Заключение. Разработанная квазистатическая балансовая модель управляемого процесса сгорания в КА позволяет производить имитационное моделирование различных структур систем управления и их параметрический синтез. К числу важнейших результатов проведенного исследования можно отнести тот факт, что на множестве равновесных режимов, соответствующих множеству тепловых нагрузок КА, предложенная система стабилизации с высокой степенью точности поддерживает заданные значения температуры, давления и коэффициента избытка воздуха. Дальнейшее развитие настоящего исследования связано, прежде всего, с интервальными оценками параметров математической модели КА и синтезом системы управления в условиях неопределенности последних.

Список литературы: 1. *Продюс П.* Регулирование паросиловых установок. – М.: Энергия, 1967. – 368с. 2. *Герасимов С.Г., Дудников Е.Г., Чистяков С.Ф.* Автоматическое регулирование котельных установок. – М.: Энергоиздат, 1967. – 424с. 3. *Плетнев Г.П.* Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций. – М.: Энергоиздат, 1981. – 368с. 4. *Penson R.P.* Improving baler efficiency// FEN. – 1988. – 13, № 9. – P.68-69. 5. *Richardson Ron.* Improving small boiler combustion control// Contr. and Instrum. – 1987. – 19, № 3. - P. 33-35. 6. *Allen Chris* Application of control to steam boilers// Contr. and Instrum. – 1983. – 15, № 11. - P. 43, 45, 47, 49. 7. *Lebrun J.J., Hannay J., Dols J.M.* Research of good boiler model for HVAC energy simulation. “ASHRAE Transact. Vol. 91.Pt1B: Symp. Pap. Winter Meet., Chocago, III. 1985”. Atlanta, Ga, 1985. – P. 60-85. 8. *Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В.* Теоря моделей в процессах управления. – М.: Наука, 1978. – 223с. 9. *Куценко А.С., Чан Занг Лю* Критерии адекватности динамических и статистических математических моделей технологических процессов // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2003. - № 18. – С. 23 – 28. 10. *Андреев Ю.Н.* Управление конечномерными линейными объектами. – М.: Наука, 1976. – 424с.

Поступила в редколлегию 22.09.06

УДК 681.518

А.В. ПАЛЬЧИК

МИНИМАКСНЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА СИСТЕМ, ОПТИМАЛЬНЫХ ПО КВАДРАТИЧНОМУ КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА

Ця робота присвячена одному з етапів вирішення задачі синтезу системи автоматичного керування, а саме проблемі вибору параметрів керуючого пристрою за умови забезпечення необхідної якості процесу управління. Вибір параметрів здійснюється за умови наявності невизначеності цілі, що виражається у відсутності інформації о параметрах подінтервальної функції квадратичного критерію якості.

Введение. Задача оптимизации системы автоматического управления невозможна без методов оценки качества процесса управления. Наиболее полно оно отражается видом переходного процесса в системе [1], т.е. изменением состояния системы под действием ступенчатого возмущения. Описание переходного процесса вектором характеристик, а также ограничения, накладываемые на вид переходного процесса физической природой исследуемой системы и требованиями качества, порождают задачу нелинейного программирования [2], а именно – многокритериальную оптимизацию нелинейных функций при линейных и нелинейных ограничениях.

Цель работы. Данная работа преследует цель провести исследования влияния параметров линейного звена обратной связи на качество переходного процесса и решить многокритериальную оптимизационную задачу их нахождения, в условиях неопределенности целей, выраженной в отсутствии информации о значениях параметров квадратичного критерия качества, используя игровой подход или, так называемый, принцип наилучшего гарантированного результата.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается случай стационарной системы[3], общий вид которой, можно представить так:

$$\begin{aligned} x'(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ x(t_0) &= x_0. \end{aligned} \tag{1}$$

В качестве критерия качества переходных процессов рассматривается квадратичный критерий вида:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \{u^T(t)u(t) + x^T(t)Qx(t)\}dt, \tag{2}$$

где $Q = \{q_{ij}\}_{n \times n}$ - положительно определенная симметрическая матрица, $q_{ij} \in [0, \quad 1]$.

Решение многокритериальной оптимизационной проводится в условиях неопределенности коэффициентов подынтегральной функции Q.

В качестве регулируемых параметров будут выступать коэффициенты линейного звена обратной связи замкнутой системы. Допустимая область значений этих коэффициентов задается в виде ограничений, реализующих следующий физический смысл:

1) переходный процесс должен быть устойчивым;
2) переход системы в новое установившееся состояние должен осуществляться за ограниченный, заранее заданный интервал времени, равный времени проведения эксперимента.

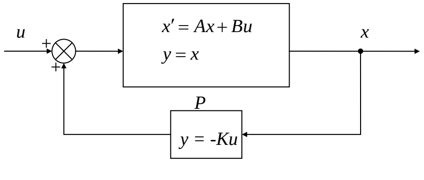

Рисунок 1. Схема исследуемой замкнутой системы.

С учетом обратной связи по линейному закону систему уравнений можно записать в виде:

$$x'(t) = [A - BK] \cdot x(t) + Bu(t), \qquad (3)$$
$$y(t) = x(t).$$

Таким образом, задача оптимизации качества переходных процессов состоит в подборе лучших параметров матрицы K, обеспечивающих оптимальное значение квадратичного критерия качества (2)

Решение задачи. Для каждой стационарной системы (1), заданной матрицами $\{A, B\}$, которая является управляемой, существует управление, которое минимизирует квадратичный критерий качества (2) на положительной полуоси [4]:

$$J = \int_0^{\infty} \{u^T(t)u(t) + x^T(t)Qx(t)\}dt, \qquad (4)$$

причем оптимальное управление в виде обратной связи имеет вид:

$$u(t) = -B^T \cdot V \cdot x(t), \qquad (5)$$

где V - положительно определенное решение уравнения Риккати:

$$A'V + VA - VBB'V + Q = 0 \qquad (6)$$

Для каждого набора параметров критерия качества, заданного матрицей Q, можно однозначно найти точку в пространстве коэффициентов линейного звена обратной связи

$$K = B^T \cdot V \qquad (7)$$

и построить область компромиссов.

Аналитическое решение матричного уравнения Риккати в общем случае найти невозможно, поэтому необходимо применять численные методы [5], реализующие нахождение решения с заданной точностью с помощью итерационного алгоритма.

Если разомкнутая система неуправляема, нужно рассматривать замкнутую систему (3), предварительно проведя расчет матрицы K, которая обеспечит свойство управляемости.

С точки зрения игрового подхода математическое описание квадратичной задачи оптимизации закона управления замкнутой линейной стационарной системой в условиях неопределенности цели, выраженной в отсутствии четко заданных коэффициентов подынтегральной функции, выглядит следующим образом:

$$K = \min_K \left(\max_{Q \in D_Q} \left(\min_K \left(\int_0^{\infty} \{u^T(t)u(t) + x^T(t)Qx(t)\}dt \right) \right) \right) \qquad (8)$$

Данная постановка задачи имеет 3 уровня оптимизации, каждый из которых необходимо решать с помощью нелинейного программирования. Это приводит к большому количеству вычислений функции квадратичного критерия, а значит и вычислению выхода системы по различным входам.

Пространство параметров линейного звена обратной связи имеет размерность $m \times n$. Отсутствие ограничений на допустимую область порождает нетривиальную задачу выбора начальной точки алгоритма оптимизации [4].

Предлагается перевести процесс оптимизации из пространства параметров обратной связи замкнутой системы размерностью $m \times n$ в пространство параметров подынтегральной функции квадратичного критерия качества размерностью $n \times (n+1)/2$.

Преимуществом такого перевода является то, что допустимая область значений параметров подынтегральной функции D_Q ограничена:

$$D_Q = \begin{cases} q_{ij} \in [0,1], \\ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} = 1 \\ q_{ij} = q_{ji}, \end{cases}, \tag{9}$$

где q_{ij} - соответствующий элемент матрицы весов функционала качества Q.

Первое и второе ограничения задаются нормированием коэффициентов матрицы на единичном отрезке, третье ограничение указывает симметричность матрицы.

Тогда по точкам из данной области можно построить Парето-множество точек, однозначно определенное в пространстве параметров обратной связи замкнутой системы. Фактически пространство возможных векторов коэффициентов матрицы K сужается к области компромиссов.

Математическое описание такой задачи выглядит так:

$$\{Q, K\} = \min \left(\max_{Q \in D_Q} \left(\int_0^\infty \left\{ u^T(t)u(t) + x^T(t)Qx(t) \right\} dt \right) \right), \tag{10}$$

т.е. необходимо найти такой набор параметров подынтегральной функции квадратичного критерия качества и соответствующий ему оптимальный закон управления, заданный матрицей коэффициентов линейного звена обратной связи замкнутой системы, однозначно определяемый решением алгебраического уравнения Риккати, которые бы давали минимум максимума квадратичного критерия для данного закона управления.

Подынтегральная функция представляет собой взвешенную сумму интегралов переходных процессов по каждой переменной вектора состояния, и всех перестановок их пар:

$$\int_0^\infty \left\{ x^T(t)Qx(t) \right\} dt = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} q_{ij} \cdot \int_0^\infty \left\{ x_i^T(t) \cdot x_j(t) \right\} dt \tag{11}$$

Тогда, для любого управления $u(t)$, заданного матрицей K, найдется такой набор $\{i_{\max}, j_{\max}\}$, что будут выполняться соотношение:

$$\int_0^\infty \left\{ x^T{}_{i_{\max}}(t)\cdot x_{j_{\max}}(t) \right\} dt \geq \int_0^\infty \left\{ x^T{}_i(t)\cdot x_j(t) \right\} dt, \tag{12}$$
$$i \neq i_{\max},\ j \neq j_{\max},$$

В таком случае, с учетом того, что допустимая область весовых коэффициентов q_{ij} ограничена соотношениями (9), можно сделать вывод, что для каждого набора матриц $\{Q, K\}$ верно равенство:

$$\max_{Q\in D_Q}\left(\int_0^\infty \left\{ u^T(t)u(t) + x^T(t)Qx(t) \right\} dt \right) = \int_0^\infty \left\{ u^T(t)\cdot u(t) \right\} dt + \max_{\substack{i=1..n \\ j=1..n}} \int_0^\infty \left\{ x_i^T(t)\cdot x_j(t) \right\} dt \tag{13}$$

Таким образом, оптимизационная задача формулируется в виде:

$$\{Q, K\} = \min_{Q\in D_Q}\left(\int_0^\infty \left\{ u'(t)\cdot u(t) \right\} dt + \max_{\substack{i=1..n \\ j=1..n}} \int_0^\infty \left\{ x_i'(t)\cdot x_j(t) \right\} dt \right), \tag{14}$$

$$D_Q = \begin{cases} q_{ij} \in [0,1], \\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} q_{ij} = 1 \\ q_{ij} = q_{ji} \end{cases}$$

Выводы. На основании проведенных исследований, были выявлены зависимости параметров подынтегральной функции квадратичного критерия качества и коэффициентов линейного регулятора замкнутой системы. Используя результаты исследований и игровой подход, был предложен метод построения обобщенного критерия качества и получена формализация оптимизационной задачи. Основным преимуществом разработанного подхода является существенное упрощение применения принципа минимакса, которое заключается в отсутствии вложенной оптимизации на этапе исключения влияния неопределенностей на результат. Таким образом, применение данного подхода сокращает время и ресурсоемкость решения оптимизационной задачи.

Список литературы: 1. *Куценко А.С., Пальчик А.В., Литвинова Л.В.* Векторная оптимизация прямых показателей качества переходных процессов систем автоматического управления в условиях неопределенности – Вестник НТУ «ХПИ». Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Системный анализ, управление и информационные технологии». – Харьков: НТУ «ХПИ»,2004. 2. *Чинаев П.И., Чумаков Н.М.* Теория автоматического управления - Киев: Тип. КВИАВУ ВВС, 1969. 3. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 4. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1971. 5. *Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н.* Введение в минимакс – М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1972.

Поступила в редколлегию 01.11.06