

*Л. Г. Раскін О. В. Сіра
Г. К. Кожевніков*



***МЕТОДИ АНАЛІЗУ СИСТЕМ
І ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ
В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ***

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Л. Г. Раскін, О. В. Сіра, Г. К. Кожевніков

**МЕТОДИ АНАЛІЗУ СИСТЕМ І ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ
В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

Підручник
для студентів спеціальності «Комп'ютерна інженерія»

Затверджено Вченою радою НТУ «ХПІ»

Харків
«ФАКТ»
2023

УДК 519.85

P24

Рецензенти:

М.Д. Кошовий, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, д-р техн. наук, професор, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»;

О.М. Литвин, лауреат Державної премії України в галузі науки і техніки, д-р фіз.-мат. наук, професор, Українська інженерно-педагогічна академія

Затверджено Вченою радою Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» як підручник для студентів спеціальності «Комп'ютерна інженерія», протокол №1 від 28.01.2022 р.

Раскін Л. Г.

P 24 Методи аналізу систем і прийняття рішень в умовах невизначеності : підручник / Л. Г. Раскін, О. В. Сіра, Г. К. Кожевніков. Харків : Факт, 2023. 256 с.

ISBN 978-617-8072-63-6

У підручнику викладено основні поняття теорії нечітких множин. Особливу увагу приділено прикладним задачам нечіткої математики. Розглянуто методи розв'язання нечітких задач математичного програмування. Книга містить велику кількість прикладів, розділи підручника включають контрольні запитання.

Підручник рекомендовано для студентів спеціальності «Комп'ютерна інженерія» і широкого кола фахівців у галузі інформаційних і комп'ютерних технологій, а також у галузі розробки моделей і методів прийняття рішень.

Іл. 76. Табл. 5. Бібліогр. 29 назв.

УДК 519.85

ISBN 978-617-8072-63-6

© Л.Г. Раскін, О.В. Сіра, Г.К. Кожевніков, 2023

ЗМІСТ

Вступ	3
Розділ 1. Основні поняття теорії нечітких множин	9
1.1. Основні визначення.....	9
1.2. Основні характеристики нечітких множин.....	16
1.3. Основні типи функцій належності	24
1.4. Методи побудови функцій належності нечітких множин	36
Контрольні запитання.....	47
Розділ 2. Операції над нечіткими множинами	48
2.1. Рівність і домінування нечітких множин	48
2.2. Унарні операції над нечіткими множинами	50
2.3. Бінарні операції над нечіткими множинами	53
2.4. Нечіткі оператори	66
Контрольні запитання	69
Розділ 3. Нечіткі відношення	70
3.1. Нечітке відношення і способи його задання	70
3.2. Основні характеристики нечітких відношень	78
3.3. Операції над нечіткими відношеннями	82
3.4. Відображення нечітких множин	92
3.5. Властивості бінарних нечітких відношень, заданих на одному універсумі	95
3.6. Нечіткі відношення переваги	105
Контрольні запитання	111
Розділ 4. Нечіткі величини, числа й інтервали	112
4.1. Основні визначення. Принцип узагальнення	112
4.2. Операції над нечіткими числами	117
Контрольні запитання	151

Розділ 5. Нечітке математичне програмування.....	152
5.1. Основні визначення	152
5.2. Задача досягнення нечітко поставленої мети	153
5.3. Задача максимізації чіткої цільової функції на заданій нечіткій множині припустимих альтернатив	160
5.4. Нечіткий варіант стандартної задачі математичного програмування	176
5.5. Задача максимізації нечіткої цільової функції на заданій нечіткою множині припустимих альтернатив	177
5.6. Задача математичного програмування, в якій параметри цільової функції та обмежень задані нечітко	194
Контрольні запитання.....	214
Розділ 6. Приклади застосування загальної теорії нечіткої математики до задач аналізу систем і прийняття рішень....	215
6.1. Нечіткий багатовимірний дискримінантний аналіз у задачі діагностики стану об'єкта.....	215
6.2. Нечітка задача кластерного аналізу	222
6.3. Рекурентний метод найменших квадратів обробки нечітких вимірювань	229
6.4. Універсальний метод розв'язання задач оптимізації в умовах невизначеності вихідних даних	235
Контрольні запитання	254
Список літератури.....	255
Предметний покажчик.....	258

ВСТУП

Вражаючі і бездоганні результати практичного застосування класичної ньютонівської механіки привели до формування принципу детермінізму при побудові моделей явищ та об'єктів реального світу. Суть цього принципу з вичерпною ясністю сформулював П'єр Симон Лаплас. Він писав: «Розум, який у кожний заданий момент часу знав би всі рушійні сили природи, так само, як і відносне положення всіх складових її елементів, і, до того ж, був би настільки осяжний, щоб піддати аналізу всі ці дані, міг би виразити єдиним співвідношенням як рух найбільших тіл світу, так і рух найдрібніших атомів: ніщо не залишилося б для нього невідомим, і він міг би досягнути єдиним поглядом як майбутнє, так і минуле». Ще більш ортодоксальна позиція Рене Декарта: «Минуле, сьогодні і майбутнє жорстко з'єднані між собою. Потрібно лише знайти правильну модель, що їх зв'язує».

Виникнення принципово іншого погляду на світ породжено теорією ймовірності, початковий інтерес до якої викликаний завданнями, поставленими в азартних іграх (завдання кавалера де Маре). У листуванні Паскаля і Ферма викристалізувалися такі найважливіші поняття, як ймовірність і математичне сподівання. Подальший бурхливий розвиток теорії ймовірностей пов'язаний із потребами природознавства та суспільної практики (теорія помилок спостережень, теорія стрілянини, проблеми статистики, страхової справи, демографії та ін.). Успіхи теорії ймовірностей призвели до краху звичних уявлень. Характерним є вислів Ліона Брілюєна: «Відмова від детермінізму зажадала від багатьох вчених болісної переоцінки. Ця філософія століттями була основою наукових досліджень». Специфічні можливості теорії ймовірностей для опису явищ і подій масового характеру зумовили широке й ефективне її використання

у фізиці, хімії, економіці, техніці, в задачах організації масового виробництва, в теорії надійності. У результаті всього цього до середини минулого століття умами фахівців володіло переконання, що існує тільки два об'єктивно вірних підходи до опису явищ, процесів і об'єктів реальної дійсності – детерміністський та ймовірнісний.

Традиційна раціоналістична декартова методологія сприйняття світу сформуvala концепцію, відповідно до якої вважається коректним використання таких термінів, як неясність, невизначеність, неточність тільки при якісному, поверхневому описі об'єктів через відсутність їх однозначного і недвозначного трактування. Однак у реальному світі постійно виникає безліч ситуацій, коли неможливо уникнути або якось обійти проблему обліку неясної або неточної інформації про події, явища, відомості та ін. Ця інформація має суб'єктивний характер, та її уявлення в природній мові, як правило, містить велику кількість термінів типу «багато», «істотно краще», «недостатньо ефективно» і т. п., які не можуть бути описані мовою традиційної математики. Разом з тим неврахування цієї інформації істотно збіднює математичну модель об'єкта, роблячи її занадто грубою.

У зв'язку з цим поступово ставала дедалі більш ясною необхідність створення специфічного математичного апарату для коректного обліку не цілком чітких, розпливчастих уявлень і суджень людей про реальний світ. Першим кроком на цьому шляху слід вважати основну роботу Лотфі Заде [29], яка була опублікована в 1965 р. і відкрила новий напрям у прикладній математиці, що отримав назву *теорії нечітких множин*. Запропонована Л. Заде теорія послужила основою для створення нового світогляду, а також технології для аналізу та подання неясних і неточних понять, які використовуються в твердженнях про події та факти для опису відношень між об'єктами реального світу. Ця теорія сформуvala несуперечливу схему вирішення проблем, в яких суб'єктивні судження

або інтуїтивні оцінки відіграють значну роль при врахуванні чинників, що вносять неясність і невизначеність. Неможливо ігнорувати ту обставину, що слід вміти розпізнавати такі об'єкти, як «безліч високорозвинених країн», «безліч небагатих людей», «множина великих чисел» та ін. Технологія, закладена в основу теорії множин, пропонується як засіб математичного моделювання невизначених понять, якими оперує людина при описі своїх уявлень про реальну систему, значення її технічних характеристик, цілі її функціонування та ін. *Нечітка множина* – це математична модель класів об'єктів з нечіткими або, інакше, розмитими межами [7; 12]. Наприклад, коли говорять про безліч червоних, червоножовтих і жовтих об'єктів, то введення чіткої межі, яка відділяє об'єкти одного кольору від об'єктів іншого кольору, неможливо, оскільки перехід від червоного до жовтого безперервний. У зв'язку з цим стає зрозумілою необхідність обліку поступового переходу від належності елемента множині до неналежності їй. Іншими словами, кожен елемент може мати ступінь належності множині, проміжний між повною належністю і повною неналежністю. Теорія нечітких множин надає конструктивну можливість обліку таких реальних об'єктів.

Тут слід звернути увагу на існування думки про можливість успішного вирішення всіх завдань теорії нечітких множин (ТНМ) традиційними засобами теорії ймовірностей (ТЙ). З цього приводу можна зазначити таке: виникнення подібних критичних суджень – доля будь-якої нової теорії. Так було в зв'язку з появою матричного і тензорного числення, теорії графів і взагалі прикладної математики. Видатний сучасний математик А. Кофман стверджував: «Можливо, критики теорії нечітких множин не розуміють, де і як використовується математика ... Математика – це засіб пізнання світу за допомогою логічних моделей, її практична сила полягає в здатності давати пояснення. Теорія нечітких множин дозволяє найкраще пояснити і структурувати все те, що розділене

не надто точними межами, наприклад, думка, мова, сприйняття. Суспільні науки наповнені усіма видами подібних абстрактних і конкретних форм, але й науки, що називаються точними, можуть мати справу з ситуаціями, в яких невизначеність закладена самою природою речей [12]. У цій же роботі Клір аналізує відмінності теорії ймовірностей і теорії нечітких множин на рівні аксіоматики. Разом з тим можна навести ряд більш загальних міркувань щодо відмінності теорії нечітких множин від теорії ймовірностей. Відзначимо деякі з них.

По-перше, теорія ймовірностей оперує такими категоріями об'єктів: безліч подій, що мають масовий повторюваний характер (потік відмов, народження і смерть живих організмів, чисельність пасажирів на транспорті та ін.); безліч однорідних об'єктів, що володіють деякими різними властивостями (безліч студентів у потоці різного віку, росту, ваги); безліч спостережень за будь-яким конкретним об'єктом або їх сукупністю (вимірювання температури тіла пацієнтів у лікарні). При цьому засобами ТЙ обчислюються: ймовірність настання конкретних подій; ймовірність потрапляння заданого числа об'єктів з деякої їх множини в задану підмножину об'єктів з певними властивостями; ймовірність того, що конкретні спостережувані характеристики об'єктів виявляться в межах деяких заданих діапазонів. З іншого боку, в теорії нечітких множин зазвичай мова йде про одиничні об'єкти (або про невеликі їх групи), щодо яких вирішується питання визначення ступеня їх належності до деякої універсальної множини (вона може містити і нескінченне число елементів), або проблему вибору найкращої альтернативи з множини нечітко заданих альтернатив.

По-друге, вичерпний опис випадкових подій або випадкових величин у ТЙ надається з використанням відповідних законів розподілу або щільності розподілу ймовірностей. На противагу цьому в ТНМ опис ступеня належності нечітко заданого об'єкта множині об'єктів задається

функцією належності, властивості якої радикально відрізняються від властивостей і законів і щільності розподілу ймовірностей (наприклад, функція належності в ТНМ не нормована; зокрема, інтеграл від функції належності для безперервної нечіткої величини, взагалі кажучи, не дорівнює одиниці).

По-третє, в ТЙ мова йде про події, які можуть (або не можуть) відбутися в майбутньому. При цьому обчислюються ймовірності реалізації деяких подій, що цікавлять дослідника, або ймовірності потрапляння якоїсь випадкової величини в заданий інтервал. Навпаки, в ТНМ або досліджуються події, які вже відбулися, і щодо них в цьому випадку встановлюється ступінь їх належності заданій множині, або цей ступінь належності для кожного з досліджуваних елементів множини декларується заздалегідь.

У прекрасно написаному навчальному посібнику [7] розглянуто й інші відмінності ймовірнісного і нечіткого підходів до формалізації невизначеності (понятійна основа, можливість обліку людського фактора, способи формування операцій, коло охоплених прикладних задач). Відзначимо також роботу [4], що містить бездоганну за простотою та ясністю викладу теорію нечітких множин і опис її основних додатків. На цей час існує дуже багато публікацій з теорії нечітких множин. До найбільш важливих і доступних, крім уже згаданих [2; 3; 7; 12; 21; 27], слід віднести роботи [8; 9; 10; 11; 15; 24; 26; 28]. Проте слід зазначити, що не всі питання теорії нечітких множин вивчено у повному обсязі. Таким чином, мета цієї роботи полягає в такому: по-перше, стисло викласти основи теорії нечітких множин; по-друге, розглянути можливості використання цієї теорії при вирішенні ряду конкретних завдань. При цьому, прагнучи зробити цю книгу якомога компактнішою, автори навмисно залишили осторонь окремі моделі теорії нечітких множин, що примикають до описаних у роботі, оскільки вони детально і

дуже ясно викладені в роботах [3; 4; 13; 14; 19]. До них належать, наприклад, основи нечіткої логіки, системи нечіткого виведення, додатки до нейронних мереж.

Підручник складається з шести розділів. У першому розділі розглянуто базові визначення й основні характеристики нечітких множин, введено типи функцій належності та методи їх побудови. Другий розділ присвячено операціям над нечіткими множинами, серед яких виділено операції рівності і домінування нечітких множин, унарні та бінарні операції, а також нечіткі оператори. У третьому розділі описано нечіткі відношення. Увагу приділено способам задання, основним характеристикам та операціям над нечіткими відношеннями, викладено питання, пов'язані з властивостями бінарних нечітких відношень. Матеріал четвертого розділу зосереджено навколо нечітких величин, нечітких чисел і нечітких інтервалів, розглянуто основні визначення та операції. П'ятий розділ присвячено невизначеному математичному програмуванню. У шостому розділі розглянуто приклади застосування загальної теорії нечіткої математики до завдань аналізу систем і прийняття рішень, а також різні постановки завдань математичного програмування з нечітко заданою інформацією.

Підручник призначений для студентів спеціальності «Комп'ютерна інженерія», а також для студентів технічних спеціальностей, які вивчають методи аналізу систем і прийняття рішень в умовах невизначеності.

Автори будуть вдячні за всі відгуки, критичні зауваження та конструктивні пропозиції, які будуть сприяти покращенню викладу тексту підручника.

Наша поштова адреса: Україна, м. Харків, вул. Пушкінська, 79/2.

Наша електронна адреса: innavlati@gmail.com