

***A. В. ГРАБОВСЬКИЙ, І. П. ГРЕЧКА, М. М. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСЬКА, С. В. КУЦЕНКО,
В. І. СЕРИКОВ***

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІЙСЬКОВИХ ТА ЦИВІЛЬНИХ МАШИН ШЛЯХОМ ОБҐРУНТУВАННЯ ФОРМИ ТА ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛІВ КОНТАКТУЮЧИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Елементи конструкцій сучасних машин військового та цивільного призначення зазвичай працюють в умовах високих контактних навантажень. При цьому на етапі їх створення дослідження міцності здійснюються із застосуванням традиційних моделей контакту тіл номінальної форми. Проте реальні елементи конструкцій мають відхилення від таких моделей, які зумовлені проектно-технологічними чинниками: макровідхилення форми, шорсткість поверхонь, зміщення тощо. Такі збурення номінальних параметрів чинять значний вплив на розподіл контактної тиску між елементами машин військового та цивільного призначення. Проте традиційні методи дослідження напружено-деформованого стану контактуючих тіл не дають можливість урахувати такі чинники повною мірою, сукупно та вичерпно. Для усунення протиріччя, що склалося, запропоновано напіваналітичний метод, який базується на розвиткові варіаційних принципів та гранично-елементної дискретизації. Створювані моделі дають можливість урахувати закономірності впливу збурень форми та властивостей поверхневих шарів контактуючих тіл на напружено-деформований стан. У результаті стає можливим обґрунтування сприятливих збурень за критеріями міцності. Такі моделі та методи пропонуються роботі, а на їх основі – здійснення досліджень елементів машин військового та цивільного призначення задля забезпечення світового рівня їх технічних і тактико-технічних характеристик.

Ключові слова: машини військового та цивільного призначення; проектно-технологічний чинник; напружено-деформований стан; контактна взаємодія; міцність

***A. В. ГРАБОВСКИЙ, И. П. ГРЕЧКА, Н. Н. ТКАЧУК, М. С. САВЕРСКАЯ, С. В. КУЦЕНКО,
В. И. СЕРИКОВ***

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЕННЫХ И ГРАЖДАНСКИХ МАШИН ПУТЕМ ОБОСНОВАНИЯ ФОРМЫ И СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ КОНТАКТИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Элементы конструкций современных машин военного и гражданского назначения обычно работают в условиях высоких контактных нагрузок. При этом на этапе их создания исследования прочности осуществляются с применением традиционных моделей контакта тел номинальной формы. Однако реальные элементы конструкций имеют отклонения от таких моделей, обусловленные проектно-технологическими факторами: макроотклонения формы, шероховатость поверхностей, упрочнения и тому подобное. Такие возмущения номинальных параметров оказывают значительное влияние на распределение контактного давления между элементами машин военного и гражданского назначения, однако традиционные методы исследования напряженно-деформированного состояния контактирующих тел не дают возможность учитывать такие факторы в полной мере, совокупно и исчерпывающе. Для устранения сложившегося противоречия предложен полуаналитический метод, основанный на развитии вариационных принципов и гранично-элементной дискретизации. Создаваемые модели дают возможность учитывать закономерности влияния возмущений формы и свойств поверхностных слоев контактирующих тел на напряженно-деформированное состояние. В результате становится возможным обоснование благоприятных возмущений по критериям прочности. Такие модели и методы предлагаются в работе, а на их основе - осуществление исследований элементов машин военного и гражданского назначения для обеспечения их технических и тактико-технических характеристик.

Ключевые слова: машины военного и гражданского назначения; проектно-технологический фактор; напряженно-деформированное состояние; контактное взаимодействие; прочность

A. GRABOVSKIY, I. HRECHKA, M. M. TKACHUK, M. SAVERSKA, S. KUTSENKO, V. SIERYKOV

THEORETICAL BASICS OF PROVIDING THE TECHNICAL CHARACTERISTICS OF MILITARY AND CIVIL VEHICLES BY JUSTIFICATION OF THE FORM AND PROPERTIES OF THE MATERIALS OF CONTACTING ELEMENTS

Elements of constructions of modern military and civil vehicles usually work in conditions of high contact loads. At the stage of their creation, strength studies are carried out using traditional models of contact of bodies of nominal shape. However, the real structural elements have deviations from such models, which are due to design and technological factors: macrodeviation of the shape, surface roughness, strengthening etc. Such perturbations of nominal parameters have a significant effect on the distribution of contact pressure between the elements of military and civil vehicles, however, traditional methods for studying the stress-strain state of contacting bodies do not make it possible to take such factors into account fully, collectively and exhaustively. To eliminate the existing contradiction, a semi-analytical method is proposed, which is based on the development of variational principles and boundary-element sampling. The created models make it possible to take into account the regularities of the influence of shape perturbations and properties of the surface layers of contacting bodies on the stress-strain state. As a result, it becomes possible to justify favorable perturbations by strength criteria. Such models and methods are offered to the work, and on their basis it's proposed the implementation of research elements of military and civil vehicles for appointment to ensure world class the technical and tactically technical characteristics.

Ключові слова: military and civilian vehicles; design and technological factor; stress-strain state; contact interaction; strength

Вступ. Проблема, що вирішується – визначення впливу варіювання проектно-технологічних параметрів на контактну взаємодію та міцність контактуючих елементів конструкцій машин військового та цивільного призначення. На цій основі визначаються рекомендації щодо обґрунтування таких технічних рішень, які забезпечують світовий рівень технічних і тактико-технічних характеристик (ТіТТХ) вітчизняних машин військового та цивільного призначення.

Натепер відсутні підходи, моделі та методи розв'язання подібних задач, які одночасно поєднують високу точність та оперативність досліджень. Відповідно, не установлені закономірності впливу варіювання форми та властивостей матеріалів елементів високонавантажених машин військового та цивільного призначення на їх напружено-

© А. В. Грабовський, І. П. Гречка, М. М. Ткачук,
М. С. Саверська, С. В. Куценко, В. І. Сериков, 2021

деформований стан (НДС).

У свою чергу, це стоїть на заваді обґрунтування технічних рішень, які дають можливість досягати та перевершувати світовий рівень ТіТТХ цих машин.

Аналіз стану методів аналізу напружено-деформованого стану елементів машин у літературі. Дослідження контактної взаємодії натеper зосереджене на декількох напрямках.

По-перше, це розвиток теоретичних основ моделей та методів аналізу контактної взаємодії. Серед цих напрямків слід визначити методи: граничних інтегральних рівнянь, аналітичні, варіаційних нерівностей та варіаційні принципи типу Калькера [1-8]. По-друге, це розвиток методів дискретизації типу метода скінченних елементів та методу граничних елементів [3-9] у задачах аналізу контактної взаємодії. По-третє, це розширення та розвиток моделей контактної взаємодії за рахунок мікроструктурних моделей, адгезії, тертя та зношування [4, 5, 10].

Незважаючи на широкий спектр чинників, що враховуються при аналізі контактної взаємодії, натеper розроблені методи та моделі не охоплюють одночасно такі важливі чинники, як реальна мікро- та макрогеометрія, а також відхилення реальних властивостей матеріалів від номінальних. Крім того, відсутні загальні напрямки розв'язання обернених задач. Ще одним негативним чинником є неадаптованість сучасних чисельних методів до розв'язання задач синтезу із урахуванням особливостей контактних задач. Усе це стоїть на заваді розв'язання широкої множини прикладних задач для реальних конструкцій. Особливі перепони виникають на шляху розв'язання подібних задач для контактуючих елементів військових машин, оскільки вони підлягають дії високих навантажень.

Натеper авторами роботи, на відміну від попередників [1–10], уже розроблені теоретичні основи параметричного моделювання, де бажану варіативність моделей можна враховувати природнім чином [11, 12]. Разом із тим, така здатність уможлиблює цілеспрямоване варіювання технічних рішень у напрямку підвищення ТіТТХ елементів конструкцій машин військового та цивільного призначення та забезпечення їх міцності шляхом обґрунтування сприятливих конструктивних і технологічних заходів (створення певних збурень геометричної форми контактуючих поверхонь, технологічні заходи – зміцнення, шорсткість тощо).

Отже, здійснені розробки створили методологічні переваги при дослідженні контактної взаємодії елементів конкретних конструкцій. Тому доцільно розвивати дослідження у заявленому напрямку.

Мета роботи – створення наукових основ забезпечення на світовому рівні технічних і тактико-технічних характеристик вітчизняних машин військового та цивільного призначення шляхом аналізу контактної взаємодії елементів досліджуваних конструкцій, обґрунтування їх прогресивних технічних рішень і технологічних

засобів при проектуванні та виготовленні за критеріями міцності.

Загальні методологічні засади досліджень. Основною складовою запропонованих підходів до досліджень є їх комплексний характер, що полягає в урахуванні при аналізі контактної взаємодії тіл складної форми не окремих чинників, як у традиційних дослідженнях, а їх множини у взаємодії та взаємовпливі. Для цього розглядаються дві підгрупи таких чинників: на мікро- та макрорівні. Перша підгрупа формується, наприклад, властивостями мікрогеометрії та матеріалів поверхневих шарів контактуючих тіл. Друга – макрогеометричною формою їхніх поверхонь. Крім того, задля досягнення варіативності досліджуваних елементів конструкцій машин військового та цивільного призначення усі визначені чинники, властивості, критерії та обмеження об'єднуються у єдиному параметричному просторі. Таким чином, вдалося на єдиний методологічний основі сформувати загальну варіативну модель досліджуваної системи контактуючих тіл із урахуванням усіх важливих чинників.

На першому етапі єдина система розв'язувальних співвідношень формується застосуванням та розвитком варіаційних формулювань типу принципу Калькера або варіаційних нерівностей. Розвиток цих принципів полягає у такому:

1) єдиний підхід до формування енергетичних функціоналів: усі фізичні чинники адитуються у вигляді відповідних компонентів функціоналу;

2) усі ці чинники можуть бути варіюваними (тобто розглядаються як збурювані) або шуканими (такими, що забезпечують певні службові характеристики машин військового та цивільного призначення).

На другому етапі із застосуванням скінченно- та гранично-елементної апроксимації формується дискретизована система рівнянь та нерівностей. Її відмінною від традиційних систем характеристикою є застосовність до розв'язань як задач аналізу, так і синтезу.

На третьому етапі для розв'язання системи сформованих співвідношень розвинені нові методи типу додаткових зазорів та змінних податливостей.

Таким чином, у теоретичному аспекті сформовано єдиний удосконалений підхід до досліджень НДС контактуючих тіл складної форми.

На завершальному етапі із застосуванням розроблених моделей досліджено НДС контактуючих елементів реальних конструкцій машин військового та цивільного призначення. Перевагою та прикладною новизною підходу, що пропонується, є те, що вперше забезпечується обґрунтування рекомендацій стосовно прогресивних технічних рішень цих машин зі світовим рівнем технічних і тактико-технічних характеристик.

За структурою дослідження містять такі етапи:

– теоретичні розробки та створення параметричних моделей елементів машин військового та цивільного призначення;

- формування математичних постановок та чисельних моделей;

- програмну реалізацію розроблених моделей та методів;

- чисельні дослідження зміни розподілів контактної тиску при варіюванні геометричної форми на мікро- та макрорівні та властивостей матеріалів тіл;

- узагальнення результатів досліджень та формування рекомендацій щодо підвищення міцності контактуючих елементів конструкцій.

Основними складовими досліджень є:

- удосконалення методів розв'язання фізично і структурно нелінійних рівнянь для моделювання контактної взаємодії тіл;

- розроблення структури та формування чисельних моделей для аналізу контактної взаємодії тіл складної форми;

- розроблення рекомендацій щодо обґрунтування технічних рішень при проектуванні конструкцій машин військового та цивільного призначення за критеріями міцності.

Методи, моделі та засоби досліджень. У ході досліджень доповнена теорія контактної взаємодії тіл складної форми шляхом розвитку варіаційних постановок, у яких враховано варіативність геометричної форми та властивостей матеріалів контактуючих тіл. Створена математична модель контактної взаємодії, у яку інтегровано не окремі чинники, як у традиційних підходах, а їх множина. На основі дослідження контактної взаємодії тіл складної форми установлені закономірності впливу варіюваних форми та властивостей матеріалів на НДС контактуючих тіл.

У цілому на основі узагальненого параметричного моделювання створено загальну концепцію забезпечення міцності та підвищення технічних і тактико-технічних характеристик машин військового та цивільного призначення шляхом дослідження контактної взаємодії їхніх елементів. На основі низки досліджень елементів конструкцій машин військового та цивільного призначення можуть бути установлені рекомендації щодо параметрів елементів планетарних зубчастих і гідропередач бортових танкових трансмісій, торсіонних валів підвіски машин військового та цивільного призначення, зубчастих приводів нагнітачів повітря унікальних танкових двигунів типу БТД тощо.

У ході досліджень оновлено та розвинуто методи параметричного моделювання складних механічних систем, втілені у відповідному програмно-модельному середовищі. Цей метод, моделі та програмні модулі розширено на множину мікро- та макромасштабних чинників, які чинять прямий вплив на міцність контактуючих елементів машин військового та цивільного призначення. Крім того, оновлено та розвинуто методи розв'язання систем рівнянь та нерівностей шляхом адаптації до поетапного ітераційного процесу із урахуванням впливу історії навантаження на контактну взаємодію системи тіл. Ці методи розвинені у напрямку

підвищення збіжності за збереження точності розв'язків. Також ці методи втілені у вигляді комп'ютерних моделей, які становлять засоби досліджень. Відповідно, розроблена методологія досліджень, що полягає у послідовному виконанні етапів від побудови математичних і чисельних моделей досліджуваних об'єктів до визначення обґрунтованих рекомендацій стосовно технічних рішень елементів конструкцій машин військового та цивільного призначення із ТіТТХ на світовому рівні. У ході досліджень установлені закономірності зміни міцнісних характеристик цих контактуючих елементів за збурення геометричної форми та властивостей матеріалів.

Зокрема, розроблено напіваналітичний метод аналізу напружено-деформованого стану контактуючих тіл на основі розвитку варіаційного принципу Калькера та гранично-елементної апроксимації, що, на відміну від існуючих, позбавлений недоліків аналітичних та чисельних постановок. При цьому також розроблено методи поетапного урахування різних чинників у моделі контактної взаємодії шляхом додавання відповідних доданків у функціонал додаткової енергії, що створює можливість поповнення розрахункових моделей складовими, які раніше не бралися до уваги. Створені також нові методи розв'язання кінцевої системи рівнянь та нерівностей, які відрізняються від традиційних урахуванням не тільки структурної, але й фізичної нелінійності. Це методи додаткових зазорів та змінних податливостей. На цій основі здійснені попередні дослідження гідропередач танкових трансмісій, торсіонних валів підвіски, зубчастих зацеплень, приводів різного призначення тощо. Це дає можливість здійснювати аналіз впливу чинників:

- визначення закономірностей сукупного впливу макровідхилень геометричної форми та фізико-механічних властивостей поверхневих шарів (конструктивної та технологічної природи) на контактну взаємодію та міцність контактуючих елементів конструкцій;

- установлення залежності міцності контактуючих тіл від варіюваних проектно-технологічних параметрів;

- обґрунтування раціональних технічних рішень задля забезпечення технічних і тактико-технічних характеристик вітчизняних машин на світовому рівні.

Результати досліджень напружено-деформованого стану елементів тестової конструкції гідропередачі ГОП-900. Розроблені підходи, моделі та методи апробовано на прикладі тестової конструкції гідропередачі ГОП-900 [13]. Зокрема, у ході досліджень варіювалася форма початкового зазору між кульковим поршнем та статорним кільцем (рис. 1). На рис. 2 – скінченно-елементні моделі із збуренням радіуса бігової доріжки від номінальної на $\pm 5\%$.

Результати досліджень наведені на рис. 3, 4. Зокрема, на рис. 3 наведені характерні розподіли контактної тиску для варіантів а) – в) (див. рис. 2)

при дії притисної сили $P = 50, 100, 200$ кН відповідно, а на рис. 4 – розподіли еквівалентних за Мізесом напружень у контактуючих деталях.

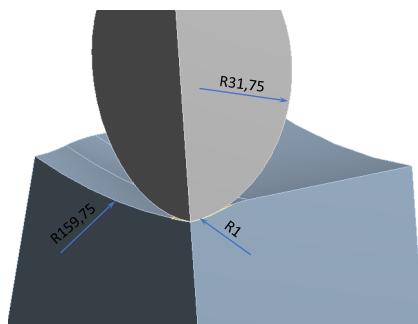


Рисунок 1 – Геометричні параметри у системі «кульковий поршень – статорне кільце» гідропередачі ГОП-900

Порівняльний аналіз наведених результатів досліджень свідчить про різку зміну характеру розподілів контактної тиску та еквівалентних за Мізесом напружень при варіюванні розподілу початкового зазору між поршнем та статорним

кільцем гідропередачі. Розподіл контактної тиску змінюється від традиційного куполовидного із максимумом у центрі до двозв'язного розподілу із своїми максимумами, зміщеними до периферії статорного кільця. Це свідчить про значимість впливу збурення форми зазору між контактуючими тілами на їх НДС.

Аналіз отриманих результатів. У роботі удосконалено теорію контактної взаємодії тіл складної форми у частині урахування збурення геометричної форми їхніх контактуючих поверхонь на мікро- та макрорівні, а також властивостей матеріалів цих тіл. При цьому отримані такі нові результати:

1. Розроблення нового напіваналітичного методу аналізу НДС контактуючих тіл складної форми на основі розвитку варіаційних формувань, що урахує, на відміну від відомих, чинники збурення форми та властивостей матеріалів на мікро- та макрорівнях, причому із урахуванням їх взаємодію.

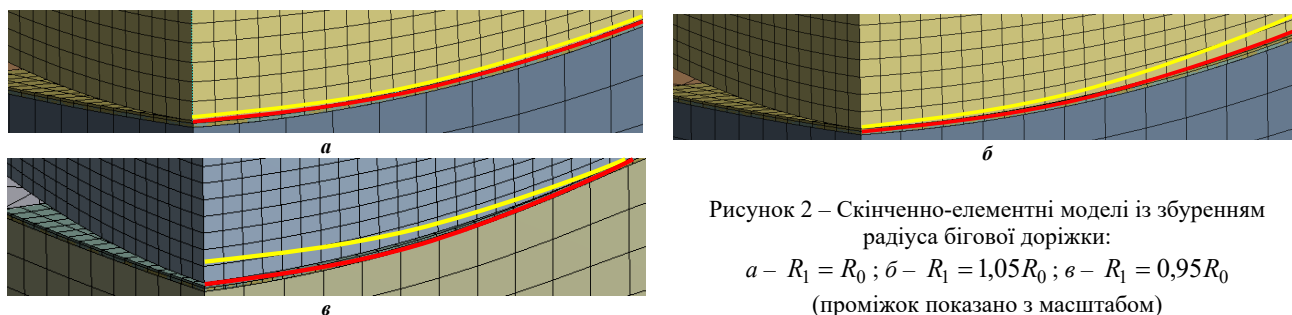


Рисунок 2 – Скінченно-елементні моделі із збуренням радіуса бігової доріжки:

$a - R_1 = R_0$; $b - R_1 = 1,05R_0$; $c - R_1 = 0,95R_0$
(проміжок показано з масштабом)

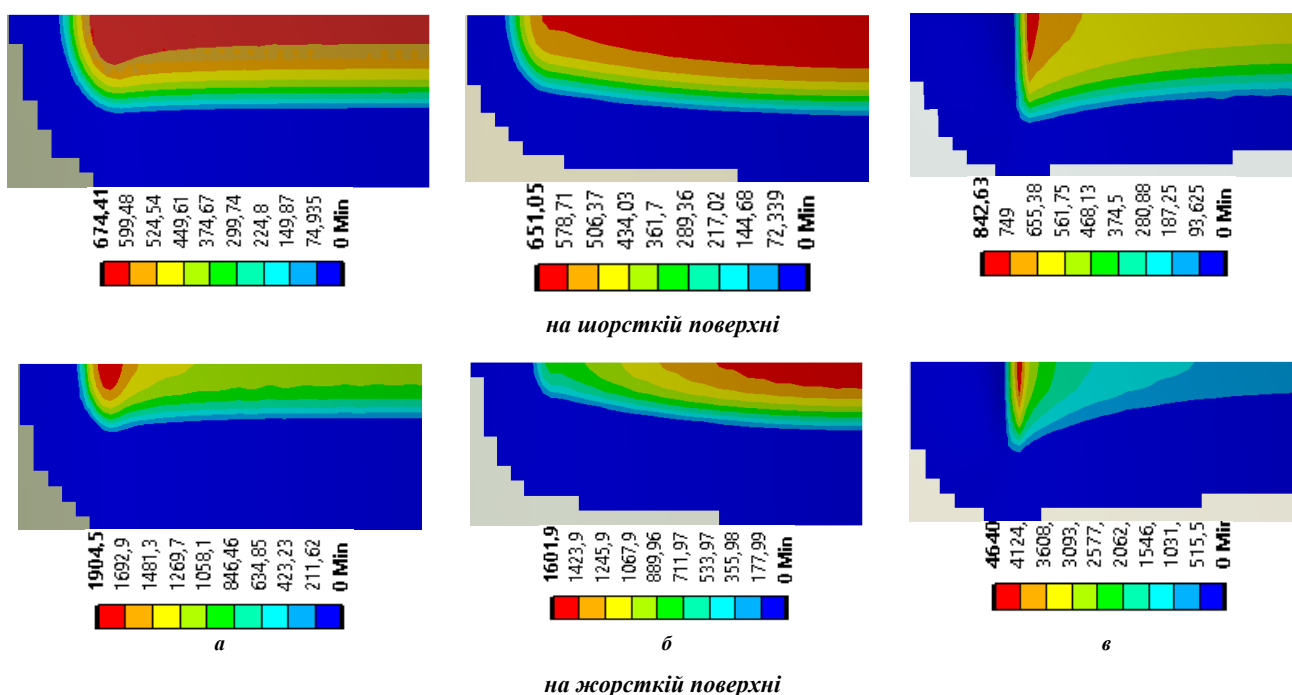


Рисунок 3 – Розподіл контактної тиску (МПа) між кульковим поршнем та статорним кільцем гідропередачі ГОП-900 залежно від форми початкового зазору між ними (варіанти a – c), див. рис. 2

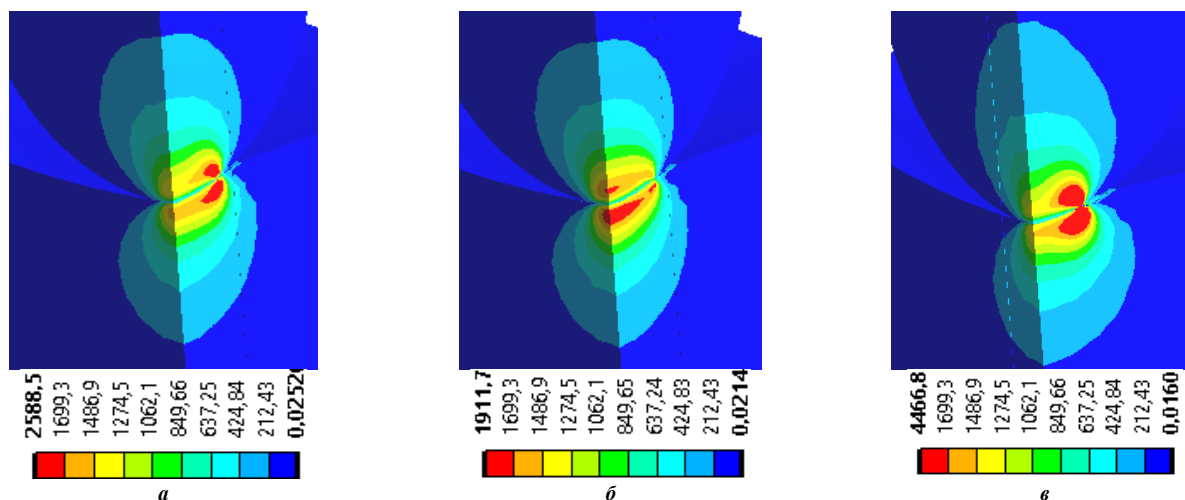


Рисунок 4 – Розподіл еквівалентних за Мізесом напружень у кульковому поршні та статорному кільці гідропередачі ГОП-900 (варіант а), див. рис. 2)

2. Розвиток методу узагальненого параметричного моделювання процесів і станів у складних системах стосовно варіативності множини узагальнених параметрів, у тому числі структур, чинників та критеріїв, що, на відміну від традиційних засобів, дає можливість варіювати об'єкт досліджень шляхом збурення усіх узагальнених параметрів, а, відповідно, визначити реакцію службових характеристик елементів конструкцій МВЦП на таке збурення.

3. Розвиток методів теорії збурень стосовно дослідження чутливості НДС та розподілів контактного тиску на варіювання геометричної форми та властивостей матеріалів на мікро- та макрорівні, що уможливорює цілеспрямоване поліпшення поточних технічних рішень елементів машин військового та цивільного призначення.

4. Розвиток чисельних постановок стосовно апроксимації не тільки полів розподілів шуканих, але й варіюваних величин, причому на єдиній множині базисних функцій. Це дає можливість формувати єдині розв'язувальні системи рівнянь для розв'язання як задач аналізу НДС, так – і обґрунтування проектно-технологічних параметрів за критеріями міцності елементів машин військового та цивільного призначення.

5. Нові закономірності впливу збурень форми поверхонь та властивостей матеріалів тіл на розподіл контактний тиску між ними та НДС на прикладі елементів радіальної гідропередачі танкової трансмісії, що уможливорює розроблення обґрунтованих рекомендацій щодо прогресивних рішень елементів машин військового та цивільного призначення із ТіТТХ на світовому рівні.

Висновки. Порівняно із відомими результатами, описаними у роботах [1–10], наведені положення формують комплекс компонент новизни. Вона полягає, зокрема, у тому, що порівняно із відомими [1–4], варіаційні постановки, що розроблені, враховують множини нових фізичних чинників, які знаходять формалізацію у математичних моделях

сукупно та взаємопов'язано. Крім того, на розвиток методів апроксимації, порівняно із відомими [4–7], розвинено апроксимацію на множини параметрів, що описують досліджувану систему. Також, порівняно із відомими [8–10] моделями, розширено множини варіюваних чинників, причому із сумісним урахуванням форми та властивостей на мікро- та макрорівнях. У цілому розроблені удосконалені нелінійні математичні моделі, модифіковані гранично- та скінченно-елементні моделі, методи розв'язання дискретизованих рівнянь та нерівностей, а також методи цілеспрямованого варіювання розрахункових моделей за збурення узагальнених параметрів. На цій основі у ході подальших досліджень будуть установлені нові закономірності НДС за варіювання та збурення нової розширеної множини параметрів, що ураховуються.

Список літератури

1. R. Martynyak, E. Torskaya, Y. Xu. Friction and Multi-Field Problems in Sliding Contacts. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2020, v. 6, p.76.
2. Barber J.R. *Contact Mechanics*. Springer International Publishing. 2018. 585 p.
3. Zhao J., E.Vollebregt, C.Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Math. Modelling and Analysis*. 2016, Vol. 21(1), pp. 119–141.
4. Li, Q. and Popov, V. L. Non-adhesive Contacts With Different Surface Tension Inside and Outside the Contact Area. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2020, v. 6, p. 63.
5. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 3/7(93). P. 34–41.
6. A. Matei, S. Sitzmann, K. Willner & B. I. Wohlmuth (2018) A mixed variational formulation for a class of contact problems in viscoelasticity. *Applicable Analysis*. 97:8, pp. 1340-1356.
7. Dyfuchyn Y, Rudakov K. Numerical modelling of bolted composite joints. Bolts rigidity effect on normal stresses in the composite layers. *Mech. and Adv. Technologies*. 2017, 1(79), pp. 19-25.
8. Matei A., S. Sitzmann, K. Willner & B. I. Wohlmuth (2018) A mixed variational formulation for a class of contact problems in viscoelasticity. *Applicable Analysis*. 97:8, pp. 1340-1356.
9. P. Wriggers, W.T. Rust, B. D. Reddy. A virtual element method for contact. *Computational Mechanics*. 2016, vol. 58, pp. 1039–1050.
10. Popov V.L., L.Voll, S.Kusche, Q.Li, S. V. Rozhkova. Generalized

- master curve procedure for elastomer friction taking into account dependencies on velocity, temperature and normal force. *Tribology International*. April 2018, vol. 120, pp. 376-380.
11. Ткачук М.М., Грабовський А. В., Скрипченко Н. Б., Ткачук М. А., Кротенко Г.А., Саверська М. С. Контактна взаємодія складнопрофільних тіл за наявності між ними проміжних шарів із нелінійними властивостями. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР*. 2019. № 7 (1332). С. 114–131.
 12. Ткачук М.М., Грабовський А.В., Ткачук М.А., Сериков В.І., Волошина І. О., Андрусенко А. В. Методи, моделі та результати досліджень контактної взаємодії складнопрофільних тіл із урахуванням залежності характеристик матеріалу проміжних шарів від історії навантаження. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР*. 2020. №1. С. 119–142.
 13. Аврунин Г.А., Кабаненко И.В., Хавиль В.В., Истратов А.В. и др. Объемная гидropередача с шариковыми поршнями ГОП-900: характеристики и технический уровень. *Механика та машинобудування*. 2004. №1. С.14–21.
 6. A. Matei, S. Sitzmann, K. Willner & B. I. Wohlmuth (2018) A mixed variational formulation for a class of contact problems in viscoelasticity. *Applicable Analysis*. 97:8, pp. 1340-1356.
 7. Dyfuchyn Y, Rudakov K. Numerical modelling of bolted composite joints. Bolts rigidity effect on normal stresses in the composite layers. *Mech. and Adv. Technologies*. 2017, no. 1(79), pp. 19-25.
 8. A. Matei, S. Sitzmann, K. Willner & B. I. Wohlmuth (2018) A mixed variational formulation for a class of contact problems in viscoelasticity. *Applicable Analysis*. 97:8, pp. 1340-1356.
 9. P. Wriggers, W.T. Rust, B. D. Reddy. A virtual element method for contact. *Computational Mechanics*. 2016, vol.58, pp. 1039–1050.
 10. V.L.Popov, L.Voll, S.Kusche, Q.Li, S. V. Rozhkova. Generalized master curve procedure for elastomer friction taking into account dependencies on velocity, temperature and normal force. *Tribology International*. April 2018, vol. 120, pp. 376-380.
 11. Tkachuk M.M., Grabov's'ky'j A. V., Skripchenko N. B., Tkachuk M. A., Krotenko G.A., Savers'ka M. S. Kontaktna vzayemodiya skladnoprofil'ny'x til za nayavnosti mizh ny'my' promizhny'x shariv iz nelinejny'my' vlasty'vostyamy'. *Visny'k NTU «KhPI»*. Seriya: Mashy'noznavstvo ta SAPR. 2019, no. 7 (1332), pp. 114–131.
 12. Tkachuk M.M., Grabov's'ky'j A.V., Tkachuk M.A., Syery'kov V.I., Voloshy'na I. O., Andrusenko A. V. Metody, modeli ta rezul'taty doslidzhen' kontaktnoyi vzayemodiyi skladnoprofil'ny'x til iz uraxuvannyam zalezhnosti karaktery'sty'k materialu promizhny'x shariv vid istoriyi navantazhennya. *Visny'k NTU «KhPI»*. Seriya: Mashy'noznavstvo ta SAPR. 2020, no.1, pp. 119–142.
 13. Avrunin G.A., Kabanenko I.V., Havil V.V., Istratov A.V. and oth. Ob'emnaya gidropereдача s sharikovyimi porshnyami GOP-900: harakteristiki i tehničeskij uroven' [Volumetric hydraulic transmission with ball pistons GOP-900]. *Mehaniка та mashinobuduvannya*. 2004, no. 1, pp. 14–21.

References (transliterated)

1. R. Martynyak, E. Torskaya, Y. Xu. Friction and Multi-Field Problems in Sliding Contacts. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2020, vol. 6, p.76.
2. Barber J.R. *Contact Mechanics*. Springer International Publishing. 2018. 585 p.
3. Zhao J., E.Vollebregt, C.Oosterlee Extending the BEM for elastic contact problems beyond the half-space approach. *Math. Modelling and Analysis*. 2016, vol.21(1), pp. 119–141.
4. Li, Q. and Popov, V. L. Non-adhesive Contacts With Different Surface Tension Inside and Outside the Contact Area. *Frontiers in Mechanical Engineering*. 2020, vol.6, p. 63.
5. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 3/7(93), pp. 34–41.

Поступила (received) 20.03.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Гречка Ірина Павлівна (Гречка Ирина Павловна, Hrechka Iryna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4907-9170>; e-mail: girina7@gmail.com

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola Mykolayovych) – доктор технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірантка кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: m.saverska@tmm-sapr.org

Куценко Сергій Володимирович (Куценко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhii) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна, e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org

Сериков Володимир Іванович (Сериков Владимир Иванович, Sierykov Volodymyr) – кандидат технічних наук (PhD), доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: serikovvi@tmm-sapr.org.