

УДК 621.313.17

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ИМПУЛЬСНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ МАГНИТНОГО ПОТОКОСЦЕПЛЕНИЯ**

*Милых В.И., д.т.н., проф., Ткаченко С.В., асп.*

*Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»*

*ул. Фрунзе, 21, 61002, м. Харьков, Украина*

*E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua*

Рассматривается одна из проблем численного расчета рабочего режима линейного электродвигателя при его импульсном возбуждении. Для ее решения представлен принцип определения частных производных нелинейной функции магнитного потокосцепления его обмоток по току и взаимному смещению реактора и якоря.

Ключевые слова: линейный электродвигатель, переходный процесс, обеспечение численного расчета, магнитное потокосцепление, частные производные.

**Введение.** Для невзрывной сейсморазведки [1] одним из эффективных вариантов являются источники колебаний на основе линейных импульсных электродвигателей (ЛИЭД) [2]. Из них для исследований избран ЛИЭД электродинамического типа, конструкция которого представлена в [3, 4], а здесь на рис. 1 показана только его электромагнитная система. Она образована двумя взаимно подвижными коаксиальными ферромагнитными сердечниками, в пазах которых расположены кольцевые катушки, соединенные последовательно в единую обмотку возбуждения. Внешняя часть ЛИЭД – якорь, внутренняя – реактор. При их возбуждении импульсом тока возникает электродинамическое взаимодействие и полученный импульс силы  $F_{em}$  (рис. 1) действует на грунт, вызывая сейсмоколебания.

Анализ магнитного поля и силовых взаимодействий в такой электромагнитной системе ЛИЭД проведен в [3, 4] при совокупности сочетаний МДС возбуждения и взаимных положений реактора и якоря. Эта совокупность квазистационарных состояний ЛИЭД дает представление о его потенциальных возможностях, но не раскрывает его рабочего режима, который, по сути, является переходным электромеханическим процессом, возникающим при импульсе возбуждения ЛИЭД.

Исследование такого рабочего режима ЛИЭД возможно на основе электрической схемы замещения (рис. 2) и математической модели – системы уравнений, представленных в [5].

Источник электропитания на рис. 2 представлен конденсатором с емкостью  $C_E$  и начальным напряжением  $U_{C0}$ , линия передачи – сопротивлением  $R_0$  и индуктивностью  $L_0$ . Индуктивности обмоток реактора  $L_r$  и якоря  $L_a$ , а также их взаимная индуктивность  $M_{ra}$ , являются нелинейными функциями тока возбуждения  $i_s$  и взаимного положения реактора и якоря, которое характеризуется смещением  $\zeta$  реактора относительно якоря из начального положения. Известная нелинейность в зависимости от  $i_s$  вызвана очень сильным насыщением магнитопровода ЛИЭД [4]. Следовательно, индуктивности,

как ток  $i_s(t)$  и смещение  $\zeta(t)$ , также оказываются неизвестными функциями времени  $t$ . Это является самой большой сложностью расчета переходного рабочего режима ЛИЭД.

Сопротивления обмоток реактора  $R_r$  и якоря  $R_a$  также нелинейные – ввиду быстрого изменения их температур из-за весьма большой плотности тока. Учет этого явления не представляет проблемы при численном расчете переходных процессов известным способом [6]. Не представляет проблемы и учет параметров движения реактора и якоря, таких как их скорости  $v_r$  и  $v_a$ , при известной совокупности действующих сил [5].

**Цель работы.** Представление разработанного принципа учета двухпараметрической нелинейной функции электромагнитных параметров ЛИЭД при численном решении дифференциальных уравнений, описывающих переходной процесс, соответствующий

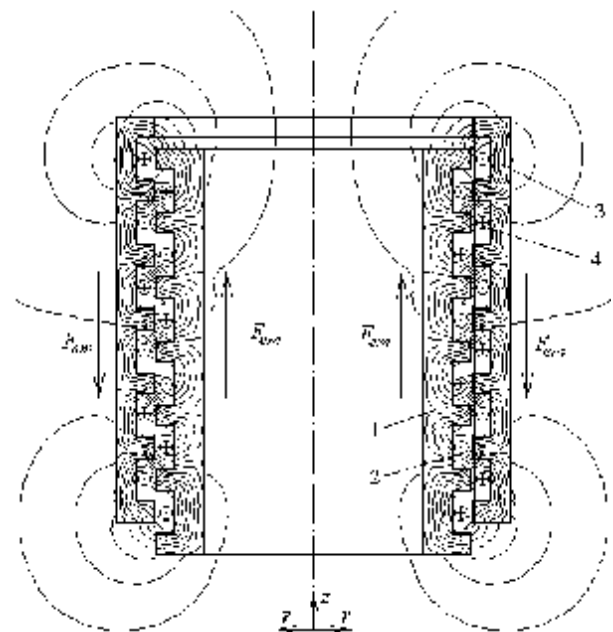


Рисунок 1 – Электромагнитная система ЛИЭД:  
1, 2 – сердечник и обмотка реактора;  
3, 4 – сердечник и обмотка якоря

щий его работе при импульсном возбуждении. В дальнейшем это позволит производить анализ режимов работы ЛИЭД с варьированием комплексом необходимых его параметров.

**Материал и результаты исследования.** При нелинейных электромагнитных параметрах ЛИЭД оперирование статическими индуктивностями его обмоток  $L_r$ ,  $L_a$  и  $M_{ra}$  становится неприемлемым. Им на смену должны прийти дифференциальные индуктивности, которые также представляют собой нелинейные зависимости от  $i_s$  и  $\zeta$ . Однако более удобно оперировать непосредственно первородной для всех их величиной – магнитным потокосцеплением (МПС).

В случае последовательного соединения обмоток с единым для них током задача несколько упрощается. Вместо индивидуальных полных МПС обмоток реактора и якоря  $\Psi_r$  и  $\Psi_a$ , определенных с учетом взаимного воздействия, достаточно оперировать с результирующим МПС  $\Psi = \Psi_r + \Psi_a$  общей электрической цепи обмоток ЛИЭД.

С учетом этого уравнение электрического равновесия для электрической цепи обмоток ЛИЭД (рис. 2) имеет вид [5]:

$$\frac{d\Psi}{dt} + (R_r + R_a + R_0) \cdot i_s + L_0 \frac{di_s}{dt} + \frac{1}{C_E} \int_0^t i_s dt = U_{C0}. \quad (1)$$

Функция МПС является двухпараметрической, а именно,  $\Psi(i_s, \zeta)$ . Поэтому производная МПС записывается как

$$\frac{dY}{dt} = \frac{\partial Y}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{\partial Y}{\partial i_s} \cdot \frac{di_s}{dt}. \quad (2)$$

Для численного решения из дифференциального уравнения (1) с учетом (2) выражается в явном виде временная производная тока

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{\Psi'_{i_s} + L_0} [U_C - i_s(R_r + R_a + R_0) - e_v], \quad (3)$$

где явно выделены: напряжение на зажимах конденсатора

$$U_C = U_{C0} - \frac{1}{C_E} \int_0^t i_s dt; \quad (4)$$

частные производные МПС по относительному перемещению  $\zeta$  и току  $i_s$

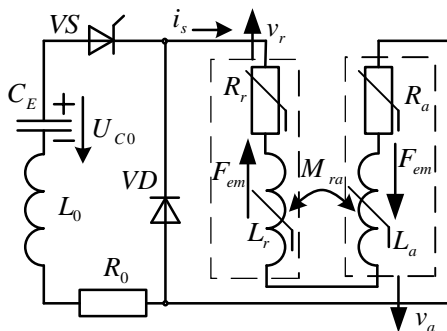


Рисунок 2 – Электрическая схема замещения ЛИЭД

$$\Psi'_\zeta = \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta}; \quad \Psi'_{i_s} = \frac{\partial \Psi}{\partial i_s}; \quad (5)$$

ЭДС движения

$$e_v = \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dt} = \Psi'_\zeta \cdot v_{ra}, \quad (6)$$

$v_{ra} = \frac{d\zeta}{dt}$  – скорость относительного перемещения реактора и якоря.

Производные (5), как и само МПС, являются функциями двух параметров:

$$\Psi'_\zeta(i_s, \zeta), \quad \Psi'_{i_s}(i_s, \zeta), \quad (7)$$

и все они являются предметом поиска при решении дифференциального уравнения (3), дополненного сопутствующими уравнениями [5].

В необходимости определения (7) и заключается основная проблема решения. Основой подготовки производных (7) является численный расчет магнитного поля ЛИЭД при комплексе сочетаний значений  $\zeta$  и  $i_s$  (картина поля для одного из вариантов дана на рис. 1). Правда, вместо  $i_s$  изначально взяли МДС  $F$ , приходящуюся на паз реактора и якоря, как более универсальную величину, от которой впоследствии легко перейти к току

$$i_s = \frac{a_p \cdot F}{N_p}, \quad (8)$$

в зависимости от конкретно выбранных числа параллельных ветвей  $a_p$  обмоток и числа эффективных витков  $N_p$  в каждом пазу.

Расчеты магнитного поля ЛИЭД, как и в [3, 4], проводились методом конечных элементов с использованием программы FEMM [7]. При этом многовариантные расчеты при большой совокупности сочетаний  $\zeta$  и  $F$  были автоматизированы посредством программы, составленной на алгоритмическом языке Lua, встроенном в программу FEMM.

Рабочий ход и соответственно диапазон перемещений реактора относительно якоря составляют  $0,5 \cdot \tau_p$ , где  $\tau_p$  – полюсное деление – шаг между осями соседних зубцов якоря или реактора. Этот диапазон составлял в рассматриваемом варианте конструкции [3, 4] 42 мм и проходил при изменении  $\zeta$  с шагом 3 мм, т.е. получилось  $n_\zeta = 15$  позиций. На следующей половине  $\tau_p$  зависимость  $\Psi$  от  $\zeta$  повторялась зеркально.

В каждой позиции расчеты магнитного поля проводились при изменениях МДС  $F$  от 0 до 110 кА (от 0 до 10 – с шагом 1 кА, далее до 20 с шагом 2 кА, до 60 – 5 кА и до 110 – 10 кА, с учетом того, что при меньших значениях МДС происходили более интенсивные изменения МПС  $\Psi$ ). Таким образом, для МДС было  $n_F = 29$  вариантов.

После каждого расчета магнитного поля в программе FEMM значения МПС извлекались также автоматически с помощью программы Lua. Так был сформирован двумерный массив МПС:

$$\Psi_{w,j,i}, j=1..n_{\zeta}; i=1..n_F, \quad (9)$$

которому соответствовали одномерные массивы МДС и перемещений

$$\zeta_j, j=1..n_{\zeta}; F_i, i=1..n_F. \quad (10)$$

Фактически значения  $\Psi_{w,j,i}$  соответствовали условному варианту ЛИЭД с одним эффективным витком в каждом пазу с их последовательным соединением, а также последовательным соединением обмоток реактора и якоря. Последующий пересчет на параметры конкретных обмоток проводится достаточно просто, а именно:

$$\Psi_{j,i} = \frac{N_p}{a_p} \Psi_{w,j,i}, j=1..n_{\zeta}; i=1..n_F. \quad (11)$$

Примеры зависимостей МПС от одного аргумента показаны раздельно на рис. 3 при фиксированных значениях другого аргумента.

Для иллюстраций структуру полученного массива (11) представим фрагментарно на рис. 4 в виде двухкоординатной сеточной структуры, где координаты линий соответствуют (10), а узлы – (11).

Предположим, что в процессе численного итерационного процесса расчета определены значения  $\zeta$  и  $F$ , а для очередного шага вычисления производной тока (3) необходимы частные производные (7). Для этого предлагается следующая процедура, основанная на аппроксимации функции  $\Psi(F, \zeta)$  однокоординатными кубическими полиномами.

Сначала на рис. 4 рассмотрим горизонтальные линии. В пределах ячеек, в которых находится значение  $F$ , имеет место полином:

$$\Psi = a + b \cdot F + c \cdot F^2 + d \cdot F^3. \quad (12)$$

Для получения значений коэффициентов  $a, b, c, d$  используются четыре значения МПС в прилегающих узлах. Например, для линии с номером  $j$  для узлов на пересечении с линиями  $i-1, i, i+1, i+2$  на основе (12) составим систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} a + b \cdot F_{i-1} + c \cdot F_{i-1}^2 + d \cdot F_{i-1}^3 &= \Psi_{j,i-1}; \\ a + b \cdot F_i + c \cdot F_i^2 + d \cdot F_i^3 &= \Psi_{j,i}; \\ a + b \cdot F_{i+1} + c \cdot F_{i+1}^2 + d \cdot F_{i+1}^3 &= \Psi_{j,i+1}; \\ a + b \cdot F_{i+2} + c \cdot F_{i+2}^2 + d \cdot F_{i+2}^3 &= \Psi_{j,i+2}. \end{aligned} \quad (13)$$

После ее решения любым известным способом определяются значения коэффициентов  $a, b, c, d$  и на основе функции (12) получим значения МПС и производной МПС по  $F$  для точки  $y_2$  с координатой  $F$ :

$$\Psi_{y_2} = a + b \cdot F + c \cdot F^2 + d \cdot F^3; \quad (14)$$

$$\Psi'_{F,y_2} = b + 2 \cdot c \cdot F + 3 \cdot d \cdot F^2. \quad (15)$$

Проделав все то же на линиях  $j-1, j+1, j+2$ , получим значения МПС и его производной в наборе

точек  $y_1, y_2, y_3, y_4$ , а именно:

$$\Psi_{y_1}, \Psi_{y_2}, \Psi_{y_3}, \Psi_{y_4}; \quad (16)$$

$$\Psi'_{F,y_1}, \Psi'_{F,y_2}, \Psi'_{F,y_3}, \Psi'_{F,y_4}. \quad (17)$$

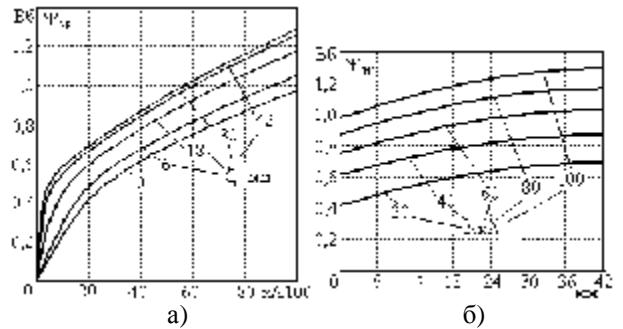


Рисунок 3 – Зависимости МПС обмоток  $\Psi_w$ : а) от МДС  $F$  при разных положениях реактора; б) от положения реактора  $\zeta$  при разных МДС

Теперь на рис. 4 рассмотрим вертикальную линию с точками  $y_1, y_2, y_3, y_4$ . В пределах ячейки со значением  $\zeta$  предполагается полином

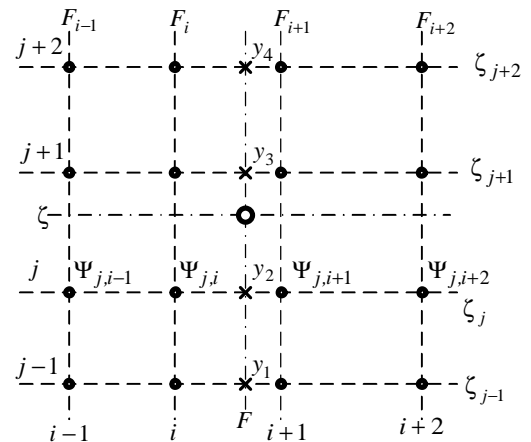


Рисунок 4 – Координатная структура для работы с массивом МПС

$$\Psi = a + b \cdot \zeta + c \cdot \zeta^2 + d \cdot \zeta^3. \quad (18)$$

Для получения значений коэффициентов  $a, b, c, d$  составляется система уравнений для точек  $y_1, y_2, y_3, y_4$ , аналогичная (13), только вместо  $F$  фигурирует  $\zeta$  с индексами  $j-1, j, j+1, j+2$ , а в правой части используются значения МПС из (16). Решив систему уравнений и найдя новые значения коэффициентов  $a, b, c, d$ , получим функцию МПС (18), по которой определим ее производную по  $\zeta$ :

$$\Psi'_{\zeta} = b + 2 \cdot c \cdot \zeta + 3 \cdot d \cdot \zeta^2. \quad (19)$$

На той же вертикальной линии с точками  $y_1, y_2, y_3, y_4$  предполагается полином и для производной по  $F$ , но со своими коэффициентами:

$$\Psi'_F = a + b \cdot \zeta + c \cdot \zeta^2 + d \cdot \zeta^3. \quad (20)$$

Вновь составим систему уравнений типа (13) для тех же точек  $y_1, y_2, y_3, y_4$ , имея координатой зна-

чення  $\zeta$  с соответствующими индексами по  $j$ , а в правой части значения производной  $\Psi'_F$  из (17). В итоге, найдя новые значения коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , получим функцию (20).

Подставив в (19) и (20) конкретные значения  $\zeta$ , определим искомые значения производных  $\Psi'_\zeta$  и  $\Psi'_F$ . Таким образом, они оказываются определенными в заданной точке с координатами  $\zeta$  и  $F$ , которая на рис. 4 выделена кружочком. Это и требуется для решения задачи расчета переходного процесса по уравнению (3) и другим уравнениям, описывающим механическую составляющую этого процесса, которые в полном объеме представлены в [5]. Только, учитывая то, что оперировали не с током  $i_s$ , а с МДС  $F$ , и приняв во внимание (8), необходимо произвести пересчет производной

$$\Psi'_{i_s} = \Psi'_F \frac{N_p}{a_p} \quad (21)$$

Описанная методика нахождения частных производных была запрограммирована и показала свою эффективность при численно-итерационном расчете переходного процесса.

**Выводы.** Представленный принцип подготовки двухкоординатной нелинейной функции МПС и определения ее частных производных по каждой из координат открывает возможность расчета рабочего режима ЛИЭД при его импульсном возбуждении. Этот же принцип может быть полезным и эффективным и в других ситуациях – при оперировании со сложными нелинейными функциями, зависящими от двух переменных.

## МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО АНАЛІЗУ ІМПУЛЬСНОГО ЗБУДЖЕННЯ ЛІНІЙНОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА З ДВОХПАРАМЕТРИЧНОЮ ФУНКЦІЄЮ МАГНІТНОГО ПОТОКОЗЧЕПЛЕННЯ

*Мілих В.І., д.т.н., проф., Ткаченко С.В., асп.*

*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»*

*вул. Фрунзе, 21, 61002, м. Харків, Україна*

*E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua*

Розглядається одна з проблем чисельного розрахунку робочого режиму лінійного електродвигуна при його імпульсному збудженні. Для її вирішення представлений принцип визначення часткових похідних нелінійної функції магнітного потокозчеплення його обмоток зі струму і взаємного зсуву реактора і якоря.

Ключові слова: лінійний електродвигун, перехідний процес, забезпечення чисельного розрахунку, магнітне потокозчеплення, часткові похідні.

## MATHEMATICAL PROVIDING OF NUMERICAL ANALYSIS OF IMPULSIVE EXCITATION OF LINEAR ELECTRIC MOTOR WITH TWO-PARAMETER FUNCTION OF MAGNETIC FLUX LINKAGE

*Milykh V.I., Doc. of Sci. (Tech.), Prof., Tkachenko S.V., post-grad.*

*National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute»*

*Frunze St., 21, 61002, Kharkov, Ukraine*

*E-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua*

One of problems of numeral calculation of operating condition of linear electric motor is considered at his impulsive excitation. For its decision the determination principle of particular derivative of non-linear function of magnetic flux linkage of his winding on a current and mutual displacement of reactor and armature is presented.

Key words: linear electric motor, transitional process, providing of numeral calculation, magnetic flux linkage, particular derivative.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Невзрывные источники сейсмических колебаний. Справочник / Под ред. М.Б. Шнейерсона. – М.: Недра, 1992.
2. Бару Ю.А., Мельник А.К., Ткаченко С.В., Милых В.И. Выбор типа и основных параметров линейного импульсного электродвигателя для невзрывных сейсмоисточников // *Електротехніка і електромеханіка.* –2008. –№3. – С.41-44.
3. Милых В.И., Ткаченко С.В. Силовые взаимодействия в линейном электродвигателе для источников сейсмических колебаний // *Електротехніка і електромеханіка.* –2008. –№6. –С. 36-39.
4. Милых В.И., Ткаченко С.В. Анализ магнитного поля в линейном электродвигателе для источников сейсмических колебаний // *Електротехніка і електромеханіка.* –2009. –№2. –С. 43-47.
5. Милых В.И., Ткаченко С.В. Математическая модель работы линейного импульсного электродвигателя для источника сейсмических колебаний. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» науково-технічного журналу «ЕЛЕКТРОІНФОРМ» – Львів: ЕКОінформ, 2009. - С. 282-284.
6. Милых В.И. Исследование импульсного режима возбуждения линейного электродвигателя // *Електротехніка.* – 1994.– №10. –С. 3-9.
7. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.0. User's Manual, January 26, 2004 // <http://femm.berlios.de>, 2003.

Статья поступила 22.03.10 г.  
Рекомендована к печати к.т.н., доц.  
Прусом В.В.