МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ З ВИКОНАВЧИМИ АСИНХРОННИМИ ДВИГУНАМИ

Лишук В. В., Селепина Й. Р., Заблоцький В. Ю.
Луцький національний технічний університет,
кафедра електроніки та телекомунікацій, et@lntu.edu.ua

Електромеханічні системи займають важливу нішу у технічному поступі України. Розроблення математичних моделей таких систем неможливе без створення математичних моделей їхніх окремих елементів [1]. Одним із найпоширеніших пристроїв таких систем є виконавчі асинхронні двигуни. Якщо виконавчий двигун працює в системі, де задіяна група n паралельно ввімкнених двигунів, що живляться від спільного трансформатора, то напруга живлення u_k, k-го з них, належить до невідомих і підлягає обчисленню.

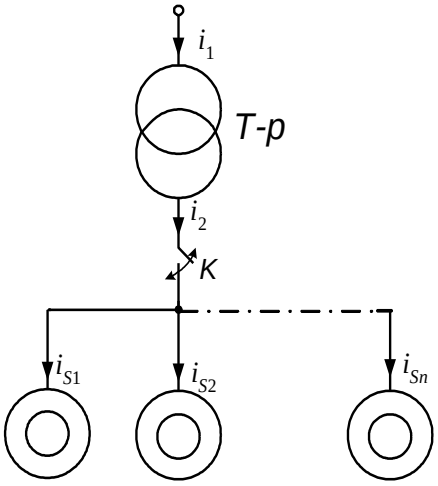

Рисунок 1 – Структурна схема системи.

Запишемо за I та II законами Кірхгофа рівняння такої системи

$$i_2+\sum_{k=1}^{n} i_{Sk}=0,\ u_{Sk}=u_2,\ k=1,2,...,n, \quad (1)$$

де u_2, i_2 – напруга і струм вторинної обмотки живлячого трансформатора; u_k, i_{sk} – напруга і струм обмотки фази k-го двигуна.

Рівняння вторинної обмотки трансформатора запишемо у вигляді [1]

$$\frac{di_2}{dt}=S_2u_2+T_2u_1+E_2, \quad (2)$$

де

$$S_2=\alpha_2(1-\alpha_2A_2);\quad T_2=-\alpha_1\alpha_2A_{12};\quad E_2=-S_2r_2i_2+T_2r_1i_1, \quad (3)$$

причому

$$A_{12}=w_1w_2/\rho;\quad A_2=w_2^2/\rho;\quad \rho=\rho''(\Phi)+\alpha_1w_1^2+\alpha_2w_2^2. \quad (4)$$

Тут u_1 – первинна напруга, $\rho''(\Phi)$ – диференціальний магнітний опір магнітопроводу, Φ – основний магнітний потік, α_1, α_2 – обернені індуктивності розсіяння, r_1, r_2 – опори обмоток, w_1, w_2 – кількості витків обмоток трансформатора.

Диференціюючи за часом (1), отримуємо

$$\frac{di_2}{dt}+\sum_{k=1}^{n}\frac{di_{Sk}}{dt}=0. \quad (5)$$

Рівняння рівноваги напруг обмоток запишемо у вигляді

$$\frac{d\Psi_j}{dt}=u_j-i_jr_j. \qquad j=2,S. \quad (6)$$

Струм вторинної обмотки трансформатора та обмоток статорів двигунів знаходимо за виразами [1]. Індекси 2 та *S* у (6) вказують на причетність до вторинної обмотки трансформатора та статора.

$$i_2 = \alpha_2(\Psi_2 - w_2\Phi). \tag{7}$$

$$i_S = \alpha_S(\Psi_S - w_S\Phi_s). \tag{8}$$

Похідну струму обмотки виконавчого двигуна отримуємо диференціюванням за часом (8), врахувавши, що потоки Φ_s знаходимо за значеннями радіального компонента вектора магнітної індукції на поверхні ротора.

Згідно [1] отримаємо

$$\frac{di_S}{dt} = \alpha_S\left(u_S - r_S i_S - w_S c\int_0^{\pi}\frac{\partial B_r(R,\varphi)}{\partial t}\cos\varphi d\varphi\right), \tag{9}$$

де $c = \dfrac{4lR}{\pi\rho}$, *l, R* – довжина і радіус ротора, φ – просторова координата.

Із другого рівняння Максвела [1], отримуємо

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial\varphi}, \tag{10}$$

де $E = -\partial A/\partial t$ – вектор напруженості електричного поля.

Підставляючи (10) у (9), згідно з (2), отримуємо

$$\frac{di_S}{dt} = S_S u_2 + E_S. \tag{11}$$

$$E_S = \alpha_S\left(\frac{cw_S}{R}\int_0^{\pi}\frac{\partial E}{\partial\varphi}\cos\varphi d\varphi - r_S i_S\right). \tag{12}$$

Коефіцієнти (12) не залежать від конструкції виконавчого двигуна. Це може бути двигун як з феромагнітним, так і з немагнітним ротором.

Підставляючи (2), (11) у (5), знаходимо

$$S_2u_2 + T_2u_1 + E_2 + \sum_{k=1}^{n}\left(S_{Sk}u_2 + E_{Sk}\right) = 0. \tag{13}$$

Звідси отримуємо шуканий вираз для напруги живлення двигунів

$$u_2 = -\frac{T_2u_1 + E_2 + \sum_{k=1}^{n}E_{Sk}}{S_2 + \sum_{k=1}^{n}S_{Sk}}. \tag{14}$$

Отже, застосувавши теорії математичного моделювання та електромагнітного поля за допомогою чисельних методів можна розраховувати різноманітні електромеханічні перехідні процеси в таких системах.

Список літератури

1. Чабан В. Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів / В. Й. Чабан. – Львів : В-во ДУ „Львівська політехніка», 1997. – 342 с.