УДК 519.283

А. Е. ГОЛОСКОКОВ

ПОСТРОЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ

В сфере управления общественным производством большое внимание уделяется разработке методов оптимального планирования. Планирование обычно производится в условиях, когда параметры показателя качества и ограничений могут оказаться случайными или неопределенными. Так, в одном случае статистика позволяет установить числовые характеристики случайных величин или законы распределения с известными параметрами, в другом — известны только области существования параметров модели. Следовательно, задача планирования является стохастической задачей.

В статье, носящей описательный характер, рассматривается построение одноэтапной стохастической модели планирования. При этом используется подход, предложенный в работах [1—3].

Построение стохастической модели разбивается на несколько этапов. На первом этапе строится детерминированная модель и исследуется ее адекватность реальному процессу. На следующем этапе определяются параметры модели, носящие случайный характер. В этом случае несбходимо выяснить информацию о параметрах. В зависимости от нее могут иметь место следующие случаи [2].

1. Значение параметра А в модели заранее не определено. В этом случае возможны два подхода: усреднение по А, если имеется априорная информация о параметре; рассмотрение наихудшего по А случая.

2. Известен закон распределения или числовые характеристики случайной величины. В этом случае удается построить наиболее полную стохастическую модель и искать решение в виде детерминированного вектора; случайного вектора; вероятностных распределений компонент оптимального плана.

Рассматриваемый подход в работе основывается на предположении о том, что известны законы распределения случайных параметров модели. Часто предполагают, что случайные параметры распределены по нормальному закону. Это предположение не всегда оправдано [1]. Часто физический смысл случайных величин, определяющих целевую функцию или ограничения задачи, заставляет считать их неотрицательными величинами и таким образом исключает допущение об их нормальном распределении. Однако, если случайные параметры даже неотрицательны, они все же могут быть распределены по закону, достаточно близкому к нормальному на отрезке длиною в 6σ, так как на их значения обычно влияет множество случайных факторов, не зависящих друг от друга [4]. А как известно, в пределе закон распределения композиции таких факторов стремится к нормальному закону распределения.

На третьем этапе осуществляем рандомизацию, т. е. переход от детерминированного эквивалента к его стохастическому аналогу. Ее производим по трем признакам [1]: по характеру решений; по выбору показателя качества; по способу расчленения ограничений задачи. Следовательно, для постановки задачи стохастического программирования необходимо определить вид нахождения решения задачи; вид целевой функции; характер ограничений.

При построении модели перспективного планирования обычно предполагается, что решение предшествует наблюдению. В этом случае решение определяется как детерминированный вектор. Решение задачи в виде случайного вектора позволяет установить связь между компонентами оптимального плана и реализациями параметров условий задачи. Каждой реализации условий задачи соответствует реализация решения. Следовательно, решение в виде случайного вектора целесообразно определять тогда, когда решение может быть принято после наблюдения реализаций условий задачи. Это ценно также при создании инструмента, позволяющего исследовать влияние изменения параметров модели на ее решение, поскольку в некоторых случаях можно моделировать наблюдение реализации условий задачи.

В качестве целевой функции обычно используются такие функционалы; как математическое ожидание, дисперсию линейной формы или вероятность превышения линейной формой некоторого фиксированного порога.

В ряде задач более целесообразным способом является максимизация порога К, который должен быть превышен линейной формой с заданной вероятностью. Действительно, минимизируя дисперсию, мы не определяем целевую функцию. Максимизация математического ожидания целевой функции не гарантирует уменьшения среднеквадратичного отклонения от ее среднего значения. При максимизации же порога К с заданной вероятностью удается максимизировать математическое ожидание целевой функции и минимизировать ее дисперсию [3]. Условия задачи могут быть записаны в следующем виде]1]:

$$\mathrm{P}\{\mathrm{AX} \geqslant B\} \geqslant \alpha, \ 0 \leqslant \alpha \leqslant 1, \tag{1}$$

или

$$\mathrm{P}\left\{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} \geqslant b_i\right\} \geqslant \alpha_i, \ 0 \leqslant \alpha_i \leqslant 1, \ i = \overline{1, m}. \tag{2}$$

Ограничения, записанные в форме (1), позволяют учесть тот факт, что все случайные параметры условий задачи могут быть коррелированы. Однако в этом случае не учитывается сравнительная важность отдельных ограничений. В ограничениях (2) могут быть учтены только стохастические связи случайных параметров условий задачи, принадлежащих одной строке. Однако это позволяет учесть различную значимость невязок в ограничениях задачи. Ограничения (2) часто используются в задачах транспортного типа, λ-задачах [4]. Далее для исследования стохастического аналога его преобразуют в детерминированный эквивалент.

Таким образом, рассмотрен один из возможных подходов к построению стохастических моделей, который может быть рекомендован для исследования задач планирования.

Список литературы: 1. *Юдин Д. Б.* Математические методы управления в условиях неполной информации. М., «Сов. радио», 1974. 400 с. 2. *Каплинский А. И., Пропой А. И.* О стохастическом подходе к задачам нелинейного программирования.— «Автоматика и телемеханика», 1970, № 3, с. 122—134. 3. *Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б.* Новые направления в линейном программировании. М., «Сов. радио», 1966. 524 с. 4. *Голоскоков А. Е.* Стохастическая постановка распределительной задачи.— «Тезисы докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. Эффективность и оптимизация систем и процессов гражданской авиации и совершенствование системы комплексного планирования». М., 1977, с. 21.

УДК 656.073

А. Е. ГОЛОСКОКОВ

О ДЕКОМПОЗИЦИИ НЕСЕПАРАБЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Широкое распространение при решении задач большой размерности получили методы декомпозиции, использующие механизм цен, принцип распределения ресурсов между отдельными подсистемами [1—2], достаточно хорошо разработанные и обоснованные для задач с сепарабельной целевой функцией. Однако на практике приходится решать несепарабельные задачи.

В статье излагается один из подходов расчленения задачи с несепарабельной целевой функцией, основанный на характерной особенности задачи. Рассмотрим полученную в работе [3] модель распределения самолетов по всей сети авиалиний гражданской авиации в условных обозначениях.

Максимизировать

$$\sum_{ij} f_{ij}(X) + \Phi_1^{-1}(\alpha_0)\left(\sum_{i,j} \varphi_{ij}(X)\right)^{1/2} \tag{1}$$

при следующих ограничениях:

все пассажиры на j-й авиалинии должны быть перевезены;

$$\sum_{i=1}^{m} f_i(X) + \Phi_2^{-1}(\alpha_j)\left(\sum_{i=1}^{m} \varphi_i(X)\right)^{1/2} \leqslant \overline{\Pi}_j,\ j = \overline{1,\ n}; \tag{2}$$

пропускная способность к-аэродрома не должна быть нарушена;

$$\sum_{i,j} \psi_{ij}(X) + \Phi_3^{-1}(\gamma_k)\left(\sum_{ij} g_{ij}(X)^{1/2} \leqslant \text{В}_\text{к},\ \text{к} = \overline{1,\ 200}; \tag{3}$$