

Ресурсо- та енергоощадні технології виробництва і пакування харчової продукції – основні засади її конкурентноздатності; Матеріали У Міжнародної спеціалізованої науково-практичної конференції. 14 вересня 2016 р., м. Київ. – К. НУХТ, 2016. – с. 172-175.

УДК 678.742

Бухкало С.І., к.т.н., проф.,

Іглін С.П., к.т.н., проф.

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут» (НТУ «ХПІ»), м. Харків, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОКИСНЕННЯ ПОЛІМЕРНОЇ ТАРИ ТА ПАКУВАННЯ

Вступ. Перспективним з точки зору прогнозування терміну експлуатації для дослідження процесів окиснення полімерної тари та пакування є напрямок апроксимації експериментальних залежностей для всього спектру функціональних груп, які утворюються при експлуатації полімерних виробів [1–3]. Такі залежності є актуальними для розвинення комплексних інноваційних технологій і їх можна використовувати для розробки моделей системи структурно-хімічних змін залежно від терміну експлуатації полімерних виробів. Також вони є обґрунтуванням концепції математичних моделей як інструментарію у розв’язанні задач управління екологічною безпекою галузей стосовно теорії різновидів математичних моделей.

Основна частина. Основні етапи будовання математичної моделі процесу експлуатації полімерної тари та пакування можна визначити як ряд послідовних стадій [4, 5]:

1. Будовання системи рівнянь математичного опису;
2. Реалізація моделюючого алгоритму рішення системи рівнянь математичного опису;
3. Аналіз отриманих результатів.

При експлуатації поліетиленової плівки були отримані експериментальні дані (рис. 1), переходимо до обробки даних за період 2 (Period 2), для групи 1. Їх будемо наближати двома параболою з невідомою заздалегідь точкою перемикавання:

$$y = \begin{cases} b_1 + b_2 t + b_3 t^2; & t \in [0, t_0]; \\ c_1 + c_2 t + c_3 t^2; & t \in [t_0, t_{\max}]. \end{cases} \quad (1)$$

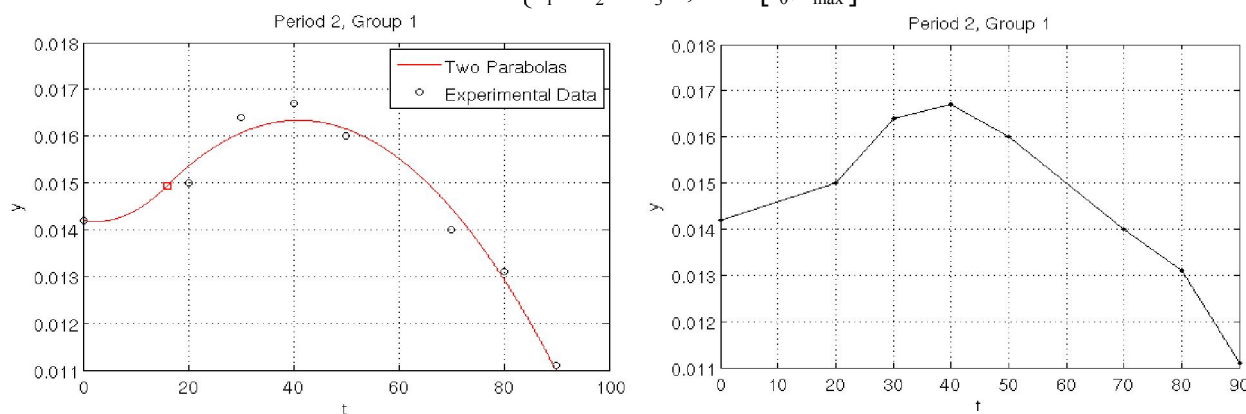


Рисунок 1 – Теоретичні та експериментальні дані визначення зміни ступеня ненасиченості (Group 1) для періоду 2 (Period 2) експлуатації полімерної плівки.

Для вирішення системи ми обираємо повні багаточлени 2-го ступеня, тому що в початковій та кінцевій точках функція $y = f(t)$ має ненульові похідні. На 7 параметрів моделі (1) накладаються 2 обмеження: неперервність та гладкість у точці перемикавання t_0 . Виключаємо з цих умов 2 параметри (найпростіше виключаються c_1 та c_2) та переозначаємо c_3 та t_0 :

$$\begin{cases} f(t_0 - 0) = f(t_0 + 0); \\ f'(t_0 - 0) = f'(t_0 + 0); \end{cases} \begin{cases} b_1 + b_2 t_0 + b_3 t_0^2 = c_1 + c_2 t_0 + c_3 t_0^2; \\ b_2 + 2b_3 t_0 = c_2 + 2c_3 t_0; \end{cases} \begin{cases} c_2 = b_2 + 2(b_3 - c_3)t_0; \\ c_1 = b_1 + (b_2 - c_2)t_0 + (b_3 - c_3)t_0^2; \end{cases} \begin{cases} c_3 = b_3; \\ t_0 = b_4. \end{cases}$$

Після підставлення цих виразів у (1) маємо таку модель для наших даних:

$$y = \begin{cases} b_1 + b_2 t + b_3 t^2; & t \in [0, b_5]; \\ (b_1 - (b_3 - b_4) b_5^2) + (b_2 + 2(b_3 - b_4) b_5) t + b_4 t^2; & t \in [b_5, t_{\max}]. \end{cases} \quad (2)$$

Тут $t_{\max} = 90$ – відоме значення. Найкраща модель за МНК є такою:

$$y = \begin{cases} 0,0142 - 2,1166 \times 10^{-5} t + 4,1848 \times 10^{-6} t^2; & t \in [0, 15,9534]; \\ 0,0126 + 1,8373 \times 10^{-4} t - 2,237 \times 10^{-6} t^2; & t \in [15,9534, 90]. \end{cases} \quad (3)$$

Квадратиком (рис. 1) позначена точка перемикання $t_0 = 15,953354$. Саме у цій точці досягається найбільша швидкість зростання функції $y = f(t)$, яка дорівнює $1,123580 \times 10^{-4}$. Найбільша швидкість спадання – у кінцевій точці $t_{\max} = 90$; вона дорівнює $2,1893 \times 10^{-4}$. Вибіркова дисперсія цієї моделі $D = 2,1476 \times 10^{-7}$.

Наступним досліджуємо період 2, група 2: експериментальні дані – чорні кружки на рис. 2.

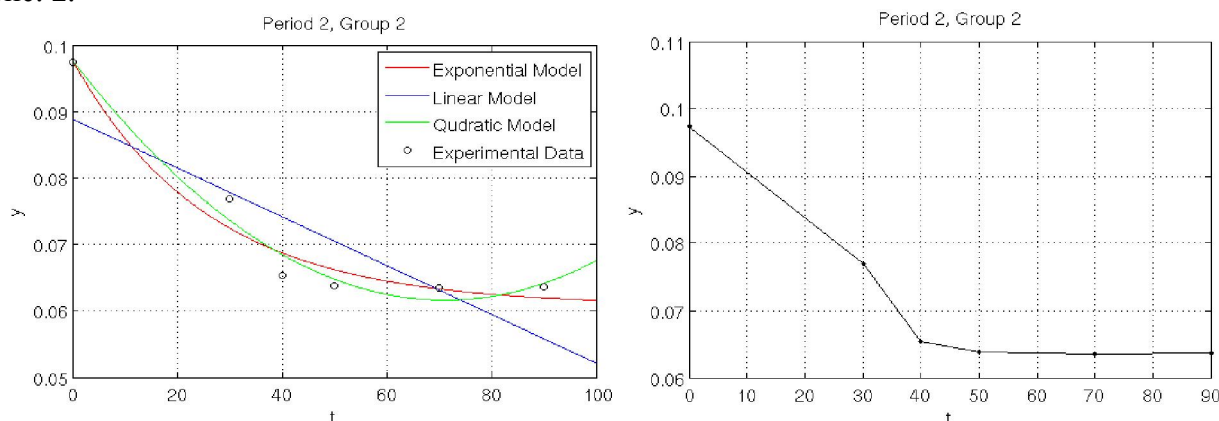


Рисунок 2 – Теоретичні та експериментальні дані визначення зміни ступеня ненасиченості (Group 2) для періоду (Period 2) експлуатації полімерної плівки.

Досліджуємо експоненційну, лінійну та квадратичну моделі. Найкращі за МНК можна визначити наступні моделі:

$$\begin{aligned} y_{\text{exp}} &= 0,036967 \cdot e^{-0,03831t} + 0,060797; \\ y_{\text{lin}} &= 0,088914 - 0,000367t; \\ y_{\text{quad}} &= 0,097734 - 0,0010145t + 7,1256 \times 10^{-6} t^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Довірні інтервали для коефіцієнтів цих моделей з довірною ймовірністю 95% – у таблицях 1–3.

Таблиця 1. Параметри експоненційної моделі та довірні інтервали для них

параметр	значення	нижня границя	верхня границя
b_1	0,036967	0,020087	0,053847
b_2	0,038310	-0,006501	0,083121
b_3	0,060797	0,047405	0,074190

Таблиця 2. Параметри лінійної моделі та довірні інтервали для них

параметр	значення	нижня границя	верхня границя
b_1	0,088914	0,071578	0,106249
b_2	-0,000367	-0,000684	-0,000051

Таблиця 3. Параметри квадратичної моделі та довірні інтервали для них

параметр	значення	нижня границя	верхня границя
b_1	0,09773	0,088797	0,106671
b_2	$-1,014516 \times 10^{-3}$	$-1,42709 \times 10^{-3}$	$-6,019437 \times 10^{-4}$
b_3	$7,125623 \times 10^{-6}$	$2,817292 \times 10^{-6}$	$1,143395 \times 10^{-5}$

Вибіркові дисперсії моделей за розрахунками мають значення:

$$\begin{aligned} D_{\text{exp}} &= 1,315961 \times 10^{-5}; \\ D_{\text{lin}} &= 6,41052 \times 10^{-5}; \\ D_{\text{quad}} &= 8,54736 \times 10^{-5}. \end{aligned} \quad (5)$$

Найкращою є експоненційна модель. Але порівняння її з лінійною показує, що зменшення дисперсії у 4,87 разів насправді не є суттєвим:

$$\frac{D_{\text{lin}}}{D_{\text{exp}}} = 4,87136 < F_{0,95}(3, 4) = 6,5914.$$

Таким чином, для підтримки математичного моделювання розроблені та використані для розрахунків системи комп'ютерної математики [5], які дозволяють створювати формальні і блокові моделі як простих, так і складних процесів, легко міняти параметри моделей в ході моделювання. Блокові моделі представлені блоками (найчастіше графічними), набір і з'єднання яких задаються діаграмою моделі.

Висновки.

1. Точка перемикання $t_0 = 15,953354$ (рис. 1), саме у цій точці досягається найбільша швидкість зростання функції $y = f(t)$, яка дорівнює $1,123580 \times 10^{-4}$. Найбільша швидкість спадання – у кінцевій точці $t_{\text{max}} = 90$; вона дорівнює $2,1893 \times 10^{-4}$. Вибіркова дисперсія цієї моделі $D = 2,1476 \times 10^{-7}$.

2. Найбільші швидкості спадання функції $y = f(t)$ (рис. 2) в усіх трьох моделях досягаються у початковій точці $t = 0$; і вони дорівнюють: 0,001416 для експоненційної моделі, 0,000367 для лінійної та 0,0010145 для квадратичної.

3. Найкращою є квадратична модель, але з теоретичних міркувань (кінетика процесу окиснення) обираємо експоненційну.

4. Математична модель в якісному плані відповідає загальній картині процесу утворення ненасичених груп при експлуатації поліетиленової плівки у осінній період і може використовуватись для прогнозування терміну її роботи.

Література

1. Бухкало С.И. Деякі властивості полімерних відходів у якості сировини для енерго- і ресурсозберігаючих процесів // Інтегровані технології та енергозбереження. – Х.: НТУ «ХПІ». 2014. – № 4. – с. 29–33.

2. Бухкало С.И. Загальна технологія харчової промисловості у прикладах і задачах (інноваційні заходи) [текст] підручник. Київ «Центр учбової літератури»: 2014, 456 с.

3. Бухкало С.И. К вопросу энергосбережения процесса агломерирования полимерной упаковки / Інтегровані технології та енергозбереження // 2005. – № 2. – С. 29–33.

4. Бухкало С.И. Применение математического моделирования для комплексных предприятий по переработке отходов / С.И. Бухкало, С.Е. Гардер, О.Ю. Химич и др. // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ». 2012. – № 10. – с. 7–78.

5. Иглин С.П. Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB. Учебное пособие – Харьков: НТУ «ХПІ», 2006. – 612 с.