

УДК 621.225:51.001.57

**САМОРОДОВ В.Б., БУРЛЫГА М.Б., КОВАЛЬ А.А., РОГОВ А.В.,
САМОРОДОВ Б.В.**, НТУ «ХПИ», КГПУ, ОАО «Азот»

**МЕТОДИКА УТОЧНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ОБЪЕМНОГО КПД АКСИАЛЬНО-ПОРШНЕВЫХ ГИДРОНАСОСОВ**

Розроблено та апробовано методику по уточненню математичної моделі об'ємних втрат та об'ємного ККД щодо гідромашин аксіально-поршневого типу на прикладі математичної моделі втрат і ККД Городецького К.І. шляхом уточнення коефіцієнтів втрат. Отримані результати порівняння відносних похибок по моделі Городецького К.І. для гідронасосу ГСТ-90 вказують, що ідентифіковані коефіцієнти втрат більш ефективні.

Введение. Коэффициенты потерь для определения объемных и механических потерь а также КПД в объемных гидромашинах аксиально-поршневого типа в расчетно-теоретических исследованиях оставались постоянными практически в течении 30 лет [2, 3]. За это время развитие гидромашиностроения в мире, в частности в Украине на ОАО «Гидросила», шло по пути уменьшения потерь в парах трения, уменьшения внешних утечек, внутренних перетечек, а также потерь на сжатие рабочей жидкости. Это достигалось путем рационального выбора материалов пар трения [1, 4-7], зазоров в них, эффективных с точки зрения эксплуатации рабочих жидкостей, минимизации потерь, как гидромеханических так и объемных, использованием новых высокоточных технологий.

Анализ последних достижений и публикаций. За три десятилетия практически в два раза уменьшились средние рабочие зазоры в торцевом распределителе (с 30-40 мкм до 15-20 мкм), в поршневой группе (с 15-20 мкм до 7-10 мкм) [6, 7], более чем на 50% выросла максимальное рабочее (клапанное) давление в объемных гидромашинах [7]. Уменьшению потерь, повышению надежности деталей и узлов аксиально-поршневых гидромашин, работающих в составе трансмиссий мобильных машин, способствовало также внедрение большого числа конструкторско-технологических мероприятий по их усовершенствованию [5, 7].

Цель и постановка задачи. Разработка и апробация методики по уточнению математической модели объемных потерь и объемного КПД для гидромашин аксиально-поршневого типа на примере математической модели потерь и КПД Городецкого К.И.

Математическая модель и алгоритм решения задачи. Воспользуемся известными и общепринятыми соотношениями для объемного КПД η_{o1} гидронасоса и гидромотора η_{o2} , работающих в составе ГОП в прямом потоке мощности [3]. Здесь и далее индекс «1» относится к регулируемому гидронасосу, а индекс «2» – к нерегулируемому гидромотору соответственно:

$$\eta_{o1} = 1 - \frac{K_{y1}}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{DV|e_1|} \cdot \left(\frac{\omega_{1max}}{|\omega_1|} + C_{y1} \right) \quad (1); \quad \eta_{o2} = \frac{1}{1 + \frac{K_{y2}}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{DV|e_2|} \cdot \left(\frac{\omega_{2max}}{|\omega_2|} + C_{y2} \right)}, \quad (2)$$

где в соответствии с работами [3] для гидронасоса и гидромотора соответственно приняты следующие значения коэффициентов потерь:

$$K_{y1} = 0,156 \cdot 10^{-3} \mu, \quad c_{y1} = 3,67 \quad (3) \quad K_{y2} = 0,146 \cdot 10^{-3} \mu, \quad c_{y2} = 4,1. \quad (4)$$

Построим методику по уточнению математической модели объемного КПД на основании последних экспериментальных данных (данные ОАО «Гидросила») с помощью оптимизационной технологии, используя значения коэффициентов потерь по формулам (3), (4) в качестве первых приближений.

Введем три группы индексов i, j, k , которые характеризуют конкретные экспериментальные режимы работы гидронасоса ГСТ-90 и относятся соответственно к трем линейным массивам. Индекс $i = \overline{1,7}$ меняется по углу наклона шайбы гидронасоса γ_1 , то есть $i=1$ для $\gamma_1=1^\circ$, $i=2$ для $\gamma_1=3^\circ$, $i=3$ для $\gamma_1=6^\circ$, $i=4$ для $\gamma_1=9^\circ$, $i=5$ для $\gamma_1=12^\circ$, $i=6$ для $\gamma_1=15^\circ$, $i=7$ для $\gamma_1=18^\circ$. Индекс $j = \overline{1,6}$ меняется по значению перепада рабочего давления гидронасоса Δp , то есть $j=1$ для $\Delta p=3.5$ МПа, $j=2$ для $\Delta p=7$ МПа, $j=3$ для $\Delta p=14$ МПа, $j=4$ для $\Delta p=21$ МПа, $j=5$ для $\Delta p=28$ МПа, $j=6$ для $\Delta p=35$ МПа. Индекс $k = \overline{1,6}$ меняется по значению угловой скорости гидронасоса ω_1 , то есть $k=1$ для $\omega=10.467$ рад/с (100 об/мин), $k=2$ для $\omega=20.933$ рад/с (200 об/мин), $k=3$ для $\omega=41.867$ рад/с (400 об/мин), $k=4$ для $\omega=83.734$ рад/с (800 об/мин), $k=5$ для $\omega=157$ рад/с (1500 об/мин), $k=6$ для $\omega=261.67$ рад/с (2500 об/мин).

Сконструируем для гидронасоса в прямом потоке мощности безразмерный квадратичный минимизирующий функционал:

$$\Phi_{kj}(K_{y1}[k, j], C_{y1}[k, j]) = \left[\sum_{i=1}^{i_{\max}} \left(1 - \frac{\eta_{o1}[i, j, k]}{\eta_{o1}^{\text{эксн}}[i, j, k]} \right)^2 \right]_{\substack{k=\overline{1, k_{\max}} \\ j=\overline{1, j_{\max}}}}, \quad (5)$$

где $\Phi_{kj}(K_{y1}[k, j], C_{y1}[k, j])$ – суммарное построчное значение безразмерной квадратичной ошибки, характеризующей накопленную по строке разность между расчетным $\eta_{o1}[i, j, k]$ и экспериментальным $\eta_{o1}^{\text{эксн}}[i, j, k]$ значениями объемных КПД гидронасоса на режиме, который характеризуется тройкой индексов i, j, k (по строке меняется только индекс $i = \overline{1,7}$).

В развернутом виде с учетом (5) имеем:

$$\Phi_{kj}(K_{y1}[k, j], C_{y1}[k, j]) = \left[\sum_{i=1}^{i_{\max}} \left(1 - \frac{1 - \frac{K_{y1}[i, j, k]}{\mu} \cdot \frac{\Delta p[j]}{DV|e_1[i]} \cdot \left(\frac{\omega_{1\max}}{|\omega_1[k]|} + C_{y1}[i, j, k] \right)}{\eta_{o1}^{\text{эксн}}[i, j, k]} \right)^2 \right]_{\substack{k=\overline{1, k_{\max}} \\ j=\overline{1, j_{\max}}}} \quad (6)$$

Предлагается следующая процедура идентификации коэффициентов потерь K_{y1} и C_{y1} . На рис.1 показано построение тренда для коэффициента потерь K_{y1} , вычисленного по формуле:

$$\bar{K}_{y1}[j] = \left[\frac{1}{k_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} K_{y1}[k, j] \right]_{j=1, \bar{j}_{\max}} \quad (7)$$

Выражение (7) дает среднее значение коэффициента \bar{K}_{y1} в зависимости от перепада давления Δp для всего спектра угловых скоростей ω_1 вала гидронасоса (реализация одного и того же Δp возможна для всех возможных ω_1).

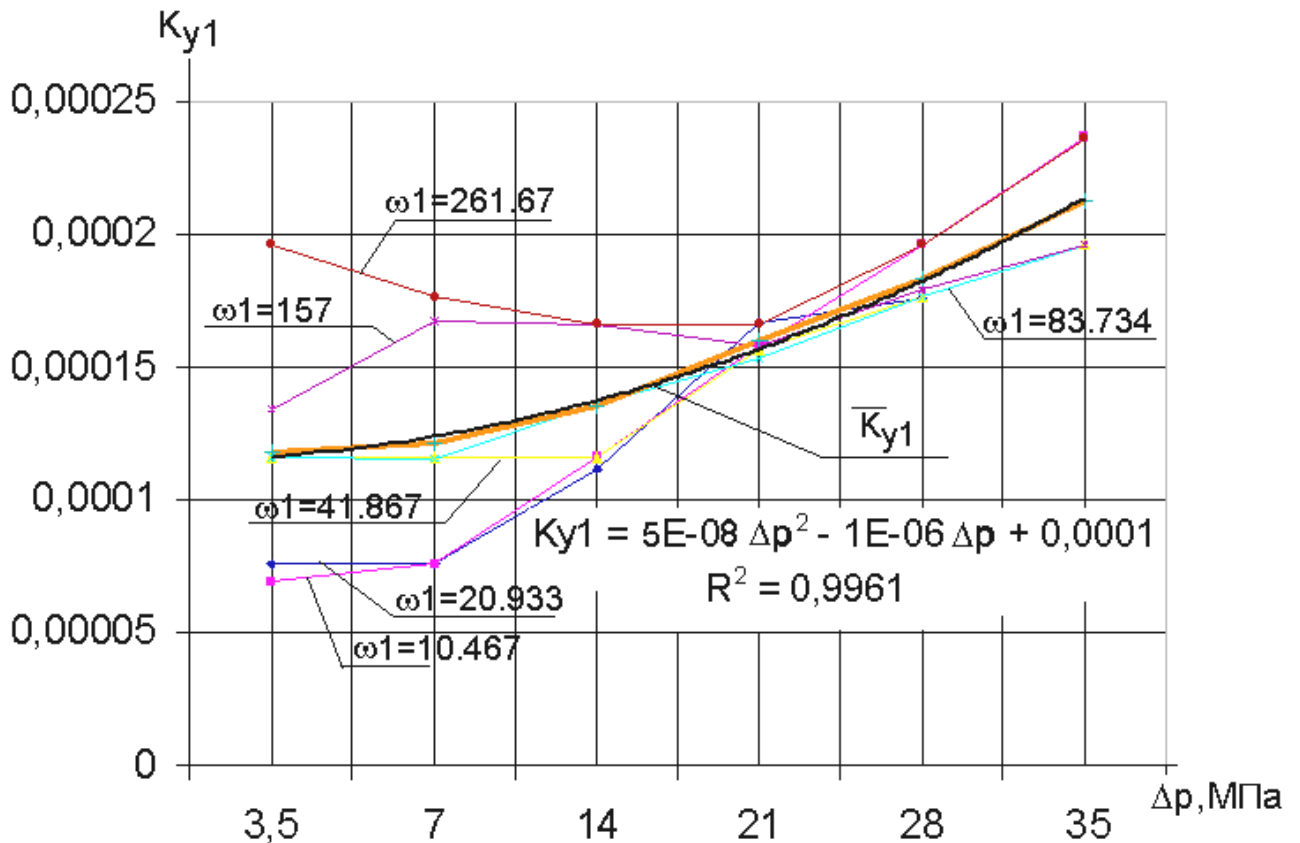


Рисунок 1 – Линия тренда для коэффициента потерь \bar{K}_{y1} для гидронасоса

Линия тренда для коэффициента потерь \bar{K}_{y1} аппроксимирована с достаточно высокой точностью полиномом второго порядка. Квадрат смещенной корреляции $R^2=0,9961$ ($R^2 \in [0, 1]$) достаточно точно отражает близость значений линии тренда к реальным экспериментальным данным.

По аналогии с соотношением (7) и рис.1 строится линия тренда для коэффициента потерь \bar{C}_{y1} (рис.2) с использованием формулы, учитывающей весь спектр изменения угловых скоростей ω_1 вала гидронасоса:

$$\bar{C}_{y1}[j] = \left[\frac{1}{k_{\max}} \sum_{k=1}^{k_{\max}} C_{y1}[k, j] \right]_{j=1, \dots, j_{\max}} \quad (8)$$

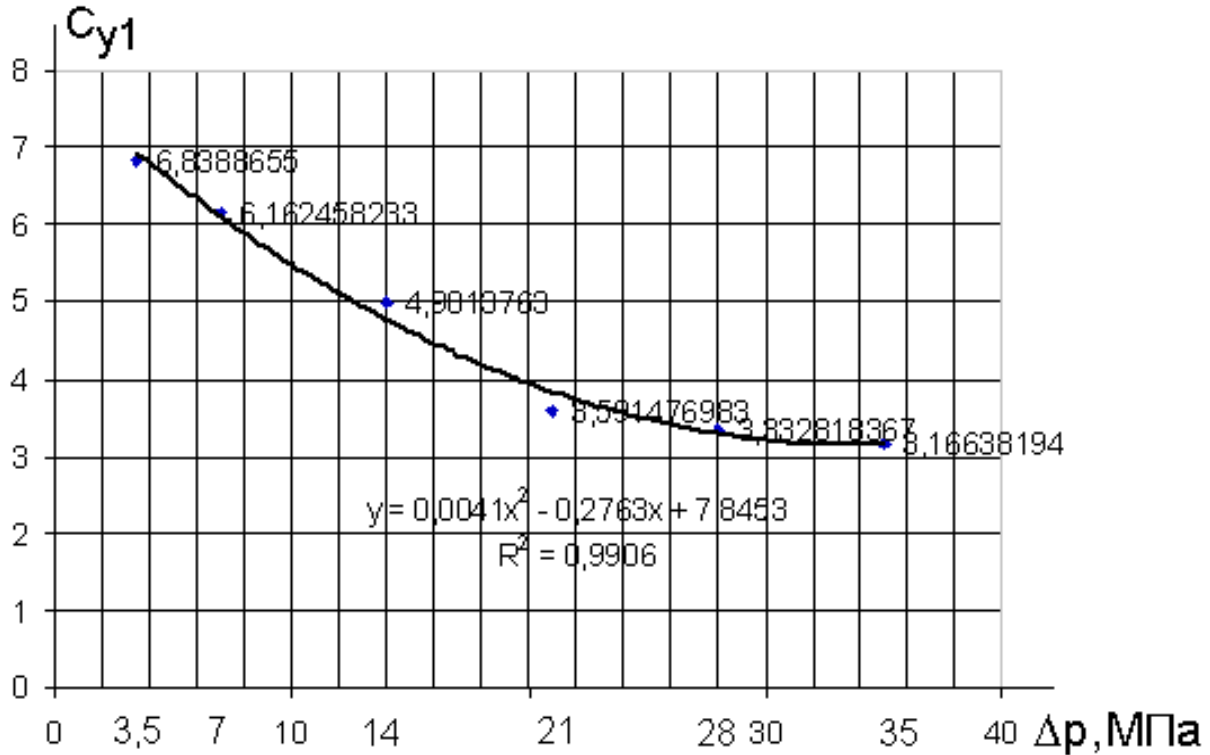


Рисунок 2 – Линия тренда для коэффициента потерь \bar{C}_{y1} для гидронасоса

Представим далее выражения для K_{y1} и C_{y1} в виде:

$$K_{y1} = a_1 \Delta p^2 + a_2 \Delta p + a_3 = (a_1 \ a_2 \ a_3) \times (\Delta p^2 \ \Delta p \ 1)^T = \bar{a} \times (\Delta p^2 \ \Delta p \ 1)^T; \quad (9)$$

$$C_{y1} = b_1 \Delta p^2 + b_2 \Delta p + b_3 = (b_1 \ b_2 \ b_3) \times (\Delta p^2 \ \Delta p \ 1)^T = \bar{b} \times (\Delta p^2 \ \Delta p \ 1)^T, \quad (10)$$

где $a_p (p=1,3)$ - варьируемые коэффициенты линии тренда для K_{y1} с начальными значениями $a_1^0 = 5 \cdot 10^{-8}$; $a_2^0 = -1 \cdot 10^{-6}$; $a_3^0 = 1 \cdot 10^{-4}$ (см. рис.1); $b_p (p=1,3)$ – варьируемые коэффициенты линии тренда для C_{y1} с начальными значениями $b_1^0 = 0.0041$; $b_2^0 = -0.2763$; $b_3^0 = 7.8453$ (см. рис.2).

Оптимизируем теперь методом Хука-Дживса квадратичный функционал, теоретический минимум которого равен нулю, по всему множеству $\eta_{\text{экс}}^{\text{нас}}(i, j, k)$:

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{a}, \bar{b}) &= \sum_i \sum_j \sum_k \left[1 - \frac{1 - K_{y1}(\bar{a}) \frac{\Delta p(j)}{DVe(i)} \left(\frac{\omega_{\max}}{\omega_1(k)} + C_{y1}(\bar{b}) \right)}{\eta_{\text{экс}}^{\text{нас}}(i, j, k)} \right]^2 = \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k \left[1 - \frac{1 - (a_1 \Delta p^2 + a_2 \Delta p + a_3) \frac{\Delta p(j)}{DVe(i)} \left(\frac{\omega_{\max}}{\omega_1(k)} + (b_1 \Delta p^2 + b_2 \Delta p + b_3) \right)}{\eta_{\text{экс}}^{\text{нас}}(i, j, k)} \right]^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Оптимизация компонент векторов a и b методом Хука-Дживса дает следующий результат:

$$K_{y1} = 73 \cdot 10^{-9} \Delta p^2 + 996875 \cdot 10^{-12} \cdot \Delta p + 99831543 \cdot 10^{-12}; \quad (12)$$

$$C_{y1} = 0.003900475 \Delta p^2 - 0.276782015 \Delta p + 7,844410944. \quad (13)$$

Оптимизация компонент векторов a и b методом Пауэлла дает:

$$K_{y1} = -0.0000000100199909 \Delta p^2 + 0.00000487196681943 \cdot \Delta p + 0.00005917092975633; \quad (14)$$

$$C_{y1} = 0.00390047455400884 \Delta p^2 - 0.27678201520113316 \Delta p + 7,84441094358421953. \quad (15)$$

Использование других оптимизационных методов (Розенброка, Нелдера-Мида) для квадратичного функционала в виде (7), а также для функционала, в котором все скобки в квадратах заменены модулями, дали выражения для коэффициентов потерь K_{y1} и C_{y1} , приводящие к большим относительным погрешностям при вычислении объемного КПД гидронасоса по сравнению с экспериментом.

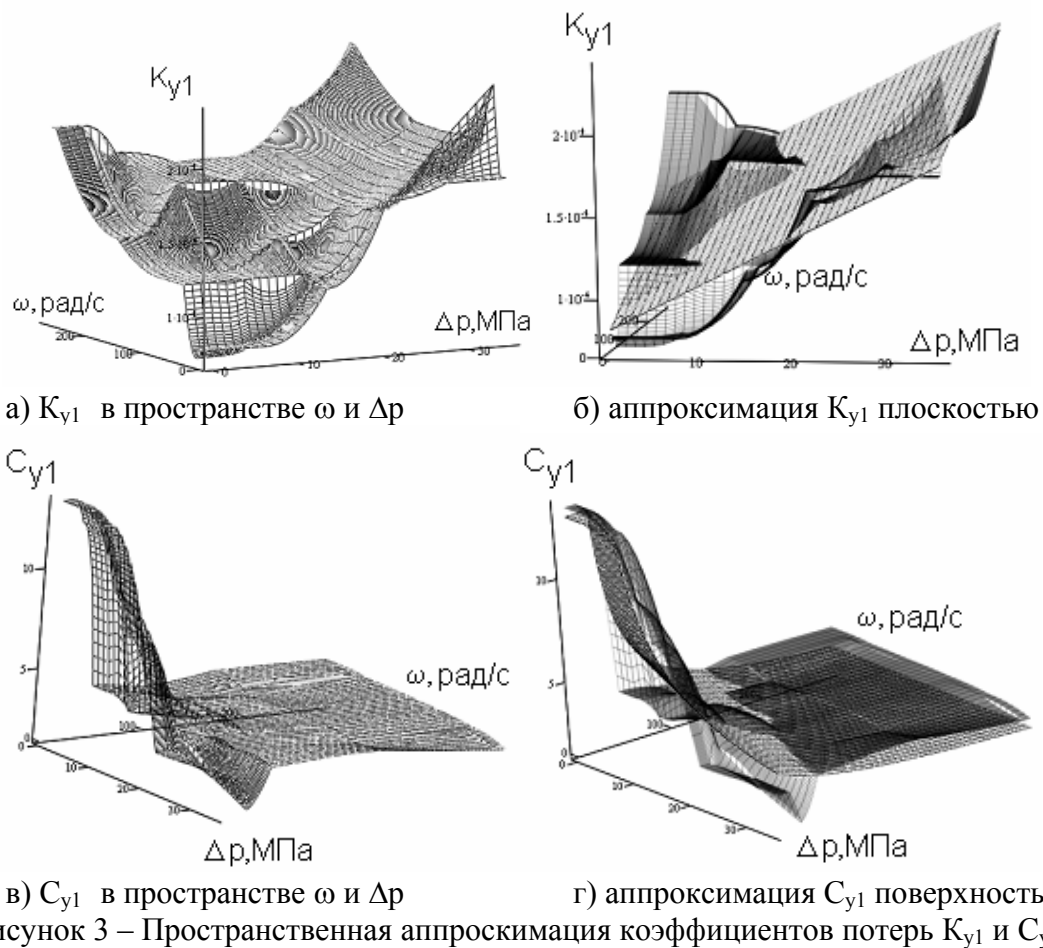
Также была сделана попытка пространственной аппроксимации коэффициентов потерь K_{y1} и C_{y1} с помощью плоскости для K_{y1} и с помощью гиперболической поверхности для C_{y1} (рис.3).

В результате пространственной аппроксимации получены следующие выражения для коэффициентов потерь:

$$K_{y1} = 0.028933 \cdot 10^{-10} \Delta p - 0.212404 \cdot 10^{-8} \cdot \omega + 0.811415 \cdot 10^{-4}; \quad (16)$$

$$C_{y1} = \frac{1}{0.014136 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta p + 0.491494 \cdot 10^{-2} \cdot \omega - 0.024291} + 2.1280615 \quad (17)$$

Анализ результатов проведенного исследования показал, что наиболее рациональными можно принять коэффициенты потерь, которые даны соотношениями (12)-(15), так как в данном случае наблюдается наименьшее отклонение относительных ошибок по величине и их количеству от экспериментальных данных.



Предложенная методика основывается на получении дискретных пар коэффициентов потерь K_{y1} и C_{y1} высокой точности для определения дискретных значений объемного КПД при построчном применении функционалов (5),(6). Для каждого из этих коэффициентов строится линия тренда в виде полинома (в нашем случае второго порядка) с учетом средних значений коэффициентов потерь по угловой скорости вала гидронасоса во всем диапазоне его угловых скоростей. Далее с использованием методов оптимизации нулевого порядка оптимизируются коэффициенты полинома, входящие в общий функционал (11) по всему множеству экспериментальных данных.

Анализ результатов реализации математической модели. В таблице 1 представлены результаты сравнения относительных ошибок по модели Городецкого К.И. учитывающей предложенные коэффициенты потерь по формулам (12) и (13) только для режима $i = \overline{1,7}, j = \overline{1,6}, k=6$ для $\omega=261.67$ рад/с (2500 об/мин) ввиду ограниченного объема статьи.

Анализ результатов табл.1 убеждает, что построчная минимизация квадратичного функционала (6) дает такие значения коэффициентов потерь K_{y1} и C_{y1} , которые обеспечивают исключительно высокую точность (в десятки и даже в сотни раз более высокую точность на ряде рабочих режимов) между расчетными и экспериментальными значениями КПД гидронасоса. Очевидно, что модель Городецкого К.И. на ряде режимов имеет неприемлемую точность (выходящую за

Таблица 1 – Сравнение результатов оптимизационных процедур по уточнению математической модели объемного КПД гидронасоса

(Об/мин)/ (рад/с) <i>n/w</i>	МПа <i>Δp</i>	Способ оптимизации	Коэффициенты потерь		Функционал <i>Φ</i>	Углы наклона шайбы гидронасоса, градусы							
			<i>Ky</i>	<i>Cy</i>		<i>1</i>	<i>3</i>	<i>6</i>	<i>9</i>	<i>12</i>	<i>15</i>	<i>18</i>	
2500/ 261.67	3,5	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0014564	3,7668	0,565	0,2141	0,094	0,0275	0,0072	0,0212	1
		Аппр-ция по Р и е	0,000196	3,8415259	0,0003385	0,6238	1,5053	0,6774	0,4	0,2552	0,1732	0,1274	2
		Оптимальная аппр-ция	0.0001042149	6.928475		2,3738	0,9817	0,419	0,23	0,128	0,0728	0,0447	3
		Аппр-ция по пов.	0.00008169758	2.92018		9,5882	1,1767	0,6439	0,473	0,3943	0,3414	0,2966	4
	7	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0018988	4,1898	1,0658	0,3828	0,169	0,0656	0,3395	0,0528	5
		Аппр-ция по Р и е	0,000176	3,7577785	0,0005668	0,7262	2,0196	0,8467	0,474	0,2921	0,1596	0,0948	6
		Оптимальная аппр-ция	0.0001103867	6.1121		2,3913	1,561	0,624	0,328	0,183	0,2461	0,0239	7
		Аппр-ция по пов.	0.00008169759	2.920179		17,181	2,5118	1,3571	0,976	0,7841	1,0142	0,6064	8
	14	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0025217	4,9485	0,6713	0,0482	0,144	0,2384	0,2966	0,3321	9
		Аппр-ция по Р и е	0,000166	3,7177173	0,000344	0,4452	1,6987	0,5303	0,17	0,0069	0,114	0,182	10
		Оптимальная аппр-ция	0.0001280958	4.7807		3,9641	0,8959	0,154	0,076	0,188	0,2567	0,2993	11
		Аппр-ция по пов.	0.00008169761	2.920179		38,609	7,008	3,5557	2,49	1,9692	1,6617	1,4534	12
	21	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0069005	7,7575	1,8603	1,2494	1,067	0,9898	0,9347	0,901	13
		Аппр-ция по Р и е	0,000166	3,6590316	0,0002602	0,2263	0,4655	0,6274	0,669	0,6977	0,7053	0,7131	14
		Оптимальная аппр-ция	0.0001529589	3.8511		5,3569	1,4409	1,062	0,948	0,902	0,8657	0,8445	15
		Аппр-ция по пов.	0.00008169763	2.920179		80,383	14,548	6,9073	4,694	3,6464	3,0207	2,6096	16
	28	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0074251	-	6,874	3,4472	2,538	1,4584	1,8905	1,7245	17
		Аппр-ция по Р и е	0,000196	3,5222234	0,0002097	-	0,5376	0,3648	0,6	0,0607	0,7915	0,8275	18
		Оптимальная аппр-ция	0.000184976	3.3233		-	3,5307	2,057	1,664	0,828	1,3947	1,3199	19
		Аппр-ция по пов.	0.00008169765	2.920179		-	26,044	11,42	7,55	5,0736	4,7331	4,0447	20
	35	Городецкий К.И.	0,000156	3,67	0,0361607	-	16,1312	6,8699	4,703	3,7297	3,1941	2,8229	21
		Аппр-ция по Р и е	0,000236	3,1197984	0,0004487	-	0,7687	0,5035	0,797	0,9264	1,0182	1,0545	22
		Оптимальная аппр-ция	0.0002241472	3.1973		-	1,4119	1,325	1,301	1,288	1,299	1,2827	23
		Аппр-ция по пов.	0.00008169767	2.920179		-	44,4342	17,532	11,24	8,4244	6,8383	5,7846	24

трехпроцентный барьер) при использовании коэффициентов потерь, рекомендованных в работе [3]. Например, это позиции табл.1 (первая цифра – номер столбца, вторая – номер строки таблицы): 1-1, 1-5, 1-9, 1-13, 2-17, 2-21, 3-17, 3-21, 4-21, 5-21, 6-21, 7-111. Причем, неудовлетворительная точность модели Городецкого К.И. наблюдается, прежде всего, при малых углах наклона шайбы гидронасоса. Здесь величина трехпроцентной относительной ошибки между экспериментом и расчетом отражает известную в теории и практике объемного гидропривода максимальную среднестатистическую ошибку измерения объемного КПД [2, 3, 5, 7]. В табл.1 темно-серым цветом выделены относительные ошибки, которые «проигрывают» в сравнении с результатами модели Городецкого К.И., однако не превосходят трехпроцентного барьера. Качественно аналогичные результаты по точности получены также для всего спектра угловых скоростей ω_1 ($k = \overline{1,6}$), перепадов давления Δp ($j = \overline{1,6}$) и параметра регулирования e ($i = \overline{1,7}$). Попытка пространственной аппроксимации оказалась неудачной, что видно из табл.1.

Таким образом, в подавляющем большинстве случаев идентифицированные в настоящей работе коэффициенты потерь K_{y1} и C_{y1} по формулам (12) и (13), более эффективны чем в модели Городецкого К.И., и полученные значения указанных коэффициентов наиболее адекватно на сегодняшний день описывают объемные потери и объемный КПД в объемных гидромашинах аксиально-поршневого типа.

Выводы. 1. Разработана и апробирована методика по уточнению математической модели объемных потерь и объемного КПД для гидромашин аксиально-поршневого типа на примере математической модели потерь и КПД Городецкого К.И. [2, 3] путем идентификации коэффициентов потерь. 2. Получены результаты сравнения относительных ошибок по модели Городецкого К.И., учитывающей предложенные коэффициенты потерь для всего спектра имеющихся экспериментальных данных для гидронасоса ГСТ-90. Результаты показали, что идентифицированные коэффициенты потерь K_{y1} и C_{y1} , более эффективны, чем в модели Городецкого К.И., что дает возможность наиболее адекватно на сегодняшний день описать объемные потери и объемный КПД в объемных гидромашинах аксиально-поршневого типа.

Список литературы: 1. Аврамов В.П., Самородов В.Б. Гидрообъемные передачи в гидрообъемных трансмиссиях транспортных машин: Учеб. Пособие.–Харьков:ХПИ.–1986.–76с. 2. Городецкий К.И.. Механический КПД объемных гидромашин //Вестник машиностроения.– 1977.– №7.– С.19-23. 3. Городецкий К.И., Михайлин А.А. Математическая модель объемных гидромашин //Вестник машиностроения.– 1981.– №9.– С.14-17. 4. Колесные и гусеничные машины высокой проходимости (конструкции, теория, проектирование, расчет, производство, эксплуатация) в10-ти томах. Том 3: Трансмиссии, Книга 2: Бесступенчатые трансмиссии: расчет и основы конструирования / В.Б. Самородов, Е.Е. Александров, Д.О. Волонцевич, А.С. Палащенко / под ред. Е.Е. Александрова. – Харьков: ХГПУ, 1997.–185 с. 5. Объемные гидромеханические передачи: Расчет и конструирование / О.М. Бабаев, Л.И. Игнатов, Е.С. Кисточкин и др.–Л.: Машиностроение,1987.–256 с. 6. Панасенко С.М. Объемные потери торцового распределения аксиально-поршневой гидромашин гидропривода трансмиссии трактора // Тракторная энергетика в растениеводстве: Сб.науч.тр. - Харьков: ХГТУСХ.- 1999. - С. 113-120. 7. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных транспортных машин / Самородов В.Б., Александров Е.Е., Лебедев А.Т. и др. – Харьков: ХГАДТУ.– 2001.– 642 с.