

*В.М.ГРИЩЕНКО*, к-т техн. наук, *Ю.М.ГАЛАГАН*, НТУ «ХПІ»

## **АЛГОРИТМ ЧИСЕЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ R-ФУНКЦІЙ**

Запропоновано алгоритм рішення проблеми оптимального проектування конструкцій, характерною відмінністю якого є спосіб врахування обмежень-нерівностей. З цією метою використовуються властивості R-функцій.

The algorithm of the decision of a problem of optimum designing of designs which prominent feature is the way of the account of restrictions – inequalities is offered. With this purpose properties of R-functions are used.

**1. Актуальність проблеми.** Проблема пошуку оптимальних рішень є однією з найактуальніших в прикладній математиці, зокрема при проектуванні конструкцій, і пов'язана з підвищенням якості, надійності, економічності і таке інше. При цьому програмні засоби оптимального проектування в сучасних умовах стали невід'ємною складовою систем автоматизованого проектування (САПР), тобто складають розрахунковий супровід конструкторських робіт.

Вибір оптимального варіанту з математичної точки зору означає пошук таких значень параметрів систем, які забезпечують досягнення нею екстремальних значень критерію цілі. Значний клас задач параметричної оптимізації, який має практичне значення, зводиться до рішення задачі нелінійного програмування з монотонною по кожному з аргументів цільовою функцією і обмеженнями-нерівностями, яким підпорядковуються параметри проектування.

Звичайно, практичний інтерес приводить цю проблему до конструкцій, змодельованих у вигляді скінченно-елементної (СЕ) моделі. При СЕ-ідеалізації конструкцій, що оптимізуються, в число змінних задачі входять геометричні параметри, вагові характеристики, характеристики матеріалу, статичні, динамічні показники об'єкту і таке інше.

Зрозуміло також, що така складна задача має значну кількість проблем обчислювального характеру. Найважливіші з них такі:

- проблема наявності ефективного алгоритму і програмного засобу рішення задачі безумовного екстремуму функціоналу зі значною кількістю змінних;
- потреба в наявності ефективного алгоритму і програмного засобу рішення задачі умовного екстремуму функціоналу з обмеженнями типу рівностей та нерівностей на параметри проектування;
- вирішення проблеми високої трудоемності традиційного об'єднання чисельних методів рішення задач аналізу стану об'єкту великої розмірності та методів параметричної оптимізації. Об'єми обчислювальних задач для традиційного підходу оптимізації складових конструкцій можуть ставити під сумнів саму можливість рішення задачі;
- алгоритм оптимального проектування повинен відноситись до групи

методів нульового порядку (тобто потребувати обчислення значень тільки функціоналу), але в разі необхідності повинен враховувати особливості задачі, такі як обчислення вектору градієнту, рішення задачі лінійного програмування і таке інше.

Існує думка, що універсального алгоритму, за допомогою якого можна було б успішно вирішувати різноманітні задачі оптимізації не існує і для кожного конкретного класу задач потрібно використовувати «свої» чисельні методи. Такий погляд викликаний складністю пошуку універсального алгоритму. Дійсно, число публікацій присвячених розвитку теорії та алгоритмів чисельного рішення проблеми оптимізації дуже велике.

Як би там не було, а роботи на цю тему не закінчуються. В них шляхом взаємного збагачення ідеями, удосконаленням існуючих алгоритмів здійснюються кроки до універсалізації підходів чисельного рішення загальної проблеми пошуку оптимальних рішень.

**2. Постановка оптимізаційної задачі.** В даній роботі задача оптимізації конструкції ставиться як задача параметричної оптимізації: потрібно знайти вектор оптимальних параметрів проектування:

$$\vec{x}^* = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T, \quad (1)$$

якому відповідає мінімальне значення цільової функції:

$$\Phi(\vec{x}^*) = \min_{x \in \Omega} \Phi(\vec{x}), \quad (2)$$

де  $\Omega$  – область допустимих значень  $\vec{x}$ .

Вважається, що функціонал  $\Phi(\vec{x})$  є складною аналітичною функцією своїх аргументів, а обмеження на параметри проектування задаються у формі нерівностей:

$$\Omega_i(\vec{x}) \geq 0, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

і також представляють собою складні функції від  $\vec{x}$ .

Як правило, у процесі пошуку оптимуму виникає необхідність рішення серії задач аналізу:

$$L(\vec{x})U = f. \quad (4)$$

В такому випадку вважається, що всі проблеми визначення їх рішення вирішені.

Припускається, що розмір вектору  $\vec{x}$  помірний і питань кількісних обмежень та проблем, пов'язаних з великою розмірністю задачі не виникає. В загальному випадку проблема ставиться як задача нелінійного програмування, хоча не виключаються частинні випадки, коли співвідношення (2), (3) стають лінійними функціями параметрів (задачі лінійного програмування). Алгоритм відноситься до методів нульового порядку, тобто пошук оптимальної точки здійснюється орієнтуючись лише на значення функціоналу цілі. Але існують можливості його адаптації в окремих випадках, коли надається можливість обчислення компонент вектору-градієнту або елементів матриці Гессе безпосередньо.

Дана робота присвячена розробці та дослідженню поведінки тільки тієї частини алгоритму, яка пов'язана з проблемою урахування обмежень-нерівностей на параметри проектування. З цією метою вивчається можливість використання чудових властивостей  $R$ -функцій, які дозволяють записати рівняння області допустимих параметрів проектування у вигляді єдиного аналітичного виразу, тоді як у вихідних даних  $\Omega$  представляється сукупністю обмежень-нерівностей (3), тобто множиною окремих аналітичних формул. Такий підхід в принципі повинен зняти суттєві проблеми побудови ефективного алгоритму і програмного засобу пошуку умовного екстремуму функціоналу з обмеженнями типу нерівностей і звести цю проблему до задачі пошуку безумовного екстремуму деякого модифікованого функціоналу цілі.

**3. Основні положення алгоритму.** Таким чином, в даній роботі поставлена задача пошуку вектору оптимальних параметрів проектування  $\vec{x}^*$ , якому відповідає мінімальне значення цільової функції  $\Phi(\vec{x})$ . Параметри проектування  $\vec{x}^*$  повинні задовольняти множині обмежень типу нерівностей  $\Omega_i(\vec{x}) \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Тобто сформульована задача нелінійного програмування, як багато параметрична задача на умовний екстремум функціоналу з обмеженнями-нерівностями. Вона відноситься до кола тих науково-технічних проблем, в постановці задач яких присутні два різні види інформації.

Аналітична сторона задачі пов'язана з розробкою різних аспектів чисельного рішення диференційних рівнянь в частинних похідних. Поряд з нею присутня геометрична інформація. Це – форма області, конфігурація контактів, початкові та крайові умови, обмеження на параметри стану та параметри проектування і таке інше.

Ефективний метод рішення науково-технічної проблеми повинен в тому числі ефективно враховувати та перетворювати геометричну інформацію. Дуже важливо, щоб геометрична інформація була представлена у зручній формі, тобто у формі, яка прийнята в аналітичній геометрії – це язык рівнянь, нерівностей. Найкраще, коли б рівняння області параметрів  $\Phi(\vec{x})$  представляло собою єдиний аналітичний вираз. В деяких підходах для врахування особливостей геометрії задовольняються частинними випадками (вдалому вибору систем координат і таке інше). Заслуга Рвачова В.Л. в тому, що ним запропоновано для цих цілей прекрасний конструктивний апарат  $R$ -функцій, який фактично розширює коло елементарних функцій для зображення геометричних об'єктів складної форми [3].

Згідно з ним для побудови рівняння деякої області  $\Phi(\vec{x})$  потрібно спочатку записати предикатне рівняння цієї області (відповідну логічну формулу). Предикат (знак) – це правило, по кому встановлюється належність  $\vec{x} \in \Omega$ . Побудова предикатів складних областей здійснюється за допомогою 2-х значних предикатів окремих складових і служить базою для запису відповідних аналітичних  $R$ -функцій. Встановлена достатньо повна система  $R$ -функцій для побудови геометричних об-

ектів. В першу чергу нас буде цікавити одна з них – кон'юнкція:

$$\Omega_{12} = \Omega_1 \wedge_0 \Omega_2 = \Omega_1 + \Omega_2 - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}; \quad (5)$$

Це правило, яке встановлює належність  $\vec{x} \in \Omega_{12}$ , якщо  $\vec{x} \in \Omega_1$  і  $\vec{x} \in \Omega_2$ , а саме  $\Omega_{12}(\vec{x}) \geq 0$ , якщо  $\Omega_1(\vec{x}) \geq 0$  і  $\Omega_2(\vec{x}) \geq 0$ .

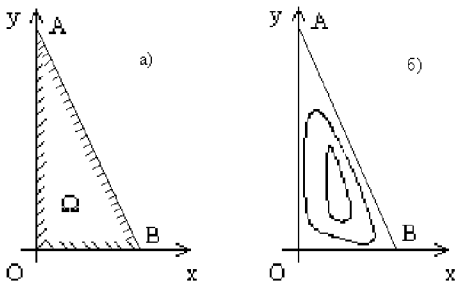


Рисунок 1

Наприклад, в просторі двох змінних для запису рівняння області  $\Omega$ , яка виділена трикутником АОВ (див. рис. 1). Потрібно спочатку записати предикати трьох окремих елементарних областей:

$$\Omega_1 = x \geq 0, \quad \sigma_1 = (\Omega_1 \geq 0),$$

$$\Omega_2 = y \geq 0, \quad \sigma_2 = (\Omega_2 \geq 0),$$

$$\Omega_3 = 1 - x - \frac{y}{2} \geq 0, \quad \sigma_3 = (\Omega_3 \geq 0),$$

Предикатне рівняння всієї області:

$$\sigma = \sigma_1 \wedge_0 \sigma_2 \wedge_0 \sigma_3 = \{(\Omega_1 \geq 0) \wedge_0 (\Omega_2 \geq 0) \wedge_0 (\Omega_3 \geq 0)\}$$

І нарешті аналітичне рівняння  $R$ -функції для всієї області  $\Omega$ :

$$\Omega(\vec{x}) = \Omega_1 \wedge_0 \Omega_2 \wedge_0 \Omega_3 = \Omega_1 + \Omega_2 - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} + \Omega_3 - \sqrt{\left(\Omega_1 + \Omega_2 - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}\right)^2 + \Omega_3^2} \geq 0;$$

Або:

$$\Omega(\vec{x}) = x + y - \sqrt{x^2 + y^2} + \left(1 - x - \frac{y}{2}\right) - \sqrt{\left(x + y - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + \left(1 - x - \frac{y}{2}\right)^2} \geq 0.$$

Термін «рівняння області  $\Phi(\vec{x})$ » означає, що для тих точок  $\vec{x} = \{x, y\}$ , які знаходяться в межах трикутника АОВ виконується умова  $\Phi(\vec{x}) \geq 0$ , а за межами –  $\Phi(\vec{x}) < 0$ . Сімейство ліній рівного рівня  $\Omega(\vec{x}) = \text{const}$  показано на рисунку 1,б. Виділимо характерну особливість побудованих рівнянь для використання в алгоритмі оптимізації:  $\Omega(\vec{x})$  неперервна функція своїх аргументів і для визначення напрямку руху від довільної точки  $\vec{x}_0$  до області допустимих значень  $\vec{x}$  (області точок  $\vec{x}$ , які задовольняють всім обмеженням  $\Omega(\vec{x}) \geq 0$ ) можливо використати процедуру пошуку безумовного екстремуму побудованої  $R$ -функції для області  $\Omega(\vec{x})$ . Причому, якщо в результаті аналізу буде встановлено, що в точці екстремуму функція  $\Omega(\vec{x}^*) < 0$ , це означатиме, що такої точки, яка задовольняла б усім обмеженням (3) не існує, і, якщо потрібно, треба шукати компромісний варіант.

Зауважимо, що приведений вище алгоритм врахування обмежень-нерівностей майже не залежить від складності області і розмірності задачі (поки що теоретично).

Переходимо тепер до викладення тієї частини алгоритму, в якій задача пошуку умовного екстремуму функціоналу  $\Phi(\bar{x})$  з обмеженнями-нерівностями (3) зводиться до еквівалентної задачі на безумовний екстремум для деякого модифікованого функціоналу цілі. В загальному випадку цей перехід носить ітераційний характер і пов'язаний з переходом від однієї опорної точки  $\bar{x}_i$  до кращої  $\bar{x}_{i+1}$ . Призначимо деяку довільну стартову опорну точку  $\bar{x}_0$ . Можливо кращим першим кроком алгоритму буде наступний.

Побудуємо модифікований функціонал наступного виду:

$$\Phi_1(\bar{x}, \lambda) = \Phi(\bar{x}) + \lambda \cdot \Omega(\bar{x}), \quad (6)$$

де  $\lambda$  – невизначений множник Лагранжу. В якості першої опорної точки  $\bar{x}_1$  приймається та, якій відповідає безумовний екстремум функціоналу  $\Phi_1(\bar{x}, \lambda)$ :

$$\bar{x}_1 = \min \Phi_1(\bar{x}, \lambda). \quad (7)$$

Це точка мінімуму функціоналу  $\Phi(\bar{x})$  на границі області обмежень (3). Якщо вирішується задача лінійного програмування, то знайденим рішенням  $\bar{x}_1$  потрібно обмежитись. Якщо ж точка мінімуму функціоналу  $\Phi(\bar{x})$  знаходиться всередині області  $\Omega(\bar{x})$  (задача нелінійного програмування), то наступним кроком алгоритму буде такий: побудуємо рівняння області тих точок  $\bar{x}$ , в яких  $\Phi(\bar{x}) \leq \Phi(\bar{x}_1)$  і запишемо його як додаткове  $(m+1)$  обмеження до нерівностей (3):

$$\Omega^{(1)}_{m+1}(\bar{x}) = \Phi(\bar{x}_1) - \Phi(\bar{x}) \geq 0. \quad (8)$$

Тоді поставлена задача оптимального проектування конструкції в чисельному плані зводиться до задачі на безумовний екстремум модифікованого функціоналу  $\Phi_\Omega$ , який представляє собою  $R$ -функцію, побудовану на  $(m+1)$  обмеженні:

$$\Phi_\Omega = \Omega(\bar{x}) \Lambda_0 \Omega^{(1)}_{m+1}(\bar{x}) = \Omega_1(\bar{x}) \Lambda_0 \Omega_2(\bar{x}) \Lambda_0 \dots \Lambda_0 \Omega^{(1)}_{m+1}(\bar{x}) \geq 0. \quad (9)$$

В якості другої опорної точки  $\bar{x}_2$  береться екстремум модифікованого функціоналу:

$$\bar{x}_2 = \min(-\Phi_\Omega(\bar{x})). \quad (10)$$

Ця точка задовольняє групі обмежень (3), краща від  $\bar{x}_1$ , так як знаходиться в середині області  $\Omega^{(1)}_{m+1}(\bar{x})$ . Для уточнення оптимуму поставленої задачі можливо звзвити область  $\Omega^{(1)}_{m+1}$ , якщо побудувати область  $\Omega^{(2)}_{m+1}(\bar{x}) = \Phi(\bar{x}_2) - \Phi(\bar{x}) \geq 0$ . Має місце нерівність  $\Omega^{(2)}_{m+1}(\bar{x}) \subset \Omega^{(1)}_{m+1}(\bar{x})$ . І продовжити ітеропроцес до задовільних результатів. Можливо, ту частину алгоритму, яка пов'язана з введенням  $\lambda$ , в цьому випадку не використовувати. Таким чином, намічено шлях модифікації загальної проблеми оптимального проектування з обмеженнями до послідовності еквівалентних задач на безумовний екстремум.

Тепер коротко розглянемо основні положення алгоритму пошуку безу-

мовного екстремуму функціоналу з  $p$  змінними. Для довільних задач одержати оптимум за скінченну кількість кроків неможливо. Природно, що оптимізаційна процедура носить ітераційний характер.

Вважатимемо також, як це прийнято в багатьох підходах квазиньютонівського типу, що функціонал в околиці стаціонарної точки добре апроксимується квадратичною формою:

$$f(\bar{x}) = c + x^T b + \frac{1}{2} x^T G x. \quad (11)$$

Подальші кроки алгоритму залежать від тих можливостей, які задані в задачі. Наприклад, чи надається можливість аналітичного обчислення вектора-градієнта  $g(x)$  (найшвидшої зміни функціоналу):

$$g(x) = b + Gx, \quad (12)$$

або в найкращому випадку, можливість аналітичного обчислення матриці Гессе.

Припускається надалі найгірший варіант, коли параметри квадратичної форми потрібно ідентифікувати лише по значенням функціоналу  $\Phi_\Omega$ . Ітераційна процедура пошуку безумовного мінімуму функціоналу складається з послідовності кроків досліджувального пошуку, розпочинаючи з деякої стартової точки  $\bar{x}_0$ , за яким виконується пошук по апроксимації. В точці  $\bar{x}_0$  призначаються деякі стартові значення матриці Гессе  $G_0$  і вектора градієнту  $g_0$ . Цієї інформації достатньо, щоб виконати пошук по апроксимації. Знаходяться координати поточної стаціонарної точки  $x_1$ , градієнту  $g_1$  функціоналу  $f(x)$ :

$$x_1 = x_0 - G_0^{-1} g_0. \quad (13)$$

Далі виконується досліджувальний пошук – одновимірний пошук в найкращому напрямку. Його вибір має вирішальне значення для ефективної роботи ітеропроцедури. За такий напрямок обирається вектор:

$$\bar{d}_1 = \frac{\overrightarrow{x_0 x_1}}{|\overrightarrow{x_0 x_1}|}. \quad (14)$$

і досліджується поведінка функціоналу  $\Phi_\Omega$  вздовж нього.

Предметом дослідження являються значення функції  $\Phi_\Omega$  у вибраному напрямку, напрямках ортогональних до нього, а також знак її другої похідної. Результатом дослідження є точка  $\bar{x}_{1d}$  краща в напрямку  $\bar{d}_1$ . Інформація про поведінку  $\Phi_\Omega$  використовується для оновлення коефіцієнтів матриці Гессе  $G_1$  і вектору градієнту  $\bar{g}_{1d}$ . Цієї інформації достатньо, щоб виконати пошук апроксимації

$$x_2 = x_{1d} - G_1^{-1} \bar{g}_{1d}. \quad (15)$$

Ітеропроцес продовжується до задовільних результатів.

**4.Результати апробації алгоритму на модельному прикладі та їх аналіз.** В цій роботі при чисельній апробації увага головним чином сконцентрована на тій частині алгоритму, яка пов'язана з урахуванням обмежень-

нерівностей, та поведінкою  $R$ -функцій, остання з яких представляє собою модифікований функціонал цілі. З цією метою розглянуто модель стрижня змінного поперечного розрізу, який зображено на рис. 2.

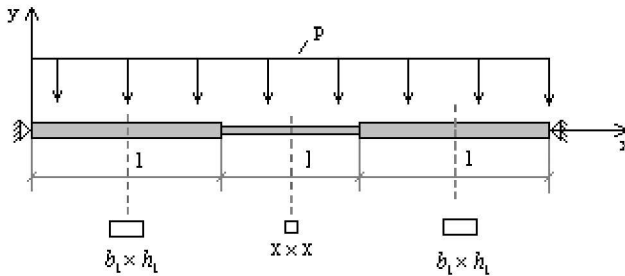


Рисунок 2

Стрижень шарнірно закріплений та знаходиться під дією рівномірного навантаження  $p = 400 \text{ Н/м}$ .

Геометричні та фізичні параметри системи прийнято такими:

$$l = 3 \text{ м}; \quad b_1 \times h_1 = 0,01 \times 0,1 \text{ м}^2; \quad E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

$$\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}; \quad g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}; \quad [\sigma] = 250 \text{ МПа}.$$

Розглядається однопараметрична задача оптимального проектування, пов'язана з мінімізацією ваги стрижня і чотирма обмеженнями-нерівностями ( $m = 4$ ). Згідно з позначеннями, приведеними вище, оптимізаційна задача формулюється так:

$$\tilde{\Phi}(x) = 2\rho \cdot g b_1 h_1 l + \rho \cdot g l x^2 \rightarrow \min;$$

$$\tilde{\Omega}_1(x) = x - h^- \geq 0;$$

$$\tilde{\Omega}_2(x) = h^+ - x \geq 0;$$

$$\tilde{\Omega}_3(x) = \omega - \omega^- \geq 0;$$

$$\tilde{\Omega}_4(x) = [\sigma] - \sigma_{\max} \geq 0;$$

Середній стрижень має квадратний розріз і його розмір  $x$  прийнято в якості варійованого параметру.

Перші два обмеження  $\tilde{\Omega}_1$  і  $\tilde{\Omega}_2$  – це обмеження на параметри проектування, де  $h^- = 0,02 \text{ м}$ ;  $h^+ = 0,1 \text{ м}$  – граничні розміри квадратного розрізу середнього стрижня.

$\tilde{\Omega}_3$  – обмеження на власну частоту коливання. Вона не повинна бути меншою ніж  $10 \text{ рад/с}$ .

Для обчислення обмеження  $\tilde{\Omega}_3$  потрібно мати можливість вирішувати задачу аналізу – проблему власних згинальних коливань цього стрижня. З ці-

єю метою використані можливості програмного комплексу ANSYS. Для дискретного набору параметрів  $x$  з області допустимих значень обчислено дискретний набір основної частоти власних коливань стрижня (див. табл.), і по трьом точкам побудовано інтерполяційну формулу для частоти.

$x, \text{ м}$	0,01	0,02	0,03	0,05	0,08
$\omega, \text{ рад/с}$	1,14	3,70	6,54	10,93	12,1

$$\omega(x) = 13 - \frac{1}{-0,432 + 90,668(x + 0,05)^2}$$

Ця формула досить добре інтерполює значення основної частоти  $\omega$  в діапазоні  $0,03 \leq x \leq 0,1$  (див. рис. 3).

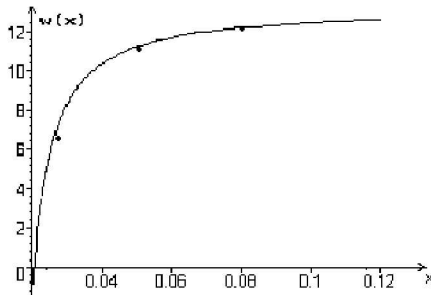
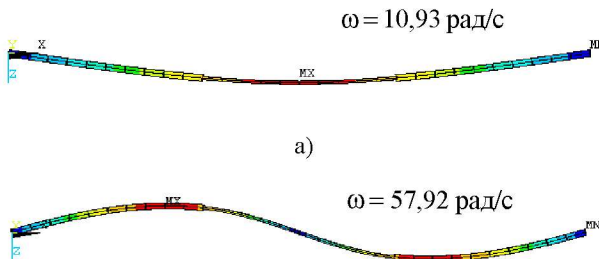


Рисунок 3

На рисунках 4, а; 4, б приведені перші дві форми згинальних коливань стрижня при  $x = 0,05 \text{ м}$ .



б)

Рисунок 4 – перша та друга форми коливань

$\tilde{\Omega}_4(x)$  – обмеження на міцність по допускаемим напруженням.

Для його обчислення в процесі оптимізації потрібно для відповідного  $x$

виконувати розрахунок напруженого стану стрижня під дією розподіленого навантаження. З цією метою проведена оцінка максимальних нормальних напружень в центрі стрижня методами опору матеріалів:

$$M_{\max} = \frac{9}{8} p l^2; \quad W = \frac{x^3}{6};$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{6M_{\max}}{x^3} = \frac{0,0243}{x^3} \text{ МПа.} \quad (16)$$

Саме формула (16) використовується в обмеженні  $\tilde{\Omega}_4$  в процесі оптимального проектування. Таким чином, сформульовані необхідні компоненти оптимальної проблеми. При цьому потрібно зробити зауваження: сам функціонал та введені обмеження різномаштабні як по порядку чисел так і по розмірностям, але використовуються в  $R$ -функціях спільно.

Для того, щоб не виникало проблем обчислювального характеру виконуються їх масштабування, яке вирівнює порядки числових значень  $\tilde{\Omega}_i$  і робить їх безрозмірними.

Відповідна масштабована оптимізаційна задача має такий вигляд:

$$\Phi(x) = 200 \cdot (0,002 + x^2) \rightarrow \min;$$

$$\Omega_1 = 20 \cdot (x - 0,02) \geq 0;$$

$$\Omega_2 = 20 \cdot (0,1 - x) \geq 0;$$

$$\Omega_3 = 0,5 \cdot (\omega - 10) \geq 0;$$

$$\Omega_4 = 0,01 \cdot (250 - \sigma_{\max}) \geq 0.$$

Розглядається перший крок ітеропроцесу пошуку оптимального рішення. Вибирається довільне стартове значення варійованого параметру, наприклад  $x_0 = 0,12$ ;  $\Phi(x_0) = 3,28$ .

Розглядається область параметру  $x$ , в якій функціонал  $\Phi(x) \leq \Phi(x_0)$  і сформулюється у вигляді  $(m+1)$ -ої нерівності:

$$\Omega_{m+1}(x) = \Omega_5(x) = \Phi(x_0) - \Phi(x) = 200 \cdot (0,0144 - x^2) \geq 0.$$

Тепер перейдемо до аналізу відповідних  $R$ -функцій, які ідентифікують відповідні області – обмеження.

На рис. 5,а показані окремі області параметру  $x$ , які задовольняють обмеженням  $\Omega_1 \geq 0$  і  $\Omega_2 \geq 0$ . А штриховою лінією виділена крива  $\Omega_{1,2}$ , що ідентифікує ту ж саму область, а саме  $\Omega_{1,2} \geq 0$ , але відповідає єдиному аналітичному виразу.

На рис. 5,б приведена окрема область, яка відповідає обмеженню  $\Omega_3 \geq 0$ . Крива  $\Omega_3$  побудована з використанням інтерполяційної формули для  $\omega(x)$ . На цьому ж графіку виділена  $R$ -функція  $\Omega_{1,2,3}$ , яка ідентифікує об'єднання перших трьох обмежень.

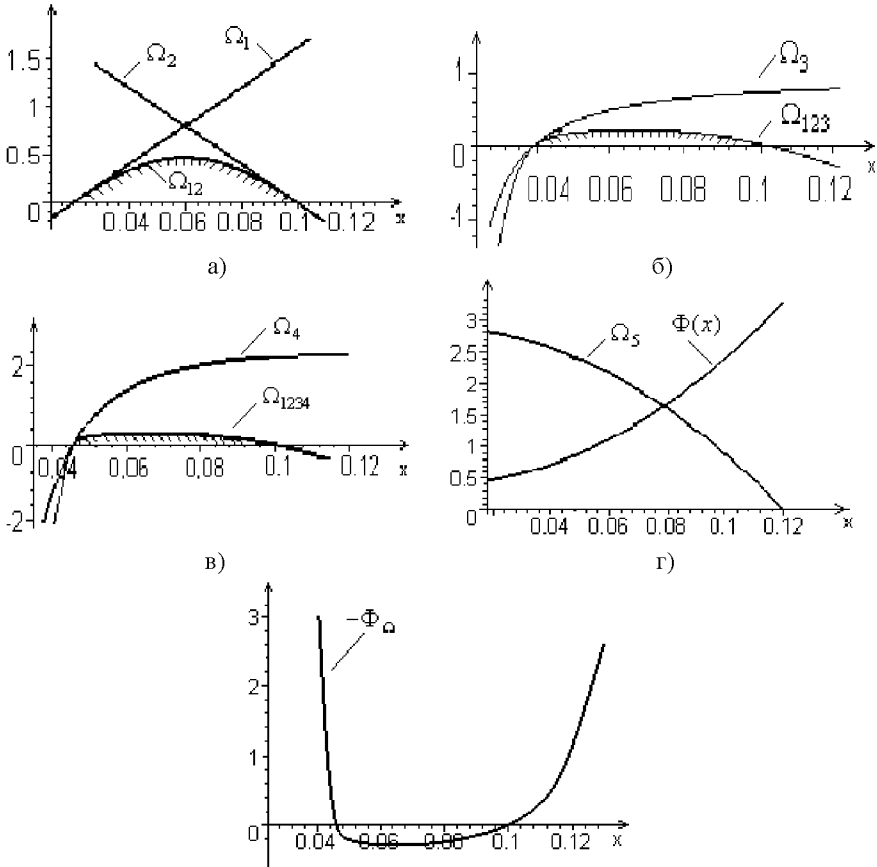
На рис. 5,в показана вже область  $\Omega_{1,2,3,4} \geq 0$ , яка задовольняє всім обмеженням – нерівностям.

На рис. 5,г показана область  $\Omega_5$  та сам функціонал ваги стрижня.

Область  $\Omega_5 \geq 0$  дозволяє виконати перехід до задачі на безумовний екстремум модифікованого функціоналу  $\Phi_\Omega$ , який представляє собою  $R$ -функцію вигляду:

$$\Phi_\Omega = \Omega_{1234} \Lambda_0 \Omega_5.$$

Модифікований функціонал ( $-\Phi_\Omega$ ) неперервний, досить гладкий і зображений на рис. 5,д.



д)

Рисунок 5

В першому наближенні він виділяє область параметру  $x$  ( $-\Phi_\Omega \leq 0$ ), яка може бути вже досить малою, і в якій знаходиться оптимум проблеми. Причому для обчислення  $x^*$  треба вирішувати проблему на безумовний екстремум функціоналу. Обчислення першого наближення  $x^*$  було виконано за допомогою оригінальної програми, яка використовує лише значення функціоналу

розпочинаючи з  $x_0 = 0,12$ ,  $\Phi_{\Omega}(x_0) = 3,28$ .

Результати першого наближення такі:

В процесі ітераційного пошуку знадобилось 9 звернень до процедури обчислення функції  $\Phi_{\Omega}$ . Знайдено оптимальне значення  $x^*$ , яке дорівнює 0,0662. Відповідно, функціонал  $(-\Phi_{\Omega})$  при даному значенні  $x$  дорівнює -0,3138. Мінімальна вага конструкції в першому наближенні при отриманій оптимальній товщині середнього стрижня дорівнює 1463,3851 Н.

Для уточнення результату потрібно продовжувати ітеропроцес, звуживши область пошуку згідно приведеного вище алгоритму.

**Висновки.** Запропоновано варіант алгоритму вирішення проблеми оптимального проектування конструкцій, в якому використано підходи, що ведуть до його універсалізації. Перші розрахунки модельних задач дають певний оптимізм у можливості позитивного результату.

Так як проблема дуже складна, то безумовно, цей оптимізм може перейти у впевненість лише при подоланні багатьох перешкод обчислювального характеру, корективі алгоритму і успішному рішенні більш складних задач.

**Список літератури:** 1. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Регсдел К.* Оптимизация в технике. – в 2-х кн. – М.: Мир, 1986. 2. *Банди Б.* Методы оптимизации. – М.: «Радио и связь», 1988. 3. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наукова думка, 1982.

*Надійшла до редакції 18.05.2006.*

УДК 621.432.4:534.16

*А.И.ЗАЙЦЕВ*, докт. фарм. наук;

*В.М.ШАТОХИН*, докт. техн. наук, НТУ «ХПИ»

### **О ВЛИЯНИИ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ И ПАРАМЕТРЫ ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ С ГИДРООБЪЕМНОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ**

Розроблено модель повороту гусеничної машини, що дозволяє досліджувати динамічні процеси в двигуні, трансмісії з диференціальними механізмами і гідрооб'ємною передачею, ходової частини як єдиної системі. Вона враховує пружність з'єднувальних валів, характеристики дороги, швидкість руху об'єкта, номер передачі, керування шайбою регульованої машини. Приведено результати розрахунково-експериментальних досліджень динамічних процесів.

Model of caterpillar machine turning, which permits to investigate dynamic processes in engine, transmission with differential mechanisms and hydrovolumetric transmission, running gear as a single whole system, are developed. It takes into account elasticity of connective shaft, road characteristics, object rate of movement, number of transmission, washer of regulable machine control. Results of dynamic processes design-experiment investigations are cited.

**Введение.** В отечественном и зарубежном транспортном машиностроении имеет место устойчивая тенденция по созданию высокоэффективных