Это позволяет сформулировать следующую четырехиндексную задачу линейного программирования транспортного типа:
найти

$$\min_{x_{ikl},\, \hat{x}_{kjl}} \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{q} c_{ikl}x_{ikl} + \sum_{k=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{q} \hat{c}_{kjl}\hat{x}_{kjl}\right) \tag{8}$$

при ограничениях

$$\sum_{k=1}^{m} x_{ikl} = a_{il},\ i\in I,\ l\in L; \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ikl} = \sum_{j=1}^{m} \hat{x}_{kjl},\ k\in K,\ l\in L; \tag{10}$$

$$\sum_{k=1}^{m} \hat{x}_{kjl} = b_{jl},\ j\in J,\ l\in L; \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{q} x_{kjl} \leqslant b_k,\ k\in K; \tag{12}$$

$$x_{ikl} \geqslant 0,\ \hat{x}_{kjl} \geqslant 0,\ i\in I,\ k\in J,\ l\in L. \tag{13}$$

Анализ целевой функции (8) и ограничений (10) показывает, что задача (8) — (13) допускает расчленение общей системы на подсистемы за счет формирования локальных целевых функций подсистем. Это позволяет процесс разработки оптимального плана всей системы представить как итеративный процесс, на каждом шаге итерации которого все подсистемы уточняют свои модели на основе взаимного обмена информацией и производят пересчет плана*. Такое распараллеливание алгоритма решения является эффективным средством борьбы с большой размерностью.

Поступила в редколлегию 18.11.82.

УДК 658.512

А. В. ДАБАГЯН, д-р техн. наук, *Г. В. ЦЫХМАНОВ*

О МЕТОДЕ ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ

При рассмотрении эвристического алгоритма построения оптимального типоразмерного ряда изделий одним из авторов сделаны предположения.**

---

* Гамбаров Л. А. Итеративный алгоритм решения одного класса задач линейного программирования.— Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 199. Прикладная механика и процессы управления вып. 3. — Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1983, с. 11—15.

** Дабагян А. В. Оптимальное проектирование машин и сложных устройств.— М.: Машиностроение, 1979. — 280 с.

Множество работ, для выполнения которых предназначены проектируемые изделия, сгруппированы в заявки и образуют в совокупности поле заявок. Заявка идентифицируется номером j ($j = 1, \ldots, N$), где N — число заявок в поле заявок.

Число заданных M-типов изделий не ограничено.

Для каждой пары изделие — заявка известны величины: n_{ij} — число изделий i-типа, необходимое для обслуживания j-заявки; S_{ij} — стоимость обслуживания j-заявки изделием типа i, рассчитанная для оптимальной партии i-типа изделия (под стоимостью обслуживания понимаются затраты на проектирование, изготовление и эксплуатацию изделий). Если изделие типа i не может обслужить заявку j, то $n_{ij} = 0$, $S_{ij} = 0$.

Для каждого типа изделия известна невозрастающая функция $f_i(n_i) \geqslant 1$, показывающая относительное увеличение стоимости обслуживания для i-типа изделия при партии меньшей, чем оптимальная ($f_i = 1$) при оптимальной партии).

За критерий оптимальности принят минимум народнохозяйственных затрат на проектирование, изготовление и эксплуатацию изделий.

Формализованная постановка задачи имеет вид

$$\sum_{j=1}^{N} \sum_{i=1}^{M} S_{ij} f_i \left(\sum_{j=1}^{N} n_{ij} x_{ij}\right) x_{ij} \to \min, \quad \sum_{i=j}^{M} x_{ij} = 1 \quad (j = 1, \ldots, N), \qquad (1)$$

где $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если изделие } i \text{ обслуживает заявку } j, \\ 0, & \text{если изделие } i \text{ не обслуживает заявку } j. \end{cases}$

Для решения задачи булевого программирования предложен эвристический алгоритм, который отличают простота в реализации и приемлемое время решения.

Введем определения:

$\omega_{ij} = S_{ij} f_i(n_{ij})$ — стоимость обслуживания i-типом изделия, который используется только для обслуживания j-заявки;

$W_j = \min\limits_{i/S_{ij} \neq 0} \omega_{ij}$ верхняя граница стоимости обслуживания j-заявки;

$$g_{ij} = S_{ij} f_i \left(\sum_{j=1}^{N} n_{ij}\right) \text{ — стоимость обслуживания } i\text{-типом изделия}$$

j-заявки при условии, что он используется для обслуживания всех заявок, которые могут быть им обслужены.

Если для каких-то пар изделие — заявка не выполняется условие $g_{ij} < W_j$ (2), то можно положить $n_{ij} = 0$, $S_{ij} = 0$, исключив из ареала обслуживания изделия типа i заявку j. Пересчитываем величины g_{ij}, ω_{ij}, W_j, проверяем выполнение условия (2). Действия повторяются, пока условие (2) будет выполнено для всех пар изделие — заявка.

Исключение является основой для построения алгоритма. Представим его в виде последовательности шагов: 1) вычисляем величины g_{ij}, ω_{ij}, W_j; 2) осуществляем процедуру исключения; 3) если в каждом столбце матрицы, состоящей из элементов S_{ij}, равно по одному ненулевому элементу, то процесс решения закончен.

Уменьшаем значения нижней границы для всех заявок $W_j = \max\limits_i g_{ij}$ $(j = 1, \ldots, N)$ и повторяем шаги 2, 3.

Уменьшение можно производить различным образом. Например, можно уменьшать W_j только на одной из заявок, использовать для этой цели метод Монте-Карло и т. д.

Алгоритм реализован на языке ПЛ-1. Просчет ряда контрольных примеров показал, что эффективность его резко возрастает с увеличением размерности задачи.

Поступила в редколлегию 30. 11. 82.

УДК 658.512

А. В. МАКАРЕНКО, И. В. ЛАБАЗОВА

ПОСТРОЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СТОИМОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПТИМИЗАЦИИ ТИПОРАЗМЕРНОГО РЯДА ИЗДЕЛИЙ

Оптимальный типоразмерный ряд изделий, как показано в [1], синтезируется путем построения дихотомического графа альтернативных решений и нахождения его оптимального сечения. Построение графа осуществляется по принципу дихотомии, т. е. разбиением всего множества заявок на два — с малыми и большими значениями параметров. Оптимальная дихотомия поля заявок осуществляется методом интегральных стоимостных характеристик (ИСХ).

Типоразмер изделия — это вектор $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_m)^T$, компоненты которого технические параметры изделия.

Осуществим построение ИСХ: промежуточная $Q(\boldsymbol{x})$ представляет собой суммарные затраты на обслуживание заявок, параметры которых не больше $\boldsymbol{x}$, изделием типоразмера $\boldsymbol{x}$; максимальная $R(\boldsymbol{x})$ — суммарные затраты на обслуживание заявок, параметры которых не больше $\boldsymbol{x}$, изделием максимального типоразмера

$$\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_m)^T. \tag{1}$$

Из определения максимальной и промежуточной ИСХ следует, что в точке (1) характеристики равны. Обозначим это значение через D. Тогда суммарные затраты на обслуживание всего поля заявок изделиями промежуточного и максимального типоразмеров $S(\boldsymbol{x}) = D + Q(\boldsymbol{x}) - R(\boldsymbol{x})$ (2). В работах [1—3] излагается алгоритм оптимальной дихотомии, который позволяет минимизировать функцию (2).

При построении промежуточной ИСХ учитывается партионность (серийность): $Q_p(\boldsymbol{x}) = Q(\boldsymbol{x})\,P(N_Q)$, где $Q_p(\boldsymbol{x})$ — промежуточная ИСХ