

*М. О. БОНДАРЕНКО***ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МІЦНОСТІ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ ШЛЯХОМ ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ АПРОКСИМАЦІЙ ПОВЕРХОНЬ ВІДГУКУ**

Розроблено підхід і моделі для забезпечення міцності тонкостінних машинобудівних конструкцій, що працюють в умовах геометричної та фізичної нелінійностей, шляхом обґрунтування проектних рішень. Він базується на використанні нелінійної математичної моделі напружено-деформованого стану, а також – методів апроксимації для побудови функцій відгуку. Різні критерії, за якими проводиться пошук проектних рішень, вносяться до цільової функції. До неї застосовується розроблений алгоритм пошуку раціональних параметрів. Розроблені алгоритми і моделі застосовані для розв'язання тестових та прикладних задач. Проведена розрахунково-експериментальна верифікація розроблених скінченно-елементних моделей.

**Ключові слова:** прикладна теорія пружності, міцність машин, напружено-деформований стан, тонкостінна машинобудівна конструкція, геометрична нелінійність, фізична нелінійність, метод скінченних елементів, метод скінченних різниць, поверхня відгуку, апроксимація.

*М. А. БОНДАРЕНКО***ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПУТЕМ ОБОСНОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППРОКСИМАЦИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОТКЛИКА**

Разработан подход и модели для обеспечения прочности тонкостенных машиностроительных конструкций, работающих в условиях геометрической и физической нелинейностей, путем обоснования проектных решений. Он базируется на использовании нелинейной математической модели напряженно-деформированного состояния, а также - методов аппроксимации для построения функций отклика. Различные критерии, по которым производится поиск проектных решений, вносятся в целевой функции. К ней применяется разработанный алгоритм поиска рациональных параметров. Разработанные алгоритмы и модели применены для решения тестовых и прикладных задач. Проведена расчетно-экспериментальная верификация разработанных конечно-элементных моделей.

**Ключевые слова:** прикладная теория упругости, прочность машин, напряженно-деформированное состояние, тонкостенная машиностроительная конструкция, геометрическая нелинейность, физическая нелинейность, метод конечных элементов, метод конечных разностей, поверхность отклика, аппроксимация.

*М. О. BONDARENKO***THIN-WALLED STRUCTURES STRENGTH ASSURANCE BY PARAMETERS VALIDATION USING RESPONSE SURFACES APPROXIMATIONS**

An approach and models for providing of structural strength of thin-walled machine-building structures, which operate in the conditions of geometric and physical nonlinearities, using design solution validation are developed. It is based on the use of mathematical model for stress-strain state taking into account geometric and physical nonlinearities and methods of approximation for constructing functions describing the evaluated characteristics of the object under study. The various factors behind the search for design solutions (including characteristics of strength, rigidity, technological and economic factors), are being added into this function. During searching for design solutions it is proposed to successively use approximation models of various accuracy degrees. The developed algorithm for rational parameters search, which takes into account the peculiarities of the response surface shape observed in solving applied problems, is applied to them. In this case, the solution is sought over the whole range of parameter changes. Thus, in the search process, global trends of changes in design decisions are taken into account, and not local ones, as in other approaches. This allows obtain a rational solution that is stable to changes in parameters, which are possible in course of design work and production conditions. The developed algorithms and models are used for solving test and applied problems. In particular, recommendations for the body framing of the bus, freight car, the frame of the tractor cabin, the BTR-80 and MT-L hulls are developed. Computational and experimental verification of developed finite-element models was carried out.

**Keywords:** applied elasticity theory, strength of machines, stress-deformed state, thin-walled machine building structure, geometric nonlinearity, physical nonlinearity, finite element method, finite difference method, response surface, approximation.

**Вступ.** Сучасні потреби машинобудування і різних галузей промисловості вимагають широкого застосування порівняно легких і міцних тонкостінних конструкцій. До особливостей даних конструкцій відноситься висока ступінь навантаженості всіх елементів і частин, значний рівень напружень і великі прогини. Маються на увазі як штатні експлуатаційні ситуації, так і екстремальні випадки. При цьому межі області застосовності традиційних геометрично і фізично лінійних моделей порушуються, і виникає необхідність переходу до використання нелінійних моделей. Важливою обставиною при цьому є необхідність розв'язання не одиничних, а великої кількості завдань багатоваріантного аналізу напружено-

деформованого стану (НДС) конструкцій в нелінійній постановці. При цьому відбувається або експертний синтез структури і параметрів, або пряма побудова дискретної хмари точок для оптимізації з урахуванням обмежень не тільки, наприклад, за масою, міцністю, а й за технологічними, експлуатаційними, економічними та іншими критеріями та обмеженнями. Більш того, з практики відомо, що в ході розробки і освоєння виробництва усі ці критерії та обмеження можуть зазнавати істотні корективи. За цих обставин застосування традиційних процедур оптимізації в реальній практиці є ускладненим, а результат їх застосування – позбавлений, як правило, прикладної цінності.

**Аналіз стану питання.** Здійснено комплексний аналіз методів визначення НДС тонкостінних конструкцій з урахуванням геометричної та фізичної нелінійностей і методів оптимізаційного синтезу рішень. Великий внесок у розвиток методів розв'язання задач цього типу внесли такі учені, як В.І. Аверченков, К.В. Аврамов, І.А. Біргер, Д.В. Бреславський, К. Васидзу, В.З. Власов, Ю.С. Воробйов, А.Л. Гольденвейзер, Є.І. Григолюк, В.Б. Гриньов, О.М. Гузь, О.А. Ільюшин, Б.Я. Кантор, В.В. Карпов, Б.І. Кіндратський, Л.В. Курпа, Г.І. Львов, О.К. Морачковський, П.Л. Носко, В.В. Петров, В.Л. Рвачев, Е. А. Сімсон, О.А. Стрельнікова, А.П. Філіппов, Г.А. Шелудько, S. Bolourchi, J.S. Choi, N. Fukuchi, M.R. Ghasemi, N.D. Lagaros, J. Magalhães-Mendes, K. Okada, A.N. Palaiotto, H. H. Pian, S.A. Schimmels, I.N. Serpik, J. Soric, N. Sugita, Yu. Vetyukov, H. A Werner та ін. [1–7]. Установлено, що на сьогоднішній день актуальним напрямком в механіці та машинобудуванні є впровадження оптимізаційних алгоритмів у практику проектних досліджень. Разом із тим, слід зазначити, що обґрунтування рішень для сильно нелінійних систем може бути ускладнене неможливістю визначити чутливості їх параметрів або великими спрощеннями при аналізі, а також необхідністю врахування сумісної дії різних факторів. Таким чином, виявлено низку теоретичних та практичних аспектів, які необхідно враховувати при розв'язанні задач обґрунтування проектних рішень для тонкостінних машинобудівних конструкцій на основі нелінійних моделей.

**Ціль і задачі досліджень.** Мета досліджень полягає у розробці та реалізації підходу до забезпечення міцності тонкостінних машинобудівних конструкцій, які працюють в умовах геометрично та фізично нелінійної поведінки матеріалу, на основі побудови і використання апроксимацій функцій відгуку для визначення раціональних параметрів.

Для досягнення поставленої мети виконані наступні завдання:

1. Розробка комплексу розрахункових математичних моделей для визначення НДС тонкостінних елементів машин з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності та інтеграція у них узагальненого параметричного моделювання.

2. Розробка методів апроксимації функції відгуку у ході обґрунтування раціональних параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій, а також визначення ефективних методів пошуку екстремуму функції відгуку для нелінійних систем.

3. Розробка програмного комплексу для розв'язання задач обґрунтування раціональних параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій, який реалізує запропоновані математичні

моделі і розроблений підхід, та його апробація на тестових задачах.

4. Розв'язання прикладних задач аналізу НДС та обґрунтування конструктивних параметрів тонкостінних елементів реальних машинобудівних конструкцій.

5. Оцінка достовірності отриманих чисельних результатів шляхом порівняння з даними експериментальних досліджень.

6. Формування практичних рекомендацій і впровадження результатів у виробництво.

**Результати досліджень.** Представлений підхід до розв'язання задачі обґрунтування проектних рішень для тонкостінних машинобудівних конструкцій базується на використанні математичної моделі НДС з урахуванням геометричної та фізичної нелінійностей, а також – методів апроксимації для побудови функцій, що описують оцінювані характеристики досліджуваного об'єкта. Розглянутий підхід до розрахунку НДС дозволяє проводити багатоваріантні дослідження об'єкта в автоматизованому режимі та отримувати характеристики НДС при довільному поєднанні конструктивних параметрів на основі апроксимацій функцій відгуку, побудованих за набором їх значень у деяких базових точках.

Можливість варіювати досліджуваний об'єкт забезпечується шляхом інтеграції узагальненого параметричного моделювання. Згідно з даним методом усі варійовані фактори моделі досліджуваного процесу або стану розглядаються як узагальнені параметри, а їх сукупність формує узагальнений параметричний простір. Визначаючи в ньому деяку множину точок, можна організувати процес чисельних досліджень, що працює в автоматизованому режимі. При цьому існує можливість контролювати деякі характеристики, що становлять інтерес, такі як маса, напруження, переміщення, які вибираються із масивів результатів розрахунків.

У операторному вигляді фактори процесів і станів об'єктів, що проектуються, можуть бути записані у вигляді

$$L(P, U, F, t) = 0,$$

де  $L$  – оператор, який описує досліджувані процеси і стани;  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_{N_p}\}$  – множина узагальнених параметрів, що описують досліджуваний об'єкт;  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_{N_u}\}$  – масив змінних, що описують процеси і стани;  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_{N_f}\}$  – масив зовнішніх і внутрішніх сил, що діють на досліджуваний об'єкт;  $t$  – параметр, що описує зміну стану досліджуваного об'єкта (наприклад, час).

У цій роботі для розглянутого класу об'єктів як оператор  $L$  розглядаються співвідношення теорії пружності та пластичності для пластин, стержнів і

оболонок, які відповідно до методу скінченних елементів справедливі в межах кожного окремого об'єму

$$\Omega_i, i = 1, 2, \dots, N_\Omega, \Omega = \bigcup_i \Omega_i. \quad (1)$$

У результаті ці співвідношення зводяться до системи розв'язувальних рівнянь (1). Таким чином, розв'язання задачі послідовно проходить кілька етапів. На першому етапі окремі об'єми  $\Omega_k$  групуються у вигляді типу конструктивних елементів з характеристиками

$$\Omega_k = S_k \times H_k,$$

де  $S_k$  – відповідний тип елементів;  $H_k$  – набір характеристик,

$$H_k = H_k(\vec{r}), (\vec{r}) \in S_k,$$

де  $(\vec{r})$  – радіус-вектор поточної точки.

Змінні стану подаються у вигляді

$$u|_{r \in \Omega_k} = u|_{r_0 \in S_k} + \sum \lambda_i^{(k)} \rho_i^{(k)},$$

де  $\rho_i$  – координати у напрямках, нормальних до  $S_k$ ;  $\lambda_i$  – коефіцієнти, що визначаються типом моделі, яка використовується для опису НДС.

Далі записані рівняння перетворюються на співвідношення, що діють на відповідних конструктивних елементах

$$L_S(P, U_S, F, t) = 0. \quad (2)$$

У результаті, визначивши базовий набір конструктивних елементів, що складають структуру конструкції, можна поставити задачу обґрунтування проектно-технологічних рішень у вигляді набору критеріїв і обмежень:

$$h_q \geq h_q^*, H = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}, q = \overline{1..N}, \quad (3)$$

$$I(H, P, U) \rightarrow \min. \quad (4)$$

У формулах (3), (4)  $H$  – набір характеристик, для яких передбачені обмеження (маса, напруження, деформації тощо),  $I$  – цільова функція, що залежить від узагальнених параметрів  $P$ , характеристик  $H$  та змінних стану  $U$ , яку слід мінімізувати в узагальненому параметричному просторі, задовольняючи одночасно системі обмежень.

Для тонкостінних машинобудівних конструкцій варійовані керуючі параметри можуть представляти як їх геометричну особливість (у різних задачах параметричної оптимізації ними можуть бути характеристики площі поперечного перетину конструктивних елементів або товщини листів, або функції, що описують контур деякої частини межі області конструкції), так і властивості матеріалу. Співвідношення (2) для кожного виду тонкостінних елементів з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності впливають із теорії пластин, оболонок та стержнів. При цьому у них присутні згадані вище варійовані параметри. Співвідношення деформації-напруження для урахування фізичної нелінійності впливають із теорії течії інкрементального типу, які пов'язують прирощення компонент тензора напружень та деформацій.

У роботі для дослідження тонкостінних машинобудівних конструкцій пропонується застосувати метод послідовних згущень, основна ідея якого полягає у використанні в процесі пошуку раціональних рішень моделей різних ступенів точності.

Для оптимізації тонкостінних машинобудівних конструкцій був використаний наступний алгоритм точкової апроксимації функції відгуку: навколо вузлової точки деякої сітки, накинутої на область варіювання параметрів (точка  $(p_1^0; p_2^0)$ ), функція відгуку спочатку апроксимується лінійними функціями. Ці функції визначені в комірках, суміжних з поточним вузлом. Таким чином, дійсна поверхня апроксимується «лускастою» поверхнею. Із цієї поверхні визначають можливе положення мінімуму дійсної функції відгуку. Далі в цій області збільшують кількість «реперних» точок (вузлів) і будують модель більш високого порядку точності.

Лінійна апроксимуюча функція в кожному квадраті будується через номінальну точку і дві сусідні кутові точки і має такий вигляд

$$f(p_1, p_2) = f(p_1^0; p_2^0) + f_{p_1}'(p_1^0; p_2^0) \cdot (p_1 - p_1^0) + f_{p_2}'(p_1^0; p_2^0) \cdot (p_2 - p_2^0)$$

Похідні в нульовій точці знаходилися за допомогою МСР.

Вираз для білінійної апроксимації функції складається з суми лінійної частини і змішаної похідної за двома незалежними змінними

$$f(p_1, p_2) = f(p_1^0; p_2^0) + f_{p_1}'(p_1^0; p_2^0) \cdot (p_1 - p_1^0) + f_{p_2}'(p_1^0; p_2^0) \cdot (p_2 - p_2^0) + f_{p_1 p_2}''(p_1^0; p_2^0) \cdot (p_1 - p_1^0) \cdot (p_2 - p_2^0)$$

У цьому випадку як базисна функція застосовується функція-«пагода», рис. 1.

Вираз для апроксимації функції з двома незалежними змінними  $p_1, p_2$  за допомогою базисних функцій Ерміта:

$$f(p_1, p_2) = \sum_{k=1}^{np_1} \sum_{r=1}^{np_2} f_{k,r} \cdot E1_{k,r} + \sum_{k=1}^{np_1} \sum_{r=1}^{np_2} \frac{df_{k,r}}{dp_1} \cdot E3_{k,r} \cdot h_{p_1} + \sum_{k=1}^{np_1} \sum_{r=1}^{np_2} \frac{df_{k,r}}{dy} \cdot E2_{k,r} \cdot h_{p_2} + \sum_{k=1}^{np_1} \sum_{r=1}^{np_2} \frac{\partial f_{k,r}}{\partial p_1 \partial p_2} \cdot E4_{k,r} \cdot h_{p_1} \cdot h_{p_2}, \quad (5)$$

де  $E1_{k,r} = \psi_k(p_1) \cdot \psi_r(p_2); E2_{k,r} = \psi_k(p_1) \cdot \omega_r(p_2);$

$E3_{k,r} = \omega_k(p_1) \cdot \psi_r(p_2); E4_{k,r} = \omega_k(p_1) \cdot \omega_r(p_2)$ , див. рис. 2;

$h_{p_1}, h_{p_2}$  – крок уздовж осей  $Op_1$  та  $Op_2$  відповідно;  $np_1,$

$np_2$  – кількість вузлових точок для змінних відповідно;

$\omega(p_i), \psi(p_i)$  – ермітові кубічні базисні функції:

$$\psi(p_i) = (|p_i| - 1)^2 (2|p_i| + 1); \omega(p_i) = x(|p_i| - 1)^2.$$

Цей підхід до побудови поверхні відгуку був оформлений у вигляді програмного модуля. Вихідними даними є кількість вузлових точок для керуючих змінних (цей програмний модуль працює

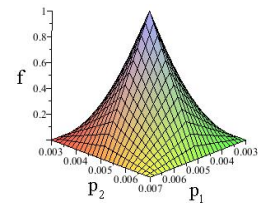


Рис. 1. Функція-«пагода»

для двох змінних) в залежності від бажаної точності апроксимації та текстові файли з «реперними»

розв'язками в них. Розроблені алгоритми апроксимації протестовані на модельних прикладах.

Для окремих задач методи лінеаризації та білінеаризації працюють практично однаково, але для інших – метод білінеаризації дає можливість отримувати в декілька разів більш точні

апроксимаційні моделі. Використання функцій Ерміта потребує значно більшої кількості розрахунків, але для багатьох задач забезпечує високу точність. Також оцінена додаткова похибка, що вноситься застосуванням МСР для обчислення похідних у вузлових точках.

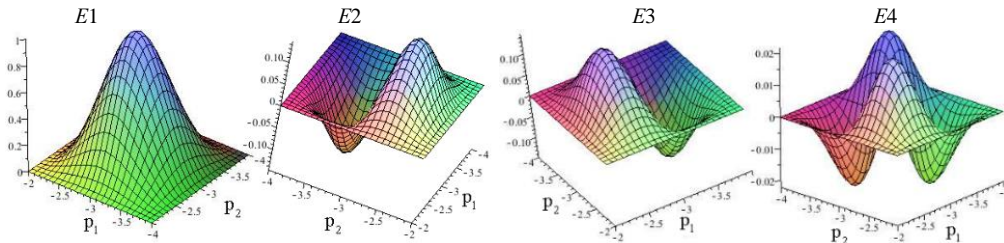


Рис. 2. Функції Ерміта для апроксимації

На прикладі тонкостінної конструкції, що має складну просторову структуру, – корпусу бронетранспортера – проведено порівняння поверхонь відгику характеристик НДС, побудованих з використанням розглянутих методів апроксимації,

табл. 1 (на рисунках – темним кольором). За дійсну функцію відгику була прийнята функція, побудована на основі набору значень характеристик НДС при поєднанні параметрів із невеликим кроком варіювання.

Таблиця 1 – Порівняльна оцінка точності апроксимаційних моделей

Поверхня відгику переміщень та її апроксимація	Відхилення апроксимаційної функції від дійсної, %	Поверхня відгику напружень та її апроксимація	Відхилення апроксимаційної функції від дійсної, %
Лінійна апроксимація			
Білінійна апроксимація			
Апроксимація з використанням базисних функцій Ерміта			

Існує велика кількість прикладних задач, в яких дійсна функція відгуку є багатоекстремальною. Задача ускладнюється ще й тим, що на практиці часто виникає потреба у врахуванні наявності багатьох критеріїв (у тому числі економічних, технологічних та інших), які вводяться у цільову функцію і теж додають їй ще більш складного характеру залежності від варійованих параметрів. Теорія, яка дозволила б врахувати будь-які особливості функцій, які описують постановку задачі, для загального випадку не існує. Тому як альтернатива традиційним методам оптимізації розроблено підхід, який базується на вказаних принципах. Відповідно до нього пропонується апроксимувати функцію, яка мінімізується, глобально квадратичною формою  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} p_i p_j + \sum_{i=1}^n b_i p_i + c$ , обчисливши матрицю

Гессе ( $\alpha_{ij}$ ) за допомогою методу скінченних різниць на великій області варіювання незалежних змінних та із кроком, що покриває область варіювання.

Головною перевагою запропонованого підходу є те, що розв'язок буде знайдений у будь-якому випадку. Також треба відмітити, що побудована таким чином апроксимаційна поверхня відгуку відображає в цілому глобальні тенденції зміни рішень, а не локальні, як у традиційних підходах. Це дає можливість знайти таке технічне рішення, яке не є строго оптимальним, але близьке до нього, а також не знаходиться в зоні великої кривизни функції відгуку і, відповідно, не призводить до різкого погіршення технічних характеристик конструкції, що проектується, при зміні вихідних даних. Далі виконується ділення кроків за незалежними змінними навпіл, і цикл повторюється, поки величина  $\sqrt{(p_1^i - p_1^{i-1})^2 + (p_2^i - p_2^{i-1})^2}$  залишатиметься більше заданої похибки. Розроблений алгоритм пошуку мінімуму показав свою ефективність для відомих тестових функцій, розглянутих у роботі (функції Біля, Розенброка, Швевеля). Порівняно з традиційними алгоритмами оптимізації розроблений алгоритм знаходить мінімум, який має суттєву відмінність у локалізації. У той же час, необхідні розрахункові затрати набагато менші, а розв'язок є з практичної точки зору прийнятним, рис. 3, 4.

Запропонована структура досліджень включає три основних компоненти: 1) параметричні моделі, створювані спеціально під конкретний об'єкт дослідження або клас об'єктів; 2) програмні модулі, які оперують з даними про об'єкт і варіюють чисельну модель; 3) експерт, який контролює проведення усіх етапів дослідження.

На першому етапі розв'язання задачі обґрунтування параметрів будується параметрична геометрична модель досліджуваного об'єкта (або класу об'єктів). Експерт на базі чисельної моделі визначає варійовані параметри конструкцій та інтервали їх варіювання. Далі обчислюються точки чисельних даних, на які

натягуються апроксимаційні поверхні відгуку контрольованих характеристик. На наступному етапі експерт формує критерії та обмеження, які вносяться в цільову функцію. Далі розв'язується задача пошуку мінімуму цільової функції. У ході ітераційного процесу уточнення поточного наближення до розв'язку збільшується ступінь дискретизації областей пошуку, разом із тим область уточнення дискретизації зсувається до цього поточного наближення і використовується розрахункова модель для аналізу НДС більш високого ступеня точності. Визначене таким чином поєднання параметрів, що доставляє мінімум цільовій функції, в подальшому повинно бути перевірене чисельним розрахунком, після чого воно може бути рекомендоване як раціональне технічне рішення.

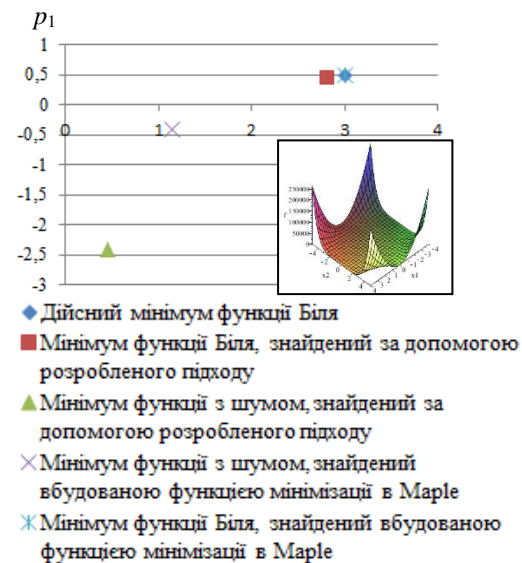


Рис. 3. Координати  $p_1, p_2$  точок мінімуму функцій, знайдені різними способами

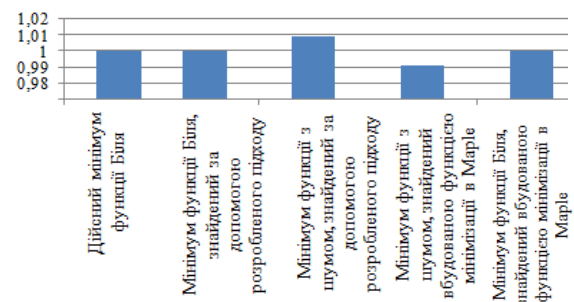


Рис. 4. Знайдені мінімальні значення функцій, приведені до безрозмірної величини

Розроблений підхід реалізовано у програмному комплексі Maple з використанням ANSYS у якості вирішувача.

**Розв'язання прикладних задач.** Розв'язано низку прикладних задач. Вибір об'єктів досліджень при цьому обумовлений реальною практикою проектних досліджень та виробництва на підприємствах, НДІ та КБ.

**Задача 1.** Розв'язана прикладна задача обґрунтування раціональних параметрів каркаса кузова пасажирського автобуса при дії на дах транспортного засобу жорсткої

плити силою, що дорівнює півтори його спорядженої ваги (рис. 5) [8–10]. Незважаючи на нелінійності, закладені в модель аналізу НДС, побудовані поверхні відгуку мають гладкий характер, рис. 6, і були локально лінеаризовані. Обґрунтоване рекомендоване поєднання параметрів по величині граничного зусилля, рис. 5.

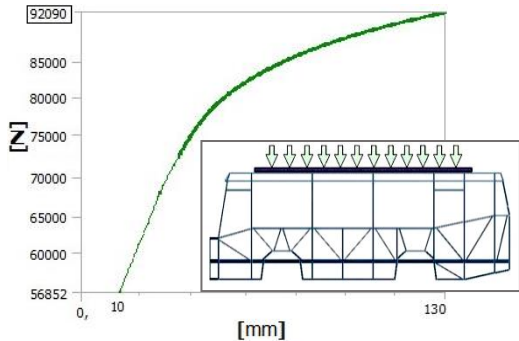


Рис. 5. Діючі сили, Н

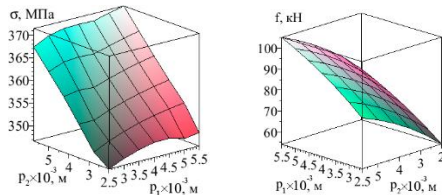


Рис. 6. Поверхні відгуку: а – максимальні еквівалентні напруження за Мізесом в залежності від параметрів; б – граничне зусилля тиску на дах при зміні структурних параметрів

**Задача 2.** Зовсім інший характер мають залежності максимальних напружень та реактивних сил, визначені для каркаса кабіни трактора для оцінки несучої здатності при руйнівному навантаженні, що регламентується вимогами по забезпеченню пасивної безпечності транспортного засобу, рис. 7–9 [8–10].

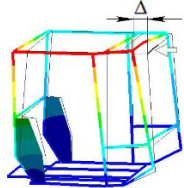


Рис. 7. Постановка задачі

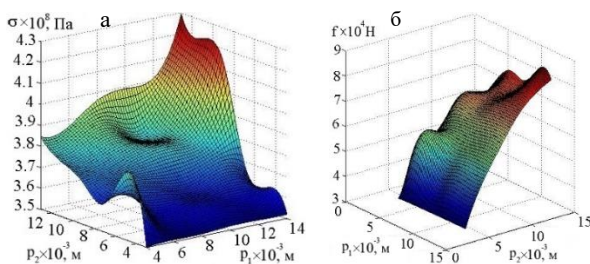


Рис. 8. Поверхні відгуку на варіювання параметрів p1 та p2: а – максимальні напруження; б – реакції в опорі

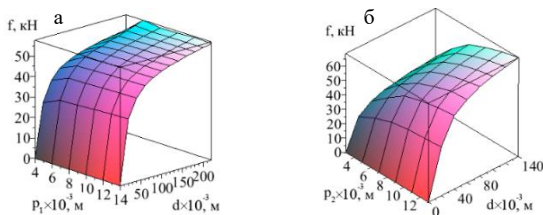


Рис. 9. Залежність реакції в опорі від переміщень плити при варіюванні параметрів p1 (а) та p2 (б)

**Задача 3.** Порівняльний аналіз, проведений у рамках задачі обґрунтування проектних рішень для корпусу бронетранспортера БТР-80 при дії на його стінки рівномірного тиску, показав незначну відмінність розв'язку, знайденого з використанням розробленого підходу, зі значеннями параметрів, рекомендованими програмним комплексом ANSYS (рис. 10). Пошук раціональних параметрів проводився за напруженнями  $\sigma$ , переміщеннями  $d$  та масою  $m$ , апроксимованими виразом (5), з урахуванням бажаності найменшого відхилення отриманих значень параметрів від номінальних (рис. 11, 12):

$$I(p_1, p_2) = \gamma_1 \left( \frac{\sigma(p_1, p_2)}{\sigma_0} \right)^2 + \gamma_2 \left( \frac{d(p_1, p_2)}{d_0} \right)^2 + \gamma_3 \left( \frac{m(p_1, p_2)}{m_0} \right)^2 + \gamma_4 \left( \frac{p_1 - p_1^0}{p_1^0} \right)^2 + \gamma_5 \left( \frac{p_2 - p_2^0}{p_2^0} \right)^2,$$

де  $\gamma_1 = \gamma_3 = 0.33$ ,  $\gamma_2 = 0.34$ ,  $\gamma_4 = 2$ ,  $\gamma_5 = 2$ .

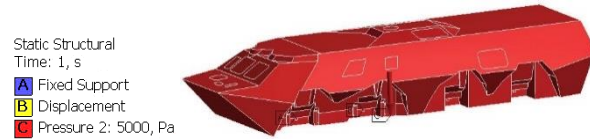


Рис. 10. Крайові умови задачі

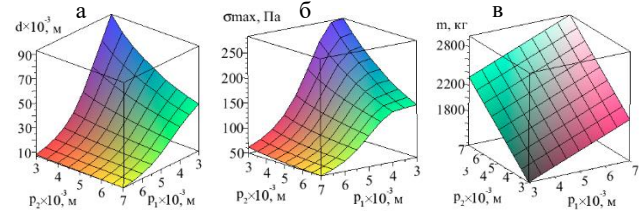


Рис. 11. Поверхні відгуку на варіювання конструктивних параметрів корпусу: а – переміщення; б – напруження; в – маса

Траекторія пошуку рішення з використанням запропонованого підходу та інструментів оптимізації ANSYS представлена на рис. 13.

Порівняльний аналіз характеристик НДС бронекорпусу з рекомендованими параметрами – на рис. 14, 15.

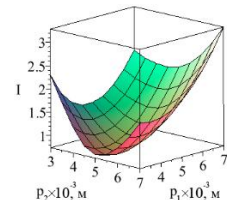


Рис. 12. Функція якості, що підлягає мінімізації

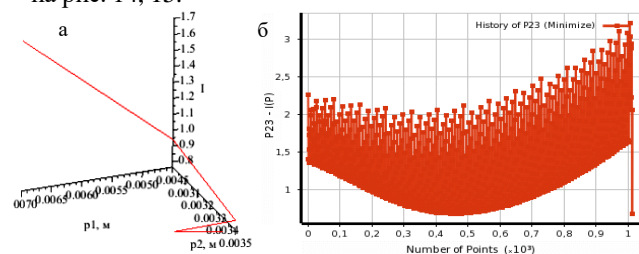


Рис. 13. Траекторія пошуку рішення: а – розроблений підхід; б – інструменти ANSYS

Також розглядалися вантажний напіввагон, для якого визначена група параметрів, що у найбільшій ступені впливають на характеристики НДС при

обмеженнях за масою, та корпус плаваючого тягача МТ-Л при гідростатичному навантаженні [8–10].

**Розрахунково-експериментальні дослідження.**

Проведений комплекс експериментальних досліджень, спрямований на верифікацію скінченно-елементних моделей, точності отриманих результатів та обґрунтованих рекомендацій. Дослідження проводилися на трьох об'єктах: на макеті верхньої частини корпусу бронетранспортера БТР-80 та на

натурних зразках корпусу БТР-3Е та критого вагона. Розроблена методика експериментальних досліджень макета корпусу включає випробування на вібраційному стенді і визначення реакції конструкції на імпульсний вплив за допомогою інструмента з гумовим покриттям, рис. 16.

Підтверджено якісну і кількісну відповідність результатів розрахункових досліджень з експериментальними, рис. 17, 18.



Рис. 14. Характеристики НДС з параметрами, обґрунтованими з використанням розробленого підходу: а – переміщення; б – напруження за Мізесом



Рис. 15. Характеристики НДС з параметрами, обґрунтованими з використанням програмного комплексу ANSYS: а – переміщення; б – напруження за Мізесом



Рис. 16. Макет фрагмента корпусу БТР-80

Із використанням верифікованих моделей проведені дослідження натурального зразка корпусу БТР-3Е. Методика експериментальних досліджень

передбачала імпульсний вплив на корпус у ряді точок, і фіксації за допомогою акселерометрів часових розподілів прискорень у цих точках (рис. 19). Часові тренди зміни амплітуд затухаючих коливань знаходяться у задовільній відповідності з розрахунковими, рис. 20.

Розрахунковим дослідженням, а потім і натурним випробуванням підлягав також дослідний зразок критого вагона, виготовленого з рекомендованими параметрами. Відхилення результатів не перевищує 20%, рис. 21, 22.

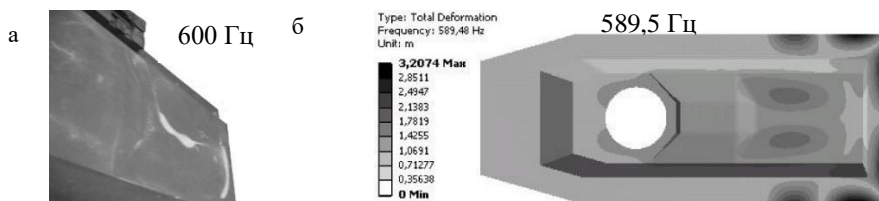


Рис. 17. Порівняльний аналіз власних частот і форм коливань: а – форма коливань експериментальна; б – форма коливань розрахунка

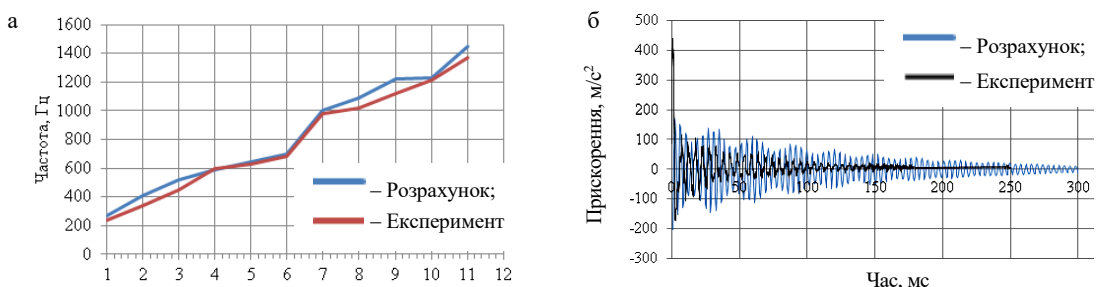


Рис. 18. Порівняння результатів досліджень: а – власні частоти макета БТР-80; б – амплітуди затухаючих коливань

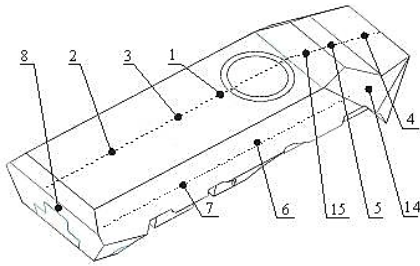


Рис. 19. Точки фіксації віброприскорень

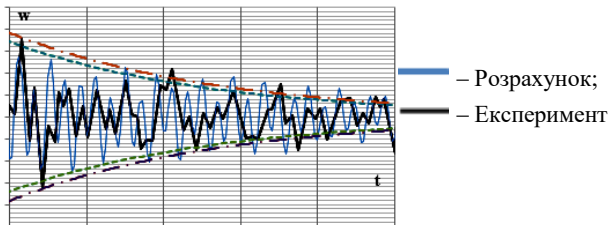


Рис. 20. Часові розподіли віброприскорень в точці, отримані експериментально та чисельно

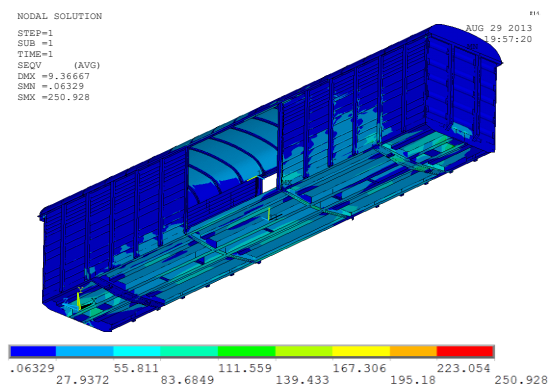
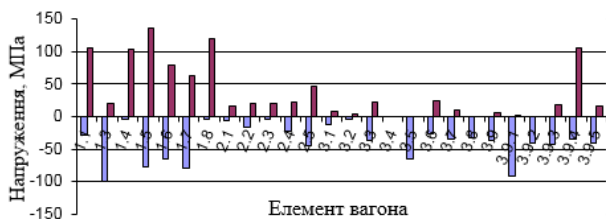


Рис. 21. НДС вагона при I режимі навантаження (розтяг 2,0 МН)



Елементи рами: 1.1 – балка хребтова; 1.3 – балка шкворнева; 1.4 – балка проміжна; 1.5–1.8 – поздовжні балки; елементи стіни торцевої: 2.1 – обв'язка верхня; 2.2, 2.3 – стійки кутові; 2.4, 2.5 – стійки; елементи стіни бокової: 3.1, 3.2 – стійки кутові; 3.3–3.9, 3.9.1–3.9.3 – стійки; 3.9.4 – пояс нижній; 3.9.5 – обв'язка верхня

Рис. 22. Максимальні сумарні напруження в елементах вагона при навантаженні розтягу

**Висновки.** У роботі поставлена та розв'язана науково-практична задача розробки та реалізації підходу до забезпечення міцності тонкостінних машинобудівних конструкцій, які працюють в умовах геометрично та фізично нелінійної поведінки матеріалу, на основі побудови і використання апроксимацій функцій відгуку для визначення раціональних параметрів. У ході виконання досліджень отримано

наступні наукові результати.

1. Розроблено комплекс розрахункових математичних моделей, у які інтегровано узагальнене параметричне моделювання, що дало можливість здійснювати варіативний аналіз НДС з урахуванням геометричної та фізичної нелінійностей.

2. Розроблено підхід до обґрунтування параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій. Він базується на застосуванні методів апроксимації для побудовання функцій відгуку. Розроблений підхід дає змогу одночасно розглядати різні критерії, за якими проводиться обґрунтування параметрів, включаючи характеристики міцності, жорсткості, технологічні та економічні чинники. У ході ітераційного процесу пошуку технічного рішення пропонується збільшувати ступінь дискретизації областей пошуку у ході ітераційного процесу уточнення поточного наближення до розв'язку, разом із тим зміщуючи область уточнення дискретизації до цього поточного наближення. Для обчислення чутливості окремих величин до зміни параметрів запропоновано використовувати скінченно-різницею співвідношення. Апроксимована поверхня відгуку будується таким чином, що відображає в цілому глобальні тенденції зміни рішень. Це дає змогу у більшості випадків знайти раціональне технічне рішення, близьке до оптимального.

3. Розроблений підхід реалізований у вигляді спеціалізованого програмно-модельного комплексу, який включає три основні компоненти: параметричні моделі; програмні модулі, які оперують з даними про об'єкт і варіюють чисельну модель; експерт.

4. З використанням створеного інструменту пошуку раціональних рішень розв'язано низку прикладних задач з обґрунтування проектних рішень для каркасів кузова автобуса та кабіни трактора, конструкції вантажного напіввагона, типових конструкцій корпусів БТР-80 та МТ-Л.

Проведено порівняльний аналіз проектного рішення для корпусу бронетранспортера, знайденого в результаті залучення розробленого алгоритму, зі значеннями параметрів, що рекомендуються програмним комплексом ANSYS. Він показав незначне відхилення результатів за значеннями параметрів і цільової функції. При цьому розподіли переміщень і напружень в корпусі мають схожий характер.

5. Проведені розрахунково-експериментальні дослідження, що дають можливість судити про адекватність розроблених математичних і чисельних моделей тонкостінних машинобудівних конструкцій, на трьох об'єктах: на макеті верхньої частини корпусу бронетранспортера БТР-80, а також на дослідних зразках корпусу БТР-3Е та критого вагона моделі 11-9962. В цілому, підтверджено якісну і кількісну (з відхиленням результатів не більше 20%) відповідність результатів розрахункових досліджень з експериментальними.

## Список літератури

- Burlakov A.V., Lvov G.I., Morachkovskiy O.K. Ползучесть тонких оболочек. Харьков: «Вища школа», 1977. 124 с.
- Vetyukov Yu. Nonlinear Mechanics of Thin-Walled Structures: Asymptotics, Direct Approach and Numerical Analysis. New York: Springer, 2014. 267 p.
- Karpov V., Maslennikov A. Methods for Solving Non-Linear Tasks for Calculating Construction Structures. *World Applied Sciences Journal*, 2013. № 23 (Problems of Architecture and Construction). P. 178–183.
- Schimmels S.A., Palaiotto A.N. Nonlinear geometric and material behavior of shells structures with large strains. *J. Eng. Mech.*, 1994. 12, № 2. P. 320–345.
- Myers R., Montgomery D., Anderson-Cook C. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments. – 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2016. 856 p.
- Grinyov V., Vynogradov V., Perepelytsa E. Analysis of influence of the geometric parameters of mast systems on the natural frequency and vibration mode spectrum. *MATEC Web of Conference: 6<sup>th</sup> International Scientific Conference*. Transbud (Kharkiv, Ukraine, April 19–21), 2017. Vol. 116. 02015.
- Кіндрацький Б.І. Концепція і алгоритм багатокритеріального структурно-параметричного синтезу машинобудівних конструкцій. *Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя*, 2003. Том 8. № 1. С. 73–82.
- Marchenko A., Chepurnoy A., Sen'ko V., Makeev S., Litvinenko O., Sheychenko R., Graborov R., Tkachuk M., Bondarenko M. Analysis and synthesis of complex spatial thin-walled structures. *Proceedings of the Institute of Vehicles*. Warsaw: Institute of Vehicles of Warsaw University of Technology, 2017. №. 1 (110). P. 17–29.
- Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Vasiliev A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. Харків: УДАЗТ, 2018. 1/7 (91). С. 18–29.
- Chepurnoy A. D., Senko V.I., Makeev S.V., Litvinenko A.V., Sheychenko R.I., Graborov R.V., Tkachuk N.A., Bondarenko M.A. Reshenie zadach analiza i sinteza slozhnykh prostranstvennykh tonkostennykh konstruktsey [Analysis and synthesis problems solving of complex spatial thin-walled structures]. *Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta transporta* [Bulletin of the Belarusian State University of Transport]. Gomel, BGUT Publ., 2017, no. 2, pp. 152–162.
- Litvinenko A.V. Kompleksnyie eksperimentalnyie issledovaniya dinamicheskikh harakteristik fragmentov, maketov i naturnykh obraztsov elementov bronekorpusov transportnykh sredstv spetsialnogo naznacheniya [Complex dynamic characteristics experimental studies of mock-ups and full-scale samples of armored hulls fragments elements of special-purpose vehicles]. *Visnik NTU «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkiv, NTU «KhPI», 2013, no. 1, pp. 85–93.
- Bondarenko M.A., Peleshko E.V., Vasilev A.Yu., Grabovskiy A.V., Graborov R.V., Veretelnik Yu.V., Posohov V.V. Raschetno-eksperimentalnaya verifikatsiya dinamicheskoy modeli korpusa bronebroneporetera. *Visnik NTU «KhPI»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017. № 32. С. 5–13.
- Chepurnoy A.D., Sheychenko R.I., Graborov R. V., Tkachuk M.A., Bondarenko M.O., Grabovskiy A.V., Lunyov E.O. Chislivi doslidzhennya vantazhnogo vagonu. *Visnik NTU «KhPI»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017. № 23. С. 47–55.
- Chepurnoy A.D., Litvinenko A.V., Baranov A.N., Sheychenko R.I., Bondarenko M.A. Eksperimentalnyie issledovaniya gruzovogo vagona. *Visnik NTU «KhPI»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2014. № 22. С. 44–61.
- Vetyukov Yu. *Nonlinear Mechanics of Thin-Walled Structures: Asymptotics, Direct Approach and Numerical Analysis*. New York: Springer Publ., 2014. 267 p.
- Karpov V., Maslennikov A. Methods for Solving Non-Linear Tasks for Calculating Construction Structures. *World Applied Sciences Journal*, 2013, no. 23 (Problems of Architecture and Construction), pp. 178–183.
- Schimmels S.A., Palaiotto A.N. Nonlinear geometric and material behavior of shells structures with large strains. *J. Eng. Mech.*, 1994, 12, no. 2, pp. 320–345.
- Myers R., Montgomery D., Anderson-Cook C. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. 4th ed. New Jersey: John Wiley & Sons Publ., 2016. 856 p.
- Grinyov V., Vynogradov V., Perepelytsa E. Analysis of influence of the geometric parameters of mast systems on the natural frequency and vibration mode spectrum. *MATEC Web of Conference: 6<sup>th</sup> International Scientific Conference*. Transbud (Kharkiv, Ukraine, April 19–21), 2017., vol. 116, 02015.
- Kindratskiy B.I. Kontsepsiya i algoritm bagatokriterialnogo strukturo-parametrichnogo sintezu mashinobudivnih konstruktsey [Concept and algorithm of the bagatocriteria structural-parametric synthesis of machine-building constructs]. *Visnik TDTU imeni Ivana Pulyuya* [Bulletin of the TDTU imeni Ivana Pulyuya], 2003, vol. 8, no. 1., pp. 73–82.
- Marchenko A., Chepurnoy A., Sen'ko V., Makeev S., Litvinenko O., Sheychenko R., Graborov R., Tkachuk M., Bondarenko M. Analysis and synthesis of complex spatial thin-walled structures. *Proceedings of the Institute of Vehicles*. Warsaw: Institute of Vehicles of Warsaw University of Technology Publ., 2017. no. 1 (110). pp. 17–29.
- Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Vasiliev A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Shidno-Evropayskiy zhurnal peredovih tehnologiy* [Eastern-European Journal of Enterprise Technologies]. Kharkiv, UDAZT Publ., 2018, 1/7 (91), pp. 18–29.
- Chepurnoy A. D., Senko V.I., Makeev S.V., Litvinenko A.V., Sheychenko R.I., Graborov R.V., Tkachuk N.A., Bondarenko M.A. Reshenie zadach analiza i sinteza slozhnykh prostranstvennykh tonkostennykh konstruktsey [Analysis and synthesis problems solving of complex spatial thin-walled structures]. *Vestnik Belorusskogo gosudarstvennogo universiteta transporta* [Bulletin of the Belarusian State University of Transport]. Gomel, BGUT Publ., 2017, no. 2, pp. 152–162.
- Litvinenko A.V. Kompleksnyie eksperimentalnyie issledovaniya dinamicheskikh harakteristik fragmentov, maketov i naturnykh obraztsov elementov bronekorpusov transportnykh sredstv spetsialnogo naznacheniya [Complex dynamic characteristics experimental studies of mock-ups and full-scale samples of armored hulls fragments elements of special-purpose vehicles]. *Visnik NTU «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkiv, NTU «KhPI», 2013, no. 1, pp. 85–93.
- Bondarenko M.A., Peleshko E.V., Vasilev A.Yu., Grabovskiy A.V., Graborov R.V., Veretelnik Yu.V., Posohov V.V. Raschetno-eksperimentalnaya verifikatsiya dinamicheskoy modeli korpusa bronebroneporetera. *Visnik NTU «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2017. no. 32. pp. 5–13.
- Chepurnoy A.D., Sheychenko R.I., Graborov R.V., Tkachuk M.A., Bondarenko M.O., Grabovskiy A.V., Lunyov E.O. Chislivi doslidzhennya vantazhnogo vagonu [Freight wagon numerical studies]. *Visnik NTU «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2017, no. 23, pp. 47–55.
- Chepurnoy A.D., Litvinenko A.V., Baranov A.N., Sheychenko R.I., Bondarenko M.A. Eksperimentalnyie issledovaniya gruzovogo vagona [Freight wagon experimental studies]. *Visnik NTU «KhPI»* [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2014, no. 22, pp. 44–61.

## References (transliterated)

- Burlakov A.V., Lvov G.I., Morachkovskiy O.K. *Polzuchest tonkih obolochek* [Creep of thin shells]. Kharkov: «Vischa shkola» Publ., 1977. 124 p.

Поступила (received) 12.09.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: [marina.bondarenko@tmm-sapr.org](mailto:marina.bondarenko@tmm-sapr.org).