

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторної роботи

«Дослідження магнітного поля соленоїда»

з дисципліни «Фізика»

для студентів усіх спеціальностей та усіх форм навчання

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 3 від 30.10.2025р.

Харків
НТУ «ХПІ»

2026

Методичні вказівки до лабораторної роботи «Дослідження магнітного поля соленоїда» з дисципліни «Фізика» для студентів усіх спеціальностей та усіх форм навчання / уклад: О. М. Андреев, О. М. Андреева, А. О. Перетяцько – Харків: НТУ «ХПІ» – 38 с.

Укладачі: О. М. Андреев
О. М. Андреева
А. О. Перетяцько

Рецензент К. О. Мінакова

Кафедра фізики

ПЕРЕДМОВА

Магнітне поле електричних струмів є одним із базових об'єктів класичної фізики та відіграє важливу роль у поясненні широкого кола природних явищ і технічних процесів. Розуміння закономірностей утворення та властивостей магнітного поля дозволяє пояснювати принципи роботи електротехнічних і електронних пристроїв, що широко застосовуються в енергетиці, автоматизації, вимірювальній техніці та сучасних інформаційних системах. У зв'язку з цим опанування методів експериментального дослідження магнітного поля є необхідним елементом підготовки фахівців інженерного профілю.

Серед різних конфігурацій провідників зі струмом особливе місце посідає соленоїд — котушка зі струмом, у внутрішньому просторі якої за певних умов формується майже однорідне магнітне поле. Така особливість соленоїда, дозволяє з його допомогою експериментально перевірити основні співвідношення магнітостатики та їх наслідки.

У межах даної лабораторної роботи експериментально досліджується залежність індукції магнітного поля соленоїда від сили електричного струму, а також визначається кількість витків соленоїда на одиницю його довжини. Значну увагу приділено вивченню векторного характеру магнітного поля, просторової орієнтації вектора магнітної індукції та аналізу похибок експериментальних вимірювань. Теоретична частина методичних вказівок містить систематизований виклад основних законів і теорем магнітостатики, необхідних для розуміння фізичних процесів і обґрунтування експериментальних результатів.

Експериментальні дослідження виконуються з використанням створеної лабораторної установки на базі мікроконтролерів і цифрового датчика магнітного поля, що забезпечує безпосереднє вимірювання проєкцій вектора магнітної індукції, високу точність експерименту та можливість автоматизованої обробки даних. Поєднання класичної теоретичної бази з сучасними засобами вимірювання сприяє формуванню у студентів цілісного уявлення про взаємозв'язок між математичними моделями та реальними фізичними процесами.

Методичні вказівки можуть бути використані як під час аудиторних лабораторних занять, так і для самостійної підготовки студентів до виконання лабораторної роботи та опрацювання експериментальних результатів.

ДОСЛІДЖЕННЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОЇДА

Мета роботи: експериментально дослідити індукцію магнітного поля всередині соленоїда за різних значень сили електричного струму та визначити кількість витків соленоїда на одиницю його довжини.

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

1. Магнітне поле. Магнітне поле рухомого заряду

З багатьох дослідів відомо, що джерелом магнітного поля, так само як і об'єктом впливу магнітного поля, є рухомі електричні заряди. На нерухомий електричний заряд магнітне поле не діє, а відповідно – нерухомий електричний заряд магнітного поля не створює. Якщо заряд q рухається в магнітному полі зі швидкістю \vec{v} (рис. 1, а), то магнітна сила \vec{F}_L , яка діє на заряд з боку поля, називається силою Лоренца:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (1)$$

де вектор \vec{B} характеризує силову дію магнітного поля на рухомий електричний заряд, цю величину називають індукцією магнітного поля. Одиниця вимірювання індукції магнітного поля є тесла (Тл), розмірність індукції: $\dim B = M I^{-1} T^{-2}$.

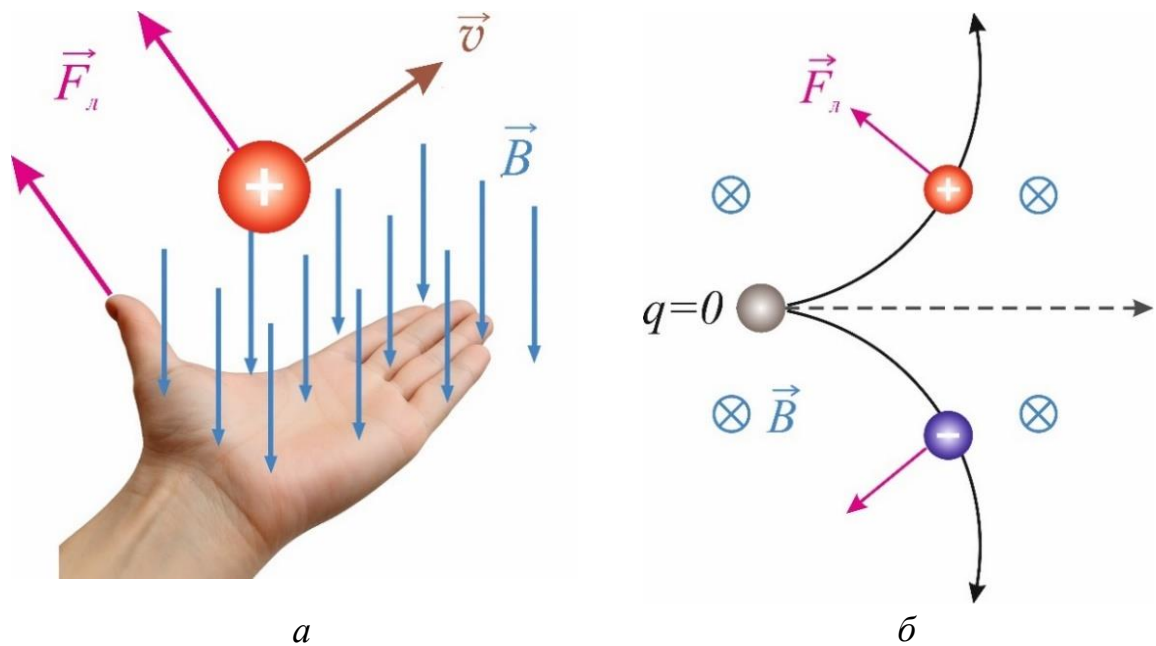


Рисунок 1

Сила Лоренца (1) завжди перпендикулярна швидкості з якою рухається заряджена частинка, тому на відмінну від сили, яка діє на заряд з боку електричного поля ($\vec{F} = q\vec{E}$, де \vec{E} – вектор напруженості електричного поля), магнітна сила роботи над зарядом не здійснює (гіроскопічна сила). Для визначення напрямку сили Лоренца, можна скористатися правилом лівої руки (рис. 1, а): ліву руку необхідно розташувати так, щоб лінії магнітного поля входили в долоню, а чотири пальці були спрямовані в напрямі руху позитивно зарядженої частинки (швидкості), то відставлений великий палець покаже напрям сили Лоренца, яка діє на заряд у магнітному полі (для негативного заряду сила буде протилежною до напрямку, показаного великим пальцем). Таким чином, якщо вектор швидкості зарядженої частинки, яка потрапляє у магнітне поле перпендикулярний вектору \vec{B} , то частинка буде рухатися по коловій траєкторії в напрямку, якій буде залежати від знаку електричного заряду (рис. 1, б).

Магнітне поле може бути представлено графічно за допомогою силових ліній (рис. 2, а), або ліній індукції (ліній вектора \vec{B}). Лініями індукції називають лінії, напрям дотичних до яких в кожній точці збігається з напрямом вектора \vec{B} . Оскільки в кожній точці поля вектор індукції має певний напрям, то силові лінії ні де не перетинаються, крім того, силові лінії магнітного поля (рис. 2, б) є завжди замкненими або прямують у нескінченність (замкненість силових ліній означає, що в природі не існує джерел магнітного поля у вигляді магнітних зарядів, які були б аналогами електричних зарядів). Густина силових ліній (рис. 2, а) пропорційна модулю магнітної індукції ($B_1 > B_2$).

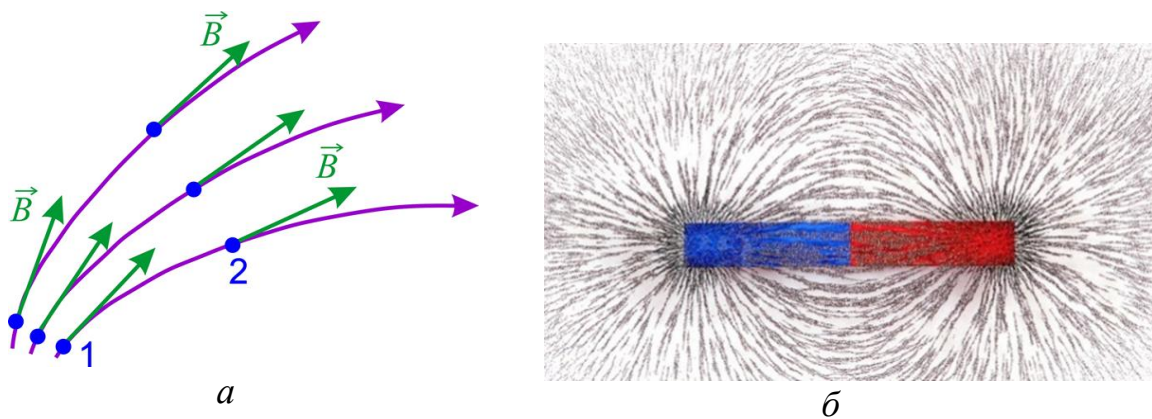


Рисунок 2

Спочатку розглянемо магнітне поле точкового заряду q , що рухається прямолінійно зі сталою швидкістю \vec{v} (рис. 3, *a*). В результаті узагальнення багатьох дослідних даних було встановлено, що індукція магнітного поля заряду, який рухається у нерелятивістському випадку ($v \ll c$, де c – швидкість світла у вакуумі) визначається наступним співвідношенням

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (2)$$

де \vec{r} – радіус-вектор (рис. 3, *a*), проведений від заряду до точки поля в якій визначають індукцію \vec{B} ; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ – магнітна стала.

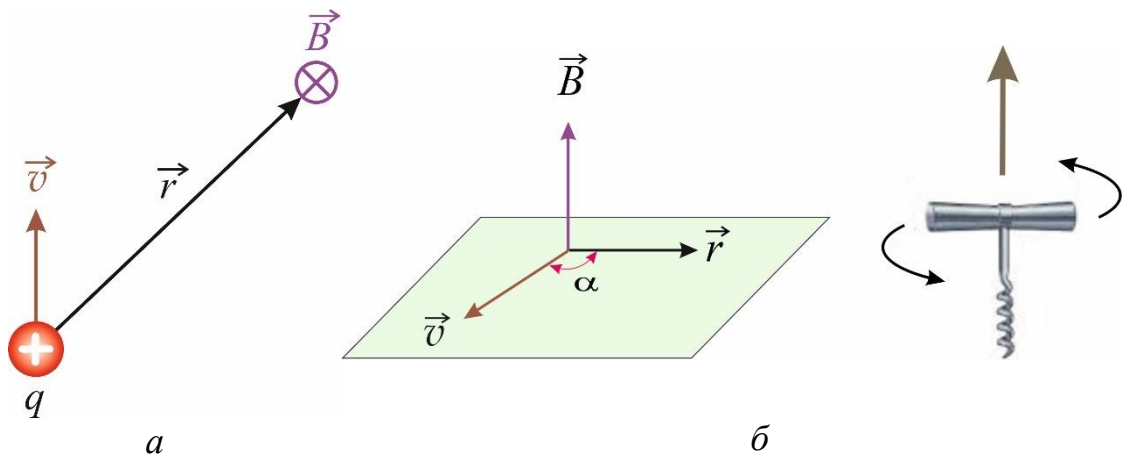


Рисунок 3

Оскільки індукція \vec{B} визначається векторним добутком двох полярних (істинних) векторів: \vec{v} та \vec{r} , то вектор \vec{B} є аксіальним вектором (псевдовектором). З формули (2) також випливає, що індукція \vec{B} магнітного поля рухомого заряду в довільній точці поля (крім точок прямої, на якій розташований вектор \vec{v}) перпендикулярна площині, яка проходить через вектор швидкості \vec{v} та радіус-вектор \vec{r} (рис. 3). У випадку $q > 0$ вектори \vec{v} , \vec{r} та \vec{B} утворюють (рис. 3, *б*) правогвинтову систему (якщо дивитися вздовж напрямку вектора \vec{B} , тоді найкоротший поворот від вектора \vec{v} до вектора \vec{r} здійснюється за годинниковою стрілкою; якщо $q < 0$, то напрям вектора \vec{B} , відповідно, буде протилежний). В загальному випадку напрям векторного добутку $[\vec{v} \times \vec{r}]$ визначається правилом правого гвинта (свердлика): правий

гвинт (рис. 3, б) необхідно обертати від першого вектора в добутку \vec{v} до другого вектора \vec{r} по найменшому куту α між векторами \vec{v} та \vec{r} , тоді напрям поступального руху гвинта показує напрям векторного добутку і відповідно при $q > 0$ і напрямом вектора \vec{B} (коли $q < 0$, то вектори \vec{B} та $[\vec{v} \times \vec{r}]$ протилежно спрямовані).

В кожній точці поля, як це було зазначено вище, вектор індукції буде дотичним до силової лінії (при заданих \vec{v} та \vec{r} напрям індукції \vec{B} залежить від знаку заряду q). Напрямок вектора \vec{B} можна визначити, наприклад, з наступного побудування. Виберемо довільну точку поля (рис. 4), позначимо її т. O , положення цієї точки у цей момент часу t відносно заряду q (для визначеності будемо вважати заряд позитивним) визначається радіусом-вектором $\vec{r}(t)$. Перенесемо далі паралельним перенесенням вектор швидкості

\vec{v} у т. O , вектор індукції \vec{B} в цій точці буде перпендикулярний як швидкості \vec{v} , так і радіусу-вектору \vec{r} (рис. 3, б) і направлений вздовж дотичної до кола (рис. 4), яке описує кінець вектора \vec{r} (направлений відповідно до правила правого гвинта: обертання навколо вектору \vec{v} у напрямі \vec{B} здійснюється за годинниковою стрілкою), це коло як раз і являє собою лінію індукції (силову лінію) магнітного поля (якщо заряд q – негативний, вектор \vec{B} , при тих самих умовах, буде також дотич-

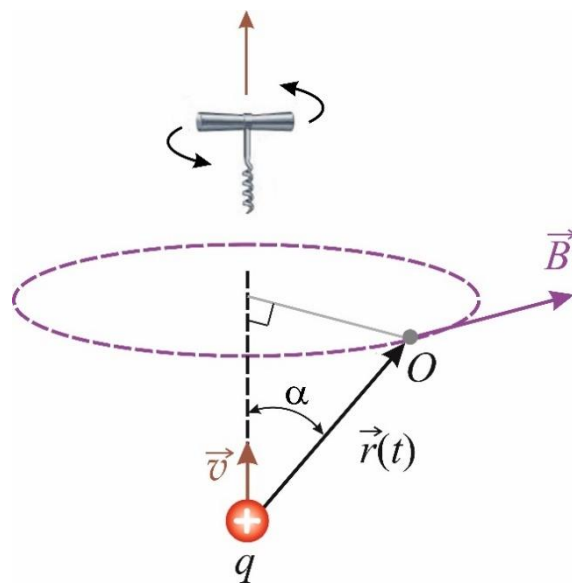


Рисунок 4

ним до кола, але направленим у протилежний бік). Крім того, завдяки руху заряду буде змінюватися $\vec{r}(t)$, тому вектор індукції \vec{B} магнітного поля є змінним у часі вектором. Співвідношення (2) залишається справедливим і у випадку коли заряд рухається з прискоренням, але тільки для тих відстаней

r від заряду, для яких виконується наступна умова: за час $t = \frac{r}{c}$ зміною швидкості заряду можна знехтувати.

За визначенням, модуль векторного добутку: $|\vec{v} \times \vec{r}| = vr \sin \alpha$ (де α – кут (рис. 4), який утворює вектор \vec{v} з напрямом \vec{r} : $\alpha = \widehat{\vec{v} \vec{r}}$), тоді відповідно до виразу (2) абсолютне значення (модуль) вектору \vec{B} в будь-якій точці поля пропорційне величині заряду, його швидкості та обернено пропорційна квадрату відстані від заряду до обраної точки поля

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q|v}{r^2} \sin \alpha. \quad (3)$$

З формули (3) випливає, що індукція залежить від кута між векторами \vec{v} і \vec{r} , тому максимальне значення модуля вектора \vec{B} спостерігається в точках, які розташовані у площині, що проходить через заряд перпендикулярно напрямку його швидкості. Відповідно, індукція магнітного поля в точках прямої на якій розташований вектор \vec{v} в кожному момент часу дорівнює нулю.

Оскільки рух тіл є відносним, то величина індукції магнітного поля залежить від вибору інерціальної системи відліку відносно якої визначають швидкість \vec{v} заряду. Наприклад, якщо в системі відліку K заряд є нерухомим, то спостерігач зафіксує тільки електричне поле заряду (рис. 5). В системі K' , яка рухається рівномірно і прямолінійно відносно системи K зі швидкістю \vec{v}_0 , той самий заряд створює як електричне, так і магнітне поле. Теж саме стосується і магнітної сили (1), вона буде змінюватись при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Якщо розглянути два точкових електричних заряди, які рухаються відносно системи K' з однаковою швидкістю \vec{v} , то їх силова взаємодія в системах K і K' здійснюється по різному. В системі K між зарядами діятимуть лише кулонівські сили: кожний із зарядів створює тільки електричне поле. В системі K' між зарядами окрім сил електричної взаємодії з'являються ще сили обумовлені магнітною взаємодією – кожен із зарядів створює як електричне, так і магнітне поле. При цьому електрична і магнітна взаємодія між точковими зарядами

будуть мати різний характер. Якщо заряди будуть одного знаку, тоді електрична взаємодія має характер відштовхування, магнітна – характер притягання і навпаки, якщо заряди протилежних знаків: електрична взаємодія буде взаємодією притягання, магнітна – відштовхування. Наведені приклади свідчать про те, що електричне і магнітні поля є частинами єдиного електромагнітного поля, яке передає взаємодію між електричними зарядженими тілами незалежно від характеру їх руху.

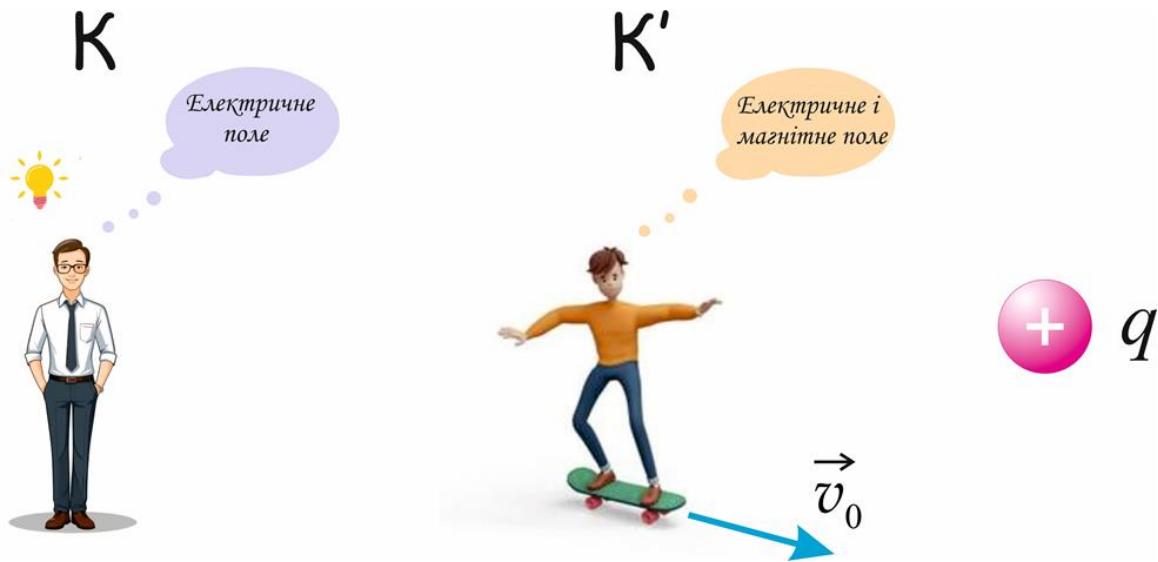


Рисунок 5

Окрім індукції \vec{B} широко використовують ще одну силову характеристику магнітного поля, яка називається напруженістю \vec{H} . У вакуумі вектори \vec{B} і \vec{H} мають однаковий напрям, а їх модулі пропорційні один одному

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \quad (4)$$

Враховуючи вирази (2) – (4), отримаємо напруженість магнітного поля рухомого заряду

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{q[\vec{v} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad H = \frac{1}{4\pi} \frac{|q|v}{r^2} \sin \alpha. \quad (5)$$

Одиниця вимірювання напруженості є Ампер/метр (А/м), розмірність напруженості: $\dim H = IL^{-1}$.

2. Принцип суперпозиції магнітного поля. Закон Біо-Савара-Лапласу

Зазвичай, на практиці приходиться мати справу з випадками, коли джерелом магнітного поля є не поодинокі частинки, а велика кількість заряджених частинок, що здійснюють впорядкований рух у визначеному напрямку – електричний струм. У зв'язку з чим виникає питання у визначенні магнітного поля створеного декількома рухомими зарядами. Відповідь на це питання дає дослід. З'ясувалось, що для магнітного поля виконується принцип суперпозиції: індукція \vec{B} магнітного поля, що створюється декількома рухомими зарядами (струмами) дорівнює геометричній сумі індукцій \vec{B}_i полів створених кожним зарядом (струмом) окремо:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i. \quad (6)$$

Розглянемо далі магнітне поле постійного струму. Для визначення індукції магнітного поля провідника зі струмом скористаємося формулою (2), у якій виконаємо наступну заміну: $q \rightarrow dq = \rho dV$ (де ρ – об'ємна густина носіїв струму в середині провідника; dV – елементарний об'єм; швидкість \vec{v} в цьому випадку треба розглядати, як швидкість впорядкованого руху носіїв струму). Далі врахуємо, властивість векторного добутку для того, щоб переписати чисельник правої частини виразу (2): $[\vec{v} \times \vec{r}]dq = [\vec{j} \times \vec{r}]dV$ (де $\vec{j} = \rho\vec{v}$ – густина струму). Тоді з врахування усіх перетворень, вираз (2) набуває вигляду

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[\vec{j} \times \vec{r}]dV}{r^3}. \quad (7)$$

Для тонкого провідника, густину j струму можна вважати однаковою у всіх точках поперечного перерізу провідника, тому: $dV = Sdl \Rightarrow jdV = Idl$ (де S – площа поперечного перерізу провідника; dl – елемент довжини провідника; $I = jS$ – сила струму). Введемо далі в розгляд вектор $d\vec{l}$ – це вектор довжина якого дорівнює елементу dl (рис. 6, а), а напрям збігається з напрямом струму у провіднику (вектор $Id\vec{l}$ називають лінійним елементом струму (рис. 6, а), своєю чергою, $\vec{j}dV$ має назву об'ємного елемента струму).

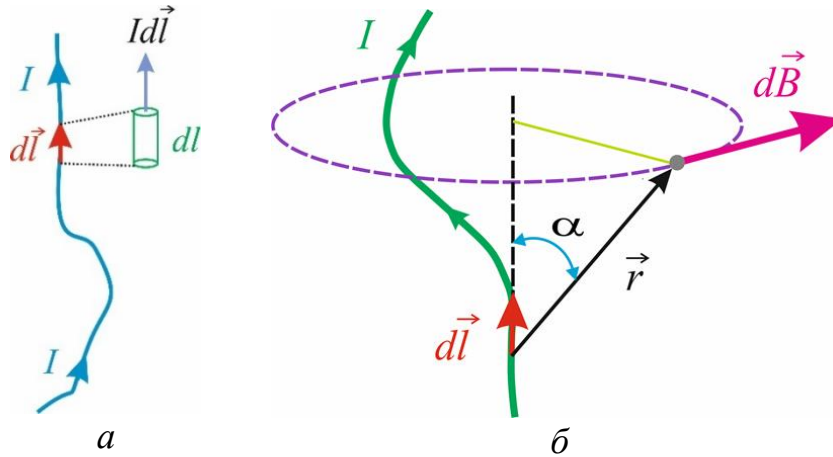


Рисунок 6

Оскільки напрямки векторів \vec{j} та $d\vec{l}$ збігаються, то маємо рівність $\vec{j}dV = Id\vec{l}$, з врахуванням якої співвідношення (7), набуває виду

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}, \quad (8)$$

де \vec{r} – радіус вектор (рис. 6, б) проведений від елемента провідника у дану точку поля.

Співвідношення (7) та (8), що визначають індукцію магнітного поля елемента струму, називають законом Біо-Савара-Лапласа. Спираючись на

дві останні рівності та принцип суперпозиції $\left(\vec{B} = \int_L d\vec{B} \right)$ можна визначити

магнітне поле \vec{B} струму довільної конфігурації. На практиці закон Біо-Савара-Лапласа, як правило, використовують для визначення індукції магнітного поля тонких провідників зі струмом. Тому дуже часто цей закон записують саме у вигляді рівності (8). Відповідно до формули (8) індукція $d\vec{B}$ перпендикулярна площині в якій розташовані вектори $d\vec{l}$ та \vec{r} (рис. 6, б), її напрям визначається правилом правого гвинта: обертання навколо $d\vec{l}$ у напрямі $d\vec{B}$ здійснюється за годинниковою стрілкою.

Розкриваючи векторний добуток у (8), отримаємо модуль dB індукції магнітного поля, яке створюється лінійним елементом струму

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \alpha, \quad (9)$$

де α – кут (рис. 6, б) між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} : $\alpha = \widehat{d\vec{l} \vec{r}}$.

3. Застосування закону Біо-Савара-Лапласу для розрахунку магнітного поля прямолінійного і кругового провідників зі струмом

Як приклад застосування співвідношення (8) розглянемо декілька простих, але одночасно з цим практично важливих випадків. Спочатку розглянемо прямолінійний провідник по якому тече струм I . Визначимо, використовуючи формули (8) та (9), магнітне поле \vec{B} струму (рис. 7, а) у довільній точці O (одразу відмітимо, що в кожній точці яка не належить самому провіднику, але знаходиться на прямій лінії, яка є продовженням цього провідника, індукція поля, згідно з (8), дорівнює нулю).

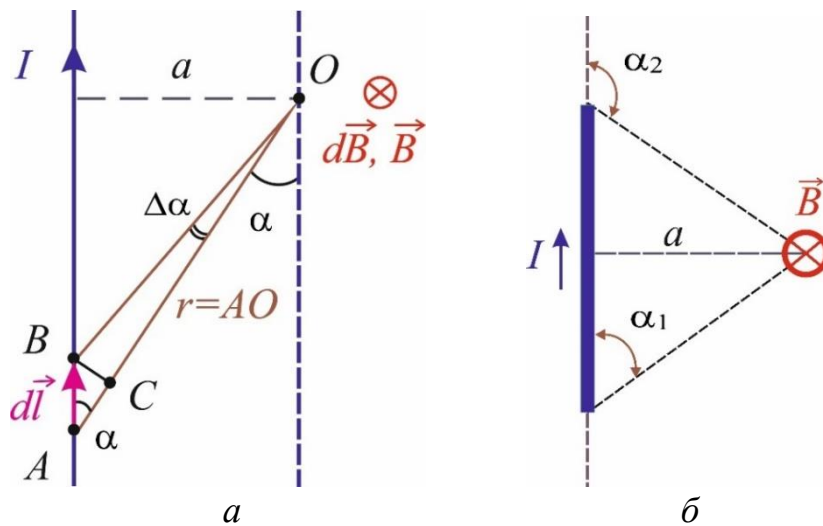


Рисунок 7

Перш за все, знайдемо напрям вектора індукції \vec{B} . Оскільки для прямолінійного провідника всі вектори $d\vec{l}$ мають однаковий напрям, то відповідно до (8), всі вектори $d\vec{B}$ (від кожного елемента струму) будуть мати теж однаковий напрям, який визначається за правилом правого гвинта. За принципом суперпозиції результиривний вектор \vec{B} , як геометрична сума векторів $d\vec{B}$ буде спрямований в той самий бік (рис. 7, а), що і кожний з доданків $d\vec{B}$. Це дає можливість для визначення модуля вектора \vec{B} замінити додавання векторів $d\vec{B}$ на додавання їх модулів dB , враховуючи рівність (9) отримаємо

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_l \frac{\sin \alpha}{r^2} dl.$$

Для розрахунку інтеграла більш зручно перейти до кутової змінної.

З побудовання на рис. 7, а випливає: $dl = \frac{BC}{\sin \alpha}$, де довжина

$BC = OC \cdot \operatorname{tg} \Delta \alpha = r \Delta \alpha$ (тут враховано, що для малих кутів: $\operatorname{tg} \Delta \alpha \approx \Delta \alpha$, малість кута $\Delta \alpha$, своєю чергою, забезпечується малістю довжини dl елемента провідника; крім цього, при малому dl довжина відрізка OC відрізняється від довжини відрізка $OA = r$ на величину першого порядку малості щодо $\Delta \alpha$, тому добуток $OC \cdot \Delta \alpha$ буде відрізнятися від добутку $r \cdot \Delta \alpha$ вже на величину другого порядку малості щодо $\Delta \alpha$, залишаючи тільки лінійні по $\Delta \alpha$ доданки ми приходимо до записаної вище рівності). Для довжини радіусу-

вектору (рис. 7, а) також можемо записати: $r = \frac{a}{\sin \alpha}$ (де a – довжина перпендикуляра

проведеного від т. O до провідника). Тоді залежність dl від куто-

вої змінної буде мати вигляд: $dl = \frac{r \Delta \alpha}{\sin \alpha} = \frac{a \Delta \alpha}{\sin^2 \alpha}$. Далі замінимо $\Delta \alpha$ на $d\alpha$

(диференціал незалежної змінної дорівнює її приросту) і підставимо dl в формулу (9), отримаємо модуль dB індукції магнітного поля елемента струму

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \alpha d\alpha,$$

і відповідно після інтегрування dB , знайдемо модуль результитивного вектора

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (10)$$

α_1, α_2 – кути які утворюють радіуси вектори, що проведені від кінців провідника у дану точку поля, з напрямом струму (рис. 7, б).

Для довгого прямолінійного провідника (формально для провідника довжина, якого необмежена в обидва боки): $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$, тому індукція магнітного поля на відстані a від провідника відповідно до (10), визначається співвідношенням:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (11)$$

Силкові лінії магнітного поля прямого струму являють собою концентричні кола, центри яких знаходяться на провіднику, розташовані ці кола у паралельних площинах, які перпендикулярні провіднику (рис. 8, а). Напрямок силових ліній (і відповідно вектору \vec{B} в кожній точці силової лінії) можна визначити за допомогою: 1) правила правого гвинта: якщо свердлик вкручувати у напрямі струму, то напрям його обертання показує напрям силових ліній магнітного поля навколо провідника (рис. 8, б); 2) правила правої руки: якщо великий палець правої руки спрямувати вздовж струму, то зігнуті пальці покажуть напрямок силових ліній магнітного поля (рис. 8, в).

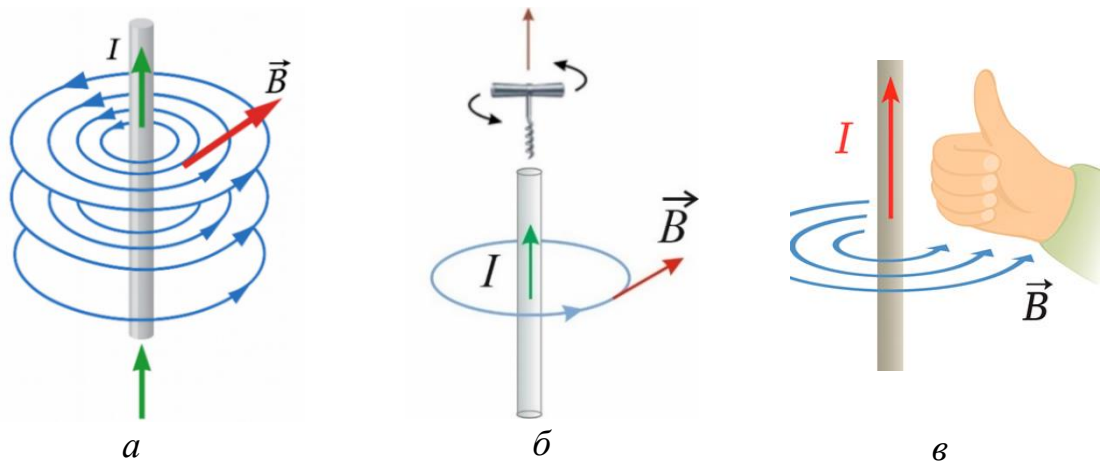


Рисунок 8

Розглянемо зараз випадок, коли струм I тече по круговому контуру радіусом R . Визначимо індукцію магнітного поля струму в довільній точці O , яка знаходиться на осі цього контуру (рис. 9, а). Оскільки т. O рівновіддалена від всіх елементів dl контуру, а кут між векторами $d\vec{l}$ (вектори $d\vec{l}$ будуть дотичними до кола (рис. 9, а), а їх напрям в кожній точці збігається з напрямом струму в контурі) та \vec{r} буде дорівнювати $\frac{\pi}{2}$, то відповідно до співвідношення (9), модуль вектора $d\vec{B}$ елемента струму $I d\vec{l}$ розташованому в будь-якому місті колового контуру, будуть мати однакові значення

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2},$$

однак, всі вектори $d\vec{B}$ будуть мати різні напрями, кожен з векторів $d\vec{B}$ буде направлений вздовж твірної конуса (рис. 9, б) з вершиною у т. O (нагадаємо, що напрям кожного з цих векторів визначається, згідно з (8), правилом правого гвинта).

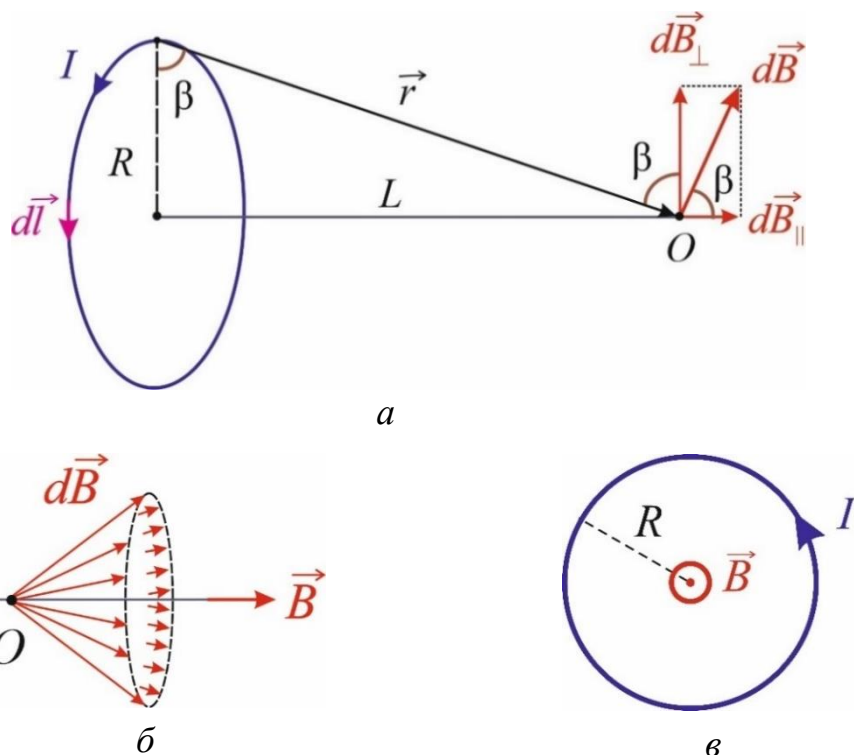


Рисунок 9

Виділимо у довільній точці контуру елемент струму $I d\vec{l}$, вектор $d\vec{B}$ індукції поля, що створює цей елемент струму у т. O буде перпендикулярний як вектору $d\vec{l}$, так і вектору \vec{r} (рис. 9, а). Розкладемо далі вектор $d\vec{B}$ на дві взаємно перпендикулярні частини: одна з яких направлена вздовж осі контуру, позначимо її $d\vec{B}_{\parallel}$, інша – перпендикулярна осі, позначимо її $d\vec{B}_{\perp}$ (рис. 9, а). Для кожних двох діаметрально протилежних елементів струму перпендикулярні складові векторів індукції будуть мати протилежні напрямки, а модулі цих, як зазначалося раніше, будуть однакові. Тому, при застосуванні принципу суперпозиції, внесок всіх векторів $d\vec{B}$ в суму дають тільки їх паралельні частини. Таким чином, результиривний вектор \vec{B} у точці O буде розташований на осі кругового контуру (рис. 9, б), напрям вектора \vec{B} пов'язаний з напрямом струму правилом правого гвинта.

Оскільки, індукція \vec{B} дорівнює сумі однаконо направлених векторів $d\vec{B}_{\parallel}$, модуль кожного з них $dB_{\parallel} = dB \cos \beta$ (рис. 9, б), то абсолютне значення вектора індукції магнітного поля, яке створюється коловим контуром зі струмом буде дорівнювати

$$B = \int_l dB \cos \beta .$$

З рис. 9, б випливає, що $\cos \beta = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2}}$ (де L – відстань від центра кола до т. O), тоді

$$dB_{\parallel} = dB \cos \beta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdl}{(R^2 + L^2)^{3/2}} .$$

Для визначення модуля вектора \vec{B} , відповідно до принципу суперпозиції необхідно проінтегрувати останній вираз по всьому контуру

$$B = \int_l dB_{\parallel} = \int_l \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IRdl}{(R^2 + L^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2 + L^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl ,$$

після інтегрування, отримаємо

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + L^2)^{3/2}} . \quad (12)$$

З останнього виразу, випливає, що в центрі кругового струму індукція B дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} , \quad (13)$$

вектор \vec{B} індукції поля буде перпендикулярним площині контуру (рис. 9, в), а його напрям пов'язаний з напрямом струму правилом правого гвинта.

4. Розрахунок магнітного поля соленоїда

Соленоїдом називають циліндричну котушку, що складається з великої кількості розташованих в притул один до одного витків провідника, по якому тече струм (рис. 10, а).

Знайдемо індукцію магнітного поля у довільній точці O осі соленоїда (рис. 10, б). Згідно з визначенням, соленоїд можна розглядати як сукупність послідовно з'єднаних кругових витків зі струмом, які мають спільну ось. Таким чином, вектор індукції \vec{B} магнітного поля буде визначатись як

геометрична сума індукцій магнітних полів створених кожним круговим витком зі струмом окремо. Кожен з цих кругових струмів створює у т. O магнітне поле числове значення індукції якого визначається формулою (12), сам вектор індукції, як це було з'ясовано вище (рис. 9, б), розташований на осі контуру. Тому результиривний вектор \vec{B} індукції поля у т. O , буде розташований теж на осі соленоїда і буде мати той самий напрям, що і кожний з доданків, тобто напрям індукції поля у т. O пов'язаний з напрямом струму в обмотці соленоїда правилом правого гвинта.

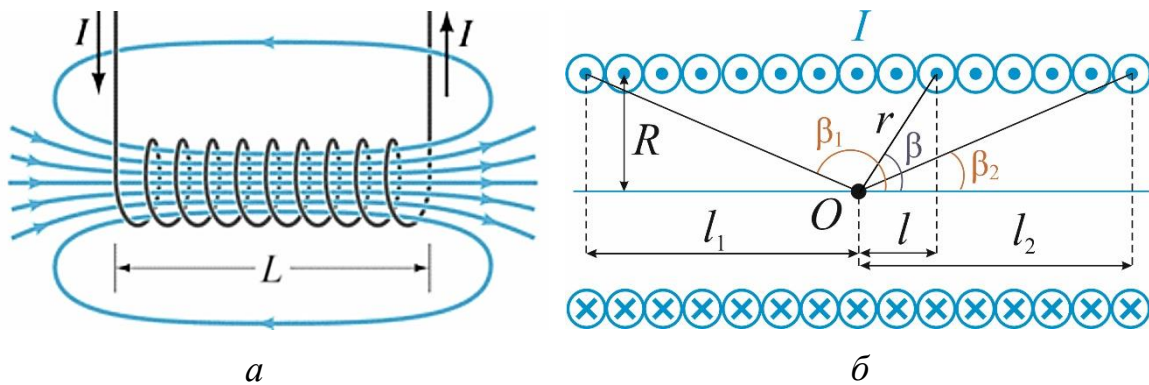


Рисунок 10

Визначимо модуль вектора індукції магнітного поля на осі соленоїда. Для цього введемо в розгляд величину n – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда. Тоді кількість витків, яку містить ділянка dl довжини соленоїда, буде визначатись як ndl . Ці витки створюють у т. O магнітне поле, модуль вектора індукції якого відповідно до (12) і з врахуванням принципом суперпозиції, дорівнює

$$dB = \frac{\mu_0}{2} \frac{nIR^2}{(R^2 + l^2)^{3/2}} dl,$$

де I – сила струму в кожному витку (витки з'єднані послідовно); R – радіус витків; l – відстань (рис. 10, б) від т. O до центру витків (оскільки, dl – мала ділянка довжини, то можна вважати, що відстань від центру всіх витків, які розташовані на цій ділянці до т. O буде однаковою).

Перейдемо в останній рівності для модуля dB від лінійної змінної l до кутової β (рис. 10, б). З побудування на рис. 10, б випливає, що: $l = R \operatorname{ctg} \beta$,

$r = \sqrt{R^2 + l^2} = \frac{R}{\sin\beta}$, тоді елемент dl буде дорівнювати: $dl = -\frac{R}{\sin^2\beta} d\beta$, а відповідно вираз для dB після підставлення dl , набуває вигляду

$$dB = -\frac{\mu_0}{2} nI \sin\beta d\beta.$$

Виконуючи інтегрування цього виразу, знаходимо модуль вектора \vec{B}

$$B = -\frac{\mu_0}{2} nI \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin\beta d\beta = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos\beta_2 - \cos\beta_1), \quad (14)$$

де β_1, β_2 – кути які утворюють радіуси – вектори, що проведені від т. O до крайніх витків, з віссю соленоїда β (рис. 10, б).

Якщо відстані від кінців соленоїда до т. O становитимуть відповідно l_1 і l_2 , то кути β_1, β_2 дорівнюють (рис. 10, б)

$$\cos\beta_1 = -\frac{l_1}{\sqrt{R^2 + l_1^2}}, \quad \cos\beta_2 = \frac{l_2}{\sqrt{R^2 + l_2^2}}.$$

Останні співвідношення разом з формулою (14) дають можливість розрахувати індукцію магнітного поля в середині соленоїда в будь-якій точці на його осі.

Розглянемо два окремих випадки:

1) т. O є центром соленоїда:

$$B = \frac{\mu_0 n I L}{\sqrt{4R^2 + L^2}},$$

де L – довжина соленоїда.

2) т. O збігається з одним із кінців соленоїда:

$$B = \frac{\mu_0 n I L}{2\sqrt{R^2 + L^2}}.$$

З двох останніх виразів випливає, що для точок осі розташованих в середині соленоїда індукція магнітного поля убуває в міру віддалення від центру (максимальне значення індукція приймає в центрі соленоїда, мініма-

льне – на кінцях). Для точок осі, які розташовані за межами соленоїда, індукція зменшується в міру віддалення від соленоїда.

Якщо довжина соленоїда значно переважає його радіус ($L \gg R$), то соленоїд вважається довгим (формально нескінченно довгим: $\beta_1 = \pi, \beta_2 = 0$), тоді відповідно до формули (14) індукція магнітного поля дорівнює

$$B = \mu_0 nI. \quad (15)$$

Практично вираз (15) можна використовувати (за умови $L \gg R$) для точок, які знаходяться достатньо далеко від кінців соленоїда (середня частина соленоїда). Своєю чергою для точок які розташовані на кінцях (або поблизу кінців) довгого соленоїда індукція дорівнює половині значення (15):

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2}. \quad (16)$$

5. Основні теореми магнітостатики та їх застосування

Аналіз магнітних полів, які створюються різноманітними провідниками зі струмом значно спрощується якщо використовувати основні теореми магнітостатики: теорему про циркуляцію вектора індукції магнітного поля і теорему Гаусса для індукції магнітного поля.

Розглянемо спочатку теорему про циркуляцію вектора \vec{B} (цю теорему також називають законом повного струму): циркуляція вектора \vec{B} по довільному контуру L дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, які охоплюємо цим контуром

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k, \quad (17)$$

струм I_k вважається додатним (рис. 11), якщо його напрям пов'язаний з напрямом обходу контуру L правилом правого гвинта (для рис. 11: $\sum_k I_k = -I_1 - I_2 + I_3 - I_3 + I_4$ – струм I_3 двічі пронизує контур в різних напрямках; струм I_5 не дає внесок у циркуляцію, оскільки не охоплюється контуром L). Зазначимо, що закон повного струму (17) застосовується для магнітного поля стаціонарних струмів у вакуумі. У вираз (17) входять величини (\vec{B} і I_k), які відповідають різним точкам магнітного поля, тому такий запис теореми називають інтегральною формою.

Для запису закону повного струму в диференціальній формі, яка буде характеризувати властивість магнітного поля в обраній точці, необхідно ввести поняття ротора вектора \vec{B} .

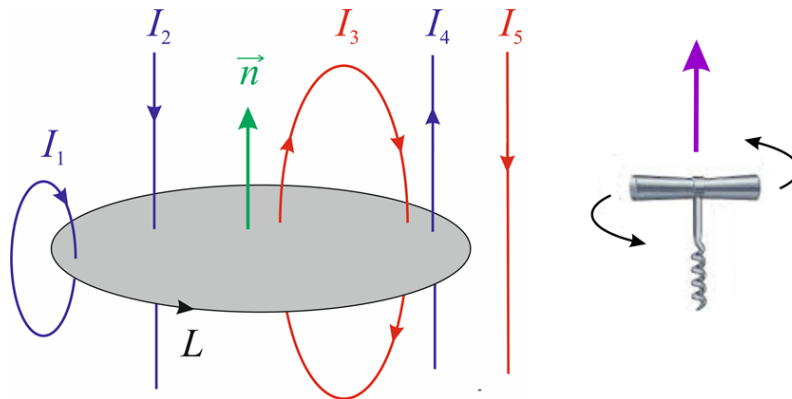


Рисунок 11

Лінійний інтеграл $\int_L \vec{B} d\vec{l}$ вздовж замкненої кривої L за визначенням називають циркуляцією вектора \vec{B} вздовж кривої (контуру) L , позначають циркуляцію так: $\oint_L \vec{B} d\vec{l}$. Цир-

куляція залежить як від форми контуру L , так і від напрямку обходу цього контуру. Оскільки нас буде цікавити лише одна довільна точка P в магнітному полі, то необхідно оточити її замкненим плоским контуром L на якому задано напрям обходу (рис. 12). При цьому L обмежує деяку площу ΔS . Границя відношення циркуляції вектора \vec{B} вздовж контуру L до площі ΔS за умови коли площа ΔS стягується у точку P

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_L \vec{B} d\vec{l}}{\Delta S},$$

не залежить не від форми контуру не від величини площі, яку він обмежує, але вона залежить від орієнтації контуру у просторі та задається напрямом нормалі \vec{n} до площини контуру (напрямок додатного обходу контуру L пов'язаний з \vec{n} за правилом правого гвинта). Тому, останній вираз характеризує властивість поля у даній точці в заданому напрямі і його можна розглядати як проєкцію деякого вектора, який називають ротором поля \vec{B} і позначають $\text{rot}\vec{B}$ на напрям нормалі \vec{n} до площини контуру L

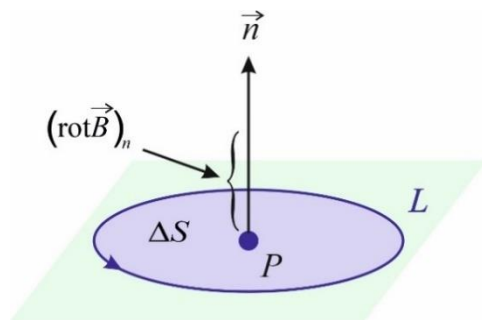


Рисунок 12

$$(\text{rot}\vec{B})_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} d\vec{l}}{\Delta S}. \quad (18)$$

Ротор характеризує «завихрення» вектору у точці P , а його розрахунок визначається векторним добутком вектора \vec{B} на оператор Гамільтона (оператор «набла») $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$.

Відповідно до закону повного струму в диференціальній формі:

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}, \quad (19)$$

ротор вектора \vec{B} магнітної індукції збігається за напрямом з вектором \vec{j} густини струму в даній точці, а його числове значення дорівнює добутку $\mu_0 j$. З закону повного струму випливає, що магнітне поле є полем вихровим (соленоїдальним).

Застосуємо закон повного струму (17) для визначення магнітного поля соленоїда необмеженої довжини. Спочатку зазначимо, що внаслідок симетрії обертання (при обертанні на довільний кут відносно своєї осі соленоїд збігається сам із собою) магнітне поле \vec{B} повинно бути симетричним (рис. 10, а) відносно осі соленоїда (це, звісно, відноситься як до нескінченно довгого соленоїда, так і до соленоїда кінцевої довжини). Оскільки, соленоїд має необмежену довжину (він буде симетричний відносно кожної площини, яка проходить перпендикулярно його осі) поле не повинно змінюватись в напрямі паралельному осі соленоїда (дійсно, якщо провести пряму лінію паралельно осі соленоїда і взяти на цій прямій довільну точку, то ця точка не чим не буде виділена щодо всіх інших точок цієї ж самої прямої), тобто в кожній точці прямої, яка паралельна осі соленоїда, індукція \vec{B} приймає одне і теж саме числове значення і має один і той самий напрям.

З'ясуємо напрям вектора \vec{B} . Візьмемо довільну точку O всередині соленоїда і розглянемо два елементи струму, які розташовані симетрично відносно т. O (рис. 13, а). Для елементів струму обох кругових контурів використаємо формулу (8):

$$d\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \times \vec{r}_1]}{r_1^3}, \quad d\vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}_2]}{r_2^3}.$$

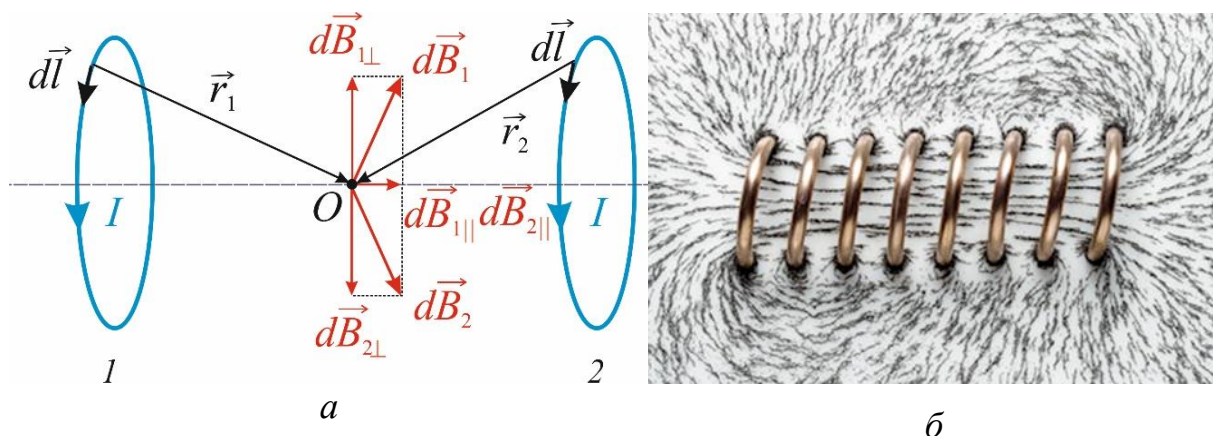


Рисунок 13

Кожен із векторів $d\vec{B}_1$ і $d\vec{B}_2$ буде перпендикулярний відповідному елементу струму та радіусу - вектору ($r_1 = r_2$), однак, сума: $d\vec{B} = d\vec{B}_1 + d\vec{B}_2$ буде спрямована паралельно осі соленоїда. Доведемо це твердження. Розкладемо вектори $d\vec{B}_1$, $d\vec{B}_2$ на дві взаємно перпендикулярні частини (рис. 13, а): одна з яких паралельна осі соленоїда ($d\vec{B}_{1||}$, $d\vec{B}_{2||}$), інша – перпендикулярна ($d\vec{B}_{1\perp}$, $d\vec{B}_{2\perp}$). Перпендикулярні частини будуть однаковими за модулем, але мати протилежні напрями, паралельні частини теж мають однакове числове значення, однак, їх напрями збігаються. Тоді, внесок в суму $d\vec{B}$ дають тільки паралельні частини векторів $d\vec{B}_1$ і $d\vec{B}_2$. Розглядаючи кожну таку пару елементів струму, ми так само прийдемо до того, що вектор $d\vec{B}$ індукції поля, яке створюють ці елементи, має напрям паралельний осі соленоїда (нагадаємо, що соленоїд буде симетричним відносно площини яка проходить через т. O перпендикулярно його осі). Відповідно і результиривне поле \vec{B} в будь-якій точці (т. O була обрана довільно) в середині соленоїда буде направлено паралельно його осі (напрямок вектора \vec{B} буде пов'язаний з напрямом струму у витках правилом правого гвинта) і дослід з залізними ошурками це підтверджує (рис. 13, б). Аналогічно можна довести, що поле зовні соленоїда, якщо воно існує, направлено паралельно осі у протилежний бік до напрямку поля в середині соленоїда. Дійсно, кожна пара витків соленоїда (рис. 14), розташованих симетрично щодо деякої площини, перпендикулярної до осі соленоїда, створює в будь-якій точці цієї площини магнітне поле,

яке спрямовано паралельно осі. При цьому, поле зовні (вектор \vec{B}^*) і в середині (вектор \vec{B}) соленоїда протилежно спрямовані (рис. 14). Отже, і результивне поле в будь-якій точці всередині та за межами нескінченного соленоїда, відповідно буде збігатися за напрямком з векторами \vec{B} та \vec{B}^* .

Доведемо, що поле \vec{B} всередині соленоїда буде однорідним (вектор \vec{B} має однакову величину та напрям у всіх точках). Для цього використаємо закон повного струму (17). Проведемо всередині соленоїда контур, який має форму прямокутника і виберемо напрям обходу цього контуру (рис. 15, а). Тоді, циркуляція вектора \vec{B} вздовж контуру $ABCD$ буде визначатися чотирма доданками

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int_{AB} \vec{B}d\vec{l} + \int_{BC} \vec{B}d\vec{l} + \int_{CD} \vec{B}d\vec{l} + \int_{DA} \vec{B}d\vec{l}.$$

Оскільки сторони BC і DA прямокутника перпендикулярні осі соленоїда і відповідно перпендикулярні вектору \vec{B} індукції, який спрямований паралельно осі, то другий та четвертий інтеграл в цій сумі дорівнюють нулю (вектор \vec{B} буде перпендикулярний кожному із векторів $d\vec{l}$ який направлений вздовж сторін BC і DA , скалярний добуток взаємно перпендикулярних векторів дорівнює нулю).

Сторони AB і BC контуру паралельні осі соленоїда, вздовж кожної з них індукція поля, як було показано раніше, приймає одне і теж саме числове значення. Позначимо B_1 – модуль вектора індукції у точках прямої AB , B_2 – модуль індукції у точках прямої CD . Тоді, циркуляція вектора \vec{B} вздовж заданого контуру $ABCD$ буде дорівнювати:

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int_{AB} B_1 \cos 0 dl + \int_{CD} B_2 \cos \pi dl = (B_1 - B_2) \Delta l,$$

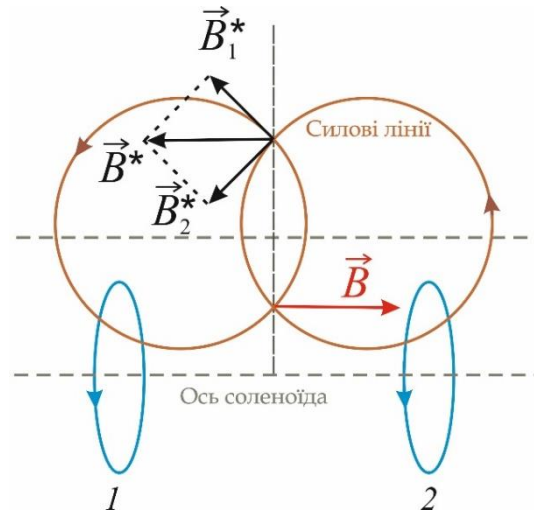


Рисунок 14

де $\Delta l = AB = CD$ – довжина прямокутника (тут враховано, що напрям кожного із векторів $d\vec{l}$, які лежать на відрізьку AB збігається з напрямом магнітного поля, а напрям всіх $d\vec{l}$, розташованих на стороні CD прямокутника, має напрям протилежний до напрямку поля). З іншого боку, згідно із законом повного струму циркуляція вектора \vec{B} пропорційна алгебраїчній сумі струмів, що охоплює контур. Оскільки контур $ABCD$ не охоплює жодного струму, отримаємо

$$(B_1 - B_2)\Delta l = 0 \Rightarrow B_1 = B_2.$$

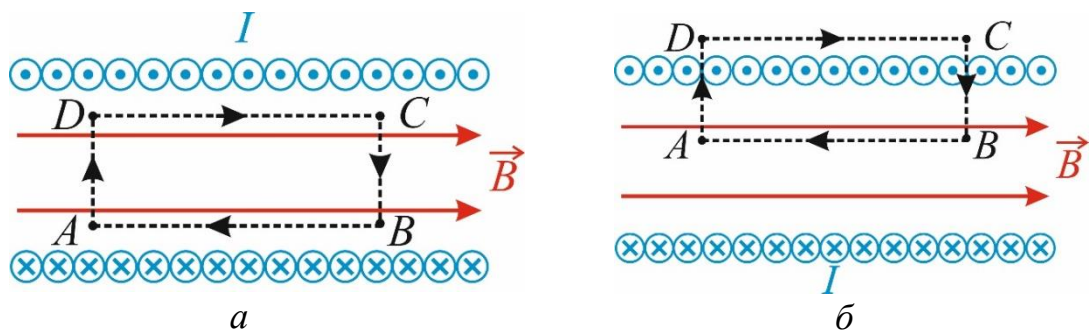


Рисунок 15

Враховуючи те, що розмір контуру був вибраний нами довільно (головне, щоб він не виходив за межі соленоїда), приходимо до того, що індукція магнітного поля в кожній точці всередині соленоїда приймає однакове числове значення. Вище було доведено, що вектор \vec{B} має однаковий напрям у всіх точках всередині соленоїда. Таким чином, приходимо до того, що всередині соленоїда необмеженої довжини магнітне поле буде однорідним ($\vec{B} = \text{const}$). Так само можна довести однорідність поля і зовні соленоїда, обравши прямокутний контур за його межами. Тобто можна сказати так, якщо магнітне поле існує за межами соленоїда, то воно повинно бути однорідним. Насправді довільне розташування металевих ошурок поза межами соленоїда (рис. 13, б) вказує на те, що магнітне поле назовні соленоїда відсутнє. Це твердження буде доведено пізніше за допомогою другої основної теореми магнітостатики – теореми Гаусса.

Для повного опису магнітного поля соленоїда, залишилось визначити модуль B вектору індукції однорідного магнітного поля, яке обмежене об'ємом соленоїда, скориставшись знов законом повного струму. Проведемо контур $ABCD$ (рис. 15, б) і позначимо напрям обходу контуру. В цьому випадку внесок в циркуляцію дає тільки інтегрування вздовж сторони AB прямокутника (інтеграли вздовж сторін BC і DA , так само як і в попередньому випадку, дорівнюють нулю внаслідок того, що вектори \vec{B} , $d\vec{l}$ будуть взаємно перпендикулярними, інтеграл вздовж CD дорівнює нулю внаслідок того, що індукція \vec{B} зовні соленоїда дорівнює нулю):

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \oint Bdl \cos 0 = B \oint dl = B\Delta l.$$

Алгебраїчна сума струмів (рис. 15, б), які охоплює контур $ABCD$, визначається добутком $In\Delta l$ (сила струму в кожному витку дорівнює I , крім того, всі струми мають однаковий напрям; кількість витків, що охоплює контур дорівнює $n\Delta l$, де n – кількість витків на одиницю довжини). Відповідно до теореми (17), циркуляція вектора \vec{B} по контуру $ABCD$ ($B\Delta l$) дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів $In\Delta l$

$$B\Delta l = \mu_0 In\Delta l,$$

звідки остаточно отримаємо співвідношення

$$B = \mu_0 In, \tag{20}$$

яке збігається з виразом (15), що описує поле в точках розташованих на осі нескінченно довгого соленоїда. Отже, ми мали можливість відразу скористатися (15) для визначення поля в будь-якій точці в середині соленоїда після того, як довели однорідність поля. Те, що ми прийшли до формули (20) незалежно від (15) певною мірою додатково доводить справедливості ствердження, що магнітне поле за межами соленоїда відсутнє.

Таким чином, підбиваючи підсумовки зазначимо: 1) магнітне поле соленоїда необмеженої довжини буде однорідним і існує тільки в середині соленоїда; 2) модуль вектора \vec{B} індукції визначається виразом (20), а його напрям пов'язаний з напрямом струму в обмотці соленоїда правилом правого гвинта.

Для формулювання другої основної теореми магнітостатики необхідно спочатку ввести поняття магнітного потоку.

Потоком $d\Phi$ вектору \vec{B} магнітної індукції або магнітним потоком крізь елемент площі dS називають фізичну величину, яка дорівнює добутку елемента площі dS і проєкції B_n вектору \vec{B} (рис. 16, а) на напрям нормалі до елемента dS :

$$d\Phi = B_n dS. \quad (21)$$

Якщо ввести в розгляд вектор $d\vec{S} = \vec{n}dS$, де \vec{n} – одиничний вектор (орт) нормалі до елемента площі dS (рис. 16, а) тоді потік $d\Phi$ можна представити у вигляді скалярного добутку векторів \vec{B} і $d\vec{S}$ записати

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}, \quad (22)$$

дійсно, згідно з визначенням скалярного добутку:

$$\vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS \cos \alpha = (B \cos \alpha) dS = B_n dS,$$

де $\alpha = \widehat{\vec{B} \vec{n}}$ – кут який утворює вектор \vec{B} індукції з напрямом нормалі \vec{n} до елемента dS .

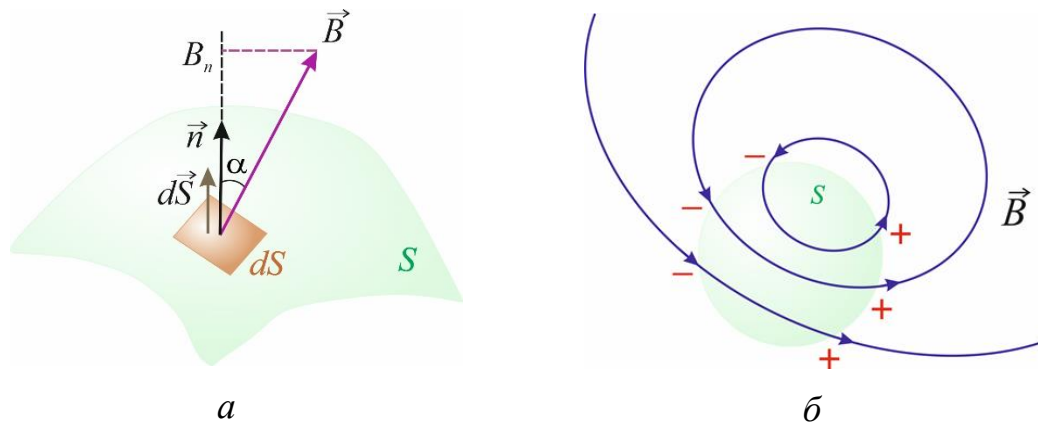


Рисунок 16

Магнітний потік Φ крізь незамкнену поверхню S

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS, \quad (24)$$

та замкнену поверхню S

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S}, \quad (25)$$

визначається поверхневим інтегралом другого роду.

Магнітний потік є величиною скалярною та алгебраїчною – знак потоку залежить від вибору напрямку нормалі \vec{n} . Тому при обчисленні інтегралу вектори \vec{n} спрямовують в один і той самий бік відносно поверхні S , якщо поверхня є замкненою тоді в якості \vec{n} беруть зовнішню нормаль. Одиницею вимірювання магнітного потоку є вебер (Вб).

Оскільки густина силових ліній магнітного поля характеризує модуль вектора \vec{B} , то магнітний потік крізь поверхню S чисельно дорівнює кількості перетинів з поверхнею ліній вектора \vec{B} . Тому магнітний потік крізь замкнену поверхню визначається алгебраїчною сумою кількості $N_{\text{вих}}$ ($\cos\alpha > 0 \Rightarrow N_{\text{вих}} > 0$) силових ліній, які виходять з поверхні S і кількості силових ліній $N_{\text{вх}}$ входять ($\cos\alpha < 0 \Rightarrow N_{\text{вх}} < 0$):

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = N_{\text{вих}} - N_{\text{вх}}.$$

Відсутність джерел магнітного поля у вигляді магнітних зарядів, призводить до того, що силові лінії магнітного поля замкнені, тому кількість силових ліній які входять до об'єму обмеженого поверхнею S , дорівнюють кількості ліній які виходять (рис. 16, б): $N_{\text{вих}} = N_{\text{вх}}$. Відповідно, для будь-якого магнітного поля і довільної замкненою поверхні S виконується умова

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (26)$$

Співвідношення (26) являє собою теорему Гаусса в інтегральній формі: потік вектору \vec{B} магнітної індукції крізь довільну замкнену поверхню S дорівнює нулю.

Для запису теореми Гаусса в диференціальній формі, необхідно ввести поняття дивергенції вектора \vec{B} . Дивергенцією вектора \vec{B} у точці P називають границю відношення магнітного потоку крізь поверхню, що оточує точку P , до об'єму ΔV обмеженому цією поверхнею, при умові, що об'єм ΔV стягується у точку P :

$$\text{div}\vec{B} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B} d\vec{S}}{\Delta V}. \quad (27)$$

$\text{div}\vec{B}$ не залежить не від поверхні, що оточує точку P не від об'єму, який

обмежений цією поверхнею, тому вона характеризує властивість поля (потужність джерел або стоків) у даній точці поля. В декартовій системі координат дивергенція вектора \vec{B} визначається скалярним добутком оператора

$$\text{Гамільтона на вектор } \vec{B}: \quad \text{div}\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (\text{де}$$

B_x, B_y, B_z – проєкції вектора \vec{B} на відповідні осі координат).

За відсутності магнітних зарядів, потужність джерел і стоків поля на яких би починались і закінчувались силові лінії поля дорівнює нулю (лінії індукції завжди замкнені або прямують у нескінченність), тому дивергенція вектора \vec{B} в кожній точці дорівнює нулю (теорема Гаусса в диференціальній формі)

$$\text{div}\vec{B} = 0. \quad (28)$$

На останок доведемо, що магнітне поле за межами соленоїда відсутнє. Для цього визначимо магнітний потік крізь площину, яка перпендикулярною до осі соленоїда (рис. 17). Оскільки силові лінії магнітного поля замкнені, то потік вектора \vec{B} (де \vec{B} – індукція магнітного поля в середині соленоїда) крізь поверхню S дорівнює потоку вектору \vec{B}_1 (де \vec{B}_1 – індукція магнітного поля за межами соленоїда)

крізь поверхню S_1 : $|\Phi| = |\Phi_1|$ (знак потоку залежить від вибору нормалі). Беручи до уваги, що магнітні поля

однорідні ($\vec{B} = \text{const}, \vec{B}_1 = \text{const}$) і перпендикулярні обраній площині (вектори \vec{B} та \vec{B}_1 паралельні осі соленоїда),

$$\text{отримаємо: } BS = B_1S_1 \Rightarrow B_1 = \frac{BS}{S_1}.$$

Поверхня S_1 є необмеженою (простір за межами соленоїда), тому її площа S_1 є нескінченно великою. З останньої рівності випливає, що магнітна індукція за межами довгого соленоїда дорівнює нулю.

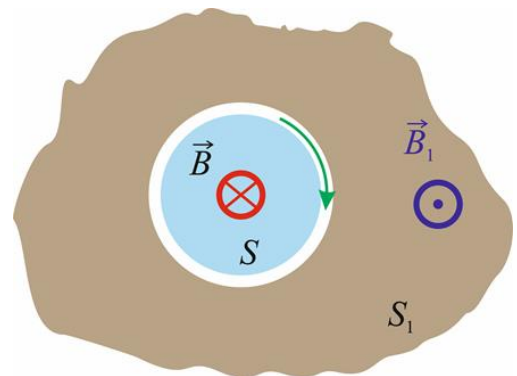


Рисунок 17

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

1. Опис експериментальної установки та методика вимірювання

Функціональна схема лабораторної установки, яка виконана на базі мікроконтролера STM32F103 і використовується для дослідження стаціонарного магнітного поля соленоїда та явища самоіндукції наведена на рис. 18.

Соленоїд підключається до джерела сигналу через двополіусний механічний трипозиційний перемикач і двоканальне електромагнітне реле. Перемикач (рис. 19, а) задає напрямок протікання електричного струму крізь соленоїд (у середньому положенні соленоїд відключений). Реле, яке перемикається цифровим сигналом з мікроконтролера підключає (1 канал) постійне або імпульсне джерело напруги до соленоїда та послідовно з'єднує (2 канал) інший вивід соленоїда з резистором R_{e2} напругу (при дослідженні явища самоіндукції) або з резистором R_{e1} через

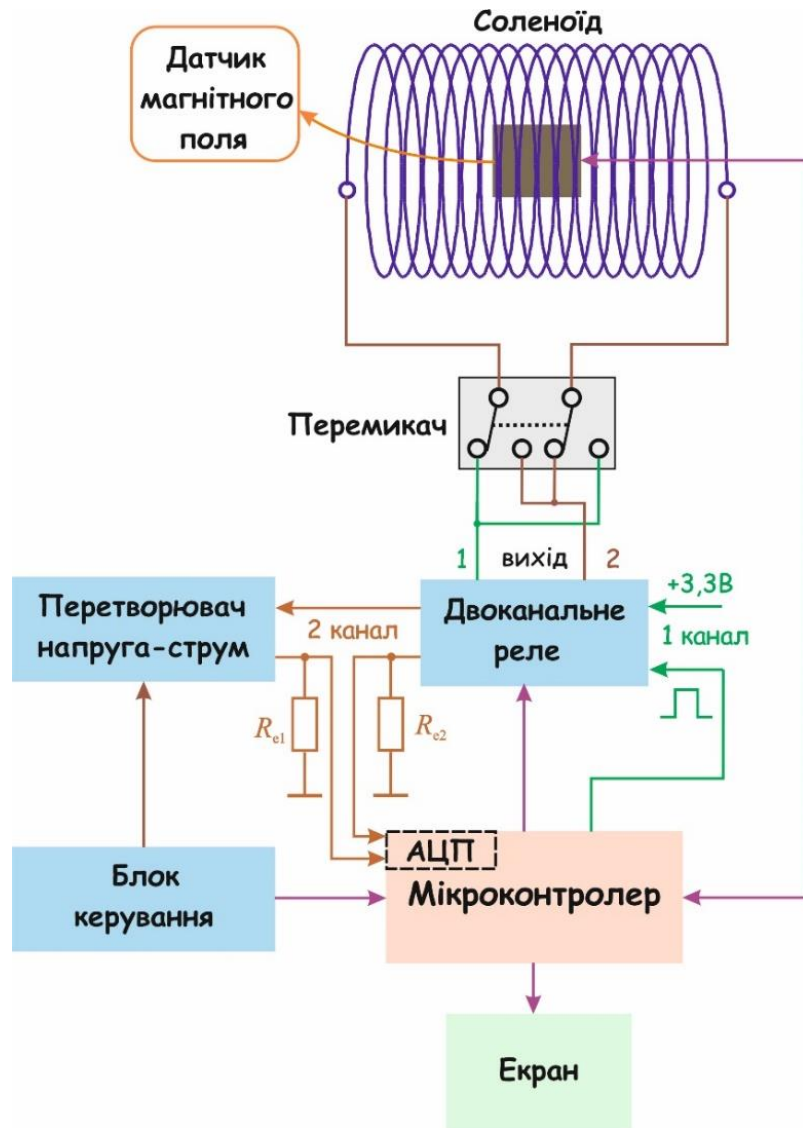


Рисунок 18

біполярний транзистор блока перетворювача напруга-струм. Прецизійні резистори R_{e1} , R_{e2} виконують подвійну роль: виступають у як перетворювачі струм-напруга та обмежують максимальний струм соленоїда.

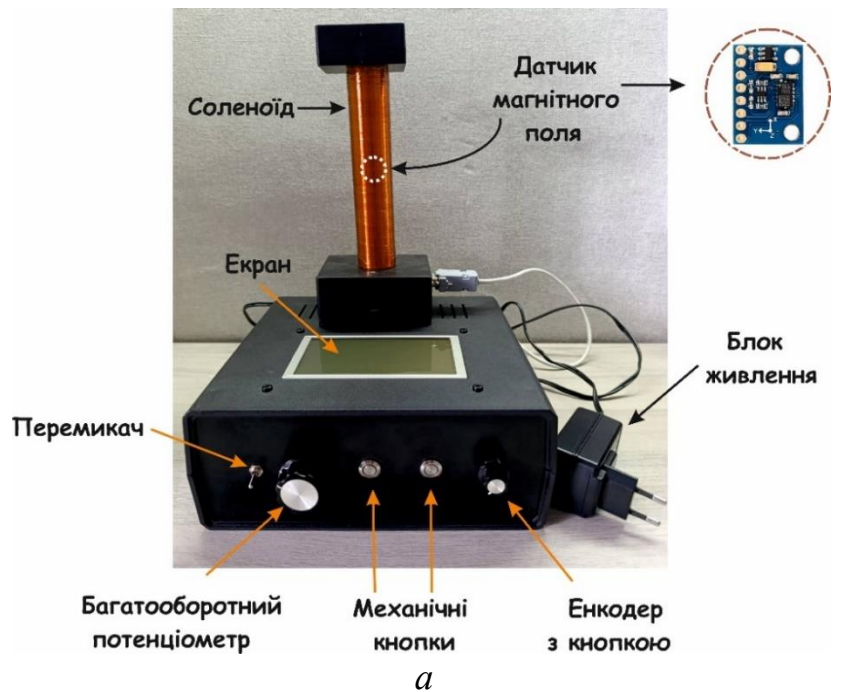


Рисунок 19

При дослідженні магнітного поля соленоїда, в якості джерела постійного струму використовується «перетворювач напруга-струм», який перетворює в електричний струм напругу на багатооборотному потенціометрі (рис. 19, *a*), що знаходиться в «блоці керування» (рис. 18). Величина постійного струму I соленоїда визначається, шляхом вимірювання напруги на резисторі R_{e1} за допомогою вбудованого в мікроконтролер 12-бітного аналогоцифрового перетворювача (АЦП). Обертаючи багатооборотний потенціометр, який виконує роль подільника напруги, можна змінювати струм соленоїда. Окрім потенціометра до блока керування (рис. 18) відносяться дві механічні кнопки та енкодер з кнопкою, які розташовані на передній панелі установки (рис. 19, *a*).

Вимірювання магнітного поля соленоїда здійснюється цифровим датчиком LSM303DLHC, який знаходиться в середині соленоїда (рис. 19, а) і дозволяє одночасно визначати три проєкції B_x , B_y , B_z вектору індукції магнітного поля в діапазоні ± 800 мкТл з похибкою від 1 до 5 % (залежить від калібрування). Датчик магнітного поля також має вбудований трьох осьовий цифровий акселерометр, що дає можливість визначати (і, за необхідності, враховувати) положення соленоїда в просторі (вісь Y цифрового датчика паралельна осі соленоїда). Датчик LSM303DLHC «спілкується» з мікроконтролером по I²C інтерфейсу (рис. 18) і підключається разом з соленоїдом до установки за допомогою роз'єму розташованого на задній панелі (рис. 19, б).

Уся необхідна інформація: значення сили струму I соленоїда та індукції (B , B_x , B_y , B_z) магнітного поля відображаються на рідкокристалічному екрані (рис. 20), який підключається до мікроконтролера (рис. 19) по паралельному інтерфейсу. Для зменшення похибок виконуються багаторазові вимірювання I , B_x , B_y , B_z з подальшим усередненням результатів і автоматичним розрахунком модуля B вектору індукції.

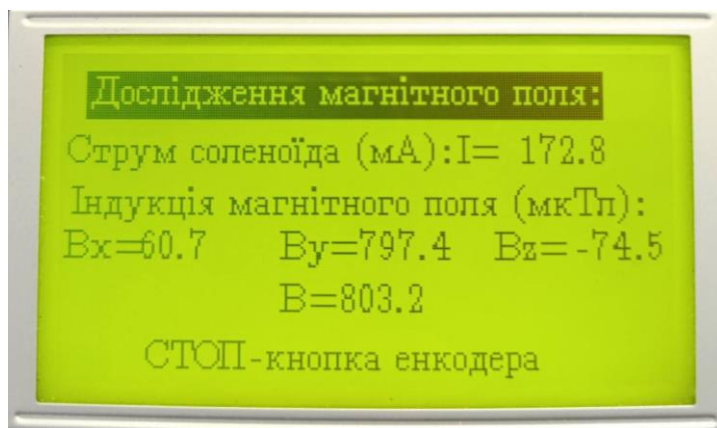


Рисунок 20

При натисканні кнопки енкодера (рис. 19, а), результати вимірювання фіксуються на екрані, а процес вимірювання зупиняється. Для відновлення процесу вимірювання потрібно знову натиснути кнопку енкодера на передній панелі.

Лабораторна установка може підключатися до комп'ютера за допомогою роз'єму розташованого на задній панелі (рис. 19, б), що дає можливість керувати установкою (окрім перемикача) і опрацьовувати результати на комп'ютері в спеціально розробленій програмі.

В лабораторній роботі досліджується залежність індукції магнітного поля соленоїда від сили струму, що дає змогу експериментально перевірити формулу (20). Для цього необхідно переконатися, що вектор \vec{B} спрямований вздовж осі соленоїда (вздовж осі Y датчика LSM303DLHC) і, що залежність $B_y(I)$ є лінійною. Далі визначити кількість n_e витків на одинцю довжини соленоїда і порівняти отримане значення n_e з величиною n_t , яка визначається підрахунком кількості витків, що припадають на 1см довжини соленоїда.

Дійсно, якщо формула (20) описує магнітне поле в середині соленоїда, то проекція вектора \vec{B} на вісь Y, яка буде зафіксована цифровим датчиком магнітного поля, при силі струму I соленоїда, відповідно до принципу суперпозиції, становить:

$$B_y = B_y^{зovн} \pm \mu_0 n_e I, \quad (29)$$

де $B_y^{зovн}$ – проекція вектора індукції зовнішнього магнітного поля (за відсутності сторонніх джерел магнітного поля, величина $B_y^{зovн}$ буде частина магнітного поля Землі вздовж осі Y); знак «-» вказує, що магнітне поле соленоїда спрямовано протилежно осі Y датчика (нижнє положення перемикача), а знак «+» відповідаю однаковому напрямку магнітного поля соленоїда та осі Y (верхнє положення перемикача).

Якщо виконати лінійну апроксимацію залежності (29) за методом найменших квадратів, то можна визначити тангенс нахилу прямої $B_y(I)$ до осі абсцис

$$k = \operatorname{tg}\alpha = \pm \mu_0 n_e,$$

і далі розрахувати кількість витків на одинцю довжини соленоїда

$$n_e = \pm \frac{k}{\mu_0}. \quad (30)$$

Порядок виконання роботи

1) Після вмикання живлення протягом 10 секунд за допомогою жовтої кнопки на панелі керування (рис. 21) оберіть лабораторну роботу «Дослідження магнітного поля».



Рисунок 21

2) Після вибору лабораторної роботи на екрані (рис. 22) з'являється інструкція з керування установкою. Після ознайомлення з інструкцією, натисніть зелену кнопку на передній панелі (рис. 22).

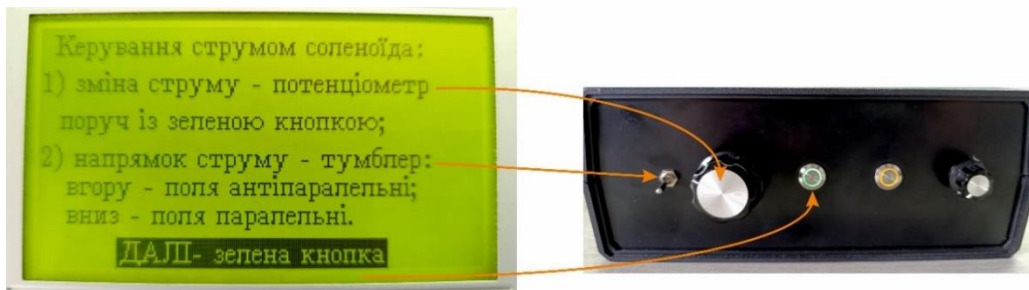


Рисунок 22

3) Після натискання зеленої кнопки на екрані (рис. 23) з'явиться інформація з вбудованого цифрового акселерометра (де g_x , g_y , g_z – проєкції вектора прискорення вільного падіння на відповідні осі датчика магнітного поля (рис. 23)), яка дає можливість (за необхідності) визначити положення датчика магнітного поля. Для переходу до режиму вимірювання магнітного поля необхідно натиснути зелену кнопку.

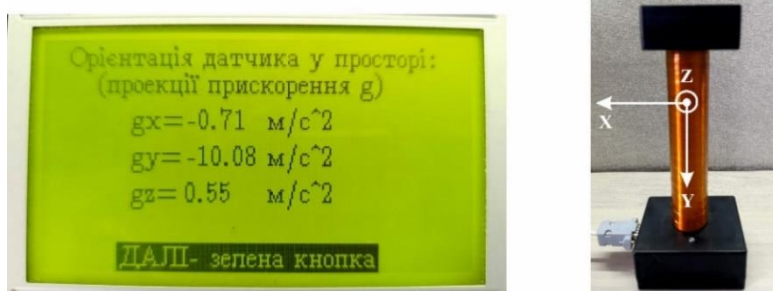


Рисунок 23

4) Встановіть перемикач (рис. 24) у «нижнє» (магнітне поле соленоїда спрямовано протилежно осі Y магнітного датчика) або «верхнє» положення (магнітне поле соленоїда вздовж осі Y).



Рисунок 24

5) Виміряти проєкції B_x , B_y , B_z вектора індукції магнітного поля (рис. 25) в середині соленоїда (діапазон вимірювання від -800 мкТл до 800 мкТл) при значеннях сили струму I соленоїда від 0 до 170 мА (при верхньому положенні перемикача) або від 0 до 190 мА (при нижньому положенні перемикача).

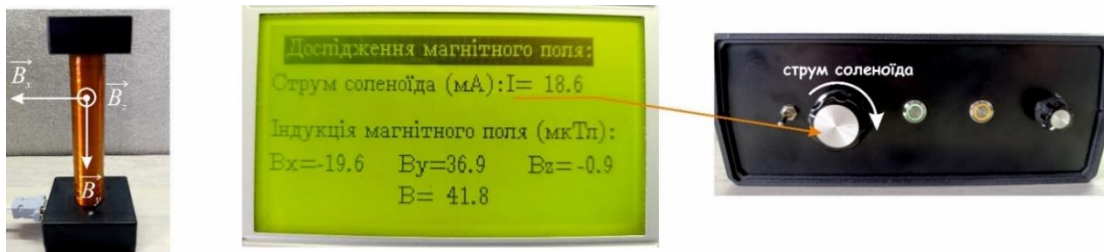


Рисунок 25

Сила струму соленоїда змінюється, шляхом обертання багатооборотного потенціометра (рис. 25). За необхідності, для запуску і зупинки (фіксація результатів вимірювання) процесу вимірювання використовуйте натискання кнопки енкодера. Результати вимірювань I , B_x , B_y , B_z занесіть до таблиці 1.

Таблиця 1

I , мА								
B_x , мкТл								
B_y , мкТл								
B_z , мкТл								

б) За допомогою даних, наведених в таблиці 1, побудуйте залежності $B_x(I)$, $B_y(I)$, $B_z(I)$ на одному графіку і переконайтесь, що магнітне поле соленоїда спрямовано вздовж його осі (вдovж осі Y).

Оскільки вітки соленоїда не розташовані строго перпендикулярного його осі, то компоненти B_x , B_z магнітного поля соленоїда будуть відрізнятися від нуля. При збільшенні I магнітне поле вздовж осі Y зростає найсильніше, що свідчить про спрямованість магнітного поля соленоїда вздовж його осі. Додатково внесок кожної частини B_x , B_y , B_z у поле соленоїда можна простежити за допомогою модуля вектора \vec{B} , який розраховуються автоматично і відображається на екрані (рис. 25).

7) Виконайте лінійною апроксимацію залежності $B_y(I)$ і визначте тангенс нахилу k прямої до осі абсцис.

Для зменшення похибки визначення величини k , викликаній не перпендикулярністю витків до осі соленоїда необхідно проводити лінійну апроксимацію даних на інтервалі: $B_y = (300 \dots 800)$ мкТл (при верхньому положенні перемикача) або $B_y = (-300 \dots -800)$ мкТл (при нижньому положенні). В цьому випадку, чисельне значення точки перетину $B_y(0)$ графіка $B_y(I)$ з віссю ординат буде відрізнятися від чисельного значення проєкції вектора індукції магнітного поля Землі на вісь Y, оскільки похибка величини $B_y(0)$ є значною.

8) Враховуючи одиниці вимірювання, розрахуйте експериментальне значення кількості витків соленоїда n_e на одинцю його довжини за формулою

$$n_e = \frac{\pm k \cdot 10^{-3}}{\mu_0}.$$

9) Порахуйте кількість витків соленоїда N , які припадають на 1 см його довжини (рис. 26) і розрахуйте теоретичне значення кількості витків соленоїда n_t на одинцю довжини, враховуючи, що соленоїд має два шари витків

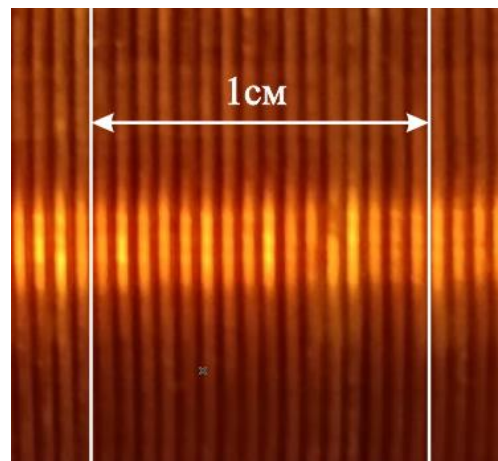


Рисунок 26

$$n_T = \frac{2N}{10^{-2}}.$$

10) Оцініть відносну похибку вимірювань $\delta n = 2 \frac{|n_e - n_T|}{n_e + n_T} \cdot 100\%$.

Контрольні запитання

1. Що характеризує вектор індукції магнітного поля?
2. Сформулюйте принцип суперпозиції магнітних полів?
3. Запишіть та поясніть закон Біо-Савара-Лапласа.
4. За яких умов магнітне поле в середині соленоїда можна вважати однорідним?
5. Запишіть формулу для визначення індукції магнітного поля в середині та поза межами довгого соленоїда.
6. Чому довгий соленоїд відіграє важливу роль в магнітостатиці?
7. Сформулюйте теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції (закон повного струму).
8. Яким чином здійснюється вимірювання індукції магнітного поля всередині соленоїда в даній лабораторній роботі?
9. Які основні джерела похибок вимірювання індукції магнітного поля та яким чином їх враховують під час обробки результатів?

Література:

1. Дідух Л. Д. Електрика та магнетизм : підручник. Тернопіль : Підручники і посібники, 2020. 464 с.
2. Горват А. А., Грабар О. О. Фізичний практикум : навч. посіб. Ч. 3. : Електрика і магнетизм. Ужгород : Говерла, 2022. 160 с.
3. Griffith D. J. Introduction to Electrodynamics. Cambridge : Cambridge University Press & Assessment, 2024. 600 p.
4. Friesen D. J. Electromagnetics for Practicing Engineers: Electrostatics and Magnetostatics (Vol. 1). Boston : Artech house, 2024. 453 p.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до лабораторної роботи «Дослідження магнітного поля соленоїда»
з дисципліни «Фізика»
для студентів усіх спеціальностей та усіх форм навчання

Укладачі:

АНДРЕЄВ Олександр Миколайович
АНДРЕЄВА Ольга Миколаївна
ПЕРЕТЯТЬКО Анастасій Олександрович

Відповідальний за випуск проф. Любченко О. А.
Роботу до видання рекомендувала проф. Любченко О. А.

В авторській редакції

План 2025 р., поз.784

Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 1,2

Видавничий центр НТУ «ХП».
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.
61002, Харків, вул. Кирпичова, 2.

Електронне видання