cesses]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 496 p.

6. Tikhonov V. I., Kharisov V. N. *Statisticheskiy analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i system* [Statistical analysis and synthesis of radiotechnical devices and systems]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1991. 608 p.
7. Isimaru A. *Rasprostranenie i rasseyanie voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh. T. 1* [Distribution and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. Vol. 1]. Moscow, Mir Publ., 1981. 279 p.
8. Isimaru A. *Rasprostraneniye i rasseyaniye voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh. T. 2* [Distribution and scattering of waves in randomly inhomogeneous media. Vol. 2]. Moscow, Mir Publ., 1981. 317 p.
9. Tatarskiy V. I. *Rasprostraneniye voln v turbulentnoy atmosfere* [Distribution of waves in turbulent atmosphere]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 548 p.
10. Livshits M. S. *Operatory, kolebaniya, volny. Otkrytyye sistemy* [Operators, oscillations, waves. Open systems]. Moscow, Nauka Publ., 1966. 298 p.
11. Brodskiy M. S. *Treugol'nye i zhordanovy predstavleniya lineynykh operatorov* [Triangular and Jordan representations of linear operators]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 287 p.
12. Kuzhel' A. *Characteristic Functions and Models of Nonself-Adjoint Operators.* Dokdrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 1996. 267 p.
13. Livshits M. S., Yantsevich A. A. Teoriya operatornykh uzlov v gil'bertovykh prostranstvakh [Operator node theory in Hilbert spaces]. Khar'kov, Izd-vo KHGU Publ., 1971. 160 p.
14. Zolotarev V. A. O treugol'nykh modelyakh sistem dvazhdy perestanovochnykh operatorov [On triangular models for system of twice commuting operator]. *DAN Arm. SSR* [Reports of the Academy of Science of Armenian SSR]. 1979, KhP, no. 3, pp. 136–140.

Надійшла (received) 26.10.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Черемська Надія Валентинівна (Черемская Надежда Валентиновна, Cheremskaya Nadezhda Valentinovna) **–** кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 225-15-44; e-mail: cheremskaya66@gmail.com.

УДК 519.217

Н. А. ЧИКИНА, И. В. АНТОНОВА

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

Рассмотрен нестандартный метод анализа и прогнозирования медико-социальных временных рядов – метод скрытых моделей Маркова (СММ). Приведены основные теоретические положения математического аппарата цепей Маркова и СММ, проанализированы ограничения применения метода прогнозирования на основе Марковской модели временного ряда, его преимущества и недостатки. Проверка на стационарность временных рядов проводилась с помощью расширенного теста Дики – Фуллера. Рассмотрена процедура построения скрытой Марковской модели ряда первых разностей и методика получения прогнозного значения. Построена 3×3 – модель СММ для первых разностей временного ряда. Скрытые состояния модели получены в результате процедуры кластерного анализа, построен алфавит для их идентификации.

Ключевые слова: прогнозирование, временной ряд, стохастические процессы, метод скрытых моделей Маркова, цепи Маркова, динамические байесовские сети.

Н. О. ЧІКІНА, І. В. АНТОНОВА

ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ МЕТОДОМ ПРИХОВАНИХ МОДЕЛЕЙ МАРКОВА

Розглянуто нестандартний метод аналізу і прогнозування медико-соціальних часових рядів – метод прихованих моделей Маркова (ПММ). Наведено основні теоретичні положення математичного апарату ланцюгів Маркова і ПММ, проаналізовані обмеження застосування методу прогнозування на основі Марківської моделі часового ряду, його переваги та недоліки. Перевірка на стаціонарність часових рядів проводилась за допомогою розширеного тесту Дікі – Фуллера. Розглянута процедура побудови прихованої Марківської моделі ряду перших різниць і методика отримання прогнозного значення. Побудована 3×3 – модель ПММ для перших різниць часового ряду. Приховані стани моделі отримані в результаті застосування кластерного аналізу, побудований алфавіт для їх ідентифікації.

Ключові слова: прогнозування, часовий ряд, стохастичні процеси, метод прихованих моделей Маркова, ланцюги Маркова, динамічні байєсовські мережі.

N. A. CHIKINA, I. V. ANTONOVA

TIME SERIES FORECASTING BY THE METHOD OF HIDDEN MARKOV MODELS

A non-standard method for analyzing and forecasting medical and social time series, namely the Hidden Markov Models method (HMM), is considered. The basic theoretical principles of mathematical apparatus of Markov chains and HMM are presented, the application limitations of forecasting method based on the Markov model of time series, its advantages and disadvantages are analyzed. The time series were tested for stationarity using the Augmented Dickey – Fuller test. The procedure of constructing the Hidden Markov Model for the time series of the first differences and the method for obtaining the predicted value are considered. A 3×3 – HMM model for the time series of the first differences is built. The hidden states of the model are obtained as a result of the Cluster Analysis procedure, an alphabet is constructed for their identification.

Key words: forecasting, time series, stochastic processes, the Hidden Markov Models method, Markov chains, dynamic Bayesian networks.

Введение. *Временной ряд* $\{x_n\}$ можно рассматривать как последовательность регистрируемых сигналов, которые порождаются некоторым случайным процессом. Измерения $x_n\ (n = 1, 2, ..., N)$, как правило, подвержены шуму, который затрудняет описание процесса, не позволяет получить достоверную информацию об источнике сигналов. Для таких *стохастических процессов* не существует точных математических моделей, что значительно затрудняет анализ и прогнозирование соответствующих временных рядов. Универсальным аппаратом описания подобного рода стохастических процессов является *математический аппарат скрытых моделей Маркова* (СММ). СММ близки к хорошо известным *цепям Маркова*. Модели на базе цепей Маркова относятся к *структурным моделям*, в которых зависимость будущего от прошлого задается в виде некоторой структуры и правил перехода по ней.

Отличие этих двух теорий состоит в том, что СММ рассматривают изучаемый случайный процесс как смену неизвестных фактических состояний некоторой системы Ω, а значения $x_n\ (n = 1, 2, ..., N)$ временного ряда как ее выходные значения.

Анализ последних исследований. Наиболее широкое применение СММ нашли при распознавании речи и анализе изображений [1 – 3]. Однако есть и ряд публикаций, в которых моделируются финансовые ряды с целью построения решающих правил торговли на финансовых рынках [4 – 5].

В настоящих исследованиях аппарат СММ рассматривается применительно к анализу и прогнозированию *медико-социальных временных рядов*. Медико-социальные ряды отличаются от финансовых не только количеством измерений, но и частотой измерений в единицу времени, что делает медико-социальные ряды существенно инерционными.

Теория СММ не является новой. Первые публикации по этой теме появились еще в 60 – 70-х годах прошлого века. Но тогда широкого развития эта теория не получила ввиду сложности вычислительной части исследований. Поэтому практические аспекты применения метода СММ к прогнозированию временных рядов проработаны недостаточно.

В настоящее время развивается новый подход к моделированию временных рядов, учитывающий структуру корреляции данных. Это динамические байесовские сети [6 – 7], которые применительно к задаче прогнозирования временных рядов выступают в форме СММ.

Учитывая сказанное выше, актуальной задачей является разработка основ моделирования с целью прогнозирования медико-социальных временных рядов с использованием математического аппарата СММ.

Постановка задачи. Рассмотрим некоторую динамическую систему Ω, которая в произвольный момент времени t может находиться в одном из возможных состояний $S_1, S_2, ..., S_N$. В дискретные моменты времени система меняет состояние (возможно, переходя в то же состояние). В этом случае соответствующий случайный процесс представляет собой последовательность событий вида $\{S(t) = S_i\}$ $\left(i = \overline{1, N},\ t = 1, 2, ...\right)$ (в момент времени t система находится в состоянии S_i). Переходы из состояния в состояние происходят под действием случайных факторов. Известно, что в природе не существует абсолютно не случайных (*детерминированных*) процессов. При этом случайность может доминировать, а может быть такой, которой можно пренебречь. Состояния системы $S_i\ \left(i = \overline{1, N}\right)$ в случае одномерного временного ряда характеризуются одним числом. Наиболее важной характеристикой этой цепи событий являются вероятности состояний системы: $p_i(t) = P\{S(t) = S_i\}$. Распределение этих вероятностей – *одномерный закон распределения случайного процесса с дискретными состояниями и дискретным временем*. Такой процесс называется Марковской цепью [8].

Полное вероятностное описание системы Ω предполагает задание текущего состояния $S(t)$ и всех предыдущих. В случае Марковского случайного процесса вероятность каждого из состояний $S(t+1)$ системы в будущем зависит лишь от ее состояния $S(t)$ в настоящем, и не зависит от того, когда и как она пришла в это состояние. Другими словами, вероятностное описание такой системы требует знания текущего и предыдущего состояний системы, то есть сводится к виду:

$$P\left\{S(t+1) = S_j \,\middle|\, S(t) = S_i,\, S(t-1) = S_k, ...\right\} = P\left\{S(t+1) = S_j \,\middle|\, S(t) = S_i\right\}. \tag{1}$$

Далее рассмотрим процессы, при которых правая часть равенства (1) не зависит от t, то есть не зависят от t вероятности перехода (переходные вероятности) из состояния S_i в состояние S_j:

$$a_{ij} = P\left\{S(t+1) = S_j \,\middle|\, S(t) = S_i\right\}, \tag{2}$$

при этом $a_{ij} \geq 0$ и $\sum_{j=1}^{M} a_{ij} = 1$. В этом случае цепи Маркова называются *однородными*. Принципиальным в наших исследованиях является наличие стационарного режима в цепи Маркова, то есть такого ее состояния, при котором система Ω продолжает переходить из состояния S_i в состояние S_j, но вероятности этих состояний не зависят от t: $p_i(t) = p_i$. Для существования стационарного режима в цепи Маркова ее однородность является необходимым условием.

В случае стационарного режима в однородной Марковской цепи достаточно просто решаются задачи прогнозирования возможных состояний системы Ω в таких формулировках:

− какова вероятность того, что в следующие k дней последовательность смены состояний будет иметь заранее заданный вид?

− какова вероятность того, что система останется в состоянии S_i k дней?

− каково наиболее вероятное число повторений одного и того же состояния в течении k дней и др.

В случае временного ряда $\{x_n\}$, $n = \overline{1,N}$, зададим $\{x(t) = S_i\}$ $\left(i, t = \overline{1,N}\right)$ как состояние S_i системы Ω в момент времени t. При этом равенство (2) для переходных вероятностей примет вид:

$$a_{ij} = P\left\{x(t+1) = S_j \middle| x(t) = S_i\right\}. \tag{3}$$

В основе построения СММ временного ряда лежит основной принцип теории цепей Маркова, но при условии, что фактические (скрытые) состояния Q_i $\left(i = \overline{1,K}\right)$ системы Ω и их количество не известны, а имеются лишь выходные данные x_n $\left(n = \overline{1,N}\right)$. Скрытая Марковская цепь также представляет собой некоторую последовательность состояний Q_i $\left(i = \overline{1,K}\right)$ в дискретные моменты времени. Переход из состояния Q_i в состояние Q_j происходит также случайно с вероятностью a_{ij} (3).

Математическая модель. В случае временного ряда $\{x_n\}$, $n = \overline{1,N}$, построение СММ с целью прогноза его состояний требует задания таких элементов модели [9]:

1. K − количество состояний системы в модели; $Q = \{Q_1, Q_2, ..., Q_K\}$ − множество состояний; q_t − состояние системы в момент времени t, $t = \overline{1,N}$.
2. M − количество символов алфавита наблюдаемой последовательности состояний; $V = \{V_1, V_2, ..., V_M\}$ − алфавит возможных символов.
3. $A = \|a_{ij}\|$ − матрица вероятностей перехода, где $a_{ij} = P\left\{q_{t+1} = Q_j \middle| q_t = Q_i\right\}$ $\left(i, j = \overline{1,K},\ t = \overline{1,N}\right)$.
4. $B = \|b_i(m)\|$ − матрица вероятностей появления символов V_m $\left(m = \overline{1,M}\right)$ алфавита V в состоянии Q_i $\left(i = \overline{1,K}\right)$, то есть $b_i(m) = P\{V_m | q_t = Q_i\}$ − вероятность того, что система, находящаяся в состоянии Q_i в момент времени t, выдаст символ V_m .
5. $\pi = \{\pi_1, \pi_2, ..., \pi_K\}$ − распределение вероятностей начального состояния, где $\pi_i = P\{q_1 = Q_i\}$, то есть π_i − вероятность того, что в начальный момент времени $(t = 1)$ система находилась в состоянии Q_i $\left(i = \overline{1,K}\right)$.

Совокупность введенных в пп. 1 – 5 величин (N, K, A, B, π) определяет СММ.

Результаты исследований. В настоящих исследованиях построение СММ выполнялось для временного ряда, впервые рассмотренного авторами в работе [10].

Проверка на стационарность этого ряда дала отрицательный результат. Расчеты были выполнены в среде пакета «Gretl» – *кросс-платформенного программного пакета для эконометрического анализа* [11]. Пакет «Gretl» является программным обеспечением специализированной библиотеки, в которой реализованы численные методы для анализа данных, в том числе, анализа временных рядов.

Проверку на стационарность проводили с помощью *расширенного теста Дики – Фуллера* (*ADF-теста*) с константой без тренда, или так называемого теста на единичный корень, основанного на оценке значения t*−критерия Стъюдента* для параметра $(a_1 - 1)$ в уравнении авторегрессионной модели с распределенным лагом [12]:

$$\Delta x_t = a_0 + (a_1 - 1)x_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} a_{i+1} \Delta x_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

где a_i $\left(i = \overline{0,k}\right)$ – коэффициенты модели, Δx_{t-i} $\left(i = \overline{0,k}\right)$ – первые разности, k – порядок авторегрессионной модели, ε_t – белый шум. Наличие в модели первых разностей Δx_{t-i}, то есть слагаемых, учитывающих значение переменной в предыдущие моменты времени, позволяет тестировать наличие единичного корня в моделях выше первого порядка (в отличие от стандартного теста Дики – Фуллера).

По результатам теста для исходного временного ряда нулевая гипотеза о наличии единичного корня не отвергается, поскольку полученный уровень значимости $p = 0,2562 > 0,05$. Следовательно, ряд не является стационарным. В случае временного ряда первых разностей $\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$, $t = \overline{1, N-1}$, оказалось, что гипотеза о наличии единичного корня отвергается, поскольку полученный уровень значимости $p = 0,001013 < 0,05$, что позволяет сделать вывод о стационарности ряда первых разностей. Поэтому построение СММ проводилось для временного ряда первых разностей

$$\{\Delta x_n\},\ n = \overline{1, N-1}. \tag{4}$$

На рис. 1 приведены графики исходного временного ряда и ряда (4) его первых разностей.

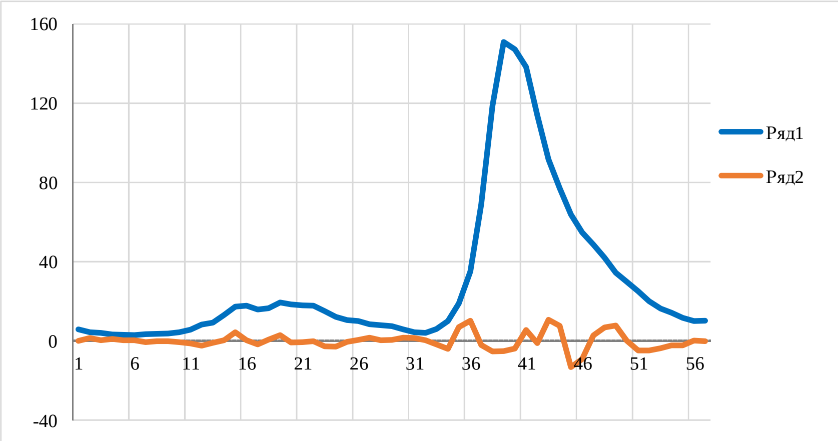


Рис. 1 – Ряд 1 – исходный ряд $\{x_n\}$, $n = \overline{1, N}$, ряд 2 – ряд первых разностей $\{\Delta x_n\}$, $n = \overline{1, N-1}$.

Для определения скрытых $Q_i \left(i = \overline{1, K}\right)$ состояний модели Маркова временного ряда (4) первых разностей наблюдаемой последовательности состояний был проведен *кластерный анализ значений* этого ряда.

Кластерный анализ проводился на основе иерархической процедуры (*Hierarchical Cluster Analysis*), в которой в качестве методов объединения в кластеры элементов Δx_n временного ряда (4) применялся метод *Between-groups linkage* (все вычисления проводились с помощью ППП SPSS version 23).

Для выбора оптимального числа кластеров была проведена процедура кластеризации по методу *K-Means Cluster Analysis*. Как определить оптимальное число кластеров? Очевидно, при уменьшении числа кластеров увеличивается расстояние внутри кластеров, а, значит, и усредненное внутрикластерное расстояние. Этот показатель делает резкий скачок при переходе от 3-кластерной структуры к 2-кластерной, что говорит в пользу 3-кластерной структуры данных.

Аналогичный результат можно получить при изучении динамики показателя «Coefficients» в процедуре *Hierarchical Cluster Analysis* (ППП SPSS version 23). Для определения оптимального числа кластеров воспользуемся критерием оптимальности, в соответствии с которым на шаге процедуры, где мера расстояния между кластерами увеличивается скачкообразно, процесс объединения в новые кластеры следует остановить, поскольку на следующем шаге были бы объединены кластеры, находящиеся на относительно большем расстоянии друг от друга. В нашем случае этот скачок произошел на шаге 53. Так как $N - 1 = 56$, то оптимальное число кластеров, а, значит, и фактических (скрытых) состояний $Q_i \left(i = \overline{1, K}\right)$ в модели Маркова временного ряда (4) $K = 3$.

На рис. 2 схематично показана суть метода СММ, когда каждому скрытому состоянию Q_i соответствует множество X_i реализаций Δx_n $\left(n = \overline{1, N_i},\ i = 1, 2, 3\right)$ временного ряда (4). При этом очевидно,

$$N_1 + N_2 + N_3 = N - 1.$$

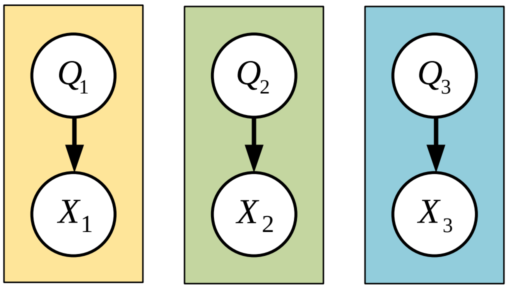


Рис. 2 – Обобщенная схема СММ для случая трех скрытых состояний.

В таблице приведены основные результаты кластерного анализа.

Таблица – Характеристики кластеров ($K = 3$)

Кластер	Количество элементов в кластере	Центр кластера	Расстояния между кластерами, d_{ij}
1	46	−0,90	$d_{12} = 8,32$
2	8	7,42	$d_{13} = 10,30$
3	2	−11,20	$d_{23} = 18,62$

Анализ графика временного ряда первых разностей, построенного по результатам кластерного анализа (представлен на рис. 3), дает возможность остановиться на построении 3×3 – модели СММ, где количество символов алфавита V также равно 3, то есть $V = \{V_1, V_2, V_3\}$. Для создания алфавита V в случае трех скрытых состояний системы воспользуемся следующей традиционной терминологией:

V_1 – «флэт», V_2 – «рост», V_3 – «падение».

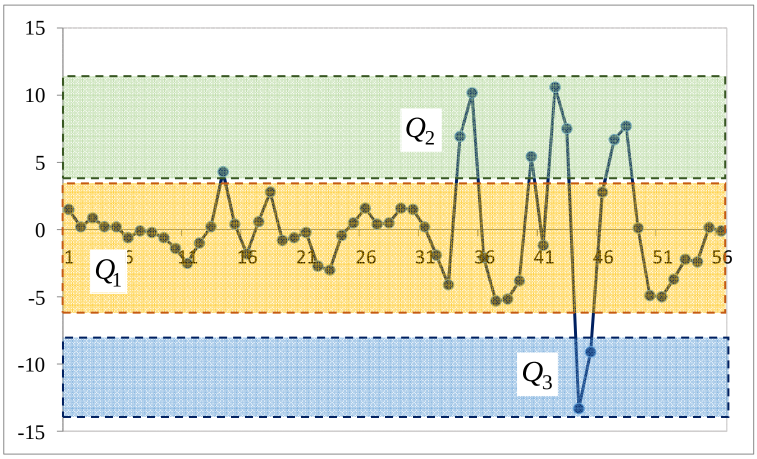


Рис. 3 – Результаты кластерного анализа временного ряда первых разностей.

Для определения начального распределения связей между состояниями $Q_i\ (i = 1, 2, 3)$ модели цепи Маркова примем гипотезу о зависимости возможностей переходов между состояниями модели от соответствующих расстояний между ними. Используя данные об евклидовых расстояниях между центрами кластеров в таблице, определим возможности переходов между состояниями и их направления:

Шаг 1. Устанавливаем возможность перехода для пары состояний, если их центры находятся на минимальном расстоянии или превышают его не более чем на заданный процент. На практике обычно выбирают 50 %-й порог.

Шаг 2. Направление переходов между состояниями определяется в соответствии с близостью к начальному состоянию Q_1: переход $Q_i \to Q_j$ возможен, если число переходов $Q_1 \to Q_j$ больше числа переходов $Q_1 \to Q_i$. Если направление не определяется однозначно, то допускаются оба варианта направления: $Q_i \rightleftarrows Q_j$.

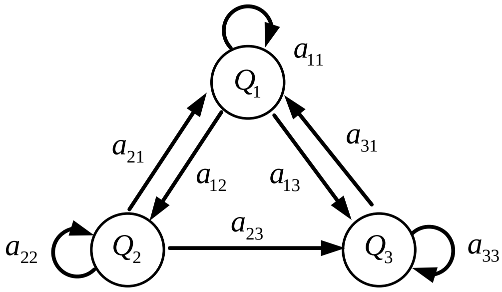
Следует заметить, что в построенной по таким правилам модели цепи Маркова допускаются *косвенные* и *статистически незначимые связи*. Поэтому следует провести уточнение схемы, например, с использованием *статистики Пирсона* [13].

Наличие начального распределения связей дает возможность для скрытых состояний $Q_i\ (i = 1, 2, 3)$ составить матрицу переходных вероятностей $A = \left\| a_{ij} \right\|$, где $a_{ij} = P\left\{ q_{t+1} = Q_j \middle| q_t = Q_i \right\}$, $\left(t = \overline{1, N},\ i, j = 1, 2, 3 \right)$; q_t – состояние системы в момент времени t. Матрица $A = \left\| a_{ij} \right\|$ и граф модели Маркова представлены на рис. 4. Распределение вероятностей начального состояния – $\pi = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3\}$ – в случае ряда (4) имеет вид: $\pi = \{1, 0, 0\}$.

Построение алфавита V проведем по результатам кластерного анализа, который дает возможность сформировать матрицу $B = \left\| b_i(m) \right\|$ вероятностей появления символов $V_m\ (m = 1, 2, 3)$ алфавита V в состоянии $Q_i\ (i = 1, 2, 3)$. В нашем случае (СММ 3×3) это будет единичная матрица.

$$A=\begin{pmatrix} \frac{40}{45} & \frac{5}{45} & 0 \\ \frac{4}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

а



б

Рис. 4 – *а* – матрица переходных вероятностей; *б* – граф скрытой модели Маркова.

Построенная СММ для ряда (4) первых разностей опирается на два предположения, обусловленные стационарностью этого ряда. Во-первых, текущее состояние модели q_t зависит лишь от предыдущего состояния q_{t-1}. И, во-вторых, вероятность появления некоторого наблюдения $o(t+1)$ в следующий момент времени зависит только от текущего состояния системы q_t и не зависит от предыдущих состояний.

Из рис. 3 видно, что $q_t = q_{56} = Q_1$. Тогда наиболее вероятным состоянием $o(t+1)$ системы будет такой прогнозный результат:

$$a_{11} = P\left\{q_{57} = Q_1 \middle| q_{56} = Q_1\right\} = \frac{8}{9}.$$

Вероятность наблюдения цепочки состояний: $O: Q_1 \to Q_1 \to Q_2$ вычисляется таким образом:

$$p(O) = P\left\{q_{59} = Q_2 \middle| q_{58} = Q_1,\, q_{57} = Q_1\right\} = \frac{8}{9}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{1}{9} = \frac{64}{729} \approx 0{,}088.$$

Выводы. Рассматривалась возможность построения скрытой модели Маркова и прогнозирования состояний медико-социальных систем по соответствующим временным рядам. Для ряда первых разностей построена 3×3 – модель СММ с тремя фактическими (скрытыми) состояниями и алфавитом V размерности 3. Определены способы и формулы для прогнозирования состояния системы в будущем при условии стационарности соответствующего временного ряда.

Список литературы

1. *Рабинер Л.* Скрытые марковские модели и их применение в избранных приложениях : Обзор // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. – Москва : Мир, 1989. – Т.77. – №2. – С. 86 – 120.
2. *Volger C., Metaxas D.* Parallel hidden Markov models for American Sign Language recognition // Proc. 7th International Conference on Computer Vision. – 1999. – pp. 116 – 122. DOI: 10.1109/ICCV.1999.791206.
3. *Гультяева Т. А., Попов А. А.* Классификация последовательностей с использованием скрытых марковских моделей в условиях неточного задания их структуры // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. – Томск : Изд-во ТГУ, 2013. – № 3 (24). – С. 57 – 63.
4. *Bhar R., Hamori S.* Hidden Markov Models. Applications to financial economic. – New-York : Springer, 2004. – 178 p.
5. *Соколов Е. В., Бородин Д. В.* Модели прогнозирования цен акций с применением функций Уолша и марковских цепей // Прикладная информатика. – 2010. – № 5 (29). – С. 3 – 12.
6. *Тулупьев А. Л., Николенко С. И., Сироткин А. В.* Байесовские сети, логико-вероятностный подход. – СПб. : Наука, 2006. – 728 с.
7. *Langseth H., Portinale L.* Bayesian networks in reliability // Reliability Engineeringand System Safety. – 2007. – vol. 92. – No. 1. – pp. 92 – 108. DOI: 10.1016/j.ress.2005.11.037.
8. *Кельберт М. Я., Сухов Ю. М.* Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 2. Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. – Москва : МЦНМО, 2009. – 590 с.
9. *Rabiner L. R.* A Tutorial on Hidden Markov Models and selected applications in speech recognition // Proc. IEEE. – 1989. – vol. 77. – No. 2. – pp. 257 – 286. DOI: 10.1109/5.18626.
10. *Антонова И. В., Чикина Н. А.* Применение методов фрактального анализа к исследованию временных рядов // Вестник НТУ «ХПИ». Серия : Информатика и моделирование. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2015. – № 32 (1141). – С. 4 – 10.
11. Gretl. Библиотека GNU для регрессий, эконометрики и временных рядов. – Режим доступу : http://gretl.sourceforge.net. – Дата звертання : 15 жовтня 2019.
12. *Dickey David. A., Wayne A. Fuller.* Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root // Journal of the American Statistical Association. – 1979. – Vol. 74. – No. 366. – pp. 427 – 431.
13. *Bishop Y. M. M., Fienberg S. E., Holland P. W.* Discrete multivariate analysis : Theory and practice. – Cambridge, MA : M.I.T. Press, 1975. – 557 p.

References (transliterated)

1. Rabiner L. Skrytye markovskie modeli i ikh primenenie v izbrannykh prilozheniyakh : Obzor [Hidden Markov Models and their selected applications : survey]. *Trudy instituta inzhenerov po elektrotekhnike i radioelektronike* [Proceedings of the Institute of Engineers in electrical engineering and radio electronics]. Moscow, Mir Publ, 1989, vol. 77, no. 2, pp. 86–120.
2. Volger C., Metaxas D. Parallel hidden Markov models for American Sign Language recognition. *Proc. 7th International Conference on Computer Vision*. 1999, pp. 116–122. DOI: 10.1109/ICCV.1999.791206.

3. Gultyaeva T. A., Popov A. A. Klassifikatsiya posledovatel'nostey s ispol'zovaniem skrytykh markovskikh modeley v usloviyakh netochnogo zadaniya ikh struktury [Classification of sequences using Hidden Markov Models in the conditions of rough specification of their structure]. *Vestnik TGU. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Bulletin of the Tomsk State University. Management, computer engineering, and informatics]. Tomsk, Izd-vo TGU Publ., 2013, no. 3 (24), pp. 57–63.
4. Bhar R., Hamori S. *Hidden Markov Models. Applications to financial economic*. New-York, Springer, 2004. 178 p.
5. Sokolov E. V., Borodin D. V. Modeli prognozirovaniya tsen aktsiy s primeneniem funktsiy Uolsha i markovskikh tsepey [Models for predicting share prices using Walsh functions and Markov chains]. *Prikladnaya informatika* [Applied informatics]. 2010, no. 5 (29), pp. 3–12.
6. Tulup'ev A. L., Nikolenko S. I., Sirotkin A. V. *Bayesovskie seti, logiko-veroyatnostnyy podkhod* [Bayesian networks, logical and probabilistic approach]. Sankt-Peterburg, Nauka Publ., 2006. 728 p.
7. Langseth H., Portinale L. Bayesian networks in reliability. *Reliability Engineering and System Safety*. 2007, vol. 92, no. 1, pp. 92–108. DOI: 10.1016/j.ress.2005.11.037.
8. Kel'bert M. Ya., Sukhov Yu. M. *Veroyatnost' i statistika v primerakh i zadachakh. T. 2. Markovskie tsepi kak otpravnaya tochka teorii sluchaynykh protsessov i ikh prilozheniya* [Probability and statistics in examples and problems. V. 2. Markov chains as a starting point of the theory of random processes and their applications]. Moscow, MTsNMO Publ., 2009. 590 p.
9. Rabiner L. R. A Tutorial on Hidden Markov Models and selected applications in speech recognition. *Proc. IEEE*. 1989, vol. 77, no. 2, pp. 257–286. DOI: 10.1109/5.18626.
10. Antonova I. V., Chikina N. A. Primenenie metodov fraktal'nogo analiza k issledovaniyu vremennykh ryadov [Applications of fractal analysis methods to studying time series]. *Vestnik NTU «KhPI». Seriya : Informatika i modelirovanie* [Bulletin of NTU «KhPi». Series : Informatics and modeling]. Kharkov, NTU «KhPI», 2015, no. 32 (1141), pp. 4–10.
11. Gretl. Biblioteka GNU dlya regressiy, ekonometriki i vremennykh ryadov [Gretl. GNU library for regressions, econometrics, and time series]. Available at : http://gretl.sourceforge.net. (accessed 15.10.2019).
12. Dickey David. A., Wayne A. Fuller. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. 1979, vol. 74, no. 366, pp. 427–431.
13. Bishop Y. M. M., Fienberg S. E., Holland P. W. *Discrete multivariate analysis : Theory and practice*. Cambridge, MA : M.I.T. Press, 1975. 557 p.

Поступила (received) 26.10.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Чікіна Наталія Олександрівна (Чикина Наталия Александровна, Chikina Natalia Aleksandrovna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-66-93; e-mail: nachikina56@gmail.com.

Антонова Ірина Володимирівна (Антонова Ирина Владимировна, Antonova Iryna Vladimirovna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (095) 465-98-33; e-mail: antonova2601@gmail.com.