емая система виброизоляции, реализующая данный способ управления, найдет применение в различных отраслях промышленности и на транспорте.

Список литературы: 1. *А. С. 568770 (СССР).* Устройство для гашения колебаний объекта/Н. В. Герасимов, Ю. В. Шатилов. — Опубл. в Б. И., 1977, № 30, с. 84. 2. *А. С. 621916 (СССР).* Амортизатор/Н. В. Герасимов. Ю. В. Шатилов. — Опубл. в Б. И., 1978, № 32, с. 119. 3. *Атанс М., Фалб П.* Оптимальное управление. — М.: Машиностроение, 1968. — 764 с.

Поступила в редколлегию 27.10.82.

УДК 531.383

В. В. КАРАЧУН, канд. техн. наук, *В. Н. КОЛОСОВ*, канд. техн. наук, *В. С. ДИДКОВСКИЙ*, канд. техн. наук, *О. Н. ЮДИН*, канд. техн. наук

О ПОГРЕШНОСТИ ДВУХГИРОСКОПНОГО ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРИ КАЧКЕ ОСНОВАНИЯ

До настоящего времени применялись два метода повышения точности двухстепенных гироскопов. Первый — основан на использовании двух гироскопов с противоположными направлениями вращения роторов и кинематически соединенных с помощью зубчатых секторов или шарнирного сочленения (антипараллелограмма). Существенный недостаток метода — наличие кинематической связи между гироскопами, нагруженной подавляемыми в ней моментами, которая приводит к увеличению моментов сил сухого трения.

Второй — заключается в принудительном возврате на нуль подвижной части прибора (компенсационный метод). В этом случае устраняется только боковая чувствительность гироскопа по перекрестной угловой скорости и существенно уменьшается погрешность измерения. Основной недостаток — необходимость ограничивать угол поворота кожуха прибора, что значительно снижает верхний предел рабочего диапазона. Этот метод не уменьшает влияния на погрешность прибора внутренних причин трения, дебаланса.

Как известно, двухстепенной гироскоп имеет погрешность типа дрейфа (у интегрирующего гироскопа) или сдвига нуля (датчик угловой скорости), обусловленную качкой основания, даже когда угол поворота подвижной части прибора равен нулю [1]. И, как видно, оба метода не решают до конца задачи уменьшения влияния качки на показания приборов.

Исследуем возможность уменьшения погрешности двухстепенного гироскопического датчика угловой скорости (ДУС) с помощью схемы автокомпенсации влияния внешних механических возмущений. В основу схемы положен метод двухканальности [2]. Суть его — в использовании двух электрически связанных гироскопов с противоположными направлениями вращения роторов и формировании выходного сигнала в виде разности сигналов двух приборов. Для обоих гироскопов по сумме их сигналов вводится жесткая отрицательная обратная связь.

Проанализируем возмущенное движение прибора, возникающее вследствие качки основания. Свяжем с основанием систему координат x, y, z. Ось y направим параллельно осям прецессии гироскопов, ось z — параллельно осям чувствительности гироскопов, ось x — перпендикулярно z, y, Для определения проекций угловой скорости основания воспользуемся выражениями

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\Theta} - \dot{\varphi}\sin\psi \approx \dot{\Theta} - \omega_z\psi;\\ \omega_y &= \dot{\varphi}\sin\theta\cos\psi + \dot{\psi}\cos\theta \approx \dot{\psi} + \omega_z\theta;\\ \omega_z &= \dot{\varphi}\cos\theta\cos\psi - \dot{\psi}\sin\theta \approx \omega_z - \dot{\psi}\theta.\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь углы Эйлера φ, ψ, θ и их производные предполагаются малыми, а угловую скорость рыскания представим в виде $\dot{\varphi} = \omega_z$, предполагая вектор ее параллельным осям чувствительности приборов.

Уравнения движения ДУС с автокомпенсацией влияния помех запишем в форме Лагранжа в предположении малости постоянной времени усилителя в цепи обратной связи и кинематического момента гирокамеры. Решение ищем методом последовательных приближений $\beta = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \cdots$.

Здесь β_1, β_2 — поправки к β_0, имеющие соответственно первый и второй порядок малости.

Уравнения движения ДУС с автокомпенсацией помех методом двухканальности для первых двух приближений запишем в виде [1]

$$\begin{aligned}\ddot{\beta}_{11} + 2h_1\dot{\beta}_{11} + n_1^2\beta_{11} &= r_1\omega_{1x} - q_1\omega_{1z} - \dot{\omega}_{1y} - k_{01}(\beta_{11} + \beta_{12});\\ \ddot{\beta}_{12} + 2h_2\dot{\beta}_{12} + n_2^2\beta_{12} &= r_2\omega_{1x} - q_2\omega_{1z} - \dot{\omega}_{1y} - k_{02}(\beta_{11} + \beta_{12});\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\ddot{\beta}_{21} + 2h_1\dot{\beta}_{21} + n_1^2\beta_{21} &= r_1\omega_{2x} - q_1\omega_{2z} + \beta_{11}(r_1'\omega_{1x} - q_1'\omega_{1z}) +\\ &+ 2^{-1}a_1[(\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2)\sin 2\beta_{01} + 2\omega_{1x}\omega_{1z}\cos 2\beta_{01}] -\\ &- \dot{\omega}_{2y} - k_{01}(\beta_{21} + \beta_{22});\\ \ddot{\beta}_{22} + 2h_2\dot{\beta}_{22} + n_2^2\beta_{22} &= r_2\omega_{2x} - q_2\omega_{2z} + \beta_{12}(r_2'\omega_{1x} - q_2\omega_{1z}) +\\ + 2^{-1}a_2[(\omega_{1x}^2 - \omega_{1z}^2)\sin 2\beta_{02} &+ 2\omega_{1x}\omega_{1z}\cos 2\beta_{02}] - \dot{\omega}_{2y} - k_{02}(\beta_{21} + \beta_{22}),\end{aligned} \tag{3}$$

где $\beta_{\nu i}$ — угол поворота подвижной части прибора; $\nu = 1, 2$ — приближение, $i = 1, 2$ — номер гироскопа;

$$\begin{gathered}b_iB_i^{-1} = 2h_i;\ c_iB_i^{-1} = k_{0i}^2;\ r_{0i}B_i^{-1} = r_i;\ q_{0i}B_i^{-1} = q_i;\ R_iB_i^{-1} = a_i;\\ n_i^2 = k_{01}^2;\ B_i = J_{0i} + J_i;\ R_i = J_{0i} + J_{zi} - J_{xi};\\ H_1 \approx -H_2;\ r_{0i} = -H_i\sin\beta_{0i};\\ q_{0i} = H_i\cos\beta_{0i};\ k_{0i} = k_iB_i^{-1};\ i = 1,\ 2;\end{gathered}$$

J_{xi}, J_{yi}, J_{zi} — моменты инерции внутреннего кольца i-го гироскопа; $I_i J_{0i}$ — полярный и экваториальный моменты инерции ротора i-го гироскопа; c_i, b_i — соответственно коэффициенты жесткости пружины и коэффициенты демпфирования гироскопов; ω_{ij} $(i=1,\ 2;\ j=x,\ y,\ z)$ — определяемые из (1) составляющие первого и второго порядка малости, штрихи обозначают производные по β_{0i}; k_i — коэффициенты передачи в цепи обратной связи.

Рассмотрим реакцию ДУС на гармонические колебания основания. Предположим, что колебания основания являются синхронными и происходят по гармоническому закону, т. е. углы ψ, θ и угловая скорость ω_z измеряется следующим образом:

$$\theta=\rho_\theta\sin(\gamma t+\delta_\theta);\ \ \psi=\rho_\psi\sin(\gamma t-\delta_\psi);\ \ \omega_{1z}=\omega_z=\gamma\rho_\varphi\cos(\gamma t+\delta_\varphi).$$

Тогда составляющая β_1 выходного сигнала прибора определяется формулой

$$\begin{aligned}\beta_1&=W_{\beta_1}^{\omega_{1x}}\omega_{1x}+W_{\beta_1}^{\omega_{1z}}\omega_{1z}+W_{\beta_1}^{\dot\omega_{1y}}\dot\omega_{1y}=\\&=\{(r_2-r_1)\gamma^3_{\rho_\theta}\cos(\gamma t+\delta_\theta+\varepsilon)+(q_1-q_2)\gamma^3_{\rho_l}\cos(\gamma t+\\&+\delta_\varphi+\varepsilon)+2(h_1r_2-h_2r_1)\gamma^2_{\rho_\theta}\sin(\gamma t+\delta_\theta+\varepsilon)+\\&+2(h_2-h_1)\gamma^3_{\rho_\psi}\cos(\gamma t+\delta_\psi+\varepsilon)+2(h_2q_1-h_1q_2)\gamma^2\rho_\varphi\times\\&\times\sin(\gamma t+\delta_\varphi+\varepsilon)+[r_1(n_2^2+2k_{02})-r_2(n_1^2+2k_{01})]\times\\&\times\gamma\rho_\theta\cos(\gamma t+\delta_\theta+\varepsilon)+[(n_2^2+2k_{02})-(n_1^2+2k_{01})]\gamma^2\rho_\varphi\times\\&\times\sin(\gamma t+\delta_\psi+\varepsilon)+[q_2(n_1^2+2k_{01})-q_2(n_2^2+2k_{02})]\gamma\rho_\varphi\cos(\gamma t+\\&+\delta_\varphi+\varepsilon)\}[(\gamma^4-\gamma^2c+e)^2+\gamma^2(\gamma^2b-d)^2]^{-1/2},\end{aligned}$$

где $b=2(h_1+h_2)$; $c=(n_1^2+n_2^2+k_{01}+k_{02}+4h_1h_2)$; $d=2[h_1\times(n_2^2+k_{02})+h_2(n_1^2+k_{01})]$; $e=k_{01}n_2^2+k_{02}n_1^2+n_1^2n_2^2$, W_i — передаточные функции.

Очевидно, что постоянных составляющих первое приближение не дает. Обращает на себя внимание тот факт, что амплитуды вынужденных колебаний выходного сигнала прибора относительно равновесного состояния $\beta=\beta_0$ значительно меньше (по сравнению с обычным датчиком).

Таким образом, гармонические колебания основания в первом приближении приводят лишь к появлению вынужденных колебаний выходного сигнала с частотой γ около равновесного положения.

Решая уравнения (3), получаем для второго приближения

$$\beta_2=W_{\beta_2}^{\omega_{2x}}\omega_{2x}+W_{\beta_2}^{\omega_{2z}}\omega_{2z}+W_{\beta_2}^{\dot\omega_{2y}}\dot\omega_{2y}+W_{\beta_2}^{Q_1}Q_1+W_{\beta_2}^{Q_2}Q_2,\qquad(4)$$

где $Q_i=\beta_{1i}(r_i'\omega_{1x}-q_i'\omega_{1z})+2^{-1}a_i[(\omega_{1x}^2-\omega_{1z}^2)\sin2\beta_{0i}+2\omega_{1x}\omega_{1z}\times\cos2\beta_{0i}]$, $i=1,\ 2$.

Правая часть уравнения (4) содержит гармонические слагаемые и постоянное слагаемое c, которому в установившемся движении соответствует некоторый сдвиг $\beta_2^{(0)}$ в показаниях прибора, определяемый как частное решение уравнения (4)

$$\beta_2^{(0)} = [k_{01}n_2^2 + k_{02}n_1^2 + n_1^2 n_2^2]_c^{-1}.$$

Таким образом, прибор будет выдавать сигнал $\beta_0 + \beta_2^{(0)}$, пропорциональный угловой скорости $\omega_z + \Delta\omega$, где $\Delta\omega$ определяет динамическую ошибку ДУС.

Определяя сдвиг нуля прибора, полагаем $\beta_{0i} = 0$.

Систематическая погрешность прибора во втором приближении соответствует ложной угловой скорости $\Delta\omega$, определяемой по формуле

$$\begin{aligned} 2\Delta\omega = {} & [H_1(c_2 + 2k_2) - H_2(c_1 + 2k_1)]^{-1} \{\{[H_2(c_1 + 2k_1) + \\ & + H_1(c_2 + 2k_2)]\gamma\rho_\theta\rho_\psi = \sin(\delta_\theta - \delta_\psi) + [R_1(c_2 + 2k_2) - \\ & - R_2(c_1 + 2k_1)]\gamma^2\rho_\theta\rho_\varphi \cos(\delta_\theta - \delta_\varphi) - \gamma\rho_\theta[(\gamma^4 - \gamma_c^2 + e)^2 + \\ & + \gamma^2(\gamma^2 b - d)^2]^{-1/2} \{[H_1(c_2 + 2k_2)F_1 + H_2(c_1 + 2k_1)F_2] \times \\ & \times \cos(\delta_\psi - \delta_\theta + \varepsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2)L_1 + H_2(c_1 + 2k_1)L_2] \times \\ & \times \cos(\delta_\varphi - \delta_\theta + \varepsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2)D_1 + H_2(c_2 + 2k_1)D_2] \times \\ & \times \sin(\delta_\psi - \delta_\theta + \varepsilon) + [H_1(c_2 + 2k_2)E_1 + H_2(c_1 + \\ & + 2k_1)E_2] \sin(\delta_\varphi - \delta_\theta + \varepsilon)\}\}\}, \end{aligned}$$

где $F_i = -2h_j\gamma^2\rho_\psi$; $L_i = \rho_\varphi[H_i B_i^{-1}(c_i B_i^{-1} + k_j B_j^{-1}) + k_i H_j B_i^{-1} B_j^{-1}]$; $D_i = -\gamma^2\rho_\psi[\gamma^2 - B_j^{-1}(c_j + k_j) + k_i B_i^{-1}]$; $E_i = 2h_j H_i B_i^{-1}\rho_\varphi$, $i = 1, 2$; $j = 2, 1$.

Рассмотрим числовой пример. Пусть $H_1 = 2{,}09 \cdot 10^{-1}$ Н · м · с; $H_2 = -2{,}11 \cdot 10^{-1}$ Н · м · с; $c_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-1}$ Н · м; $c_2 = 1{,}22 \cdot 10^{-1}$ Н × × м; $k_1 = k_y k_{\text{дм}\,1} = 0{,}3$ Н · м; $k_2 = 0{,}304$ Н · м; $\gamma = 0{,}5$ с$^{-1}$, $\rho_\theta = \pi/36 = 5^0$; $\rho_\varphi = \rho_\psi = 1^0 = \pi/180$. Тогда $\Delta\omega \approx 0{,}94 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$.

Для условий приведенного примера обычный ДУС имеет сдвиг нуля, соответствующий величине ложной угловой скорости $\Delta\omega$ приблизительно на два порядка большей.

Список литературы: 1. *Лунц Я. Л.* Ошибки гироскопических приборов. — Л.: Судостроение, 1968. — 231 с. 2. *Одинцов А. А.* Метод автокомпенсации влияния внешних помех, действующих на гироскопы и маятниковые акселерометры.— В кн.: Автоматика и приборостроение. К.: Техніка, 1973, с. 87 — 94.

Поступила в редколлегию 04.10.82.

УДК 518.61

Ю. Ф. СЕНЧУК, канд. физ.-мат. наук

ОБ ОДНОМ ПРЯМОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ

Прямые численные методы решения уравнений эллиптического типа делятся на две основные группы. В методах первой группы замена частных производных отношениями конечных разностей про-