

Ковальський Артем Андрійович, здобувач вищої освіти навчально-наукового інституту енергетики, електроніки та електромеханіки
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна

Науковий керівник: Тулученко Галина Яківна, д-р.техн.наук,
професор кафедри вищої математики
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Україна

ПОБУДОВА ЙМОВІРНІСНОГО РОЗПОДІЛУ НА ОСНОВІ ФУНКЦІЇ РАМСЕЯ

Асиметричні ймовірнісні розподіли відіграють важливу роль у статистиці та аналізі даних, оскільки багато реальних явищ не підкоряються симетричним розподілам (наприклад, нормальному). Розуміння асиметрії дозволяє точніше моделювати різноманітні процеси та приймати більш обґрунтовані рішення.

Розглянемо новий двопараметричний ймовірнісний розподіл з інтегральною функцією на основі функції Рамсея (Ramsay, 1977):

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1 - (1 + Bx)\exp(-\lambda x), & x > 0, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\lambda > 0, B > 0, \lambda - B \geq 0.$$

Розподіл (1) співпадає з окремим випадком розподілу Ерланга ($k = 2$), коли $B = \lambda$. Тобто для $k = 2$ розподіл (1) є узагальненням розподілу Ерланга (Abramowitz & Stegun, 2013).

Очевидно, що диференціальна функція введеного розподілу має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ (\lambda - B + \lambda Bx)\exp(-\lambda x), & x > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Приклади графіків диференціальної функції розподілу (2) з різними значеннями параметрів показані на рис. 1.

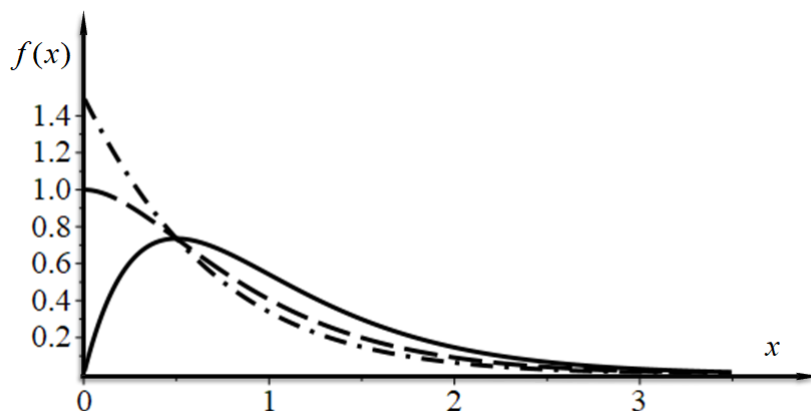


Рис. 1. Графіки диференціальної функції розподілу (2):

— $\lambda = 2, B = 2$; - - - $\lambda = 2, B = 1$; - . . . $\lambda = 2, B = 0.5$

Числові характеристики введеного розподілу мають такі значення:

$$E(X) = \frac{B + \lambda}{\lambda^2}, \quad D(X) = \frac{(B + \lambda)^2 - 2B^2}{\lambda^4}, \quad M_0 = \frac{2B - \lambda}{B\lambda},$$

$$A = \frac{2 \cdot ((B - \lambda)^3 + 2\lambda^3)}{((B + \lambda)^2 - 2B^2)^{3/2}}, \quad Kurt = \frac{-3 \cdot ((B - \lambda)^4 + 4\lambda^2((B - \lambda)^2 - 2\lambda^2))}{((B + \lambda)^2 - 2B^2)^2}.$$

У випадку використання цього розподілу для апроксимації експериментальних розподілів доцільним є покращення адаптивності отриманих кривих до дослідних даних. З цією метою побудуємо узагальнений ймовірнісний розподіл виду:

$$F_{general}(x) = (1 + v)^\omega \cdot \left(\frac{G(x)}{v + G(x)} \right)^\omega, \quad (3)$$

де

$v > 0, \omega > 0,$

$G(x)$ – інтегральна функція неперервного розподілу.

Узагальнений ймовірнісний розподіл виду (3) запропонований в роботі (Sarkota et al., 2024).

Графіки функції щільності узагальненого розподілу (3) з функцією $G(x)$ виду (1) показані на рис. 2 та рис. 3.

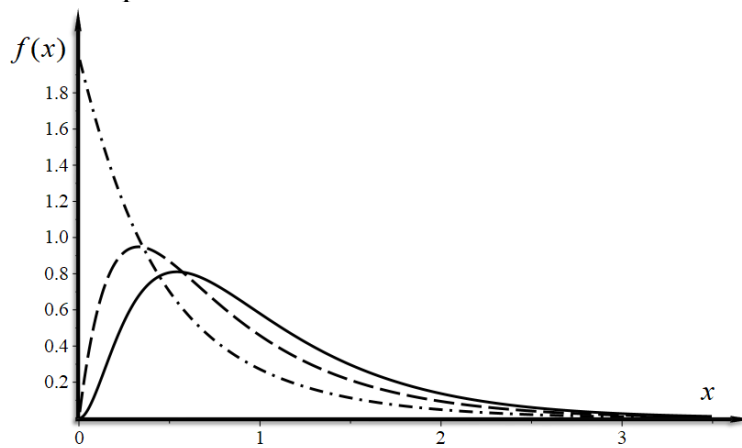


Рис. 2. Графіки диференціальної функції розподілу (3), коли $\lambda = 2, B = 1, v = 1$:
 — $w = 3$; - - - $w = 2$; - . . . $w = 1$

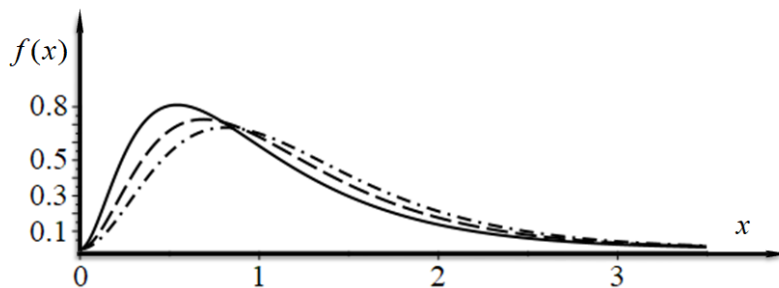


Рис. 3. Графіки диференціальної функції розподілу (3), коли $\lambda = 2, B = 1, w = 2$:
 — $v = 1$; - - - $v = 1$; - . . . $v = 1$

Висновки. Запропонований двопараметричний розподіл на основі функції Рамсея є гнучким інструментом для моделювання асиметричних даних. Він дозволяє отримати широкий спектр форм розподілу, що робить його придатним для апроксимації різноманітних експериментальних даних.

Перспективи подальших досліджень полягають в проведенні обчислювальних експериментів з використанням розподілів (1) і (3) як апроксимаційних моделей для експериментальних розподілів невідомого походження або з потенційно складними інтегральними або диференціальними функціями.

Список використаних джерел:

1. Abramowitz, M., & Stegun, I. A. (Eds.). (2013). *Handbook of mathematical functions: With formulas, graphs, and mathematical tables* (9. Dover print.; [Nachdr. der Ausg. von 1972]). Dover Publ.
2. Ramsay, J. O. (1977). A Comparative Study of Several Robust Estimates of Slope, Intercept, and Scale in Linear Regression. *Journal of the American Statistical Association*, 72(359), 608–615. <https://doi.org/10.1080/01621459.1977.10480624>
3. Sapkota, L. P., Bam, N., & Kumar, V. (2024). *A New Exponential Family of Distributions with Applications to Engineering and Medical Data*. In Review. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4522315/v1>