ния поршневых насосов // Труды 13-й Международной научно-технической конференции. Физические и компьютерные технологии. – Харьков: ХНПК "ФЭД", 2007. – С. 8-20.

5. Новиков Ф.В., Рябенков И.А. Теоретический анализ условий повышения качества обработки по температурному критерию // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. – Х.: ХНТУСГ. – 2007. – Вип. 61. – С. 164-171.

УДК 539.3

МЕТОДИКА АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ВИБРАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Разработаны методики анализа чувствительности динамических характеристик систем к отклонению геометрических и физико-механических параметров. Полученные результаты можно применить при проектировании, вибродиагностике, назначении полей допусков на изготовление, идентификации математической модели различных конструкций.

Э.А. Симсон
Доктор технических наук, профессор*
Лауреат Государственной премии Украины в области науки и техники
Контактный тел.: (057) 706-32-53

С.А. Назаренко
Кандидат технических наук*

М.В. Трохман
Аспирантка*
Контактный тел.: (057) 720-23-75
e-mail: mair_777@mail.ru

*Кафедра «Сопротивление материалов»
Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»
ул. Фрунзе, 21, м. Харков, 61002, Украина
Контактный тел.: (057) 720-23-75

Прогресс во многих областях науки и промышленности неразрывно связан с высоким уровнем анализа и синтеза динамических параметров механических систем, определяющих характеристики надежности и ресурса, соблюдения норм безопасности труда, норм виброакустических полей машин, вибронагрузок на фундаменты, точности работы механизмов, обеспечения виброконтролепригодности и т.д. [1,2]. Типичным и чрезвычайно распространенным классом машиностроительных конструкций, для которых необходимо предотвратить или свести к минимуму резонансные явления на стадии проектирования, являются лопаточные машины [3]. При проектировании ультразвуковых систем и других приборов и установок, реализующих вибрационные технологии, наоборот, необходимо, как правило, обеспечить предельно допустимое развитие резонансных колебаний. Анализ чувствительности является промежуточным этапом исследований между расчетом и оптимизацией, позволяя комплексно производить оценку направления и скорости изменения функционалов качества конструкций при изменении варьируемых параметров без модификации всей модели [4]. Анализ чувствительности позволяет, с одной стороны, производить оперативные оценочные расчеты большого числа вариантов конструкций; с другой стороны, эффективно построить улучшенную вариацию системы в системах оптимального автоматизированного и интерактивного проектирования.

Целью проведенных исследований была разработка методик анализа чувствительности динамических характеристик механических систем к отклонению геометрических и физико–механических параметров на основе уточненных и эффективных моделей. Практическое решение реальных промышленных задач механики, как правило, сводится к решению систем дифференциальных уравнений в частных производных. Обобщенное уравнение движения различных математических моделей элементов конструкций, от одномерной до трехмерной, запишем следующим образом

$$Д\left[\vec{V}\right] = У\left[\vec{V}\right] + И\left[\vec{V}\right] + \vec{R}\left[\overleftarrow{\vec{V}}\right] - \vec{f} = 0,$$

где $\vec{x}$ – координатный вектор, $\vec{V}(\vec{x},t)$ – обобщенный вектор перемещений, У – оператор жесткостных характеристик, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий и условий сопряжения; И – инерционный оператор, $\vec{R}$ – оператор диссипативных сил, описывающий механический гистерезис материала (стрелки обозначают несовпадение ветвей нагрузки и разгрузки на графике обобщенная диссипативная сила – обобщенное перемещение); $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x},t)$ – вектор нагрузок (может быть заданным, зависящим от взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), случайным). Для упругого тела можно записать $У\left[\vec{V}\right]=K\vec{V},\ \left[\vec{V}\right]=M\frac{\partial^2\vec{V}}{\partial t^2}$, где K, M – линейные положительно определенные матричные операторы, в формулировку которых входит вектор (или вектор – функция) варьируемых параметров системы $\vec{u}$ (характеристики физико–механических свойств материалов, присоединенных масс, жесткости, управляющих нагрузок, геометрические размеры и т.д.). Конкретный вид операторов K, M для выбранной математической модели можно получить на основе общих вариационных принципов, а оператора $\vec{\vec{R}}$ – после дополнительного уточнения модели трения (линейная, амплитудно – и частотно – независимая, амплитудно – зависимая гистерезисная).

Были разработаны две методики анализа чувствительности. Первый подход предполагает следующую последовательность вычислительных этапов: 1) конечноэлементная (КЭ) дискретизация задачи анализа; 2) введение вектора сопряженных переменных $\vec{\psi}$; 3) введение пространства варьируемых переменных; 4) вычисление градиентов от функционалов качества конструкций. Формально расчет вынужденных колебаний под воздействием гармонического возбуждения (или гармонической составляющей)

$$K(\vec{u})\vec{V}+\vec{\vec{R}}\left[\vec{u},\vec{V},\dot{\vec{V}}\right]+M(\vec{u})\ddot{\vec{V}}=\vec{F}_c\cos\omega t+\vec{F}_s\sin\omega t \qquad (1)$$

проводится в соответствии с подходом, использующим разложение в ряд по собственным формам и итерационное формирование матрицы демпфирования. При этом необходимо иметь в виду, что по многим причинам практически отсутствует достоверная расчетная информация о характере демпфирования и амплитудно–фазово–частотном характере нагрузок. Поэтому на данном этапе рассмотрение характеристик вынужденных колебаний в качестве критериев оптимальности практически ненадежно для использования в реальном процессе проектирования, и в качестве основных динамических критериев принимаются отстройка от опасных резонансов в нижней части спектра, смещение остающихся резонансов в область более высоких гармоник нагрузок.

Для случая простого резонанса (разреженный спектр – малое трение) решение (1) записывается в виде $\vec{V}=a\cos(\theta)\vec{y}$, где $\vec{y}$ – нормированная резонирующая форма колебаний $(\vec{y}\cdot M\vec{y})=1$. Решение задачи анализа чувствительности конструкций в резонансном и околорезонансном состоянии сводится к исследованию функционалов, зависящих от резонирующей собственной (частоты и) формы колебаний $J(\vec{u},\vec{y})$

$$[K-\lambda M]\vec{y}=\vec{0},\qquad \lambda=\omega^2,\qquad [K-\lambda M]\vec{\psi}=-\frac{\partial J}{\partial\vec{y}}.$$

Если рассматриваемый функционал зависит от нормировки резонирующей собственной формы $\vec{y}^T\partial J/\partial\vec{y}=\mu^*\neq 0$, то условие нормировки вовлекается в структуру соотношений анализа чувствительности:

$$[K-\lambda M]\vec{y}=\vec{0},\ [K-\lambda M]\vec{\psi}=\frac{\partial J}{\partial\vec{y}}-\mu^*M\vec{y},\ \vec{\psi}^TM\vec{y}=0;$$

$$H=\vec{\psi}^T[K-\lambda M]\vec{y}-(J-\mu^*\vec{y}^TM\vec{y}),\ \vec{\nabla}_uJ=-\frac{\partial H}{\partial\vec{u}}$$

Для случаев, когда частота гармонического нагружения ω в обобщенном уравнении (1) достаточно удалена от ближайших собственных частот, можно пренебречь силами малого внутреннего трения. Матричное уравнение колебаний для косинусной и синусной составляющих нагрузки принимает вид:

$$\left[K(\vec{u})-\omega^2M(\vec{u})\right]\vec{y}_{C,S}=\vec{F}_{C,S}(\vec{u}).$$

Учитывая, что матрица динамической жесткости в этом случае – невырожденная, исходная и сопряженная задачи интегрального динамического функционала не содержат особенностей:

$$J=\int_0^{\tau}f\left(\vec{u},\vec{y}_C\cos\omega t+\vec{y}_S\sin\omega t\right)dt=J\left(\vec{u},\vec{y}_C,\vec{y}_S\right),$$

$$\left[K-\omega^2M\right]\vec{\psi}_{C,S}=\vec{\nabla}_{C,S}J;\ \vec{\nabla}_CJ=\frac{\partial J}{\partial\vec{y}_C},\ \ \vec{\nabla}_SJ=\frac{\partial J}{\partial\vec{y}_S}.$$

Выражение для гамильтониана H и коэффициентов чувствительности приобретают следующий вид:

$$H=\sum_{C,S}\vec{\psi}^T_{C,S}\left[K-\omega^2M\right]\vec{y}_{C,S}-\vec{\psi}^T_{C,S}-J;$$

$$\vec{\nabla}_uJ=\left\{-\frac{\partial H}{\partial u_i},i=\overline{1,n}\right\}.$$

В случае линейного амплитудно – и частотно – независимого рассеяния энергии, когда амплитудные составляющие при резонирующих формах выражаются аналитически через те же собственные формы, резонансные характеристики выражаются явно в виде

$$J_p=J\left(a_i,b_i,\vec{y}_i\right)=J\left(\vec{p}_i,\omega_i,\vec{y}_i\right)=J\left(\vec{y}_i,\omega_i\right)_{i=\overline{1,n}}.$$

$$[K-\lambda_iM]\vec{y}_i=0;\qquad [K-\lambda M]\vec{\psi}_i=\frac{\partial J}{\partial\vec{y}_i}-\mu_i^*M\vec{y}_i;$$

Для случая совместного управления спектром резонансных частот (отстройка – настройка) и резонансным состоянием (J):

$$H=\sum_{i=1}^{N}k_i\vec{y}_i^T[K-\lambda M]\vec{y}_i+\sum_{i=1}^{N}\left(\vec{\psi}^T_{\cdot,i}[K-\lambda M]\vec{y}_i+\mu_i^*\vec{y}_i^TM\vec{y}_i\right)-J;$$

$$\vec{\nabla}_uJ=\left\{-H'_{uj},j=\overline{1,n}\right\}$$

При этом N "общих гамильтонианов" H_i^o отвечает за управление собственными частотами $\lambda_i=\omega_i^2,i=1,N$, а частный гамильтониан $H_i'=\sum_{i=1}^{N}\left(\vec{\psi}^T_{\cdot,i}[K-\lambda M]\vec{y}_i+\mu_i^*\vec{y}_i^TM\vec{y}_i\right)-J$ за управление функционалом резонансного состояния в системе с плотным спектром (следствие π_λ – теоремы для случая "удержания" в решении обобщенного уравнения колебаний N резонирующих собственных форм).

Во второй методике сопряженные переменные вводятся непосредственно для вариационной или дифференциальной формулировки исходной задачи ана-

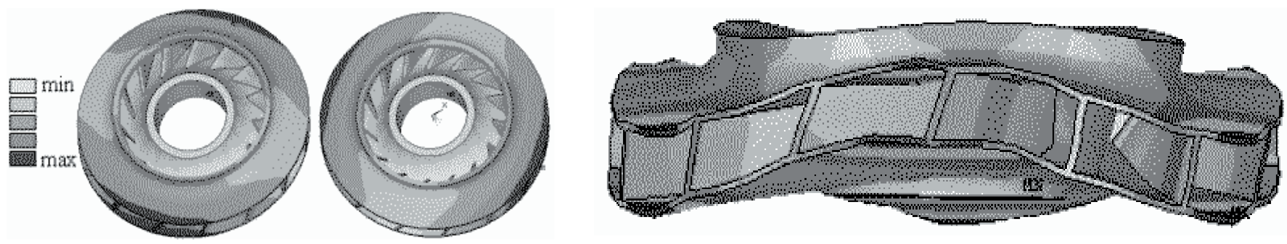

Рисунок 1. Анализ чувствительности 1, 2, 7 собственных частот. рабочего колеса первой ступени центробежного газоперекачивающего турбокомпрессора к изменению распределения приведенного модуля упругости (жесткостным характеристикам). При исследованиях использовались трехмерные КЭ.

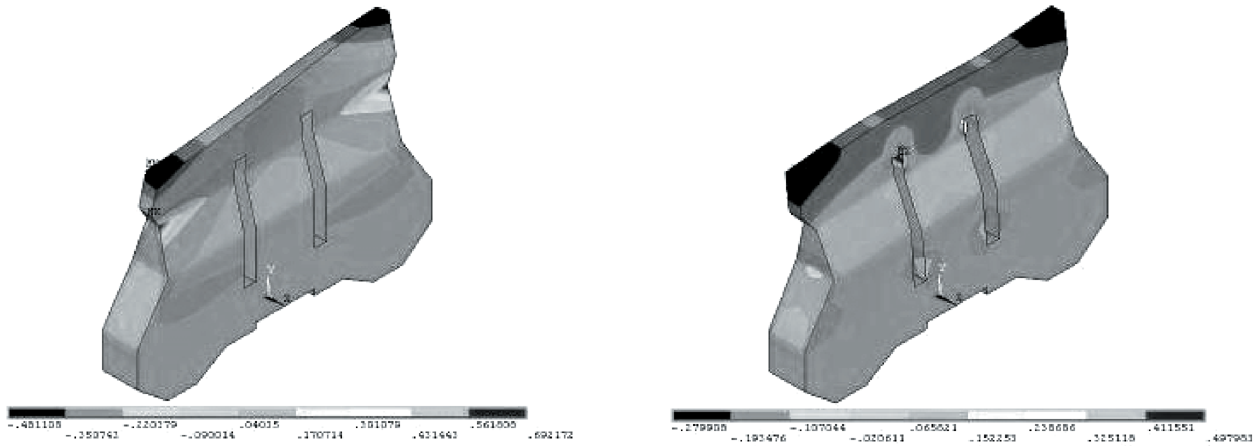

Рисунок 2. Анализ чувствительности 2, 5 собственных частот ультразвукового сварочного сонотрода к добавлению материала (нормальным перемещениям точек поверхности). При исследованиях использовались трехмерные КЭ.

лиза. После чего редукция исходной и сопряженной задач (переход от непрерывных переменных к дискретным с одновременным избавлением от операций дифференцирования и\или интегрирования), а также варьируемых функций формы механического элемента или конструкции (введение понятия материальной производной) может выполняться как три формально несвязанных этапа. Основные разрешающие уравнения для процессов, изменяющихся во времени, могут быть непосредственно получены из обобщенного вариационного принципа Гамильтона–Остроградского. Задачи на собственное значение λ (собственные колебания и потеря устойчивости) можно формально представить вариационным уравнением вида

$$a_u(y,z)= \lambda\, b_u(y,z) \qquad (2)$$

для всех z из пространства Z гладких кинематически допустимых обобщенных перемещений; $a_u(y,z)$, $b_u(y,z)$ – соответствующие положительно определенные и непрерывные билинейные формы. Поскольку уравнение (2) однородно по y, необходимо добавить условие нормировки $b_u(y,y)=1$ для определения собственной функции единственным образом. Варьируя по u обе части уравнения(5), учитывая свойства симметрии $a_u(y,z)$ и $b_u(y,z)$; z=y; отбрасывая члены, равные 0; получим формулу для вычисления производной некратного собственного значения

$$\lambda'=a'_u(y,y)-\lambda\, b'_u(y,y).$$

Преимуществом второй методики является то, что используются поля обобщенных перемещений, а не узловые параметры, определяемые матричными уравнениями.

На рис. 1 и 2 с целью демонстрации предлагаемых подходов приведены примеры решенных задач. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности конструкций. Светлыми тонами показана зона близких к нулю коэффициентов чувствительности, темными – экстремальных. Для оперативной оценки изменения механических показателей вычисляется двумерный интеграл от соответствующей функциональной производной по области конструкций и весовой функции «реконструкции « геометрии и свойств материала.

Полученные результаты можно применить при проектировании, вибродиагностике и неразрушающем контроле, стохастическом анализе геометрических параметров, назначении полей допусков на изготовление, корректировке или идентификации математической модели различных конструкций.

Литература

1. Xianmin Zhang, Changjian Shao, Yunwen Shen and Arthur G. Erdman. Complex Mode Dynamic Analysis of Flexible Mechanism Systems with Piezoelectric Sensors and Actuators// Multibody System Dynamics – №1. – 2002 – P. 51–70.
2. Мигаль В. Д. Принципы и алгоритмы проектирования транспортных машин на заданный ресурс по вибрационным характеристикам// Вестник ХНАДУ. – №24. –2004. – С. 15–20.

3.Олейник А.Г., Прибора Т.И., Тихомиров В.В., Шереметьев А.В. Оптимизация геометрии рабочего колеса компрессора с применением расчетов МКЭ в трехмерной постановке// Вестник двигателестроения ЗНТУ.– №4–2004.–С.23–28.

4.Симсон Э.А., Назаренко С.А., Зюзин А.Ю., Любецкая В.Б. Анализ чувствительности для конечноэлементных моделей конструкций// Вестник НТУ «ХПИ». – № 8 – 2003. – С. 77–82.

УДК 539.3

ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ В ХРУПКОМ И ПЛАСТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Предложены условия нарушения прочности материалов в хрупком и пластическом состоянии, вытекающие из натурального критерия, которые учитывают влияние на прочность всех трех главных напряжений и деформаций, и физическую природу деформаций (сдвиг, отрыв).

А.Е. Цыбулько
Инженер*
Контактный телефон: (06264) 7-82-03

Д.Е. Бахтин
Инженер*
Контактный телефон: (06264) 7-89-93

Е.А. Романенко
Инженер*
Контактный телефон: (06264) 7-82-35

*ЗАО «Новокраматорский машиностроительный завод»
ул. Орджоникидзе 5, г. Краматорск, 84305

Ведение

В настоящее время существенно изменилось представление о современных проблемах прочности. Прежде всего, это связано с использованием новейших открытий в области физики и механики. При этом нормальные эксплуатационные условия работы элементов конструкций переходят в область экстремальных как в отношении интенсивности внешней среды, так и уровня силового воздействия.

К числу экстремальных условий, существенным образом интенсифицирующих разупрочнение материалов в эксплуатации, относятся достаточно высокие (до 4000 К) и весьма низкие температуры (до температуры жидкого гелия – около 4 К).

Под воздействием этих факторов и в сочетании с другими, материал элементов конструкций может приобретать пластические или хрупкие свойства, что в свою очередь приводит к необходимости разработки надежных критериев, определяющих нарушение прочности материала в пластическом и хрупком состоянии [1].

Отметим, что в работе [2] приводится гипотеза А.Ф.Липатова, основанная на учете изменчивости хрупко-пластических свойств материала в зависимости от шарового тензора: с увеличением всестороннего сжатия хрупкий материал приобретает пластические свойства и, начиная с определенной величины гидростатического давления, ведет себя как пластическое тело, разрушаясь при значительных деформациях. В условиях всестороннего растяжения пластичный материал может разрушаться хрупко, при этом деформации формоизменения практически отсутствуют.

Этот вопрос требует специального исследования, но всегда следует иметь в виду, что один и тот же материал при одних напряженных состояниях течет, а при других – хрупко разрушается. Общая тенденция такова, что для напряженных состояний, при которых материал течет характерно наличие больших сжимающих напряжений, а хрупкое разрушение характерно для нагружений, при которых напряжения положительны.

Наиболее опасным, безусловно, является хрупкое состояние материала. Это достаточно очевидно, поскольку внезапное повышение напряжений, в этом случае, может вызывать прямое разрушение детали или конструкции, а не появление некоторых остаточных деформаций , в случае пластического состояния материала.

Практика инженерных расчетов показывает, что основным параметром, на который до сих пор часто ориентируются при выборе критерия прочности, является остаточная деформация при разрушении. В зависимости от величины этой деформации материалы подразделяются на хрупкие и пластичные. Однако такое деление является условным, поскольку величина остаточной деформации зависит, прежде всего, от вида напряженного состояния на поверхности разрушения.