УДК 62-52

Н.А. ДЕНИСЕНКО, А.И. РОГАЧЁВ, докт. техн. наук (г. Харьков)

ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ПРОПАРКИ ПРИ СУШКЕ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В цій статті розглянуто задачу оптимізації технологічного процесу сушки капілярно-пористих матеріалів та наведено приклад рішення такої задачі за допомогою пакета Control Toolbox системи Matlab.

In this article the problem of optimization technological process of drying capillary-porous materials is consider and the example this problem by assistance package Control Toolbox of system Matlab is given.

Введение. В настоящее время наблюдается значительный прогресс в строительной отрасли, что требует увеличения количества и повышения качества материалов и деталей, подлежащих после изготовления предварительной сушке. К числу последних относятся капиллярно-пористые материалы – древесина, кирпич, бетон и многие другие. Одним из основных этапов сушки таких материалов является этап пропарки, заключающийся в доведении температуры и влажности высушиваемых изделий до заданных значений при сохранении постоянной психрометрической разности температур «сухого» и «влажного» термометров. При этом необходимо выполнить требования к качеству рассматриваемых материалов при предельно возможном сокращении времени пропарки и минимизации расхода теплоносителя.

Задачи повышения эффективности процесса сушки исследовались в ряде работ при различных критериях оптимальности. В частности, в работах [1], [2] рассматривалась возможность сокращения времени этапа пропарки при отсутствии ограничения на величину энергозатрат. В работе [3] исследовалась задача минимизации расхода теплоносителя при критерии качества в виде интеграла от функции, линейно зависящей от управляющего воздействия, что не позволило реализовать замкнутый регулятор в функции фазовых координат. В данной работе рассматривается задача минимизации расхода теплоносителя при критерии качества в виде квадратичного функционала от управляющего воздействия.

Постановка задачи исследования. Сушильные камеры периодического действия – это технологические объекты, в которых, в частности, высушивают пиломатериалы в среде влажного воздуха с подведением тепла и удалением влаги конвективным способом. Конвективная сушка древесины – это сложный нестационарный процесс теплообмена. Поэтому такие системы в динамике описываются нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных, что затрудняет решение задач оптимизации переходных процессов, а также увеличивает сложность реализации оптимальных регуляторов. В то же время экспериментально показано, что вблизи рабочего режима статические характеристики сушильных камер с достаточной степенью точности можно линеаризовать, а параметры камеры в пределах каждого технологического цикла пропарки считать стационарными. Тогда динамика сушильной камеры может быть описана линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. Описание переходного процесса в самом высушиваемом материале зависит уже от вида пиломатериалов, поэтому невозможно составить приемлемую математическую модель для общего случая. Рассмотрим вариант, когда заготовки бруса достаточно тонкие. Тогда высушиваемые материалы можно представить в виде простого апериодического звена, при этом обязательно должно учитываться ограничение по скорости изменения температуры в материале.

На основании исследования переходных характеристик камеры отдельно для каналов регулирования по “сухому” и “мокрому” термометрам и физических зависимостей между отдельными величинами, характеризующими процессы в камере, можно составить обобщённую структурную схему с двумя входами и одним выходом (рис. 1) [1].

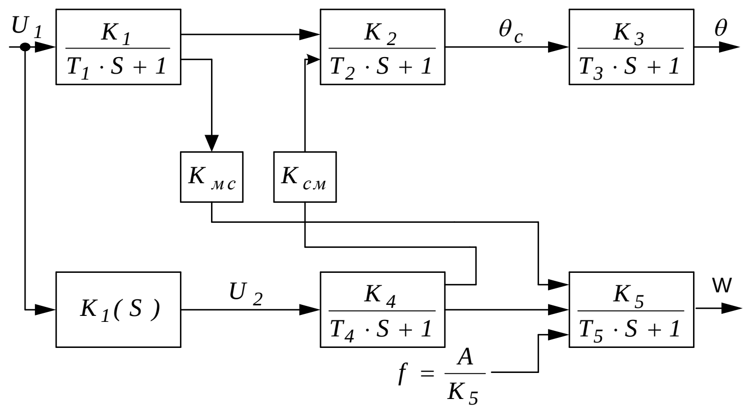

Рис. 1. Структурная схема объекта управления

За основное воздействие принимается управление U_1, при этом U_2 определяется из условия $\theta_c = \theta_м$, а дополнительное постоянное воздействие f обеспечивает выполнение равенства $\theta_c - \theta_м = \mathrm{const} = A$. Управляющее воздействие U_1 предна- предназначено для организации прогрева – изменения температуры воздуха в камере, т.е. “сухого” термометра θ_c. Управляющее воздействие U_2 представляет собой количество влажного пара, подаваемого непосредственно в камеру, и служит для регулирования температуры “мокрого” термометра $\theta_м$. T_1 – постоянная времени калорифера; T_2 – постоянная времени теплообмена в камере; T_3 – инерционность прогрева материала; T_4 – инерционность подачи влажного пара; T_5 – инерционность влагообмена в камере; T_6 – инерционность увлажнения материала; $k_1 \div k_6$ – коэффициенты передачи соответствующих звеньев; $k_{см}$ и $k_{мс}$ – коэффициенты передачи безынерционных звеньев, учитывающие взаимовлияние каналов прогрева и увлажнения; θ – температура внутри материала; W – влажность внутри материала.

При ограничении положений задвижек величины U_1 и U_2 также ограничены. Эти ограничения можно записать в виде:

$$0 \le U_1 \le U_{1\text{макс}}, \quad 0 \le U_2 \le U_{2\text{макс}}. \tag{1}$$

Кроме того, ограничения должны быть наложены на скорости изменения температуры θ_c и влажности W материала, так как слишком высокие градиенты этих параметров могут привести к повреждению материала. Эти ограничения представим в виде:

$$\left|\frac{d\theta}{dt}\right| \le B_1, \quad \left|\frac{d\theta}{dt}\right| \le B_2, \tag{2}$$

где B_1 и B_2 – заданные константы, величина которых зависит от вида материала, типа камеры и некоторых дополнительных технологических требований к процессу сушки.

Динамика процесса пропарки может быть описана дифференциальным уравнением пятого порядка, но это уравнение можно представить в виде системы дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно первых производных от фазовых координат. При этом в правых частях этих уравнений не должны присутствовать производные от управления U_1. Таким образом, объект управления описывается системой линейных уравнений пятого порядка, в каждое из которых входит лишь одна фазовая переменная:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= \lambda_1 x_1(t),\\
\dot{x}_2(t) &= \lambda_2 x_2(t),\\
\dot{x}_3(t) &= \lambda_3 x_3(t) + v_3 U_1(t),\\
\dot{x}_4(t) &= \lambda_4 x_4(t) + v_4 U_1(t),\\
\dot{x}_5(t) &= \lambda_5 x_5(t) + v_5 U_1(t).
\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где $\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{T_2}$, $\lambda_3 = -\frac{1}{T_3}$, $\lambda_4 = -\frac{1}{T_4}$, $\lambda_5 = -\frac{1}{T_{21}}$, а также $T_{21} = \frac{k_5 T_2 - k_2 k_{мс} T_5}{k_2 - k_{мс} k_5}$.

Коэффициенты v_i вычисляются из уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
v_1 &= v_2 = 0,\\
v_3 &= \frac{b_2}{(\lambda_3 - \lambda_4)(\lambda_3 - \lambda_5)},\\
v_4 &= \frac{b_2}{(\lambda_4 - \lambda_3)(\lambda_4 - \lambda_5)},\\
v_5 &= \frac{b_2}{(\lambda_5 - \lambda_3)(\lambda_5 - \lambda_4)}.
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$$b_2 = \frac{k_c}{T_1 \cdot T_3 \cdot T_{21}}, \quad k_c = \frac{k_1 k_2 k_3 k_5 (1 + k_{мс} k_{см})}{k_5 - k_2 k_{мс}}. \tag{5}$$

Для решения задачи минимизации расхода теплоносителя используем квадратичный функционал:

$$q = \int_0^T U_1^2(t)\,dt \to \min \tag{6}$$

Тогда задача оптимизации может быть сформулирована следующим образом: перевести объект, описываемый системой уравнений (3) из состояния $\bar{x}(0)$ в состояние $\bar{x}(t_k)$ за конечное время t_k таким образом, чтобы функционал (6) принимал наименьшее возможное значение при выполнении ограничения:

$$0 \le U_1 \le U_{1\text{макс}} \tag{7}$$

Для решения задачи с использованием принципа максимума Понтрягина запишем гамильтониан:

$$H = -U_1^2 + \psi_1\lambda_1 x_1 + \psi_2\lambda_2 x_2 + \psi_3(\lambda_3 x_3 + \nu_3 U_1) + \\ + \psi_4(\lambda_4 x_4 + \nu_4 U_1) + \psi_5(\lambda_5 x_5 + \nu_5 U_1) \qquad (8)$$

Из условия максимума гамильтониана H вдоль оптимальной траектории имеем:

$$-2U_1 + \nu_3\psi_3 + \nu_4\psi_4 + \nu_5\psi_5 = 0 \\ U_{1опт} = 0{,}5(\nu_3\psi_3 + \nu_4\psi_4 + \nu_5\psi_5). \qquad (9)$$

Уравнения сопряженной системы для вектор-функции $\overline{\psi}$ имеют одинаковую структуру и могут быть записаны в виде:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i} = -\lambda_i\psi_i \quad (i = 1 \div 5). \qquad (10)$$

Из уравнения (10) вытекает, что

$$\psi_i = \psi_{i0} e^{-\lambda_i t} \quad (i = 1 \div 5), \qquad (11)$$

где ψ_{i0} – начальные значения соответствующих компонент функции $\overline{\psi}$.Исходя из того, что координаты x_1, x_2 неуправляемы и изменяются только под действием начальных условий, следует представить граничные условия для координат x_3, x_4, x_5 через $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$. Таким образом оптимальное управление является непрерывной функцией времени.

Проверим наличие особых управлений. Для их существования необходимо, чтобы на каком-либо, хотя бы единственном, конечном интервале времени $[t_i, t_{i+1}]$ $(|t_{i+1} - t_i| \neq 0)$ выполнялось условие

$$\psi_3\nu_3 + \psi_4\nu_4 + \psi_5\nu_5 \equiv U_{1макс}. \qquad (12)$$

В принципе выполнение тождества (12) может иметь место, но для линейного объекта с квадратичным функционалом, который рассматривается в нашей задаче, таких особых управлений не существует [4]. Следовательно, оптимальное по расходу топлива управление по переводу объекта из начального в конечное состояние должно быть непрерывным.

Пример решения задачи оптимизации. Рассмотрим объект управления в виде сушильной камеры согласно структурной схеме, приведенной на рис. 1.

Пусть заданы следующие коэффициенты передачи соответствующих

звеньев:

$k_1 = 130$; $k_2 = 0{,}61$; $k_3 = 1$; $k_4 = 40$; $k_5 = 2$; $k_{мс} = 0{,}8$; $k_{см} = 0{,}75$.

И постоянные времени (в часах):

$T_1 = 1{,}12$; $T_2 = 1{,}17$; $T_3 = 2{,}33$; $T_4 = 0{,}33$; $T_5 = 0{,}83$; $T_6 = 1{,}84$; $T_{21} = 1{,}271$.

Тогда находим коэффициенты λ_i, ν_i и система дифференциальных уравнений запишется так:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -0{,}893 \cdot x_1(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -0{,}855 \cdot x_2(t), \\ \dot{x}_3(t) &= -0{,}429 \cdot x_3(t) + 54{,}34 \cdot U_1(t), \\ \dot{x}_4(t) &= -3{,}03 \cdot x_4(t) + 8{,}67 \cdot U_1(t), \\ \dot{x}_5(t) &= -0{,}787 \cdot x_5(t) - 63{,}01 \cdot U_1(t). \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Из системы дифференциальных уравнений (13) запишем матрицу A:

$$A = \begin{bmatrix} -0{,}893 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}855 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}429 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3{,}03 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}787 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

А матрица B будет иметь следующий вид:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 54{,}34 \\ 8{,}67 \\ -63{,}01 \end{bmatrix} \qquad (15)$$

Оптимальное управление ищется в виде:

$$\overline{u} = -k \cdot \overline{x}. \qquad (16)$$

В системе *MATLAB* пакета *Control Toolbox* существует встроенная функция *lqr* и *dlqr* (для дискретного процесса), позволяющая получить коэффициенты матрицы K , имея известные описанные выше матрицы A, B , R , Q . В простейшем случае это выглядит так:

$$K = lqr(\, A,B,R,Q \,) \qquad (17)$$

Для данного случая в соответствии с указанными матрицами A и B, а также единичными матрицами R и Q (в соответствии с видом функционала):

$$K = lqr(A, B, R, Q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0{,}761 & 0{,}06 & -0{,}653 \end{bmatrix} \qquad (18)$$

Тогда оптимальное управление запишется в виде:

$$u = 0{,}761 \cdot x_3 + 0{,}06 \cdot x_4 - 0{,}653 \cdot x_5 . \qquad (19)$$

Выводы. Решение задачи минимизации расхода теплоносителя для процесса сушки капиллярно-пористых материалов позволяет найти закон минимизирующий расход теплоносителя на этапе прогрева высушиваемого материала при заданных ограничениях на управление и скорость прогрева. Это легко реализуется с помощью системы MATLAB, которая обладает большими возможностями и инструментами решения задач анализа, синтеза и моделирования систем управления.

Список литературы: **1.** *Воронов В.Г., Гопп А.Ю.* «Синтез оптимального управления режимами теплофизической обработки» //Локальные автоматизированные системы автоматики и вычислительной техники – Киев, «Наукова думка» -1976. - с.10-36. **2.** *Воронов В.Г., Качанов П.А., Рогачёв А.И.,* Разработка алгоритма оптимального управления процессом нагрева при сушке капиллярно-пористых материалов // Труды Всесоюзной конференции «Актуальные направления развития сушки древесины. – Архангельск: ЦНИИМОД, 1980. – с.232-239. **3.** *Рогачёв А.И.* Минимизация расхода теплоносителя в объекте с вырожденной передаточной функцией //Интегрированные технологии и энергосбережение. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2003. -№1. – с.11-14. **4.** *Атанс М.А., Фалб П.Л.* Оптимальное управление. М., «Машиностроение», 1968.

Поступила в редколлегию 19.11.2007