \Delta t_c^*$);

7. Расчет продолжается до заданного реального времени $T_{зао}$, где j – номер контура, i – номер ветви, k – номер элемента.

Таблица 1 – Явная схема "левый уголок"

№ элемента	Время счета (8 сек)	Начальное состояние элемента	Значения температуры в начале элемента	Значения температуры в середине элемента	Значения температуры в конце элемента	Положение переключки и регулятора	Температура датчика	Положение клапана
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	10800	283	297,16	297,20	297,25	1	275,5	Отк.
2.	10800	283	297,25	297,24	297,24	1	275,5	Отк.
3.	10800	283	297,24	297,24	297,24	1	275,5	Отк.
4.	10800	283	297,24	297,20	297,17	1	275,5	Отк.
5.	10800	283	297,17	297,20	297,17	1	275,5	Отк.
6.	10800	283	297,24	297,24	297,23	1	275,5	Отк.
7.	10800	283	297,17	297,24	297,16	1	275,5	Отк.
8.	10800	283	297,24	297,24	297,23	1	275,5	Отк.
9.	10800	283	297,17	297,24	297,16	1	275,5	Отк.
10.	10800	283	297,93	297,24	297,93	1	275,5	Отк.
11.	10800	283	297,93	297,86	297,79	1	275,5	Отк.
12.	10800	283	297,99	298,00	298,01	1	275,5	Отк.
13.	10800	283	298,01	298,00	298,00	1	275,5	Отк.
14.	10800	283	298,01	298,00	298,60	1	275,5	Отк.
15.	10800	283	298,01	298,005	298,00	1	275,5	Отк.
16.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
17.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
18.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
19.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.

Таблица 2 – Неявная схема "левый уголок"

№ элемента	Время счета (8 сек)	Начальное состояние элемента	Значения температуры в начале элемента	Значения температуры в середине элемента	Значения температуры в конце элемента	Положение переключки и регулятора	Температура датчика	Положение клапана
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	10800	283	297,13	297,18	297,20	1	275,5	Отк.
2.	10800	283	297,20	297,22	297,21	1	275,5	Отк.
3.	10800	283	297,21	297,22	297,23	1	275,5	Отк.
4.	10800	283	297,20	297,21	297,16	1	275,5	Отк.
5.	10800	283	297,16	297,20	297,16	1	275,5	Отк.
6.	10800	283	297,23	297,23	297,22	1	275,5	Отк.
7.	10800	283	297,18	297,20	297,18	1	275,5	Отк.
8.	10800	283	297,23	297,23	297,22	1	275,5	Отк.
9.	10800	283	297,17	297,18	297,16	1	275,5	Отк.
10.	10800	283	297,90	297,64	297,90	1	275,5	Отк.
11.	10800	283	297,92	297,84	297,76	1	275,5	Отк.
12.	10800	283	297,95	298,00	298,10	1	275,5	Отк.
13.	10800	283	298,01	298,00	298,00	1	275,5	Отк.
14.	10800	283	298,01	298,00	298,40	1	275,5	Отк.
15.	10800	283	298,01	298,005	298,00	1	275,5	Отк.
16.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
17.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
18.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.
19.	10800	283	298,01	298,005	298,01	1	275,5	Отк.

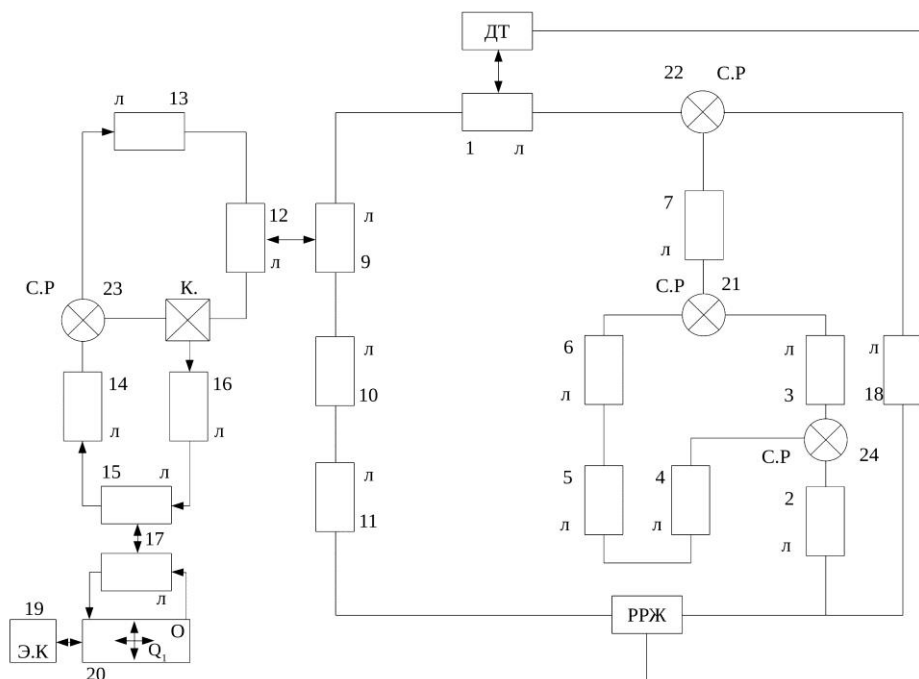


Рис. 1 – Тепловой сеть: Л – линия тока; О – объем; Э. К. – элемент конструкций; К – клапан, ДТ – датчик; С. Р. – смеситель-разделитель.

Результаты численных расчетов. Результаты задачи теплообмена для сети, указанной на рис. 1 приведены в табл. 1. Как следовало ожидать, наиболее хорошие результаты получены методом сеток с шаблоном аппроксимации «левый уголок» (явная схема). Однако для устойчивости метода требуется выполнения условия Куранта: $U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \leq 1$, т.е. выбор шага по времени Δt зависит от шага по объему ΔV и при малом Δt задача решалась достаточно долго.

Известно, что при использовании неявной схемы условие устойчивости имеет вид: $U_k \frac{\Delta t}{\Delta V} \geq 1$, что означает возможность выбора шагов по объему независимо друг от друга.

Замечание. Данная методика применяется для тех сетей, которые замкнуты, но не имеют разветвленности в каждом контуре. При разветвленном контуре учитывать такие принципы представляется сложным. Разветвление в основном бывает там, где находится смеситель-разделитель и клапаны. В одном контуре может быть несколько контуров. С помощью теории графов можно предложить методику решения

данной задачи, однако это не позволит решать практические задачи теплообмена в реальном масштабе времени. Если не учитывать условия замкнутости, получилось бы некорректная задача. Поэтому условия замкнутости при решении систем добавляются.

Выводы. Разработан алгоритм для автоматизации построения дискретных аналогов математических моделей (17), (19), (23).

При этом необходимо знание начальных значений температур каждого элемента, собственных конструктивных размеров элементов сети, значений коэффициентов теплопередачи между элементами, значение объемных расходов и др. На основе этих данных строятся таблицы связей, которые и являются основной информационной базой для автоматической генерации конечно-разностных схем для моделей (17), (19), (23).

Для учета различных тепловых связей в комплексной математической модели, в алгоритме предусмотрена специальная система кодировки, которая позволяет идентифицировать типы элементов и их взаимное расположение (смежность между собой).

Список литературы:

1. Новрузбеков, И. Г. Исследование систем обеспечения теплового режима [Текст] / И. Г. Новрузбеков, К. Г. Касумов // Изв. АН. Аз. ССР. – 1987. – № 3. – С. 99–104.
2. Мирсалимов, В. М. Об одном подходе к численному решению задач теплообмена [Текст] / В. М. Мирсалимов, К. Г. Касумов, И. Г. Новрузбеков // Вопросы разрушения и оптимизации деформируемых сред. – 1989. – С. 3–9.
3. Самарский, А. А. Теория разностных схем [Текст] / А. А. Самарский. – М.: Наука, 1983. – 614 с.
4. Степаненко, В. М. Численное моделирование процессов теплообмена в системе водоем-грунт [Текст] / В. М. Степаненко, В. Н. Лысков // Метеорология и гидрология. – 2005. – № 3. – С. 95–104.
5. Степаненко, В. М. Численная модель процессов теплообмена в системе атмосфера – водоем – почва [Текст] / В. М. Степаненко // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9. – С. 112–122.
6. Малоземов, В. В. Тепловой режим космических аппаратов [Текст] / В. В. Малоземов. – М.: Машиностроение, 1980. – 230 с.

7. Патанкар, С. Численные методы решения задач теплообмена и динамика жидкости [Текст] / С. Патанкар. – М.: Энергоиздат, 1984. – 152 с.
8. Малоземов, В. В. Математическое моделирование тепловых процессов малогабаритной бортовой аппаратуры [Текст] / В. В. Малоземов // Вестник Московского авиационного института. – 2010. – Т. 17, № 1. – С. 55–61.
9. Блинов, В. Н. Малые космические аппараты. Миниспутник. Миниспутники. Унифицированные космические платформы для малых космических аппаратов [Текст] / В. Н. Блинов. – Омск: Изд. Ом ГТУ, 2010. – 348 с.
10. Бабаев, Т. А. Численное моделирование процессов нестационарной фильтрации газа и воды в пористой среде [Текст] / Т. А. Бабаев, Г. М. Мусаев, В. Г. Пирмамедов // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. – Новосибирск, 1977.

Bibliography (transliterated):

1. Novruzbekov, I. G., Kasumov, K. G. (1987). Issledovanie sistem obespecheniya teplovogo rezhima. Izv. AN. Az. SSR, 3, 99–104.
2. Mirsalimov, V. M., Kasumov, K. G., Novruzbekov, I. G. (1989). Ob odnom podhode k chislenному resheniyu zadach teploobmena. Voprosy razrusheniya i optimizatsii deformiruemym sred, 3–9.
3. Samarskiy, A. A. (1983). Teoriya raznostnykh skhem. Moscow: Nauka, 614.
4. Stepanenko, V. M., Lykosov, V. N. (2005). Chislennoe modelirovanie protsessov teplovlagooobmena v sisteme vodoem-grunt. Meteorologiya i gidrologiya, 3, 95–104.
5. Stepanenko, V. M. (2004). Chislennaya model' protsessov teplovlagooobmena v sisteme atmosfera – vodoem – pochva. Vychislitel'nye tekhnologii, 9, 112–122.
6. Malozemov, V. V. (1980). Teplovoy rezhim kosmicheskikh apparatov. Moscow: Mashinostroenie, 230.
7. Patankar, S. (1984). Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamika zhidkosti. Moscow: Energoizdat, 152.
8. Malozemov, V. V. (2010). Matematicheskoe modelirovanie teplovykh protsessov malogabaritnoy bortovoy apparatury. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta, 17 (1), 55–61.
9. Blinov, V. N. (2010). Malye kosmicheskie apparaty. Minisputnik. Minisputniki. Unifitsirovannye kosmicheskie platformy dlya malyh kosmicheskikh apparatov. Omsk: Izd. Om GTU, 348.
10. Babaev, T. A., Musaev, G. M., Pirmamedov, V. G. (1977). Chislennoe modelirovanie protsessov nestatsionarnoy fil'tratsii gaza i vody v poristoy srede. Chislennoe reshenie zadach fil'tratsii mnogofaznoy neshzhimaemoy zhidkosti. Novosibirsk.

Поступила (received) 01.11.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Подход к автоматизации численного расчета состояния процессов теплообмена в замкнутых аппаратах/ Гасымов Г. Г., Гасымов С. Ю. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – No 33(1255). – С. 21–28.– Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Підхід до автоматизації чисельного розрахунку стану процесів теплообміну в замкнутих апаратах/ Гасимов Г. Г., Гасимов С. Ю. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – No 33(1255). – С.21–28. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Approach to the automation of numerical calculation of the state of heat exchange processes in closed devices/ Qasimov Q. Q., Qasimov S. Yu. //Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 33 (1255).– P. 21–28.– Bibliogr.:10. – ISSN 2079-5459

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гасымов Гасым Гурбан – кандидат технических наук, доцент кафедры “Общая и прикладная математика”, Азербайджанский Государственный Университет Нефти и Промышленности, пр. Азадлыг, 20, г. Баку, Азербайджан, AZ1010, e-mail: q.qasim56@gmail.com.

Гасимов Гасим Гурбанов – кандидат технічних наук, доцент кафедри "Загальна та прикладна математика", Азербайджанський державний університет Нафти і Промисловості, пр. Азадлыг, 20, м Баку, Азербайджан, AZ1010, e-mail: q.qasim56@gmail.com.

Qasimov Qasym Qurban – PhD, Associate Professor of the Department "General and Applied Mathematics", Azerbaijan State University of Oil and Industry, Azadlig ave., 20, Baku, Azerbaijan, AZ1010, e-mail: q.qasim56@gmail.com.

Гасымов Сардар Юсуб – кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры “Общая и прикладная математика”, Азербайджанский Государственный Университет Нефти и Промышленности, пр-т. Азадлыг, 20, г. Баку, Азербайджан, AZ1010; e-mail: sardarkasumov1955@mail.ru

Гасимов Сардар Юсубов – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри "Загальна та прикладна математика", Азербайджанський державний університет Нафти і Промисловості, пр-т. Азадлыг, 20, м Баку, Азербайджан, AZ1010; e-mail: sardarkasumov1955@mail.ru

Qasimov Sardar Yusub – PhD in Physics and Mathematics. Sci., Associate Professor of the Department "General and Applied Mathematics", Azerbaijan State University of Oil and Industry, Prospect. Azadlig, 20, Baku, Azerbaijan, AZ1010; E-mail: sardarkasumov1955@mail.ru.