

ІНТЕРПРЕТАЦІЯ КЛАСИЧНИХ ВАРІАЦІЙНИХ ПРИНЦИПІВ

Федоров В.О.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

Практичне значення варіаційних принципів механіки є в тому, що вони дозволяють для розв'язання прикладних задач застосовувати ефективні чисельні методи. Однак, варіаційний підхід завдяки високому рівню формалізації також дозволяє вирішити фундаментальні питання механіки, де векторний підхід стикається з ускладненнями.

На жаль, варіаційні принципи традиційно формулюють в досить окремому вигляді, що не дозволяє реалізувати усі можливості варіаційного підходу. Зокрема, для дослідження границь пружних параметрів композитів кожного разу доводиться застосовувати узагальнення формулювань варіаційних принципів [1-2] з короткими поясненнями. Оскільки проблема є загальною, є необхідність спеціального її обговорення.

Векторна модель статичного тіла складається з диференціальних рівнянь рівноваги $div\sigma + F = 0$, рівнянь Коші $\varepsilon = \frac{1}{2}[gradU + (gradU)^T]$ і конститутивних залежностей $L(\sigma, \varepsilon) = 0$, які доповнюється граничними умовами $\sigma_\nu = \sigma_\nu^\Gamma$ на частині границі S_σ , де задані сили і $U = U^\Gamma$ на частині границі S_U , де задані переміщення.

Еквівалентна їй варіаційна модель використовує варіаційні принципи потенціальної енергії $\iiint_V \sigma \bullet \bullet \delta \varepsilon dV - \iiint_V F \bullet \delta U dV - \iint_{S_\sigma} \sigma_\nu^\Gamma \bullet \delta U dS = 0$ в якості статичних залежностей та додаткової енергії $\iiint_V \delta \sigma \bullet \bullet \varepsilon dV - \iint_{S_U} \delta \sigma_\nu \bullet U^\Gamma dS = 0$ в якості кінематичних залежностей.

Обидва підходу є обмеженими достатньо окремими випадками граничних умов. Пропонується обидва варіаційних принципи формулювати одним варіаційним рівнянням $\delta(\iiint_V \sigma \bullet \bullet \varepsilon dV - \iiint_V F \bullet U dV - \iint_S \sigma_\nu \bullet U dS) = 0$, де групи силових та кінематичних функцій варіюються незалежно, а поверхневий інтеграл береться по всій границі тіла. Показано, що це рівняння є еквівалентним узагальненому формулюванню крайової задачі.

Література:

1. Fedorov V.A. Homogenization and boundary estimates of shear stiffness for the composites of the tetragonal structure / V.A. Fedorov // Composites B. — 2016. — Vol. 85. — P. 8—14.
2. Fedorov V. A. Symmetry in a problem of transverse shear of unidirectional composites / V.A. Fedorov // Composites B. — 2014. — Vol. 56. — P. 263—269.