

УДК 621.313.013

ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ FEMM ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ВИХРОВИХ СТРУМІВ НА ОСНОВІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ АНАЛОГІЇ

Мілих В.І., д.т.н., проф., Височин О.І., асп.

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

вул. Фрунзе, 21, 61002, м. Харків,

E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua

Обґрунтована і практично підтверджена можливість розрахунку вихрових струмів в тонкостінних елементах різних пристроїв з використанням програми FEMM. При цьому рішення досягається за допомогою електромагнітної аналогії, коли замість безпосереднього розрахунку поля вихрових струмів розраховується формально подібне до нього магнітне поле.

Ключеві слова: вихрові струми, програма FEMM, електромагнітна аналогія.

Введение. В ряде случаев, в том числе в электрических машинах, возникают задачи расчета вихревых токов (ВТ) и вызванных ими потерь мощности в тонкостенных оболочках или листах сердечников [1-4]. При относительно высоком удельном электрическом сопротивлении материала и относительно малой толщине рассматриваемых объектов реакцией ВТ можно пренебречь. Тогда задача решается численным расчетом поля ВТ в развернутых плоскостях сложных оболочек или непосредственно в плоскостях листов на основе предварительно рассчитанного распределения магнитной индукции.

При достаточно простых геометрических формах внутренних и внешних границ этих плоскостей численный расчет ВТ можно было проводить на ЭВМ методом конечных разностей (МКР) по специально разрабатываемым программам [1-4]. Однако в условиях сложной геометрии, например, для сегментов сердечника статора турбогенератора, возможности аппроксимации некоординатных границ регулярными полярной или прямоугольной сетками, сопутствующими МКР, оказываются весьма ограниченными.

Известно, что при численно-полевых расчетах практически лишен проблем аппроксимации метод конечных элементов (МКЭ) [5]. Но ввиду значительной сложности программирования и трудоемкости генерации конечно-элементных структур этот метод получил широкое распространение только с появлением общедоступных программных комплексов, таких как программа FEMM [6]. Однако эта программа ориентирована на расчет магнитных или электростатических полей и не содержит приложенный, предназначенных для расчета полей вихревых токов в представленной выше постановке.

Цель работы. Расширение возможностей программы FEMM для ее использования при расчетах полей вихревых токов в тонкостенных объектах на основе метода электромагнитной аналогии, то есть формального подобия уравнений, соответствующих расчету ВТ, и уравнений, соответствующих расчету магнитного поля.

Демонстрационный объект и постановка задачи. Для иллюстрации сути проводимых исследований на первом этапе воспользуемся сегментом простой формы (рис.1) и соответствующей ему полярной системой координат r, φ .

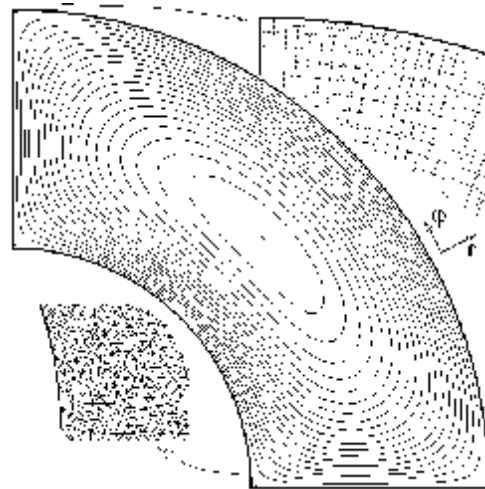


Рисунок 1 – Тонкий листовый сегмент с картиной поля вихревых токов (даны фрагменты полярной сетки и конечно-элементной структуры)

Предполагается, что сегмент является плоским листом и имеет толщину d_s и удельную электропроводность σ . По плоскости листа задано распределение нормальной к его поверхности составляющей магнитной индукции, которая во времени t изменяется по гармоническому закону

$$b_z = B_{z,m} \sin(\omega t), \quad (1)$$

где $B_{z,m}$ – амплитуда нормальной составляющей индукции; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота; f – частота.

В общем случае величины σ и $B_{z,m}$ могут быть координатными функциями, т.е. $\sigma(r, \varphi)$ и $B_{z,m}(r, \varphi)$, что не является проблемой для численных решений, а в частном – наиболее простом случае они могут быть независимыми от координат.

Задача заключается в расчете распределения ВТ и вызванных ими потерь мощности.

Принцип расчета ВТ и потерь мощности. Описание ВТ проводится на базе метода, изложенного в [1]. ВТ рассматриваются в плоскости листового сегмента от действия магнитного поля, заданного функцией магнитной индукции (1).

Функция плотности ВТ $j_{ec}(r, \varphi, t)$ описывается на основе второго уравнения из системы Максвелла, а именно уравнением:

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\sigma} \mathbf{j}_{ec}\right) = -k \frac{\partial b_z}{\partial t}, \quad (2)$$

\mathbf{k} – орт по осі z .

Для рішення уравнения (2) використовується введена в [1] допомогательная функція $\mathbf{v}(r, \varphi, t)$ – векторний електрический потенциал (ВЭП), зв'язується з щільністю тока соотношением

$$\text{rot} \mathbf{v} = \mathbf{j}_{ec}. \quad (3)$$

С учетом (1)–(3) получается в полярной системе координат подлежащее решению дифференциальное уравнение:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\sigma} r \frac{\partial V_{z,m}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial V_{z,m}}{\partial \varphi} \right) = \omega B_{z,m}, \quad (4)$$

где $V_{z,m}$ – амплитуда составляющей ВЭП, ориентированной в пространстве, как и $B_{z,m}$, т.е. по нормали к поверхности листов (по осі z), а во времени ВЭП повторяет производную функции (1), т.е. $v_z = V_{z,m} \cos(\omega t)$.

При решении уравнения (4) на внешних границах электропроводящей области расчета принимается граничное условие Дирихле

$$V_{z,m} = 0, \quad (5)$$

что соответствует отсутствию составляющих ВТ (см. далее), перпендикулярным линии границы (за пределы листа ВТ, естественно, не выходят).

Решением уравнения (4) получается в области расчета распределение ВЭП $V_{z,m}(r, \varphi)$. На основе (3) определяются амплитуды координатных составляющих и модуля плотности ВТ

$$J_{ec,r,m} = \frac{1}{r} \frac{\partial V_{z,m}}{\partial \varphi}; \quad J_{ec,\varphi,m} = -\frac{\partial V_{z,m}}{\partial r};$$

$$J_{ec,m} = \sqrt{J_{ec,r,m}^2 + J_{ec,\varphi,m}^2}. \quad (6)$$

По плотности тока находится объемная плотность потерь мощности – тепловыделений Джоуля

$$P_V = \frac{J_{ec,m}^2}{2 \cdot \sigma}, \quad (7)$$

что дает основу для определения потерь мощности по всей площади S листа:

$$P_d = \frac{d_s}{2} \int_S \frac{J_{ec,m}^2}{\sigma} \cdot dS. \quad (8)$$

Принцип расчета плоскопараллельного магнитного поля. Магнитное поле в плоскости поперечного сечения какого-либо устройства описывается дифференциальным уравнением на основе первого уравнения из системы Максвелла

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu} \mathbf{B}\right) = k J_{st,z}, \quad (9)$$

где $J_{st,z}$ – аксиальная составляющая плотности стороннего тока; B – магнитная индукция; μ – абсолютная магнитная проницаемость.

Как известно, решение уравнения (9) достигается применением векторного магнитного потенциала (ВМП), вводимого посредством связи

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}, \quad (10)$$

и тогда в полярной системе координат (r, φ) это уравнение преобразуется к виду:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu} r \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \right] = -J_{st,z}. \quad (11)$$

где A_z – составляющая ВМП, ориентированная по осі z , нормальной к плоскости области расчета.

При решении уравнения (11) для ВМП на внешних границах области расчета задается условие Дирихле [5]

$$A_z = 0. \quad (12)$$

После решения уравнения по полученному распределению ВМП $A_z(r, \varphi)$ находятся составляющие и модуль магнитной индукции:

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi}; \quad B_\varphi = -\frac{\partial A_z}{\partial r}; \quad B = \sqrt{B_r^2 + B_\varphi^2}. \quad (13)$$

Кроме того, на всю площадь S области расчета и толщину d_z по осі z получается энергия магнитного поля по известной формуле:

$$W_{mag} = \frac{d_z}{2} \int_S \frac{B^2}{\mu} dS. \quad (14)$$

Величины-аналоги, описывающие поле ВТ и магнитное поле. Наблюдая формальное подобие уравнений (4) и (11), можно выявить аналоги, а именно: ВЭП $V_{z,m}$ и ВМП A_z ; удельную электропроводность σ и абсолютную магнитную проницаемость μ ; произведение $\omega B_{z,m}$ и плотность тока $J_{st,z}$.

При расчете магнитного поля в программе FEMM, как известно, электромагнитная геометрия формируется распределением $\mu(r, \varphi)$ и $J_z(r, \varphi)$. А результатом расчета является распределение ВМП $A_z(r, \varphi)$, распределение магнитной индукции $B_r(r, \varphi)$, $B_\varphi(r, \varphi)$ и $B(r, \varphi)$, магнитная энергия W_{mag} в пределах заданной площади S , а также ряд иных величин.

Учитывая формальную аналогию величин, можно формально задать в программе FEMM численные значения $\mu(r, \varphi) = \sigma(r, \varphi)$ и $J_{st,z}(r, \varphi) = \omega B_{z,m}(r, \varphi)$. Тогда после расчета условного «магнитного поля» получим численные значения величин, соответствующие полю ВТ, а именно $J_{ec,r,m}(r, \varphi) = B_r(r, \varphi)$, $J_{ec,\varphi,m}(r, \varphi) = B_\varphi(r, \varphi)$, $J_{ec,m}(r, \varphi) = B(r, \varphi)$ и $P_d = W_{mag}$. Причем каждой из этих величин будет соответствовать ее единица измерения в общепринятой системе СИ. Технически все эти величины после работы программы FEMM извлекаются достаточно просто, что известно любому пользователю, усвоившему навыки работы с этой программой.

Численный эксперимент. Апробация описанной аналогии была проведена с использованием листового сегмента, представленного на рис.1. Здесь было задано: $d_s = 0,001$ м, $\sigma = 2 \cdot 10^{-6}$ См/м, $B_{m,z} = 1$ Тл, $\omega = 314$ с⁻¹ и соответственно

$\omega B_{z,m} = 314$ Тл/с. Внутренний и наружный радиус сегмента составляли 0,05 м и 0,1 м, а угол раскрытия – 90°.

Сначала расчеты были проведены чисто для поля ВТ, как и в [1–4], по собственной программе на основе уравнений (1)–(8) с использованием МКР. Применена полярная сетка с числом радиальных линий 91 и дуговых – 28, т.е. число ячеек сетки составило 2430. Фрагмент полярной сетки в увеличенном масштабе показан в верхней части рис. 1.

Было получено: максимальное значение амплитуды ВЭП $V_{z,m,max} = 187,4$ кА/м; среднее значение амплитуды плотности ВТ $J_{ec,m,av} = 6,989 \cdot 10^6$ А/м², максимальное значение $J_{ec,m,max} = 17,2 \cdot 10^6$ А/м², среднее значение удельных потерь мощности $P_{V,av} = 15,0$ кВт/м³, суммарные потери мощности $P_d = 88,7$ Вт. Картина поля ВТ представлена на рис. 1 линиями равного ВЭП.

Для тех же исходных данных расчеты ВТ проведены МКЭ по программе FEMM. Но при этом, в соответствии с представленной электромагнитной аналогией заданы $\mu = 2 \cdot 10^{-6}$ Гн/м (конкретно задавалось относительная магнитная проницаемость $\mu_r = 1,5916 \cdot 10^{12}$), $J_z = 314$ А/м².

Программу FEMM была сгенерирована конечно-элементная структура заданного уровня (фрагмент на рис. 1 внизу), содержащая около 6100 узлов и 12000 треугольных элементов. После расчета было получено: максимальное значение ВМП $A_{z,max} = 188,0$ кВб/м; максимальное значение магнитной индукции $B_{max} = 16,8 \cdot 10^6$ Тл², энергия магнитного поля $W_{mag} = 88,7$ Дж. Картина магнитного поля в виде линий равного ВМП оказалась точно такой же, как и поле ВТ на рис.1.

Сравнивая результаты расчета ВТ и магнитного поля, можно видеть, что электромагнитная аналогия выполнялась, т.е. численно практически равны $V_{z,m,max}$ и $A_{z,max}$, $J_{m,max}$ и B_{max} , P_d и W_{mag} , а также другие величины (незначительные рассогласования возникают из-за различной дискретизации области расчета в МКР и МКР).

Расчет ВТ в сегменте сердечника статора турбогенератора. Сама идея использования программы FEMM на основе электромагнитной аналогии возникла при решении практической задачи по расчету дополнительных потерь мощности в концевых пакетах сердечника статора турбогенератора. Не ставя здесь задачу конкретного исследования ВТ и этих потерь, в данном случае только проиллюстрируем возможности программы FEMM при ее решении и представим суть таких расчетов в общем плане.

Пример сегмента концевой пакета сердечника

статора показан на рис. 2. Его сложная геометрия оказалась явно не под силу регулярным сеточным моделям, сопутствующим МКР. А вот при использовании МКЭ и программы FEMM в соответствии с методом электромагнитной аналогии задача решалась достаточно просто.

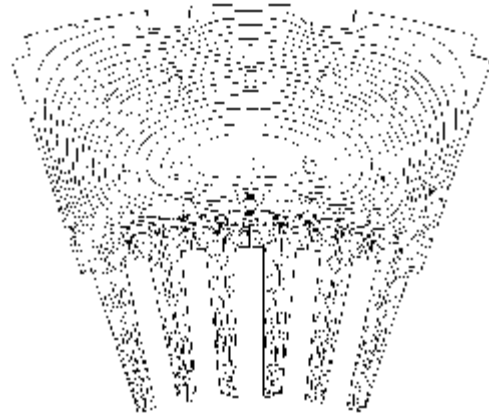


Рисунок 2 – Сегмент концевой пакета сердечника статора турбогенератора с картиной вихревых токов

Расчет аксиальной составляющей магнитной индукции $B_{z,m}(r, \varphi)$ поля, пронизывающего листы концевых сегментов, проводился в соответствии с методом, представленным в [7] и других предшествующих работах. Это и была магнитная индукция поля, возбуждающего ВТ (1), и в данном случае она являлась функцией радиуса r , а по угловой координате не изменялась, что обосновано в [8].

При использовании программы FEMM, генерировалась конечно-элементная структура, содержащая около 50 тыс. элементов и 27 тыс. узлов. Фрагмент модели с конечно-элементной структурой показан на рис. 3. Пример картины поля ВТ показан на рис. 2, что подтверждает работоспособность предложенного подхода к расчету ВТ.



Рисунок 3 – Фрагмент конечно-элементной структуры в сегменте концевой пакета статора

Выводы. Показано, что задача расчета вихревых токов в тонкостенных элементах различных устройств, возбуждаемых внешним магнитным полем, может эффективно решаться методом конеч-

ных элементов с использованием программы FEMM. При этом основой решения является метод электромагнитной аналогии, когда вместо непосредственного расчета поля вихревых токов рассчитывается формально подобное ему магнитное поле.

Одним из эффективных применений предложенного подхода к использованию программы FEMM является расчет вихревых токов и дополнительных потерь мощности в элементах концевой зоны крупных турбогенераторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данько В.Г., Милых В.И., Станкевич А.И. Вихревые токи в низкотемпературной зоне криостата в криодвигателе постоянного тока // Электричество. -1982. -№ 11. -С. 14-19.
2. Данько В.Г., Милих В.І., Поляков І.В., Лівшиц О.Л., Черемісов І.Я. Деякі проблеми турбогенераторів з повітряним охолодженням // Вестник Харьк. политехн. ун-та, №84.-Харьков, ХГПУ, 2000.-С. 73-76.
3. Милых В.И., Дубинина О.Н. Сравнительный анализ вихревых токов и потерь мощности в зубцах крайнего пакета статора в турбогенераторе. // Вісник Національного університету «Львівська політехніка», №485, Електроенергетичні та електромеханічні системи. Львів: НУ «ЛП», 2003.-С. 93-99.

4. Милых В.И., Дубинина О.Н. Расчет вихревых токов и потерь мощности в сегментах крайнего пакета статора турбогенератора // Електротехніка і електромеханіка .-2004. -№1. -С. 44-48.

5. Милых В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Електротехніка і електромеханіка. -2006. -№2. -С. 40-46.

6. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.0. User's Manual, January 26, 2004 // <http://femm.berlios.de>, 2003.

7. Милых В.И., Дубинина О.Н. Численный расчет магнитного поля в концевой зоне турбогенератора в режиме нагрузки // Електротехніка і електромеханіка.-2003.-№1.-С.64-69.

8. Милых В.И., Дубинина О.Н. Численный анализ потерь мощности в сегменте крайнего пакета статора турбогенератора с учетом вращения магнитного поля // Міжвідомчий науково-техн. збірник "Електромашинобудування та електрообладнання" .-К: Техніка, 2004. -Вип.62.-С. 125-128.

Статья поступила 13.03.10 р.
Рекомендована к печати к.т.н., доц.
Огарь В.О.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ FEMM ДЛЯ РАСЧЕТА ВИХРЕВЫХ ТОКОВ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ АНАЛОГИИ

Милых В.И., д.т.н., проф., Высочин А.И., асп.

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

Ул. Фрунзе, 21, 61002, м. Харьков

E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua

Обоснована и практически подтверждена возможность расчета вихревых токов в тонкостенных элементах различных устройств с использованием программы FEMM. При этом решение достигается посредством электромагнитной аналогии, когда вместо непосредственного расчета поля вихревых токов рассчитывается формально подобное ему магнитное поле.

Ключевые слова: вихревые токи, программа FEMM, электромагнитная аналогия.

USE OF PROGRAM FEMM FOR CALCULATION OF EDDY CURRENTS ON BASIS OF ELECTROMAGNETIC ANALOGY

V. Milykh, prof., A. Vysotchin, post-graduate stud.

National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute»

61002 Kharkov, st. Frunze, 21

E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua

Possibility of calculation of eddy currents in the thin-walled elements of different devices is practically grounded and confirmed with the use of the program FEMM. A decision is achieved by means of electromagnetic analogy, when in place of direct calculation of the eddy currents field the formal similar to him magnetic field is calculated.

Key words: eddy currents, program FEMM, electromagnetic analogy.