Шуруб Ю.В. **Україна**

Інститут електродинаміки НАН України

КЛАСИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ВИПАДКОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ

Широкий клас електроприводів, зокрема тих, що використовуються в механізмах сільськогосподарського та комунального призначення, мають стохастичні моменти навантаження, які суттєво погіршують техніко-економічні показники роботи таких електроприводів. Підвищити ефективність їх роботи можливо за рахунок створення замкнутих систем із статистично оптимальними регуляторами, структура яких залежить від статистичних характеристик навантаження. Класифікація таких моментів навантаження дозволяє формалізувати задачі синтезу регуляторів електроприводів не для кожної окремої робочої машини, а для визначених класів машин.

Дослідження випадкових процесів навантаження багатьох асинхронних електроприводів машин сільськогосподарського призначення, проведений сумісно з Національним науковим центром «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства» УААН, показав, що вони можуть бути апроксимовані нормальним законом розподілення

$$\omega(M_c) = \frac{1}{\sigma_{M_c}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(M_c - m_{M_c})^2}{2\sigma^2_{M_c}}}, \tag{1}$$

де $\omega(M_c)$ - густина розподілення ймовірностей моменту навантаження;

$\sigma_{M_c} = \sqrt{D_{M_c}}$ - середньоквадратичне відхилення моменту навантаження;

D_{M_c} - дисперсія моменту навантаження, що визначається за формулою: $D_{x_i}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T [\overset{0}{x_i}(t)]^2 dt$;

m_{M_c} - математичне сподівання моменту навантаження, що визначається за формулою: $m_{x_i}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T x_i(t)dt$.

Якщо подати випадкові процеси зміни навантаження M_C у вигляді суми $M_C = m_{Mc} + \overset{0}{M}_C$ математичного сподівання m_{Mc} (середнього значення) та центрованого випадкового процесу $\overset{0}{M}_C = M_C - m_{Mc}$, то вони можуть бути віднесені до одного з трьох видів:

- стаціонарні випадкові процеси, у яких математичне сподівання та дисперсія не залежать від часу та є постійними величинами $m_{Mc} = const$, $D_{\overset{0}{M}c} = const$;
- нестаціонарні випадкові процеси 1-го роду, у яких математичне сподівання є функцією часу $m_{Mc}(t) = \text{var}$, а дисперсія не залежить від часу і є постійною величиною $D_{\overset{0}{M}c} = const$;
- нестаціонарні випадкові процеси 2-го роду, у яких і математичне сподівання, і дисперсія є функціями часу $m_{Mc}(t) = \text{var}$, $D_{\overset{0}{M}c}(t) = \text{var}$.

При нестаціонарності 1-го роду зміна математичного сподівання в часі в свою чергу може бути подана як стаціонарний процес, і тоді загальний випадковий процес буде комбінацією двох стаціонарних процесів. При нестаціонарності 2-го роду зазвичай можливо виділити часові ділянки стаціонарності і побудувати кусково-стаціонарну модель процесу. Таким чином нестаціонарні випадкові процеси можуть бути зведені до стаціонарних та досліджуватись методами кореляційної теорії випадкових процесів.

Основними динамічними статистичними характеристиками кореляційної теорії випадкових процесів є кореляційна функція, яка визначає середнє значення добутку двох значень цього процесу, зсунутих на деякий проміжок часу τ

$$R_{M_c}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} \overset{0}{M}_c(t)\cdot \overset{0}{M}_c(t+\tau)dt, \tag{2}$$

та спектральна густина, що характеризує спектральний частотний склад процесу

$$S_{M_c}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left|\overset{0}{M}_c(j\omega)\right|^2, \tag{3}$$

де $\overset{0}{M}_c(j\omega)$ - зображення Фур`є функції $\overset{0}{M}_c(t)$, що описує одну досить довгу реалізацію центрованого випадкового процесу навантаження.

Аналіз реалізацій моментів навантаження деяких робочих машин сільськогосподарського та комунального призначень показав, що за динамічними статистичними характеристиками вони можуть бути апроксимовані чотирма видами випадкових функцій (табл.): з кореляційною функцією у вигляді дельта-функції, з експоненціальною кореляційною функцією, з експоненціально-косинусною кореляційною функцією, із сумою експоненціально-косинусних кореляційних функцій. Оцінка стаціонарності та ергодичності процесів або окремих ділянок процесу при нестаціонарності 2-го роду проводилась за умовою прямування кореляційної функції до нуля $R(\tau) \to 0$ при $\tau \to \infty$.

Таблиця. Статистичні характеристики типових навантажень асинхронних електроприводів

Вид кореляційної функції навантаження	Кореляційна функції	Спектральна густина
Дельта-функкія	$R(\tau) = N \cdot \delta(t)$	$S(\omega) = \frac{N}{2\pi}$
Експоненціальна	$R(\tau) = De^{-\alpha\lvert\tau\rvert}$	$S(\omega) = \frac{D\alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}$
Експоненціально-косинусна	$R(\tau) = De^{-\alpha\lvert\tau\rvert} \cos\beta\tau$	$S(\omega) = \frac{D}{\pi}\left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega+\beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega-\beta)^2}\right]$
Сума експоненціально-косинусних	$R(\tau) = \sum_{i=0}^{n} D_i e^{-\alpha_i\lvert\tau\rvert} \cos\beta_i\tau$	$S(\omega) = \sum_{i=0}^{n} \frac{D_i}{\pi}\left[\frac{\alpha_i}{\alpha_i^2 + (\omega+\beta_i)^2} + \frac{\alpha_i}{\alpha_i^2 + (\omega-\beta_i)^2}\right]$

Для статистичо оптимального синтезу регуляторів електроприводів при дії стохастичних навантажень вхідну збурюючу дію – момент навантаження $M_c(t)$ - доцільно подати у вигляді суми середнього значення $\overline{M_c}(t)$ та центрованого випадкового процесу $\overset{0}{M}_c(t)$, флуктуації коливань якого відбуваються навколо цього середнього значення.

Відтворення реалізацій центрованого випадкового процесу із заданими статистичними характеристиками може бути здійснено як результат проходження «білого» шуму через деяку динамічну систему, що отримала назву «формуючий фільтр», структура та параметри якої визначаються видом випадкового процесу. Так, для навантаження, що має експоненціальну кореляційну функцію та відповідну спектральну густину передаточною функцією формуючого фільтру буде передаточна функція інерційної ланки

$$W_{ФФ}(s) = \frac{\sqrt{2\pi D\alpha}}{\sqrt{N}(s+\alpha)} \quad . \tag{4}$$

Для навантаження, що має експоненціально-косинусну кореляційну функцію та відповідну спектральну густину передаточною функцію формуючого фільтру буде передаточна функція послідовного з`єднання форсуючої ланки та аперіодичної ланки другого порядку

$$W_{ФФ}(s) = \frac{\sqrt{2\pi D\alpha}(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + s)}{\sqrt{N}(s^2 + 2\alpha s + (\alpha^2 + \beta^2)}. \tag{5}$$

У випадку, коли навантаження має постійну спектральну густину, на вхід моделі асинхронного двигуна подається безпосередньо сигнал від генератора білого шуму із заданою інтенсивністю і формуючий фільтр в моделі навантаження не є потрібним.

Сумісна модель електроприводу та навантаження дозволяє застосовувати до замкнутих систем електроприводів методи статистично оптимального синтезу систем автоматичного регулювання.