

УДК 519.163 : 004.02

Ю.Б. Прібилев¹, А.О. Подорожняк², Л.М. Сакович³¹ Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ² Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків³ Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут" імені Ігоря Сікорського, Київ

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ТА МОЖЛИВІ ПІДХОДИ ДО ЇЇ ВИРІШЕННЯ

В статті розглянуто застосування методу групового урахування аргументів для параметричної оптимізації складних технічних систем. Розглянуті теоретичні основи алгоритмів параметричної оптимізації. Надані аналітичні співвідношення для рішення завдання параметричної оптимізації складних технічних систем. Наведений математичний опис алгоритмів випадкового пошуку екстремуму. Показано, що завдання системної параметричної оптимізації відносяться до класу багатопараметричних, багатоекстремальних, стохастичних, нелінійного програмування.

Ключові слова: складні технічні системи, параметрична оптимізація, метод групового урахування аргументів.

Вступ

Постановка проблеми. Перспективним науковим підходом до проектування складних технічних систем (СТС) є застосування структурно-параметричних методів. Результат структурно-параметричного синтезу передбачає визначення такого врахування СТС (номенклатури елементів і способів взаємодії), який задовольняв би технічним завданням (ТЗ) на проектування і забезпечував екстремум обраного критерію якості.

Незважаючи на досягнуті успіхи в області розвитку загальної теорії СТС і теорії ієрархічних багаторівневих систем координація локальних рішень на практиці зустрічає труднощі методологічного, інформаційного та організаційного характеру. Основні труднощі при цьому полягають в обліку інтеграційного ефекту, який виникає у вигляді внутрішньорівневих і міжрівневих відносин між підсистемами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Моделювання та оптимізація СТС є поширеним завданням у багатьох галузях науки і техніки [1–4]. Потужним інструментом у задачах параметричної оптимізації СТС є метод групового урахування аргументів (МГУА), який був розроблений в Інституті кібернетики АН України академіком А.Г. Івахненко ще у 1968 році [5]. Подальший розвиток МГУА отримує в працях учня та колеги академіка А.Г. Івахненко – професора В.С. Степашко [6].

Відомі варіанти застосування нечіткого МГУА, який дозволяє отримати інтервальні оцінки для прогнозованої змінної, що дозволяє оцінювати точність прогнозу [7]. Нечіткий МГУА, на відміну від чіткого, забезпечує відсутність явища виродженості моделей при неточному опису матриці обмежень нормальних рівнянь. При появі МГУА цей метод був

застосований у біології для дослідження механізмів еволюції, але найбільшу практичну значимість метод має у галузі моделювання складних систем [8].

Метою статті є визначення можливих підходів до системної параметричної оптимізації складних технічних систем.

Основна частина

Рішення задач параметричної оптимізації передбачає наявність математичної моделі об'єкта оптимізації і засобів, що забезпечують пошук екстремуму деякого критерію. В якості математичних моделей можуть бути використані імітаційні моделі. При цьому схема узагальненого алгоритму розв'язання завдання параметричної оптимізації має вигляд, показаний на рис. 1. Реалізація такого алгоритму можлива тільки для найпростіших випадків, коли імітаційна модель проста і часові витрати на одну ітерацію незначні та кількість параметрів, що оптимізуються, вимірюється одиницями, а не сотнями. Якщо ж "прогін" моделі здійснюється протягом сотень і навіть десятків секунд, ітераційний процес пошуку екстремуму стає практично неможливим.

Для виходу з цієї "тупикової" ситуації використовуємо прийом, заснований на побудові аналітичної моделі об'єкта оптимізації на базі статистики його поведінки, отриманої за допомогою імітаційної моделі. Такий прийом базується на ідеях теорії самоорганізації [5–6]. Відповідно до цієї теорії, математична модель мінімальної складності відповідає мінімуму деякого критерію (критерію селекції). При поступовому підвищенні складності моделі критерій селекції проходить через мінімальне значення. Електронно-обчислювальна машина перебором моделей з поступовим їх ускладненням відшукує мінімум

критерію селекції і тим самим вказує єдину модель оптимальної складності при досить невеликому обсязі апіорної інформації. Обсяг перебору скорочується застосуванням алгоритмів багаторядної селекції подібно до того, як це робиться при селекції рослин і тварин. Саме такі алгоритми реалізуються за допомогою МГУА.

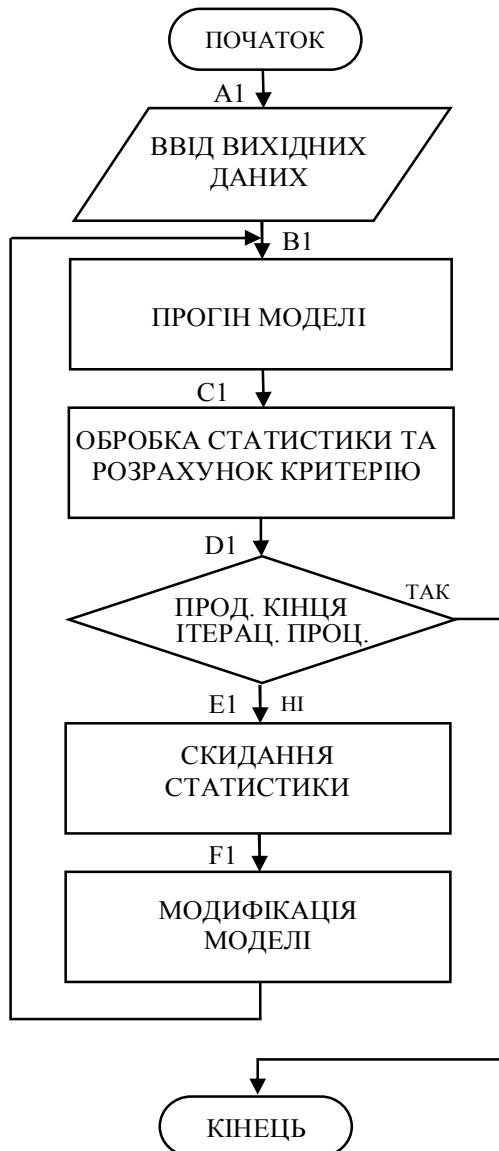


Рис. 1. Схема узагальненого алгоритму розв'язання завдання параметричної оптимізації

При малій величині вибірки, коли при побудові регресійних моделей використати статистичні гіпотези про щільність розподілу неможливо, використовується індуктивний підхід. Відповідно до цього методу послідовно породжуються моделі зростаючої складності до тих пір, поки не буде знайдений мінімум деякого критерію якості моделі. Цей критерій якості називається зовнішнім критерієм, так як під час налаштування моделей і при оцінці якості моделей використовуються різні дані. Досягнення глобального мінімуму зовнішнього критерію при

породженні моделі означає, що модель, яка доставляє такий мінімум, є шуканою.

З довільного вибору вузлів інтерполяції витікає множинність рівнянь регресії для одного і того ж об'єкта. МГУА шляхом додавання до регресійного аналізу деяких прийомів регуляризації рішень, дозволяє знайти єдине оптимальне рівняння регресії. Мета регуляризації полягає у зменшенні помилки на нових точках (вузлах).

Одним із прийомів регуляризації рішень є поділ наявних дослідних даних на дві послідовності (рис. 2): ту, що навчає та перевірочну. Перша з них використовується для визначення коефіцієнтів рівнянь регресії, а друга – для оцінки їх точності. Пошук оптимальної регресійної моделі зводиться до вибору різних варіантів математичних моделей при поступовому збільшенні їх складності. Ускладнення ведеться дискретно: або додаванням нових членів, або підвищенням ступеня полінома, або тим і іншим одночасно. На кожному ряду складності математичної моделі на послідовності, що навчає, будуються регресійні моделі і оцінюються точність на перевірочній послідовності. При цьому виявляється, що середньоквадратична помилка Δ_n , підрахована на послідовності, що навчає, безперервно зменшується і досягає нуля при рівності числа коефіцієнтів моделі числу точок навчальної послідовності, що навчає.

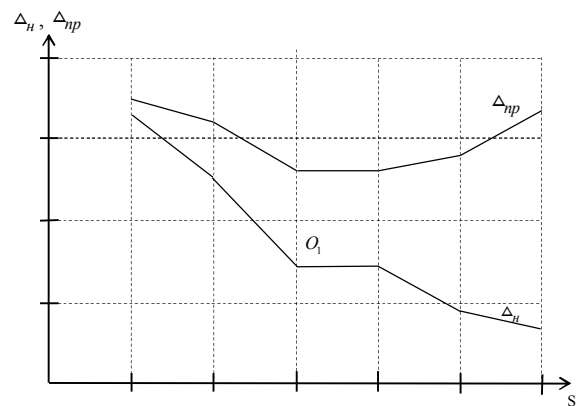


Рис. 2. Залежність середньоквадратичних помилок Δ_n , Δ_{np} від складності

Інакше поводить себе середньоквадратична помилка на перевірочній послідовності Δ_{np} . Для неї існує глобальний мінімум, який незалежно від правила наростання складності моделі завжди знаходиться в одній і тій же точці O_1 (рис. 2). Наявність цього мінімуму (мінімуму критерію селекції Δ_{np}) гарантує існування єдиної моделі оптимальної складності. Подальше підвищення складності рівнянь регресії лише погіршує математичну модель.

Ідеї МГУА реалізовані в комбінаторному алгоритмі, розробленому в інституті автоматики АН УРСР [9]. Більш детально розглянемо теоретичні основи алгоритмів параметричної оптимізації. За-

вдання параметричної оптимізації формулюється наступним чином.

Є дійсна функція $Q(X)$, визначена в гіперболі D N -мірного евклідового простору R^N , тобто:

$$D = \{X \in R^N : a_i \leq x_i \leq b_i, 1 \leq i \leq N\}, \quad (1)$$

де $A, B \in R^N$ є задані вектори, що визначають інтервали зміни змінних.

Нехай в деякій точці X^* функція має оптимальне на множині D значення $Q(X^*)$, наприклад, мінімальне, тобто:

$$Q(X^*) = \min Q(X), X \in D, \quad (2)$$

при обмеженнях:

$$g_i(X) \leq 0; j = \overline{1, m}, \quad (3)$$

Потрібно знайти оцінку $X_* \in D$ точки X^* , що задовольняє заданій мірі близькості, тобто таку, щоб:

$$|X_{i*}^* - X_{i*}| \leq \varepsilon; i = \overline{1, N}, \text{ або } |Q(X^*) - Q(X_*)| \leq \varepsilon.$$

Стратегія вирішення такого завдання полягає в ототожненні деякої точки X з точкою X^* шляхом зіставлення значення функції в цій точці зі значеннями функції всіх інших точках області D . Оскільки кількість точок $X^Z (r = \overline{1, k})$, в яких обчислюється значення функції, обмежено, то кожної стратегії пошуку оцінки X_* можна поставити у відповідність систему рекурентних співвідношень, яку при початковому наближенні X^0 в загальному вигляді можна представити так:

$$X^Z = \begin{bmatrix} X^0, Q(X^0), g(X^0), \dots, X^{Z-1}, \\ Q(X^{Z-1}), g(X^{Z-1}) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Після "к" ітерацій наближене значення функції в точці екстремуму вибирається з умови:

$$Q(X_*) = \min Q(X^z), 1 \leq z \leq k. \quad (5)$$

Початкове наближення X^0 спільно з (4) і (5) являє собою математичний запис методу пошукової оптимізації.

Якщо в постановці завдання (1 – 3) обмеження відсутні, то (4) приймає вид:

$$X^Z = F_Z[X^0, Q(X^0), \dots, X^{Z-1}, Q(X^{Z-1})]. \quad (6)$$

В [10, 11] наведені різні методи розв'язання завдання (1 – 3). Різноманіття методів пошуку екстре-

муму породжується як видом і особливостями функції $Q(X)$, і обмежень $g(X)$, так і способом завдання і видом співвідношень (4) або (6).

На рис. 3 наведено класифікацію завдань, яка побудована на основі особливостей і виду функції $Q(X)$ і обмежень $g(X)$, а на рис. 4 – класифікація методів вирішення екстремальних завдань в залежності від способів завдання рекурентних співвідношень виду (4) або (6).

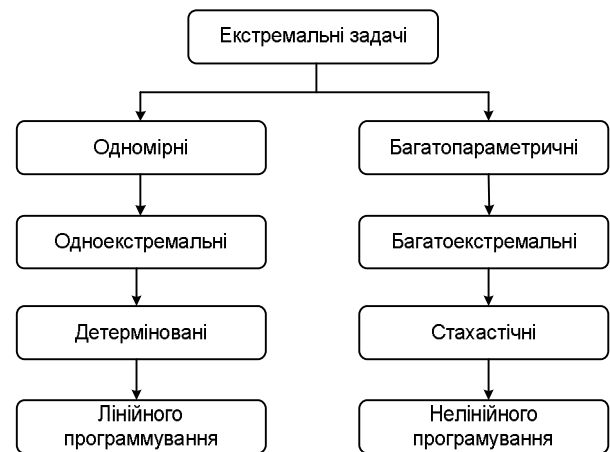


Рис. 3. Класифікація завдань, яка побудована на основі особливостей і виду функції і обмежень

За способом отримання інформації про розташування точки випробування на кожному кроці методи пошуку екстремуму діляться на детерміновані і методи випадкового пошуку.

Детерміновані – це методи, в яких функції F_Z детерміновані, тобто дозволяють отримувати на кожному кроці пошуку стійкі значення точки X^Z .

При випадковому пошуку значення X^Z залежить не тільки від інформації, отриманої на попередніх етапах, а й від використовуваних в (4) і (6) імовірнісних характеристик.

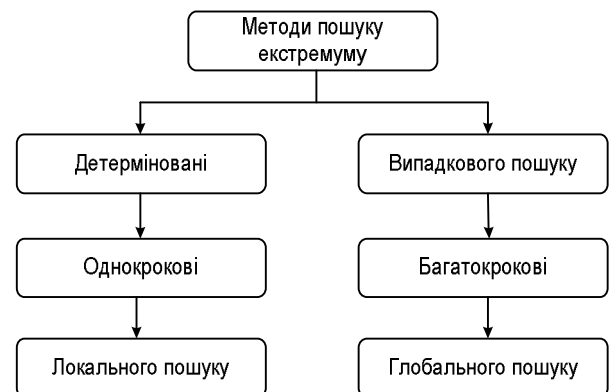


Рис. 4. Класифікація методів рішення екстремальних завдань в залежності від способів завдання рекурентних співвідношень

Багатокрокові методи – це методи, в яких на Z -му кроці використовується інформація про S попередніх кроках.

При $S = 1$ метод вироджується у однокроковий. При цьому:

$$X^Z = F_Z \left[X^{Z-1}, Q(X^{Z-1}) \right].$$

Метод пошуку локальний і в тому випадку, якщо точка належить околиці точки X^Z , тобто $X^{Z+1} \in d(X^Z, \varepsilon)$.

Спосіб визначення початкового наближення X^0 і конкретної сукупності функцій $\{F_Z\}$ будемо називати алгоритмом пошукової оптимізації, розуміючи, що таке поняття алгоритму є більш частковим порівняно з методом, тому що один і той же метод можна реалізувати різними алгоритмами.

Користуючись наведеними на рис. 3 і 4 класифікаціями, не важко встановити, що завдання системної параметричної оптимізації відносяться до класу багатопараметричних, багатоекстремальних, стохастичних, нелінійного програмування. Це впливає з того, що вид цільової функції $Q(X)$ невідомий (значення цієї функції в області визначення D оцінюються в результаті імітаційних експериментів).

Велика кількість параметрів, частина з яких цілочисельні, не спонукають до впевненості в унімодальності $Q(X)$.

Оцінки значень функції, отримані в результаті дослідження імітаційних моделей, носять статистичний характер.

Багатопараметричність завдання і статистичний характер оцінок функції не дозволяє використовувати детерміновані методи їх вирішення [11]. У зв'язку з цим подальші напрямки досліджень будуть спрямовані на розробку алгоритмів випадкового пошуку.

Багатоекстремальність $Q(X)$ вимагає, щоб такі алгоритми були орієнтовані на пошук глобального екстремуму, що істотно складніше в порівнянні з пошуком локального екстремуму.

В даний час універсального алгоритму вирішення всього спектру екстремальних завдань немає. У зв'язку з цим прийнято вважати за доцільне мати каталог алгоритмів, систематизованих за рядом ознак, що дозволяє:

– поставити у відповідність конкретної екстремальної задачі групу алгоритмів, потенційно (при відповідному підборі вільних параметрів алгоритму) здатних вирішити цю задачу, та які відрізняються один від одного співвідношенням між складністю обчислення і точністю виходу в екстремум;

– дати рекомендації по “налаштуванню” обраного алгоритму, тобто по підборі його вільних параметрів.

Для синтезу алгоритму пошуку екстремуму зробимо його формальний опис, слідуючи [12].

Алгоритм повинен здійснювати оцінку точки X^* абсолютного (глобального) екстремуму функції $Q(X)$ на основі результатів випробувань в точках X^Z , $1 \leq Z \leq k$, області визначення D , які в загальному випадку ведуться послідовно. Звідси випливає, що алгоритм повинен містити в собі деякі правила обчислення точки X^{Z+1} чергового випробування в залежності від результатів попередніх випробувань.

Якщо через ω_Z позначити множину трійок такого вигляду:

$$\omega_Z = \left\{ (X^0, Q^0, g^0), \dots, (X^2, Q^2, g^2) \right\}, \quad (7)$$

відповідних точкам і результатами перших $Z+1$ випробувань, то правила обчислення точки X^Z кожного чергового випробування можна представити послідовністю функцій:

$$X^{Z+1} = F_Z(\omega_Z), Z = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

При цьому точка X_0 (точка початкового випробування) вважається заданою і становить елемент опису алгоритму.

Функції F_Z з (8) будемо називати вирішальними функціями.

Для отримання поточних оцінок екстремуму на кожному кроці обчислювального процесу в формулювання алгоритму слід включити послідовність функцій E_Z , що визначають такі оцінки, а саме:

$$e_Z = E_Z(\omega_Z), Z = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

При цьому величина e_Z або грає роль оцінки екстремуму по аргументам, тобто $e_Z \in D$, або роль оцінки екстремального значення самої функції $Q(X^*)$.

Зупинка обчислювального процесу проводиться при досягненні заданої точності рішення задачі, або по вичерпанню обчислювальних ресурсів.

Для реалізації умов зупинки в алгоритм повинна бути введена ще одна послідовність функцій:

$$\rho^Z = P_Z(\omega_Z), Z = 0, 1, 2, \dots, \quad (10)$$

таких, що якщо при деякому ω_Z справедливо $\rho^Z = 0$, то $\rho^{Z+v} = 0, v = 0, 1, 2, \dots$, незалежно від значень ω^{Z+v} .

Обчислювальний процес припиняється після кроку $Z+T$, якщо

$$\rho^Z = \rho^{Z+1} = \dots \rho^{Z+T} = 0.$$

За достаточну оцінку екстремуму приймається оцінка e^{Z+T} .

Таким чином, формально алгоритм пошуку можна представити у вигляді:

$$S = (X^0, \{F_Z\}, \{E_Z\}, \{P_Z\}). \quad (11)$$

Висновки

У статті розглянуто завдання параметричної оптимізації складних технічних систем, що базується на методі групового урахування аргументів.

Також проведено класифікацію завдань системної параметричної оптимізації.

Крім того, розглянуті теоретичні основи та наданий математичний опис алгоритмів випадкового пошуку екстремуму.

Список літератури

1. Пермяков О.Ю. Модель системи діагностування, технічного обслуговування та ремонту складних технічних систем військового призначення / О.Ю. Пермяков, Ю.Б. Прибілев, О.О. Дюбанов // *Наука і оборона*. – 2016. – № 2. – С. 48-52.
2. Прибілев Ю.Б. Екологічні аспекти експлуатації, технічного обслуговування та ремонту складних технічних систем / Ю.Б. Прибілев, Д.П. Пашков // *Науково-практичний журнал "Стандартизація, сертифікація, якість"*. – 2016. – № 4(101). – С. 58-65.
3. Клименко А.Н. Использование интеллектуальных методов анализа при обосновании разработки суперкомпьютера / А.Н. Клименко, Н.Ю. Любченко, А.А. Подорожняк // *Системы обработки информации*. – Вып. 9 (107). – Харьков: ХУ ПС, 2012. – С. 177 – 181.

4. Прибілев Ю.Б. Напрямки розвитку бортових комплексів управління космічних апаратів / Ю.Б. Прибілев, А.О. Подорожняк, І.В. Новікова // *Системи озброєння і військова техніка*. – Вып. № 1 (37). – Харьков: ХУ ПС, 2014. – С. 201 – 206.

5. Ивахненко А. Г., Принятие решений на основе самоорганизации / А.Г. Ивахненко, Ю.П. Зайченко, В.Д. Димитров. – М.: Сов. радио, 1976. – 280 с.

6. Ивахненко А. Г., Помехоустойчивость моделирования / А.Г. Ивахненко, В.С. Степашко. – Київ: Наукова думка, 1985. – 216 с.

7. Зайченко Ю.П. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників / Ю.П. Зайченко, О.Г. Кебкел, В.Ф. Крачковський // *Наукові вісті НТУУ КПІ*, №2, 2000. – С. 18-26.

8. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами / А.Г. Ивахненко. – Киев: Техника, 1975. – 312 с.

9. Єфіменко С.М. Застосування паралельних обчислень при моделюванні з використанням комбінаторного алгоритму МГУА / С.М. Єфіменко, В.С. Степашко // *Праці міжнародної наукової конференції «Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI'2008)»*. Євпаторія, 2008. – Том 3 (частина 1). – С. 121 – 124.

10. Батищев Д.И. Поискные методы оптимального проектирования / Д.И. Батищев. – М.: Сов. радио, 1975. – 216 с.

11. Уайлд Д. Методы поиска экстремума / Д. Уайлд. Пер. с англ. под ред. А.А. Фельдбаума. – М.: Наука, 1967. – 267 с.

12. Стронгин Р.Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах (информационно-статистические алгоритмы) / Р.Г. Стронгин. – М.: Наука, 1978. – 239 с.

Надійшла до редколегії 9.06.2016

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ВОЗМОЖНЫЕ ПОДХОДЫ К ЕЁ РЕШЕНИЮ

Ю.Б. Прибылев, А.А. Подорожняк, Л.М. Сакович

В статье рассмотрено применение метода группового учета аргументов для параметрической оптимизации сложных технических систем. Рассмотрены теоретические основы алгоритмов параметрической оптимизации. Представлены аналитические соотношения для решения задачи параметрической оптимизации сложных технических систем. Приведено математическое описание алгоритмов случайного поиска экстремума. Показано, что задача системной параметрической оптимизации относится к классу многопараметрических, многоэкстремальных, стохастических, нелинейного программирования.

Ключевые слова: сложные технические системы, параметрическая оптимизация, метод группового учета аргументов.

THE FORMULATION OF THE PROBLEM OF PARAMETRIC OPTIMIZATION OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS AND POSSIBLE APPROACHES TO ITS SOLUTION

A.O. Podorozhniak, Yu.B. Pribylev, L.M. Sakovich

The article deals with the application of the method of group account of arguments for parametric optimization of complex technical systems. It also deals with the theoretical basis of the algorithm of parametric optimization. There are provided analytical relations to solve the problem of parametric optimization of complex technical systems. The mathematical description of random search algorithms extreme. It is shown that the problem of the system of parametric optimization belongs to the class of multiparameter, multiextremal, stochastic, non-linear programming.

Keywords: complex technical systems, parametric optimization, group method of arguments.