УДК 621.002,658,338, 519.2

Н.Ю. Ламнауэр, Харьков, Украина

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ

Запропонована модель розподілу розмірів виробів з різною формою та з будь-яким номінальним розміром у полі допуску. Отримана формула для визначення оптимального налагодження верстату та розв'язано ряд практичних задач, що зв'язані з точністю виготовлення виробу

Ключові слова: точність, модель, оцінка, брак.

Предложена модель распределения размеров изделий с различной формой и с любым номинальным размером в поле допуска. Получена формула для определения оптимальной настройки станка и решен ряд практических задач, связанных с точностью изготовлением изделия.

Ключевые слова: точность, модель, оценка, брак.

A model of the size distribution of products with different shape and with any nominal size of the tolerance. A formula for determining the optimal settings the machine and solved a number of practical problems associated with precision manufacturing.

Keywords: accuracy, model, evaluation, defect.

Введение. Размеры деталей машин, приобретенные при обработке, определяют зазоры и натяги в соединениях, технические параметры изделий, влияющих на качество, надежность и экономические показатели производства. Поэтому необходимо уделять особое внимание величине размеров деталей машин. Исходя из конструктивных соображений, конструктор задает номинальное значение k_0, а также нижнее ei и верхнее es предельные стандартные значения размеров изделия. Во многих случаях номинальное значение не совпадает с серединой поля допуска [1]. Тем не менее, при несимметричном расположении поля допуска относительно номинального значения параметра, принимают его среднее значение, т.е. считают, что $k0=(ei+es)/2$. Данное допущение для точной обработки деталей машин приводит к некоторому количеству бракованных изделий, что оказывает влияние на экономические показатели производства. Поэтому возникла задача: « На какой размер необходимо настраивать станок, чтобы исключить полученный брак и улучшить качество изделия? Как оценить качество оборудования и саму величину брака?»

Модель распределения размеров. При изготовлении деталей машин точность размеров зависит от некоторого числа известных и неизвестных технологических факторов, которые влияют на точность обработки. Поэтому величина размеров x имеет вероятностный (стохастический) характер. Очевидно, что величина размеров должна быть физически ограниченной величиной, т. е. иметь нижний и верхний порог. Существующие вероятностно-статистические методы анализа точности обработки изделия, используют, в основном, усеченное нормальное распределение с вероятностью выхода раз-

меров за границы поля рассеяния 0,0027. При этом не вводят параметры усечения.

Проделанные профессором А. А. Маталиным исследования показали, что при высокой точности необходимо применять для величины размеров распределение Симпсона или равномерное распределение в зависимости от квалитета точности изготовления [3]. Предлагается модель погрешности размеров в виде:

$$f(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x\notin(b,c), \\ \dfrac{1+k}{c-b}\left[1-\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right)^{\frac{1}{k}}\right] & при \quad x\in[b,a], \\ \dfrac{1+k}{c-b}\left[1-\left(\dfrac{x-a}{c-a}\right)^{\frac{1}{k}}\right] & при \quad x\in(a,c], \end{cases} \tag{1}$$

где a – номинальный размер, b – нижний порог и n – верхний порог размера, k – параметр формы размеров.

Функция распределения для модели (1) имеет вид:

$$F(x)=\begin{cases} 0 & при \quad x\le b \\ \left\{x-b+k(x-a)\left[1-\left(\dfrac{x-a}{b-a}\right)^{\frac{1}{k}}\right]\right\}/(c-b) & при \quad b<x\le a \\ \left\{x-b+k(x-a)\left[1-\left(\dfrac{x-a}{c-a}\right)^{\frac{1}{k}}\right]\right\}/(c-b) & при \quad a<x\le c \\ 1 & при \quad x>c \end{cases} \tag{2}$$

Проведенный статистический анализ на массовых испытаниях по распределению размеров показал, что данная модель хорошо согласуется с экспериментальными данными и такая чувствительная характеристика к распределению как λ - характеристика [4] $\lambda=f(x)/(1-F(x))$ данного распределения практически совпадает с эмпирическими значениями λ - характеристики. Это значит, что данная модель (1) практически адекватна к истинной модели и может быть применима для решения практических задач. При частных значениях параметров модель (1) переходит в распределение Симпсона или в равномерное распределение.

Математическое ожидание плотности распределения (1) имеет вид:

$$M(X)=(b+c+2ka+kb+kc)/(4k+2) \tag{3}$$

Из (2) видно, что математическое ожидание зависит от параметра формы k.

Для различных параметров формы $0<k\le 1$ получаем различные плотности распределения, которые имеют форму от треугольной до равномерно

распределенной при $k\to 0$ (см. рис. 1.) . На рис. 1. $a=2$, $b=1$, $c=4$, для $k=1$ $M(X)=2,(3)$, а для $k=0,005$ $M(X)=2,49752475$.

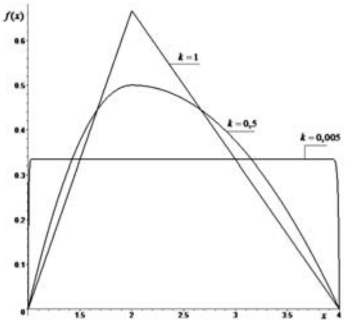

Рисунок 1 – Кривые плотности распределения размеров при различных параметрах формы *k*.

Обычно погрешность обработки для каждого станка известна, поэтому можно указать и границы допусков для станка при настроенном процессе, а, значит, найти форму размеров k. Эту форму необходимо иметь для настройки станка, так как величина размера настройки станка определяется математическим ожиданием (2). Эту форму можно найти, приравнивая математическое ожидание к среднему значению $\overline{x}$ размеров, полученных при массовых испытаниях обработки изделий.

$$k=\left(2\overline{x}-c-b\right)/\left(2a+b+c-4\overline{x}\right) \tag{4}$$

Таким образом, если известна форма распределения размеров k при заданных допусках на номинальный размер, то настройка станка осуществляется по формуле (2). Только в случае равномерного распределения размеров настройка станка осуществляется на середину поля допуска.

Так как область изменения случайной величины размера X ограничена слева и справа $(b\le X\le c)$, то для определения доли брака нужно определить расположение поля допуска 2δ и поле рассеяния размеров 2Δ. Если поле допусков задается, то поле рассеяния находится из проведенных исследований. Чтобы найти поле рассеяния $2\Delta=b-c$, нужно уметь находить оценки параметров модели (1) по результатам экспериментов.

Оценки параметров модели рассеяния размеров. Модель (1) имеет три параметра b, c, k и одно известное номинальное значение a. Для оценки параметров модели (1) применим предложенный метод в [5] с изме-

нениями его для трех параметров и с использованием формулу (4). Найдем математические ожидания порядковых статистик выборки объема два $\mu_{1:2}$, $\mu_{2:2}$ [6].

$$\mu_{2:2}=2\int_b^c xf(x)F(x)dx=(-6k^3a^2-20k^3c^2+7cbk^3+7k^3b^2-21k^3ac+33k^3ab-$$
$$-21k^2ac-38k^2c^2-6k^2a^2+16k^2cb+16k^2b^2+33k^2ab+6kab+11kcb-6kac+$$
$$+11kb^2-22kc^2-4c^2+2b^2+2cb)/(3(1+5k+6k^2)(3k+2)(b-c) \tag{5}$$

$$\mu_{1:2}=2\int_b^c xf(x)[1-F(x)]dx=-(7k^3c^2-47cbk^3+34k^3b^2+33k^3ac-21k^3ab-$$
$$-6k^3a^2+33k^2ac+18k^2c^2-6k^2a^2-65k^2cb+43k^2b^2-21k^2ab-6kab-$$
$$-28kcb+6kac+17kb^2+11kc^2+2c^2+2b^2-4cb)/(3(1+5k+6k^2)(3k+2)(b-c) \tag{6}$$

Подставляя в (5) и в (6) вместо параметра формы k выражение (4) с заданным числом $a=k0$, получаем два выражения $\mu_{1:2}$, $\mu_{2:2}$ с двумя неизвестными: b и c. Эти неизвестные найдем из системы уравнений

$$\begin{cases} \mu_{1:2}=\dfrac{2}{n(n-1)}\displaystyle\sum_{i=0}^{n-2}(n-1-i)x_{(i+1)}, \\ \mu_{2:2}=\dfrac{2}{n(n-1)}\displaystyle\sum_{i=0}^{n-2}(1+i)x_{(i+2)}, \end{cases}$$

где $x_{(i)}$ – *i*-тая порядковая статистика выборки объема *n*.

Проведенное статистическое моделирование при объемах выборки *n=15* показало, что оценки, полученные этим методом, близки к заданным значениям. Отсюда следует, что этот метод применим для оценки параметров *b*, c и k модели (1). В системе MAPLE разработана программа, позволяющая находить оценки параметров модели (1) b, c и k.

Оценка величин брака. Любой процесс изготовления деталей или изделия обязан учитывать экономическую эффективность выпускаемой продукции. Величина процента брака, а также выбранного излишне точного оборудования может значительно влиять на экономическую эффективность производства. Поэтому оценка величины брака и нахождение поля рассеяния размеров деталей или изделий имеет большое значение на производстве.

Полученная разность c_i-b_i оценок параметров модели (1) служит оценкой поля рассеяния размеров изделий, а сами оценки b_i и c_i определяют место расположения относительно заданных значений ei и es. На рис. 2. представлены расположения оценок b_i и c_i.

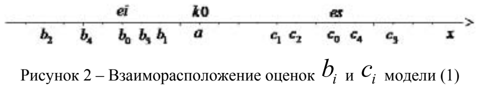

Рисунок 2 – Взаиморасположение оценок b_i и c_i модели (1)

Если $ei = b_0$ и $es = c_0$, то имеется идеальный случай изготовления изделий. Интервал $(b_1; c_1)$ говорит о том, что брака нет, но может быть выбрано оборудование излишне точное. Оценки b_2 и c_2 говорят о том, что есть неустранимый брак, вероятность которого определяется по формуле (2)

$$P(b_2 < x \le ei) = ei - b_2 + k(ei - a)\left[1 - \left(\frac{ei - a}{b_2 - a}\right)^{\frac{1}{k}}\right]$$

Оценки b_3 и c_3 дают устранимый брак, вероятность которого определяется по формуле

$$P(es < x \le c_3) = c_3 - es - k(es - a)\left[1 - \left(\frac{es - a}{c_3 - a}\right)^{\frac{1}{k}}\right]$$

Интервал $(b_4; c_4)$ говорит о том, что имеется устранимый и неустранимый брак, вероятность которого определяется по формуле

$$P(es < x \le c_4) + P(b_4 < x \le ei) = c_4 - es - k(es - a)\left[1 - \left(\frac{es - a}{c_4 - a}\right)^{\frac{1}{k}}\right] +$$

$$+ ei - b_4 + k(ei - a)\left[1 - \left(\frac{ei - a}{b_4 - a}\right)^{\frac{1}{k}}\right]$$

Выводы:

1. Предложенная модель (1) размеров изделий практически адекватна имеющимся размерам изделий, полученных экспериментально.
2. Модель (1) имеет различную форму распределения k и различное расположение номинального размера в поле допуска.
3. Разработан достаточно точный метод получения оценок параметров модели (1).
4. С помощью данной модели (1) и полученных оценок ее параметров определяется установочный размер для обработки изделия с наилучшим значением.
5. Получены формулы, определяющие вероятность устранимого и неустранимого брака, и определения поля рассеяния размеров.

Список использованных источников: 1. ГОСТ 25347-82. ЕСДП. Поля допусков и рекомендованные посадки. [Текст]. — Введ.1983-01-07. — М.: Изд-во стандартов, 1983. — 27 с. 2.ГОСТ 25346-89 ЕСДП. Общие положения, ряды допусков и основных отклонений. [Текст]. — Введ.1990-01-07. — М.: Изд-во стандартов, 1990. — 25 с. 3. Маталин А.А. Технология машиностроения: Учебник для машиностроительных вузов по специальности «Технология, металлорежущие станки и инструменты». [Текст] / А.А. Маталин -Л.: Машиностроение, 1985. 496с. 4. Ламнауэр Н.Ю. Технологическое обеспечение качества соединений по параметру биения [Текст] / Н.Ю. Ламнауэр // Вестник Национального технического университета «ХПИ». -2005. -Вып.57. -С.56-61. 5. Ламнауэр Н.Ю. Экономический вопрос выбора технологии финишной обработки изделий в машиностроении [Текст] / Н.Ю. Ламнауэр // Вестник Национального технического университета «ХПИ». -2008. -Вып.1. -С.113-120. 6. Дейвид Г. Порядковые статистики [Текст]: пер. с англ. под ред. В.В.Петрова; – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. -336с.

Поступила в редколлегию 15.06.2012