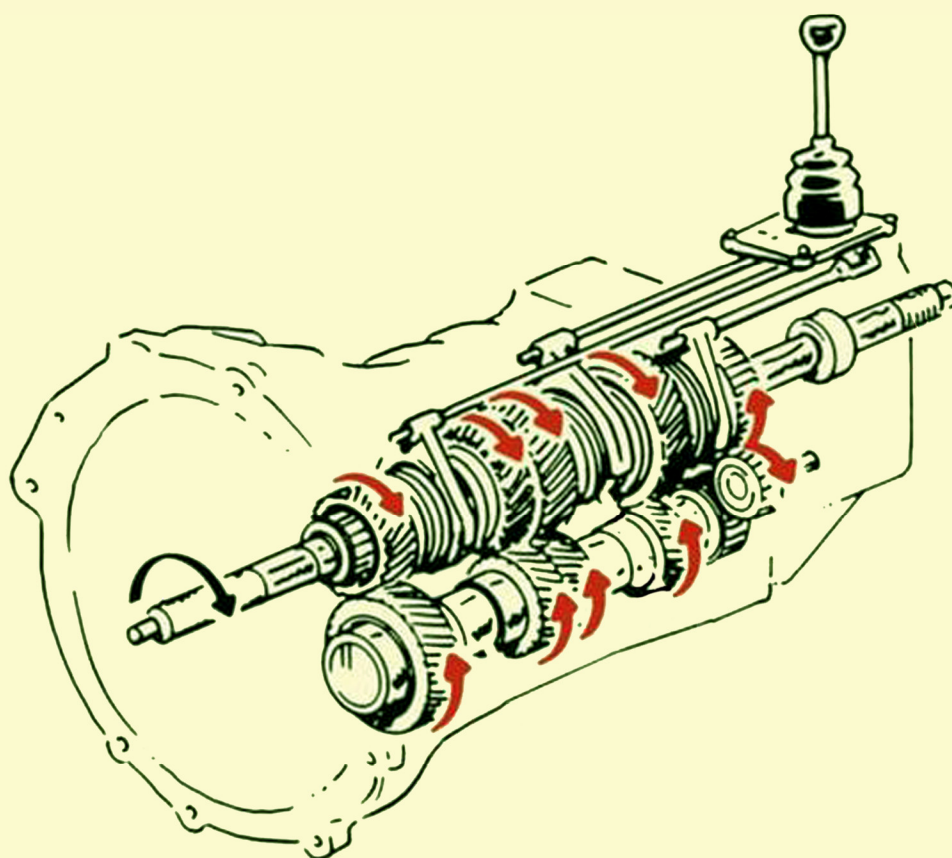


О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ

**ОПТИМІЗАЦІЯ СПІВВІСНИХ
СТУПІНЧАСТИХ ПРИВОДІВ МАШИН
ЗА МАСОГАБАРИТНИМИ
ХАРАКТЕРИСТИКАМИ
НА ПРИКЛАДІ ТРИВАЛЬНИХ
КОРОБОК ПЕРЕДАЧ**



Харків – 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, Р. В. Протасов

**ОПТИМІЗАЦІЯ СПІВВІСНИХ
СТУПІНЧАСТИХ ПРИВОДІВ МАШИН
ЗА МАСОГАБАРИТНИМИ
ХАРАКТЕРИСТИКАМИ
НА ПРИКЛАДІ ТРИВАЛЬНИХ
КОРОБОК ПЕРЕДАЧ**

Монографія

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол №3 від 30.10.2020 р.

Харків
НТУ "ХПІ"
2024

УДК 62-23+519.6

Б81

Рецензенти:

В. О. Коваленко, канд. техн. наук, професор,
Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

В. М. Доценко, докт. техн. наук, професор,
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"

Публікується за рішенням вченої ради Національного технічного
університету "Харківський політехнічний інститут",
протокол №10 від 01.12.2023 р.

Бондаренко О. В.

Б81 Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин за масогабаритними характеристиками на прикладі тривальних коробок передач : монографія / О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, Р. В. Протасов. – Харків : НТУ "ХПІ", 2024. – 124 с.

ISBN 978-617-05-0440-1

DOI: 10.20998/978-617-05-0440-1

Наведено результати досліджень щодо удосконалення методів проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами на прикладі тривальних коробок передач за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини та маси з урахуванням навантажувальної здатності основних елементів. Розроблено математичну модель проектування тривальних коробок передач (побудовано цільові функції, обрано змінні проектування, сформульовано систему обмежень). Подано комбіновану методику оптимізації на основі суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів, що дає змогу спростити процес проектування та уникнути недоліків цих методів. Надано реалізацію методики у вигляді комплексного алгоритму, який реалізовано у програмному середовищі Delphi. У результаті числових експериментів знайдені менші значення маси та габаритів коробок передач відносно прототипів.

Для наукових працівників, інженерів, аспірантів та студентів.

Іл. 35. Табл. 13. Бібліогр. 122 назв.

УДК 62-23+519.6

ISBN 978-617-05-0440-1

DOI: 10.20998/978-617-05-0440-1

© О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко

Р. В. Протасов, 2024

© НТУ "ХПІ", 2024

ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
Розділ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ЗУБЧАСТИХ ПРИВОДІВ МАШИН.....	7
1.1. Аналіз підходів та методів оптимізації редукторів та коробок передач.....	7
1.2. Теоретичні основи методів розв’язання задач оптимізації.....	11
1.2.1. Однокритеріальна оптимізація. Огляд методів.....	13
1.2.2. Теорія багатокритеріальної оптимізації.....	20
1.3. Розв’язання задач оптимізації за допомогою комп’ютерів.....	23
1.4. Методи розрахунків елементів коробок передач на міцність	24
Висновки. Постановка задачі дослідження	25
Розділ 2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ	28
2.1. Загальні положення.....	28
2.2. Цільові функції та змінні проектування	31
2.2.1. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна міжосьова відстань	32
2.2.2. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна довжина коробки передач.....	35
2.2.3. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна маса коробки передач	38
2.3. Обмеження на змінні проектування	52
2.4. Рекомендації для побудови математичних моделей при оптимізації співвісних ступінчастих зубчастих приводів машин	56
Висновки	57

Розділ 3. РОЗРОБКА МЕТОДУ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ	58
3.1. Загальні положення	58
3.2. ЛПт-рівномірно розподілені послідовності	59
3.3. Метод звуження околів	63
Висновки.....	65
Розділ 4. МЕТОДИКА ТА АЛГОРИТМ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ.....	67
4.1. Загальні положення	67
4.2. Функціонування алгоритму	68
4.2.1. Вхідні дані	68
4.2.2. Генерування рівномірно розподіленої ЛПт-послідовності зовнішньої оболонки алгоритму	72
4.2.3. Функціонування внутрішньої оболонки алгоритму	74
Висновки.....	97
Розділ 5. ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНО- РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ	99
5.1. Програмна реалізація алгоритму оптимізації	99
5.2. Коробка передач вантажного автомобіля	101
5.3. Коробка передач модернізованого автобуса ЛАЗ.....	106
Висновки.....	111
ВИСНОВКИ	112
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	115

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

Позначення, що не входять до цього переліку, є загально прийнятими або стандартизовані.

У роботі прийняті:

Γ – кількість пробних точок;

$\Delta i_{\text{кп}}$ – похибка на передавальні відношення коробки передач;

λ – кількість оболонок алгоритму оптимізації;

Ω_1, Ω_2 – дільники звуження околів;

μ – номер зубчастого зачеплення у коробці передач ($\mu = 1, \dots, s$);

L_1, L_{s+1} – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

L_2, \dots, L_s – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

l_1, \dots, l_{s+1} – характеристичні відстані вала, які визначаються з урахуванням ширини вінців зубчастих коліс;

e_1, \dots, e_4 – товщини стінок картера;

F_a – цільова функція за критерієм мінімальної міжосьової відстані;

F_L – цільова функція за критерієм мінімальної довжини коробки передач;

F_M – цільова функція за критерієм мінімальної маси коробки передач;

$H_{\text{кар}}$ – висота картера;

$L_{\text{кар}}$ – довжина картера;

$S_{\text{кар}}$ – ширина картера;

k – номер колеса у зачепленні ($k = 1$ – ведуче колесо, $k = 2$ – ведене колесо);

s – кількість зубчастих зачеплень у коробці передач;

$h_{\text{додат}}$ – величина, що враховує зазор між найбільшим колесом та дном картера;

$S_{\text{додат}}$ – зазор між найбільшим колесом та стінками картера;

J – порядковий номер параметра;

u – номер кроку звуження околів;

z^* – розрахункові за ЛПт-послідовністю (дрібні) значення чисел зубців.

ВСТУП

Практично у всіх галузях машинобудування застосовуються ступінчасті приводи машин – коробки швидкостей, подачі, редуктори та інші. Одна з груп таких приводів, що набуває все більш значного поширення, – це співвісні ступінчасті приводи. В основному це пов'язано з їх зручністю компонування в машинах завдяки співвісності вхідного та вихідного валів. Виділимо один із різновидів співвісних зубчастих приводів, що застосовується як у загальному, так і транспортному машинобудуванні – тривальні коробки передач. Проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимально-раціональними характеристиками при дотриманні технічних та технологічних вимог є однією з проблем загального машинобудування.

Процес проектування співвісних ступінчастих приводів машин на основі оптимізації конструктивних параметрів повинен враховувати різноманітні вимоги, серед них:

- зменшення масових показників співвісних ступінчастих приводів машин, що дає змогу зекономити тони сировини по галузі та заощадити кошти, знизити споживання енергетичних ресурсів, а також відповідає загальній світовій тенденції;

- зменшення габаритних показників співвісних ступінчастих приводів машин дає змогу встановити їх у менший об'єм, спроектувати іншу компонувальну схему чи "вписати" новий привід у технічний об'єкт замість старого;

- збільшення навантажувальної здатності деталей та усього співвісного ступінчастого приводу в цілому, що дає змогу збільшити потужність, яка передається.

Одним з напрямів збільшення навантажувальної здатності та отримання найкращих конструктивних показників співвісних ступінчастих приводів машин є проведення оптимізації функціональних параметрів. Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин за масогабаритними характеристиками через безліч факторів, що впливають один на одного, являє собою актуальну задачу машинознавства.

Розділ 1

СУЧАСНИЙ СТАН ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ЗУБЧАСТИХ ПРИВОДІВ МАШИН

На сьогоднішній день питанню проєктування технічних систем з оптимальними конструктивними параметрами присвячено значну кількість літератури, наприклад, [1–6], бо проблема вибору параметрів проєктування, що стоїть перед інженером чи дослідником, є дуже складною. Але здебільшого проєктування співвісних ступінчастих зубчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами [7] висвітлено незначною мірою, поверхнево. А питання оптимізації коробок передач як комплексного елемента порушено лише в одиничних випадках.

1.1. Аналіз підходів та методів оптимізації редукторів та коробок передач

У виданні [7] розглядається задача отримання найкращих техніко-економічних показників багатоступінчастих циліндричних зубчастих передач з нерухомими осями шляхом оптимізації їх кінематичних схем та значень ряду параметрів. Також надається побудова математичної моделі, що віддзеркалює основні аспекти міцності, кінематичні та конструктивні взаємозв'язки між параметрами, для реалізації якої використані методи математичного програмування.

Дуже наглядно у [6] наведено приклади проєктування двоступінчастого та триступінчастого циліндричного редуктора з оптимальними конструктивними параметрами за мінімальною сумарною масою зубчастих коліс. Детально описані методики розв'язання цих задач методом множників Лагранжа, надано алгоритми для поетапного обчислення даних.

У роботі Г. Б. Іосилевича [8] розглядаються стадії конструювання машин, раціональний вибір оптимальних параметрів, деякі математичні аспекти теорії оптимізації. Приділено уваго загальним принципам побудови

розрахунків, єдності розрахунків, розгляду шляхів вдосконалення, наведено необхідні довідкові відомості.

У виданні наведено приклади розрахунку вала мінімальної маси, розрахунок двоступінчастого циліндричного редуктора мінімальної маси, підбір оптимальних передавальних чисел двоступінчастого циліндричного редуктора мінімальної маси (див. рис. 1.1).

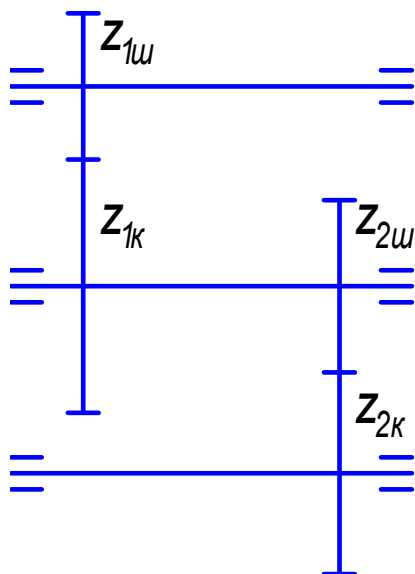


Рис. 1.1 – Кінематична схема двоступінчастого циліндричного редуктора

Цільова функція (як критерій оптимальності розглядається сумарна міжосьова відстань) надана у вигляді

$$\phi(x) = 0,5m_1z_{1ш}(1+i_1) + 0,5m_2z_{2ш}(1+i_2), \quad (1.1)$$

де m_1, m_2 – відповідні модулі зубчастих зачеплень ступенів;

$z_{1ш}, z_{2ш}$, та $z_{1к}, z_{2к}$ – числа зубців шестерень та коліс;

i_1, i_2 – відповідні передавальні відношення ступенів.

До цільової функції приведено ряд функціональних, параметричних та дискретизуючих обмежень.

Дещо інша методика проектування двоступінчастих редукторів з

оптимізацією передавальних чисел швидкохідного та тихохідного ступенів наводиться у роботі [9].

При колових швидкостях зубчастих коліс до 12 м/с в двоступінчастих циліндричних горизонтальних редукторах, виконаних за розгорненою схемою, а також у двоступінчастих вертикально-горизонтальних редукторах застосовують змащування переважно зануренням у масляну ванну. Зубчасті колеса рекомендують занурювати в мастило на глибину 4...5 модулів. Розбиття загального передавального числа u проводиться за умови однакового занурення коліс обох ступенів за формулою [10]

$$u_1 = u^{0,6}; \quad u_2 = u / u_1. \quad (1.2)$$

Разом з тим існуючі рекомендації з розподілу загального передавального числа між ступенями редуктора не враховують тип передач, матеріал зубчастих передач, а також оптимальне співвідношення діаметрів коліс тихохідного і швидкохідного ступенів.

У роботі В. Т. Павлице [11] наведена методика, основана на умові забезпечення згинної міцності зубців. Схема редуктора та прийняті умовні позначення наведені на рис. 1.2.

З умов рівності згинної міцності зубців, прийнявши задалегідь однакові матеріали і тип передач, а також $z_{1ш} = z_{2ш}$ та $T_2 = T_1 u_1$, отримано

$$\frac{m_{n2}}{m_{n1}} = \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot \psi_{m1} \cdot [\sigma]_{F1}}{T_1 \cdot \psi_{m2} \cdot [\sigma]_{F2}}} = u_1^{1/3}. \quad (1.3)$$

Для забезпечення рівнозанурення коліс у мастильну ванну відношення діаметрів початкових кіл коліс повинне задовольняти умові

$$k = \frac{d_{2к}}{d_{1к}} = \frac{m_{n2} \cdot Z_{2ш} \cdot u_2}{m_{n1} \cdot Z_{1ш} \cdot u_1} = u_1^{1/3} \frac{u}{u_1^2}, \quad (1.4)$$

звідкіля маємо

$$u_1 = \sqrt[5]{\left(\frac{u}{k}\right)^3}$$

У цій формулі u_1 та u_2 – передавальні числа швидкохідного та тихохідного ступенів редуктора відповідно.

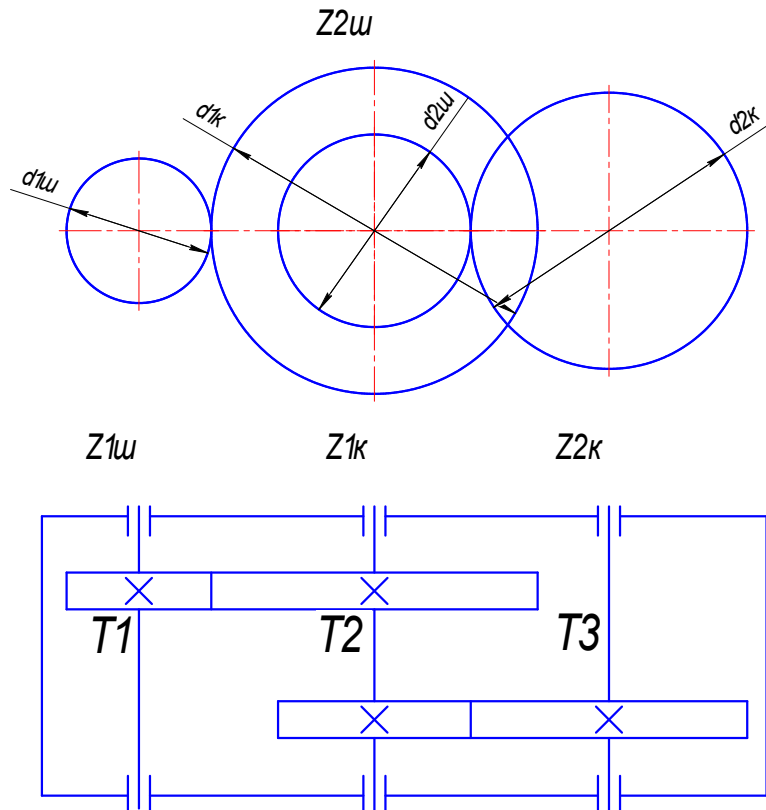


Рис. 1.2 – Кінематична схема і умовні позначення двоступінчастого циліндричного редуктора

Що стосується саме оптимізації коробок передач, то у роботі [12] пропонується проводити їхню оптимізацію, враховуючи трудомісткість виготовлення, складання, поточного та капітального ремонту, а також собівартості збирання та ремонту коробки передач, ресурсу коробки передач.

Критерій оптимальності коробки передач подається відношенням затрат до ресурсу

$$f(\tau) = \frac{(\tau_B + \tau_3)c_\tau + (\tau_p + \tau_{кр})c_{\tau_p}}{\sum R_k} \rightarrow \min, \quad (1.5)$$

де $\tau_B, \tau_3, \tau_p, \tau_{кр}$ – відповідно трудомісткість виготовлення, збирання, поточного та капітального ремонту;

c_τ, c_{τ_p} – відповідно собівартість збирання та ремонту;

R – ресурс коробки передач.

Але цей метод не є об'єктивним, тому що не враховує усіх необхідних параметрів проектування коробки передач.

Також і в [13] ставиться проектування приводів та редукторів машин з оптимальними конструктивними параметрами на основі собівартості. В даному випадку автори пропонують проводити оптимальне проектування приводів, враховуючи ієрархічну структуру, наприклад: 1-й рівень – привід у цілому, 2-й рівень – редуктор, 3-й рівень – окремі передачі.

При оптимізації двоступінчастого редуктора (на другому рівні) пропонується як критерій оптимальності навести сумарні затрати на передачі та корпус редуктора

$$C_{ij} = \sum S_{ij} + K_{ij} \rightarrow \min, \quad (1.6)$$

де i – індекс розбивки загального передавального числа редуктора;

j – індекс комбінації тихохідної та швидкохідної передач;

$\sum S_{ij}$ – сумарна вартість передач;

K_{ij} – вартість корпусу редуктора.

Зазначимо, що багаторівнева оптимізація є незручною та громіздкою.

1.2. Теоретичні основи методів розв'язання задач оптимізації

Як відомо з [14], під оптимізацією розуміють процес вибору якнайкращого варіанта зі всіх можливих.

У процесі розв'язання задачі оптимізації зазвичай необхідно знайти оптимальні значення деяких параметрів, що визначають дане завдання. При розв'язанні інженерних завдань їх прийнято називати проектними параметрами. Число n проектних параметрів x_1, x_2, \dots, x_n характеризує

розмірність завдання оптимізації. Якщо кількість проєктних параметрів дорівнює одиниці, то задача оптимізації називається *одновимірною* (однопараметричною), якщо параметрів декілька – *багатовимірною* (багатопараметричною).

Вибір оптимального розв'язку або порівняння двох альтернативних розв'язків проводиться за допомогою деякої залежної величини (функції), що визначається проєктними параметрами. Ця величина називається цільовою функцією (або критерієм якості) [15–17]. Цільову функцію можна записати у вигляді

$$F = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.7)$$

Якщо цільова функція одна, то задача оптимізації називається *однокритеріальною*. Цільових функцій може бути декілька, тоді задача оптимізації називається *багатокритеріальною*. Наприклад, при проєктуванні виробів машинобудування одночасно потрібно забезпечити максимальну надійність, мінімальну матеріаломісткість, максимальний корисний об'єм (або вантажопідйомність). Деякі цільові функції можуть виявитися несумісними. У таких випадках необхідно вводити пріоритет тієї або іншої цільової функції. Але бувають випадки, коли критеріїв оптимізації декілька і залежать вони від одних змінних проєктування. Але розглядатися такі критерії можуть окремо один від одного, ніби декілька однокритеріальних задач, пов'язаних змінними проєктування, тоді задача оптимізації називається *різнокритеріальною*.

Зі зростанням складності задачі, великої кількості параметрів проєктування та складності обмежень на практиці, зокрема, і при проєктуванні технічних об'єктів, іноді немає можливості знайти ідеальний розв'язок задачі оптимізації (наприклад, при дискретному характері параметрів проєктування). Тому зазвичай знаходять розв'язок максимально наближений до ідеального і який не суперечить постановці задачі. Таке розв'язання має назву *оптимально-раціонального* проєктування.

Можна виділити два типи задач оптимізації – безумовні і умовні. Безумовна задача оптимізації полягає у відшуканні максимуму або мінімуму

функції від n змінних і визначення відповідних значень аргументів на деякій множині σ n -вимірному простору. Умовні задачі оптимізації, або задачі з обмеженнями, – це такі, при формулюванні яких задаються деякі умови (обмеження) на множині σ . Ці обмеження задаються сукупністю деяких функцій, що задовольняють рівностям або нерівностям.

Наведемо деякі методи розв’язання задач багатовимірної оптимізації.

1.2.1. Однокритеріальна оптимізація. Огляд методів

Мінімум функції декількох змінних. У більшості завдань оптимізації цільова функція залежить від багатьох проектних параметрів [18–21]. Мінімум функції багатьох змінних $F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, що диференціюється, можна знайти, досліджуючи її значення в критичних точках, які визначаються з розв’язання системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0; \dots; \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0. \quad (1.8)$$

У багатьох випадках ніякої аналітичної залежності для цільової функції немає, а є лише можливість визначення її значень в довільних точках даної області за допомогою деякого обчислювального алгоритму або шляхом фізичних вимірювань. Завдання полягає в наближеному визначенні найменшого значення функції у всій області при відомих її значеннях в окремих точках.

Для розв’язання подібного завдання в області проектування G , в якій шукається мінімум цільової функції $F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, можна ввести дискретну множину точок (вузлів) шляхом розбиття інтервалів змінних параметрів x_1, x_2, \dots, x_n на частини з кроками h_1, h_2, \dots, h_n . У отриманих вузлах можна обчислити значення цільової функції і серед цих значень знайти найменше.

Метод покоординатного спуску. Нехай потрібно знайти найменше значення цільової функції $F = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ [22–26]. Як початкове

наближення виберемо в n -вимірному просторі деяку точку M_0 з координатами. Зафіксуємо всі координати функції F , окрім першої. Тоді $v(x_1) = f(x_1, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ – функція однієї змінної x_1 . Перший крок процесу оптимізації полягає в спуску по координаті x_1 у напрямі спадання функції v від точки M_0 до деякої точки $M_1(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$. Якщо функція F є такою, що диференціюється, то значення $x_1^{(1)}$ може бути знайдене як

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} - \alpha_1^{(1)} \frac{\partial f}{\partial x_1}(M_0).$$

Тут $\alpha_1^{(1)} > 0$ – деякий крок. Співвідношення визначає рух у бік зменшення значень функції v (якщо тільки крок $\alpha_1^{(1)}$ не дуже великий, інакше його потрібно зменшити). Дійсно, хай $\frac{\partial f}{\partial x_1}(M_0) > 0$. Тоді із зростанням x_1 функція v зростає, а співвідношення для $x_1^{(1)}$ визначає рух у бік зменшення x_1 .

Аналогічно проводиться спуск по координатах x_2, x_3, \dots, x_n , а потім процедура знову повторюється від x_1 до x_n і так далі. В результаті цього процесу виходить послідовність точок M_0, M_1, \dots , у яких значення цільової функції складають монотонно спадну послідовність $f(M_0) \geq f(M_1) \geq \dots$.

Як критерій завершення ітераційного процесу можна використовувати умови близькості значень проектних параметрів або цільової функції на двох послідовних ітераціях. Проте під ітерацією тут слід розуміти всю процедуру спуску по координатах від x_1 до x_n . Таким чином, близькість проектних параметрів можна трактувати як втілення умов, а близькість значень цільової функції як виконання умови

$$\left| f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) - f(x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, \dots, x_n^{(k-1)}) \right| < \varepsilon.$$

Метод покоординатного спуску зводить завдання про знаходження найменшого значення функції багатьох змінних до багатократного спуску у

бiк зменшення значень функцiї за кожним проєктним параметром. Даний метод легко проiлюструвати геометрично для випадку функцiї двох змiнних, рис. 1.3. Точка M_0 описує початкове наближення. Проводячи спуск по координатi x , попадемо в точку M_1 . Далi, рухаючись паралельно осi ординат, прийдемо в точку M_2 i так далi.

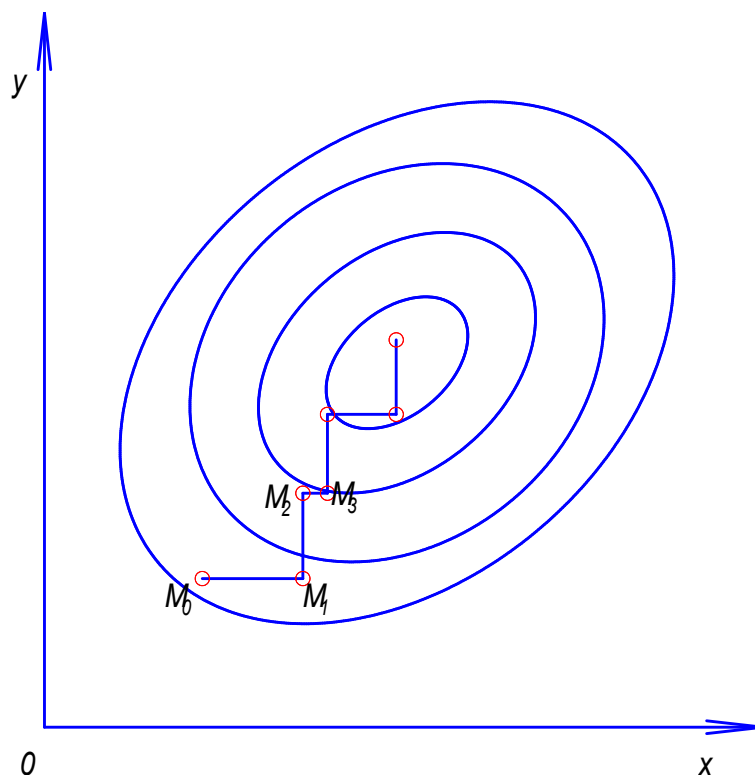


Рис. 1.3 – Iлюстрацiя методу покоординатного спуску

Метод градиентного спуску. Напряом найбільшого зростання функцiї двох змiнних $F = f(x, y)$ характеризується її градиентом [14]

$$\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial x} e_1 + \frac{\partial f}{\partial y} e_2, \quad (1.9)$$

де e_1, e_2 – одиничнi вектори (орти) у напрямi координатних осей. Отже, напрям, протилежний градиентному, вказує напрям найбільшого убунання функцiї.

Iдея методу градиентного спуску полягає в такому. Вибираємо деяку

початкову точку $M_0(x^{(0)})$ та розраховуємо у ній градієнт функції. Робимо крок у напрямку, протилежному градієнтному:

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \alpha^{(1)} \text{grad } f(M_0). \quad (1.10)$$

У результаті приходимо в точку $M_1(x^{(1)})$, значення функції в якій зазвичай менше первинного ($\alpha^{(1)} > 0$). Якщо ця умова не виконана, тобто значення функції не змінилося або навіть зросло, то потрібно зменшити крок ($\alpha^{(1)}$). В новій точці процедуру повторюємо: обчислюємо градієнт і знову робимо крок в зворотному до нього напрямі

$$x^{(2)} = x^{(1)} - \alpha^{(2)} \text{grad } f(M_1). \quad (1.11)$$

Процес триває до набуття найменшого значення цільової функції.

Спорідненим є **метод найскорішого спуску**. Згідно з цим методом після визначення в початковій точці напрямку, протилежного градієнту цільової функції, розв'язують одновимірну задачу оптимізації, мінімізуючи функцію уздовж цього напрямку. А саме мінімізується функція вигляду

$$g(\alpha) = f(x^{(0)} - \alpha \text{grad } f(M_0)). \quad (1.12)$$

Для мінімізації $g(\alpha)$ можна використовувати один з методів одновимірної оптимізації. Можна і просто рухатися в напрямі, протилежному градієнту, роблячи при цьому не один крок, а декілька кроків до тих пір, поки цільова функція не перестане спадати. У знайденій новій точці знову визначають напрям спуску (за допомогою градієнта), шукають нову точку мінімуму цільової функції і так далі, рис. 1.4 – для випадку функції двох змінних.

Також розглянемо деякі методи розв'язання задач з обмеженнями.

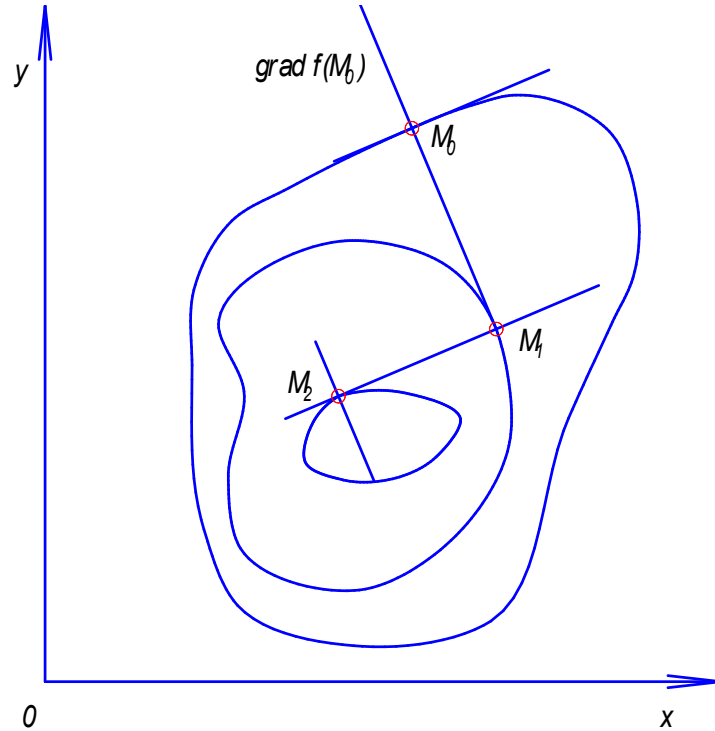


Рис. 1.4 – Ілюстрація методу найскорішого спуску

Метод штрафних функцій. Сутність методу полягає в такому. Нехай $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – цільова функція, для якої потрібно знайти мінімум m в обмеженій області D , $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$. Дану задачу замінюємо задачею про безумовну мінімізацію однопараметричного сімейства таких функцій:

$$F(x, \beta) = f(x) + \frac{1}{\beta} \varphi(x), \quad x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \quad (1.13)$$

При цьому додаткову (штрафну) функцію $\varphi(x)$ виберемо так, щоб при $\beta \rightarrow 0$ розв'язання допоміжної задачі прагнуло до розв'язання початкової або, принаймні, щоб їх мінімуми співпадали: $\min F(x, \beta) \rightarrow m$ при $\beta \rightarrow 0$.

Розглянемо випадок, коли задані обмеження двох типів – рівності і нерівності:

$$\begin{aligned} g_i(x) &= 0, \quad i = 1, 2, \dots, I; \\ h_j(x) &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J; \\ x &= \{x_1, x_2, \dots, x_n\}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

У цьому випадку як допоміжну цільову функцію, для якої формулюється задача безумовної оптимізації у всьому n -вимірному просторі, приймають:

$$F(x, \beta) = f(x) + \frac{1}{\beta} \left\{ \sum_{i=1}^I g_i^2(x) + \sum_{j=1}^J h_j^2(x) [1 - \text{sign } h_j(x)] \right\}, \quad \beta > 0. \quad (1.15)$$

Тут узята така штрафна функція, що при виконанні умов вона обертається в нуль. Якщо ж ці умови порушені, то штрафна функція більша за нуль. Вона збільшує допоміжну цільову функцію $F(x, \beta)$ тим більше, чим більше порушуються умови.

Лінійне програмування. Стандартна (канонічна) постановка завдання лінійного програмування [27–32] формулюється таким чином. Необхідно знайти значення змінних x_1, x_2, \dots, x_n які:

1) задовольняють системі лінійних рівнянь –

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m; \end{aligned}$$

2) більші за нуль –

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0;$$

3) забезпечують найменше значення цільової функції –

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n.$$

Будь-який розв'язок системи рівнянь, що задовольняє системі нерівностей, називається допустимим розв'язком. Допустимий розв'язок, який мінімізує цільову функцію, називається оптимальним розв'язком.

Геометричний метод. Нехай для функції вигляду $f(x_1, x_2) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2$ потрібно серед допустимих розв'язань $(x_1, x_2) \in G$

знайти таке, при якому лінійна цільова функція f набуває найменшого значення. Це здійснюється прирівнянням її до деякого постійного значення C , тобто отримуємо рівняння прямої.

При паралельному перенесенні цієї прямої в позитивному напрямі вектора нормалі $n = \{c_1, c_2\}$ лінійна функція f зростатиме, а при перенесенні прямої в протилежному напрямі – опадати.

Припустимо, що пряма при паралельному перенесенні в позитивному напрямі вектора n перший раз зустрінеється з околком допустимих розв'язань G в деякій її вершині, при цьому значення цільової функції дорівнює C_1 , а пряма стає опорною. Тоді значення C_1 буде мінімальним, оскільки подальший рух прямої в тому ж напрямі приведе до збільшення значення f .

Симплекс-метод. Симплексом називається простий опуклий багатогранник [28, 33] при даному числі вимірів. Зокрема, при $n = 2$ – довільний трикутник, $n = 3$ – довільний тетраедр.

Ідея симплекс-методу полягає в такому. Прийmemo як початкове наближення координати деякої вершини багатокутника допустимих розв'язань і знайдемо всі ребра, що виходять з цієї вершини. Рухаємося уздовж того ребра, по якому лінійна цільова функція опадає. Приходимо в нову вершину, знаходимо всі ребра, що виходять з неї, рухаємося по одному з них і так далі. Врешті-решт ми прийдемо в таку вершину, рух з якої уздовж будь-якого ребра приведе до зростання цільової функції. Отже, мінімум досягнутий, і координати цієї останньої вершини приймаються як оптимальні значення даних проєктних параметрів.

Відзначимо, що (оскільки f – лінійна функція, а багатокутник опуклий) даний обчислювальний процес зводиться до розв'язання задачі, причому за кінцеве число кроків k . В даному випадку їх число порядку n , тобто значно менше від числа кроків у методі звичайного перебору вершин, де k може бути порядку 2^n .

1.2.2. Теорія багатокритеріальної оптимізації

Зазвичай при проектуванні технічних систем інженер стикається з дилемою, бо широкий спектр вимог до виробу приводить до появи декількох критеріїв якості [34, 35]. Більшість задач оптимального проектування співвісних ступінчастих приводів також є багатокритеріальними [36].

Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації

Задача багатокритеріального математичного програмування [37–41] має вигляд:

$$\begin{aligned} \max \{f_1(x) = F_1\}; \\ \max \{f_2(x) = F_2\}; \\ \dots \\ \max \{f_k(x) = F_k\}, \end{aligned} \tag{1.16}$$

при $x \in X$,

де X – безліч допустимих значень змінних x ;

k – число цільових функцій (критеріїв);

F_i – значення i -го критерію (цільової функції);

\max – означає, що даний критерій потрібно максимізувати.

Зазначимо, що по суті багатокритеріальна задача відрізняється від звичайної задачі оптимізації тільки наявністю декількох цільових функцій замість однієї. Для розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації використовують дуже багато методів та підходів [39–46]. Найчастіше використовують такі методи.

Принцип справедливого компромісу. Нехай всі локальні критерії, що утворюють вектор ефективності, мають однакову важливість.

Справедливим будемо вважати такий компроміс, при якому відносний рівень зниження якості за одним або декількома критеріями не перевершує відносного рівня підвищення якості по решті критеріїв (менший або рівний).

Принцип оптимальності за Парето. Один з поширених принципів [42, 43] розв'язання багатокритеріальної оптимізації. Полягає у тому, що система є оптимальною за Парето, коли значення кожного критерію, що описує стан системи, не може бути покращено без погіршення інших критеріїв цієї системи.

Метод квазіоптимізації локальних критеріїв (метод послідовних поступок). В цьому випадку здійснюється пошук не єдиного точного оптимуму, а деякої області розв'язань, близької до оптимальної, – квазіоптимальної множини. При цьому рівень допустимого відхилення від точного оптимуму визначається з врахуванням точності постановки задачі (наприклад, залежно від точності обчислення величини критеріїв), а також деяких практичних міркувань (наприклад, вимог точності розв'язання задачі).

Метод згортання векторного критерію в суперкритерій. Одним з поширених методів розв'язання багатокритеріальних задач є метод зведення багатокритеріальної задачі до однокритеріальної шляхом згортання векторного критерію в суперкритерій. При цьому кожен критерій помножується на відповідний йому ваговий коефіцієнт (коефіцієнт важливості):

$$F(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i F_i(x), \alpha_i \geq 0. \quad (1.17)$$

При цьому виникають труднощі з правильним підбором вагових коефіцієнтів (доволі проблематично назначити ваговий коефіцієнт кожному критерію відповідно до його важливості відносно інших), а також проблематична інтерпретація отриманих результатів. Огляд різних методів підбору вагових коефіцієнтів показує, що не існує коректних методів розв'язання людиною цієї задачі.

Основні недоліки цього методу:

- не завжди можна задати ваги критеріїв, зазвичай відома лише їх порівняльна важливість;
- результат сильно залежить від переваг проєктувальника, який частіше за все назначає ваги, виходячи з інтуїтивного уявлення про порівняльну важливість критеріїв;
- величина функції, що одержана згортанням, не має ніякого фізичного змісту.

Розглянемо деякі роботи, що присвячені багатокритеріальній оптимізації.

У роботі [47] викладено основи теорії вибору та введено поняття функції вибору, досить наглядно описана геометрія бінарних відношень, які виникають в багатокритеріальній оптимізації природно, бо кожна альтернатива характеризується оцінками за критеріями чи вектором у лінійному матеріальному просторі.

У монографії [48] в систематичній та концептуальній формі надаються основні елементи, системи аксіом та принципи вибору, що характеризують ряд основних аспектів багатоцільової оптимізації. Монографія включає ряд важливих, нових та математично строгих концепцій й результатів на основі принципів максимальної ефективності, введено нові категорії (активність, супероптимальність, характеристика, покращінність, стійкість та інші) та уточнення поняття пріоритету. Надано необхідні та достатні умови покращуваності та оптимальності за Парето, викладено модифікації на ряд випадків задавання пріоритету. Також запропоновані нові універсальні методи вибору нормалізації, згортання та способів урахування пріоритету.

Методика вибору оптимальних параметрів у задачах з багатьма критеріями викладено в [49]. Автори вважають, що не варто прагнути до повної автоматизації процесу вибору оптимальних параметрів: вибір повинен здійснювати сам конструктор, але за допомогою комп'ютера. Тому автори надають перевагу алгоритмам, які містять діалог людини з обчислювальною машиною. Також було запропоновано знаходити розв'язання шляхом зондування простору параметрів з використанням рівномірно-розподілених послідовностей точок, що отримуються за псевдо випадковим законом розподілення. З псевдо випадкових розподілень було обрано ЛПт-розподілення, яке є найбільш рівномірно розподіленим, з математичної точки зору. Автори алгоритмізували процес вибору необхідних параметрів, надавши його у формі діалогу конструктора з електронно-обчислювальною машиною: за її допомогою формуються допустимі розв'язки, серед яких конструктор обирає найкращий. Такий підхід був названий ЛПт-пошуком, він дає змогу оперувати значною кількістю параметрів (до 51).

У [50] розглядаються питання багатокритеріальної оптимізації за послідовно застосованими критеріями. Досліджуються лексикографічні

задачі, в яких кожний наступний критерій використовується лише у випадку не одиничності розв'язань виділених наступним критерієм. У книзі викладаються методи розв'язання дискретних та лінійних лексикографічних задач, що ґрунтується на "згортанні" усіх критеріїв в один. Також розв'язуються методологічні та розрахункові питання використання методу послідовних поступлень, який міститься у згортанні багатокритеріальної задачі до системи задач оптимізації, що розв'язуються послідовно за окремими критеріями.

1.3. Розв'язання задач оптимізації за допомогою комп'ютерів

Задачі оптимізації приводів машин на сьогоднішній день дуже ускладнилися у зв'язку з підвищенням рівня вимог, кількості обмежень та збільшенням змінних проектування, тому розв'язання цих задач стало неможливим без використання комп'ютерів [51–53].

Що до програмних продуктів, які дають змогу проводити розв'язання задач з оптимізації, то у наш час їх існує багато. Найбільш розповсюдженими серед них є: Mathcad, MATLAB, Maple та інші. Ці системи дають змогу проводити оптимізацію різної складності і є досить зручними у використанні, пришвидшують роботу інженера. Але за відгуками спеціалістів, використання таких програмних продуктів інколи має труднощі, бо вбудовані у ці програмні продукти функції розв'язання задач оптимізації надані у вигляді "чорної скрині". Проектувальник не може контролювати процес оптимізації повною мірою та обмежений лише декількома доступними методами, і це призводить інколи до похибок в обчисленні чи зовсім до неможливості здійснити ці обчислення.

Тому серед спеціалістів досить поширена практика самостійної розробки програм з оптимізації на різних мовах програмування. Таких мов існує велика кількість, наприклад Delphi, C++. Відзначимо також, що зі зростанням потужностей комп'ютерів з'являється можливість застосування більш трудомістких методів оптимізації, які раніше не використовувалися.

1.4. Методи розрахунків елементів співвісних ступінчастих зубчастих приводів машин на міцність

Традиційно розрахунки активних поверхонь зубців коліс на контактну міцність та зубців на згинну міцність ведеться за сталими інженерними методиками, які відображаються в державних стандартах [54]. Також, за загальноприйнятими інженерними методиками розраховують підшипники, вали та синхронізатори [55].

Але на сьогоднішній день широко використовують і інші методи розрахунку зубців. Серед цих методів виділяється метод скінченних елементів [56]. Використання в науці та виробництві цього методу дає великий економічний ефект. Система скінченно-елементного аналізу дає змогу досліджувати об'єкт без створення матеріального прототипу, завдяки побудові адекватної математичної моделі. Цей метод є одним з найбільш ефективних для розв'язання крайових задач, але як будь який метод має недоліки. Так, точність розрахунків залежить від розбиття околу, типу елементів та їх розташування. Також неможливо дати загальні рекомендації з розбиття околу. Збільшення точності здійснюється за рахунок використання нелінійних елементів та елементів спеціального виду для більш точної апроксимації межі околу розрахунків.

Сучасні тенденції розрахунку зубчастих коліс базуються на комплексних підходах до процесу руйнування. Одним з таких підходів є моделювання втомних процесів [57].

Також інколи для розрахунку зубців використовують статистичні методи. Вони базуються на накопичених знаннях про поломки та виходи з ладу зубчастих коліс та їх зубців, при цьому враховуються такі параметри, як час роботи, типи навантажень, матеріал тощо. За цими даними будуються статистичні моделі.

Існують й інші методи, але вони не набули розповсюдження.

Висновки. Постановка задачі дослідження

Аналіз публікацій щодо загального стану сучасних підходів проєктування технічних систем, загальних методів математичної оптимізації та методів оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин дає змогу зробити такі висновки.

1. Зараз існує достатньо велика кількість підходів до оптимізації редукторів та коробок передач, але майже всі вони не є універсальними, враховують тільки якусь одну грань проєктування, мають невелику кількість переваг та численні недоліки, що не дає можливості однозначно обрати тільки один. Тому є актуальним розробка загального підходу до оптимально-раціонального проєктування співвісних ступінчастих приводів машин (співвісних редукторів та коробок передач, як найбільш вживаних у транспортному машинобудуванні), що враховує перелік конструкторських, технічних та технологічних вимог та обмежень. Ядром такого підходу має бути математична модель оптимізації, яка потребує побудови цільових функцій за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини і маси приводу та обрання змінних проєктування, а також формування обмежень на змінні проєктування.

2. З огляду методів оптимізації виявлено, що для задач математичної оптимізації з обмеженнями (або умовами) згідно з [2, 14] найчастіше використовують такі методи та підходи: метод штрафних функцій, лінійне програмування, геометричний метод, симплекс-метод та інші.

Всі вони мають ряд недоліків, а саме: вплив виду цільової функції на результат оптимізаційного процесу, довготривалість і громіздкість обчислювального процесу та погіршення результату оптимізації при зростанні кількості параметрів проєктування. Також всі вони розглядають задачу математичної оптимізації у випадку одного критерію (однієї цільової функції), а у випадку постановки задачі за декількома критеріями (при розв'язанні різнокритеріальної задачі оптимізації) потрібно проводити розв'язання декілька разів, відповідно до кількості критеріїв.

Уникнути вказаних недоліків дозволяють методи випадкового пошуку,

особливістю їх є систематичний огляд багатовимірних просторів. Вкажемо, що вони мають ряд переваг:

- кількість параметрів проектування може дорівнювати декільком десяткам;
- кількість критеріїв може бути будь-якою;
- кількість та характер обмежень можуть бути будь-якими;
- мінімальні вимоги до характеру цільових функцій та функціональних обмежень.

Більшість дослідників [58] визнає найбільш прогресивним і раціональним підхід до дослідження простору параметрів з використанням рівномірно-розподілених послідовностей точок, що отримуються за псевдо випадковим законом розподілення [49]. Найбільш рівномірно розподіленим з математичної точки зору законом є так зване ЛПт-розподілення. Тому з усього різноманіття методів пошуку було обрано метод зондування простору параметрів, де як пробні точки використовуються точки ЛПт-послідовності.

3. Розгляд методик розрахунку на міцність основних елементів коробки передач виявив такі положення:

- розрахунок зубчастих коліс на міцність є стандартизованим, що дає можливість уніфікації його використання, але необхідно доповнити його елементами, що характеризують специфіку конструкції та умов роботи тривальних коробок передач;
- стандартні розрахунки при проектуванні валів та інших елементів коробок передач є достатньо вичерпними та забезпечують достатню для даної задачі точність розрахунків, тому вони можуть бути використані при формуванні алгоритму оптимізації коробок передач.

4. Огляд математичних програмних продуктів виявив ряд труднощів в їхньому використанні у нашому випадку. Це пов'язано з тим, що їхні вбудовані стандартні функції оптимізації подані у вигляді "чорної скрині", це не дає можливості проектувальнику коригувати та поліпшувати процес знаходження оптимуму. Тому найбільш зручним є використання самостійного програмування (наприклад, у програмному середовищі Delphi), що дає змогу не тільки коректно прописати алгоритм, проводити тестові та

перевіркові розрахунки, а й використати візуальну оболонку програми для більш зручного користування.

Щоб урахувати вказані вище аспекти та позиції необхідно розв'язати такі задачі:

– розглянути існуючі методики та підходи до проєктування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами, зробити їх аналіз і виділити переваги та недоліки, що дає змогу окреслити напрямок подальших досліджень;

– розробити математичну модель проєктування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами на прикладі тривальних коробок передач, як широко вживаних у машинобудуванні, а саме:

а) побудувати цільові функції за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини і маси коробки передач;

б) обрати змінні проєктування;

в) сформулювати обмеження на змінні проєктування;

– розробити метод розв'язання задачі проєктування співвісних ступінчастих приводів машин з використанням суміщення теорії ЛПт-пошуку та методу звуження околів;

– побудувати методику та алгоритми розв'язання задачі проєктування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами;

– провести тестові та перевіркові розрахунки щодо підтвердження та оцінки отриманих теоретичних результатів.

Розділ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

2.1. Загальні положення

На сьогоднішній день у машинобудуванні для зміни обертів та обертового моменту набули найбільшого поширення багатоступінчасті зубчасті приводи (рис. 2.1). Вони дають змогу досить компактно і з простою організацією виконувати накладені на них вимоги та функції.

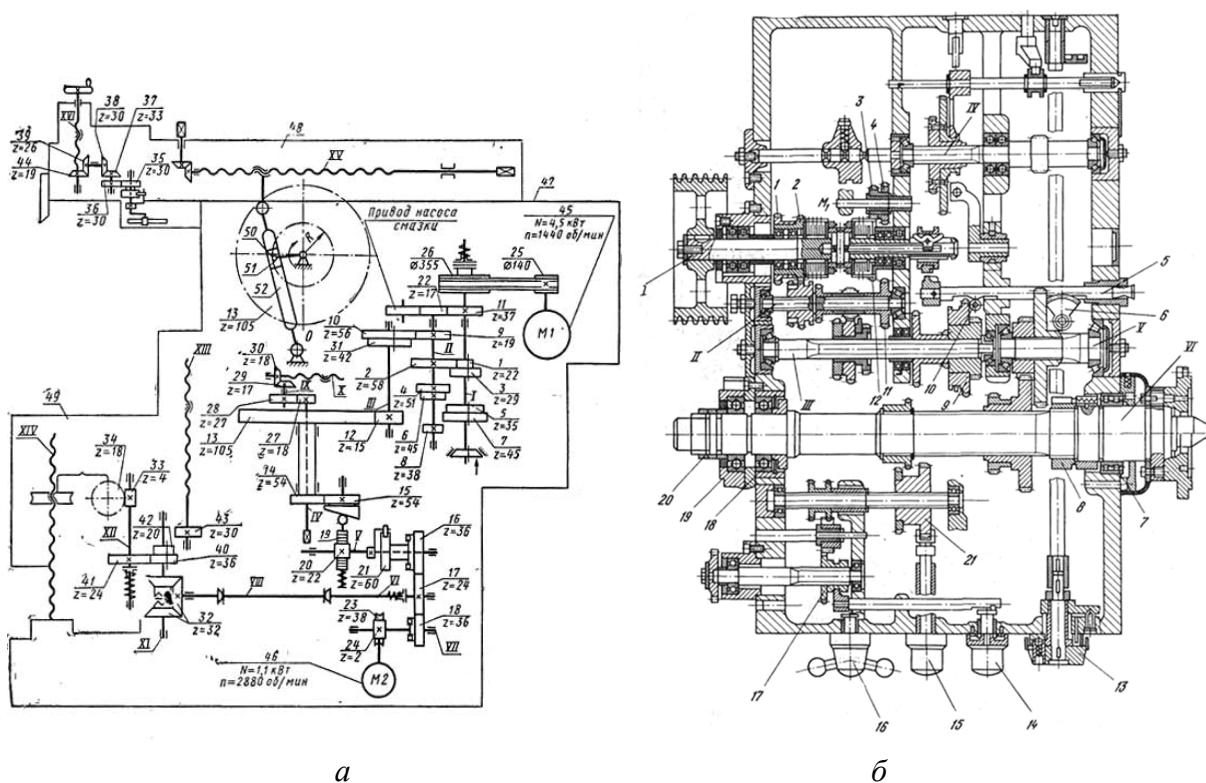


Рис. 2.1 – Типові ступінчасті приводи машин:

а – кінематична схема стругального верстата;

б – шпиндельна бабка токарно-гвинторізного верстата 16К20

Більш складною конструкторською організацією відрізняються багатоступінчасті співвісні зубчасті приводи.

Розглянемо схему багатоступінчастого зубчастого співвісного приводу

(рис. 2.2). Особливістю такого приводу є розміщення валів вздовж двох паралельних осей, міжосьова відстань між якими є фіксованою величиною для всіх зачеплень. Така компоновка є конструктивно та технологічно ефективною.

Найбільш яскравим представником багатоступневих співвісних приводів є тривальна коробка передач [59]. Цей тип коробок передач використовується частіше у транспортному машинобудуванні для великої кількості автомобілів, як легкового класу, так і вантажного, а також у автобусах. Таке значне поширення обумовлено рядом конструктивних, технічних та технологічних переваг. Тому усі подальші викладки будуть стосуватися саме цього типу багатоступінчастого приводу.

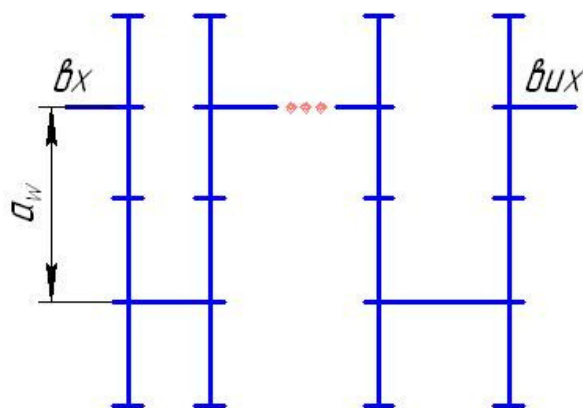


Рис. 2.2 – Схема багатоступінчастого зубчастого співвісного приводу

Розглянемо схему тривальної коробки передач (рис. 2.3).

Як бачимо зі схеми, осі вхідного та вихідного валів співпадають. Вмикання передачі здійснюється з'єднанням зубчастих коліс з вихідним валом за допомогою зубчастої муфти, синхронізатора або рухомих шестерень, зубчасті колеса проміжного вала з'єднані з останнім жорстко. На проміжний вал обертальний момент передається через зубчасту пару постійного зачеплення. Таким чином, на кожній (не прямій) передачі коробка передач працює як двоступінчастий зубчастий співвісний редуктор (рис. 2.4).

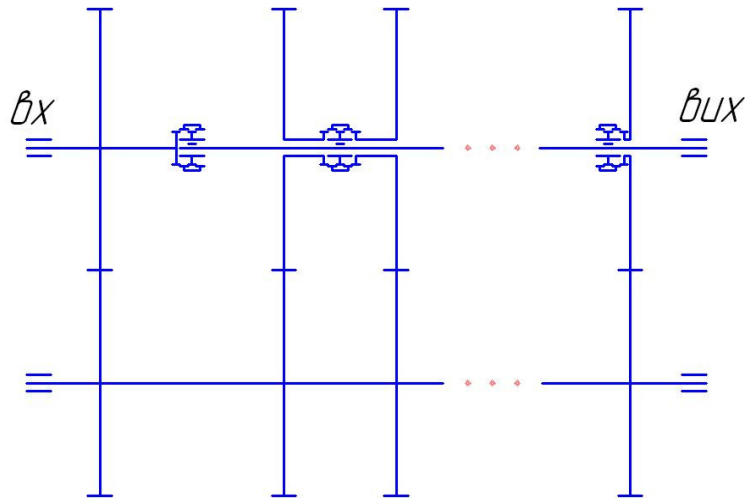


Рис. 2.3 – Схема тривальної коробки передач

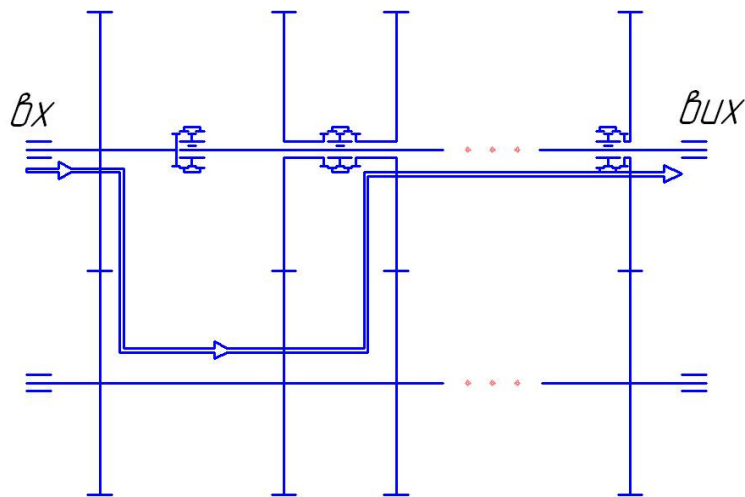


Рис. 2.4 – Схема роботи тривальної коробки передач

Передавальне відношення коробки передач (тут і далі у роботі без урахування знака) для цього випадку буде дорівнювати

$$i_{\text{кп}} = i_1 \cdot i_2 = \frac{z_{12}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{22}}{z_{21}}. \quad (2.1)$$

Складністю проєктування такого типу коробок передач є розподілення передавальних відношень між постійним та змінними зачепленнями для кожної передачі та забезпечення рівномірності усіх зубчастих зачеплень. Також при цьому необхідно зберегти задані проєктувальником передавальні

відношення коробки передач з деякою допустимою похибкою. В подальшому цю умову буде реалізовано при виборі значень параметрів проектування. Тому для розв'язання цієї задачі доцільно використати методи оптимального проектування.

2.2. Цільові функції та змінні проектування

Коробка передач як об'єкт машинобудування характеризується такими характеристиками: габаритами (довжина, ширина, висота, міжосьова відстань), масою, об'ємом, рівнем шуму при роботі та іншими.

З точки зору проектування співвісного зубчастого приводу виділимо найбільш значущі характеристики, які й використаємо як критерії для оптимально-раціонального проектування [36].

Перша характеристика – міжосьова відстань. Вона визначає розташування валів приводу та його висоту. Ця характеристика важлива у транспортному машинобудуванні, коли є необхідність збільшити кліренс автомобіля для більшої прохідності або розташувати нову коробку передач у вже існуючу конструкцію автомобіля.

Друга характеристика – довжина коробки передач. Зменшення довжини технічного об'єкта при великій кількості передач стає складною проблемою. Тому проектування з акцентом на зменшення лінійних розмірів деталей приводу (а у сукупності і усього приводу) може розв'язати складнощі цієї характеристики.

Третя характеристика – маса коробки передач. По-перше, зменшення маси коробки передач може бути обумовлено вимогами до технічного об'єкта, а по-друге, зменшення маси приводить до зменшення використаного матеріалу та, як наслідок, до зменшення енергетичних ресурсів на виготовлення агрегату, що на фоні сучасних тенденцій екологічності є дуже актуальним.

Таким чином, будемо розглядати ці характеристики як критерії при розв'язанні задачі оптимізації.

2.2.1. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна міжосьова відстань

Для запису цільової функції за цим критерієм розглянемо кінематичну схему коробки передач. Основні геометро-конструктивні параметри вказані на схемі коробки передач (рис. 2.5).

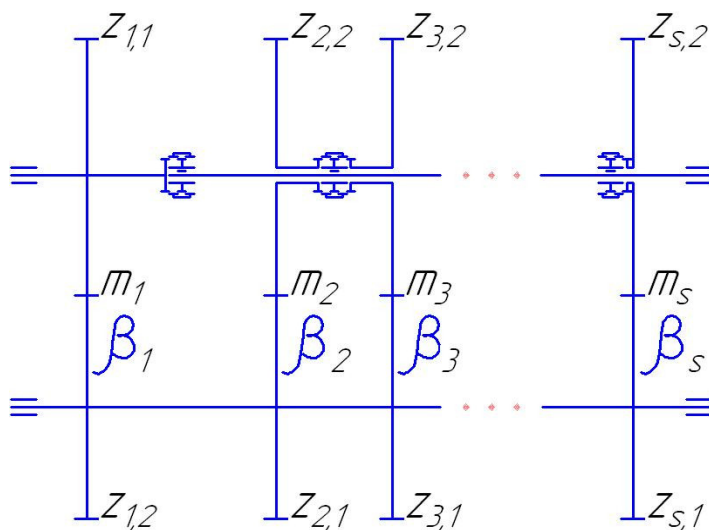


Рис. 2.5 – Схема тривальної коробки передач

На рис. 2.5 прийняті такі позначення:

m_μ – відповідні модулі пар зубчастих коліс, μ – номер зубчастого зачеплення у коробці передач ($\mu = 1, \dots, s$), s – кількість зубчастих зачеплень у коробці передач;

$z_{\mu,k}$ – відповідні числа зубців коліс, k – номер колеса у зачепленні ($k = 1$ – ведуче колесо, $k = 2$ – ведене колесо);

β_μ – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Для загального випадку міжосьова відстань зубчастого зачеплення дорівнює (при сумарному коефіцієнті зміщення вихідного контуру $x_\Sigma = x_1 + x_2 \neq 0$)

$$a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{1}{\cos \beta} \cdot \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tw}}. \quad (2.2)$$

Для випадку, коли сумарний коефіцієнт зміщення $x_{\Sigma}=0$, міжосьова відстань зубчастого зачеплення дорівнює

$$a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{1}{\cos \beta}. \quad (2.3)$$

У машинобудуванні, зокрема у транспортному, традиційно при проектуванні коробок передач приймають, що зубчасті зачеплення виконуються з $x_{\Sigma} = 0$ (лише інколи для окремих зачеплень використовують $x_{\Sigma} \neq 0$, коли потрібно вписати зубчасті пари в задану міжосьову відстань). Тому подальші викладки будемо проводити саме для цього випадку.

Міжосьові відстані для μ -х зубчастих зачеплень згідно з (2.3) будуть дорівнювати:

$$a_{w\mu} = 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}}, \quad (\mu = 1, \dots, s). \quad (2.4)$$

Маємо s критеріїв згідно з кількістю зачеплень. Тоді можна записати цільову функцію для кожного зачеплення у вигляді:

$$F(a_{w\mu}) = 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}}, \quad (\mu = 1, \dots, s), \quad F(a_{w\mu}) \rightarrow \min. \quad (2.5)$$

Ця сукупність цільових функцій повністю відображає геометрію коробки передач за умови накладення обмеження на рівність міжосьових відстаней, а саме $a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{ws}$.

Але записані формули для мінімізації міжосьових відстаней кожного окремого зубчастого зачеплення (2.5) не відображають інтегрального розв'язання задачі оптимізації в цілому. Задача постала багатокритеріальна, а, як відомо з [38–41], знаходження мінімуму для декількох критеріїв одночасно є складним та суперечливим процесом, зважаючи на суб'єктивний аспект вибору вагових коефіцієнтів.

Тому для більш зручного розв'язання задачі оптимально-раціонального проектування, а також з огляду на існуючі підходи (які було розглянуто у підрозділі 1.1) [8], запропоновано подати єдиний критерій – суму міжосьових відстаней, з урахуванням умови рівності міжосьових відстаней

$$F_a = \sum_{\mu=1}^s a_{w\mu}. \quad (2.6)$$

Тепер запишемо цільову функцію [60, 61] як суму цих міжосьових відстаней згідно з (2.5), (2.6)

$$F_a = \sum_{\mu=1}^s 0,5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos \beta_{\mu}}. \quad (2.7)$$

Цю цільову функцію необхідно мінімізувати – $F_a \rightarrow \min$.

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень коробки передач, а при врахуванні умови рівності міжосьових відстаней зубчастих зачеплень коробки передач між собою зберегти конструктивні особливості та розташування зубчастих зачеплень.

Тепер виділимо змінні проектування та визначимо розмірність задачі.

Змінними проектування будуть:

m_{μ} – відповідні модулі пар зубчастих коліс ($\mu = 1, \dots, s$), s – кількість зубчастих зачеплень у коробці передач;

$z_{\mu,k}$ – відповідні числа зубців коліс, k – номер колеса у зачепленні ($k = 1$ – ведуче колесо, $k = 2$ – ведене колесо);

β_{μ} – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Як бачимо, кожне зачеплення характеризується чотирма параметрами, тому запишемо кількість змінних проектування (N) залежно від кількості передач (Θ) коробки передач (дивись схему на рис. 2.5).

При наявності прямої передачі

$$N = 4 \cdot \Theta. \quad (2.8)$$

При її відсутності

$$N = 4 \cdot (\Theta + 1). \quad (2.9)$$

Але для зменшення кількості параметрів проектування запропонуємо деякі з параметрів ($z_{2,2}, z_{3,2}, \dots, z_{s,2}$) обчислювати через інші параметри (числа зубців та передавальні числа коробки передач), виходячи з кінематичних властивостей тривальної коробки передач, а саме збереження її наперед заданих передавальних чисел (дивись залежність (2.1)):

$$z_{n,2_{i,J}} = \text{Round}\left(i_{knj} \cdot z_{1,1_i} \cdot z_{n,1_i} / z_{1,2_i}\right), \\ n = 2, \dots, s; \quad J = 2s+2, \dots, 3s, \quad (2.10)$$

де j – номер передачі у коробці передач;

J – порядковий номер змінної проектування.

Тому подамо формули для кількості змінних проектування у цьому випадку.

При наявності прямої передачі

$$N = 4 + 3 \cdot (\Theta - 1). \quad (2.11)$$

При її відсутності

$$N = 4 + 3 \cdot \Theta. \quad (2.12)$$

2.2.2. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна довжина коробки передач

Для запису цільової функції у цьому випадку розглянемо часткову схему коробки передач (рис. 2.6). Розглядається саме частина вхідний-вихідний вал, бо між зубчастими колесами знаходяться зубчасті муфти та синхронізатори для ввімкнення певної передачі, а вхідний та вихідний вали мають відносно великі вузли опор. Все це обумовлює збільшення довжини коробки передач.

Цільову функцію для цього критерію [36] визначимо як суму ширин вінців зубчастих коліс, розташованих на вхідному і вихідному валах, та додаткової величини L_d , що враховує габарити синхронізаторів, різноманітних зазорів, опор, картера тощо. Ширини зубчастих коліс подаємо як добуток коефіцієнтів ширин зубчастих вінців та міжосьових відстаней зачеплень.

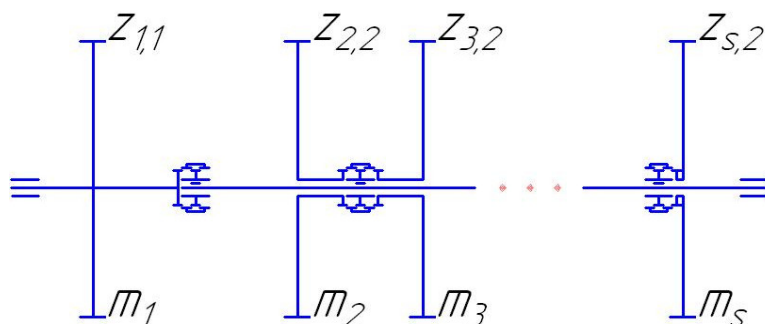


Рис. 2.6 – Схема вхідного та вихідного валів коробки передач

Тоді залежність для цільової функції набуде вигляду

$$F_L = L_d + \sum_{\mu=1}^s \psi_{ba\mu} \cdot a_{w\mu}, \quad (2.13)$$

де $a_{w\mu}$ – міжосьові відстані зачеплень;

$\psi_{ba\mu}$ – коефіцієнти ширин зубчастих вінців,

$$\psi_{ba\mu} = \frac{b_{w\mu}}{a_{w\mu}}.$$

Цільову функцію також можна подати безпосередньо через ширини зубчастих вінців

$$F_L = L_d + \sum_{\mu=1}^s b_{w\mu}. \quad (2.14)$$

Подаємо величину L_d як суму окремих значень (рис. 2.7),

$$L_d = \sum_{ж=1}^y L_{\text{син}_{ж}} + \sum_{w=1}^h L_{\text{заз}_w} + \sum_{r=1}^g L_{\text{підш}_r} + \sum_{t=1}^f L_{\text{к}_t}, \quad (2.15)$$

де $\sum_{ж=1}^y L_{\text{син}_{ж}}$ – сумарна ширина усіх синхронізаторів коробки передач, y – кількість синхронізаторів у коробці передач;

$\sum_{w=1}^h L_{\text{заз}_w}$ – сумарна ширина зазорів між зубчастими колесами та зазорів між картером та зубчастими колесами, h – кількість зазорів;

$\sum_{r=1}^g L_{\text{підш}_r}$ – сумарна ширина підшипників ведучого та веденого валів; g – кількість підшипників ведучого та веденого валів;

$\sum_{t=1}^f L_{\text{к}_t}$ – сумарна ширина кришок опор ведучого та веденого валів, f – кількість кришок опор.

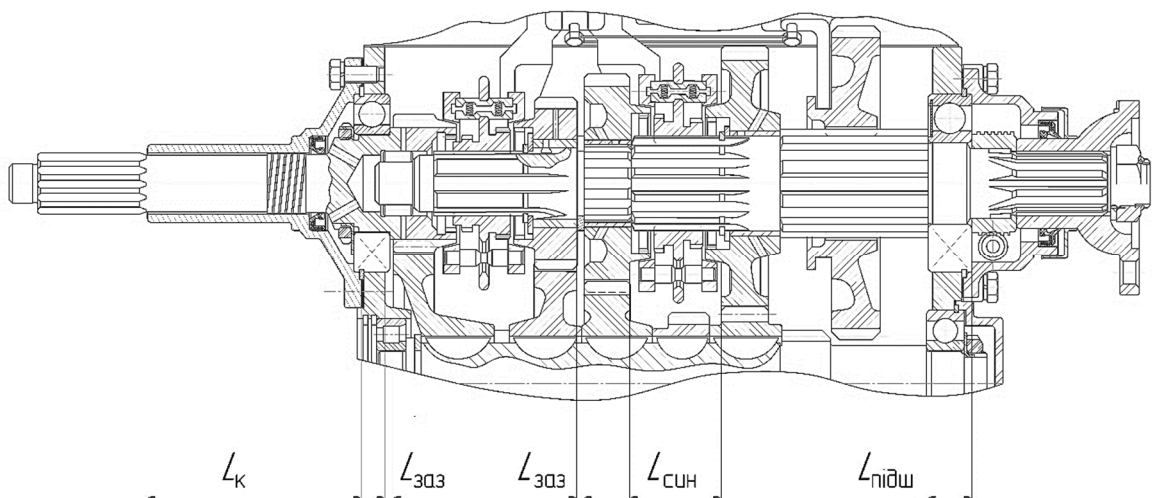


Рис. 2.7 – Приклади позицій замірів довжин елементів коробки передач

Величина L_d не може бути обчислена точно, це пов'язано з неможливістю врахувати усі конструктивні рішення та компоновання коробки передач. Зважаючи на це, запропоновано всі вказані вище величини брати відповідно до базової коробки передач, що є достатнім для початкового процесу проектування коробки передач.

Таким чином, цільову функцію з урахуванням L_d можемо записати у вигляді

$$F_L = \sum_{j=1}^y L_{\text{син}_j} + \sum_{w=1}^h L_{\text{зав}_w} + \sum_{r=1}^g L_{\text{підш}_r} + \sum_{t=1}^f L_{k_t} + \sum_{\mu=1}^s \psi_{ba\mu} \cdot a_{w\mu}, \quad (2.16)$$

або

$$F_L = \sum_{j=1}^y L_{\text{син}_j} + \sum_{w=1}^h L_{\text{зав}_w} + \sum_{r=1}^g L_{\text{підш}_r} + \sum_{t=1}^f L_{k_t} + \sum_{\mu=1}^s b_{w\mu}. \quad (2.17)$$

Щоб задовольнити цьому критерію, треба мінімізувати цільову функцію – $F_L \rightarrow \min$.

Така цільова функція досить точно характеризує лінійний розмір (довжину) коробки передач. Вона враховує не тільки ширини зубчастих зубців, але й інші показники (розміри зазорів, підшипників, синхронізаторів тощо), що є вагомими додатками і підвищує точність розрахунків.

Змінні проектування залишаються тими ж самими, бо ширини зубчастих вінців і міжосьова відстань розраховуються за покращеним проектувальним розрахунком зачеплень на міцність (детальніше це буде розглянуто у підрозділі 4.2.3.2) через вказані для попередньої цільової функції змінні проектування. Міжосьові відстані зачеплень також розраховуються за цими змінними.

2.2.3. Цільова функція у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна маса коробки передач

Утворення цільової функції у випадку, коли критерієм оптимальності є мінімальна маса коробки передач [36], є досить складною задачею, бо на даному етапі неможливо врахувати маси усіх деталей, що входять до коробки передач. Як і в попередньому розділі, можна оцінити масу коробки передач з деякою похибкою, яка достатня для інженерних розрахунків.

Сумарна маса коробки передач складається з мас її основних елементів, а саме: зубчастих коліс, валів, підшипників, синхронізаторів та картера з

механізмом перемикання. Подані вище елементи вносять переважний вклад до масової характеристики, а масами інших деталей будемо зневажати у зв'язку з малістю величин і віднесення їх у похибку, що буде допустимим для оціночних розрахунків. Взявши до уваги ці умови, запишемо цільову функцію у вигляді

$$F_M = \sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j} + \sum_{c=1}^v M_{\text{вал}_c} + \sum_{ж=1}^u M_{\text{син}_ж} + \sum_{o=1}^g M_{\text{підш}_o} + M_{\text{кар}}, \quad (2.18)$$

де $\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j}$ – сумарна маса усіх зубчастих коліс у коробці передач, r – кількість

зубчастих коліс у коробці передач ($r = 2s$);

$\sum_{c=1}^v M_{\text{вал}_c}$ – сумарна маса усіх валів у коробці передач, v – кількість валів у

коробці передач;

$\sum_{ж=1}^u M_{\text{син}_ж}$ – сумарна маса усіх синхронізаторів у коробці передач

(береться відповідно до прототипної коробки передач), u – кількість синхронізаторів у коробці передач;

$\sum_{r=1}^g M_{\text{підш}_r}$ – сумарна маса усіх підшипників у коробці передач, g – кількість

підшипників у коробці передач;

$M_{\text{кар}}$ – маса картера коробки передач.

Розглянемо нижче підходи до визначення цих елементів.

Масу одного зубчастого колеса у коробці передач будемо розраховувати з тим допущенням, що воно розглядається у вигляді суцільного диска, діаметр якого дорівнює ділильному діаметру [12],

$$M_{\text{кол}} = \frac{\pi \cdot m^2 \cdot z^2 \cdot b_w \cdot \rho_{\text{зк}}}{4 \cdot \cos^2 \beta}, \quad (2.19)$$

де $\rho_{\text{зк}}$ – щільність матеріалу, з якого вироблені зубчасті колеса.

Сумарну масу усіх зубчастих коліс у коробці передач подаємо у вигляді

$$\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j} = \sum_{\mu=1}^s \frac{\pi \cdot m_{\mu}^2 \cdot (z_{\mu,1}^2 + z_{\mu,2}^2) \cdot \psi_{ba\mu} \cdot a_{w\mu} \cdot \rho_{зк}}{4 \cdot \cos^2 \beta_{\mu}}, \quad (2.20)$$

або

$$\sum_{j=1}^r M_{\text{кол}_j} = \sum_{\mu=1}^s \frac{\pi \cdot m_{\mu}^2 \cdot (z_{\mu,1}^2 + z_{\mu,2}^2) \cdot b_{w\mu} \cdot \rho_{зк}}{4 \cdot \cos^2 \beta_{\mu}}. \quad (2.21)$$

Сумарна маса валів для випадку тривальної коробки передач буде дорівнювати

$$\sum_{c=1}^v M_{\text{вал}_c} = M_{\text{вх.вал}} + M_{\text{вих.вал}} + M_{\text{пром.вал}}, \quad (2.22)$$

де $M_{\text{вх.вал}}$ – маса вхідного вала;

$M_{\text{вих.вал}}$ – маса вихідного вала;

$M_{\text{пром.вал}}$ – маса проміжного вала.

Маси валів будемо розраховувати за залежностями:

$$\begin{aligned} M_{\text{вх.вал}} &= \frac{\pi \cdot d_{\text{вх.вал}}^2}{4} l_{\text{вх.вал}} \cdot \rho_{\text{вх.вал}}; \\ M_{\text{вих.вал}} &= \frac{\pi \cdot d_{\text{вих.вал}}^2}{4} l_{\text{вих.вал}} \cdot \rho_{\text{вих.вал}}; \\ M_{\text{пром.вал}} &= \frac{\pi \cdot d_{\text{пром.вал}}^2}{4} l_{\text{пром.вал}} \rho_{\text{пром.вал}}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

де $l_{\text{вх.вал}}$, $l_{\text{вих.вал}}$, $l_{\text{пром.вал}}$ – відповідно довжини вхідного, вихідного та проміжного валів;

$d_{\text{вх.вал}}$, $d_{\text{вих.вал}}$, $d_{\text{пром.вал}}$ – відповідно діаметри вхідного, вихідного та проміжного валів;

$\rho_{\text{вх.вал}}$, $\rho_{\text{вих.вал}}$, $\rho_{\text{пром.вал}}$ – відповідно густини матеріалів вхідного, вихідного та проміжного валів.

Розрахуємо параметри, що входять у (2.23).

Вхідний та вихідний вали коробки передач традиційно розраховуються на міцність, а проміжний вал – на жорсткість. Це пов'язано з його відносно великою довжиною, тому обмеження за жорсткістю вала наступає раніше, ніж обмеження за міцністю. Як відомо з [8, 51, 59], великі прогини та перекося перетинів валів призводять до підвищення концентрації навантажень у зачепленнях, що негативно впливає на міцність зубчастих коліс та рівні шуму.

Довжини вхідного та вихідного валів беруться відповідно до прототипної коробки передач чи задаються конструктором під час проробки компонування. Діаметри ($d_{\text{вх.вал}}$, мм, $d_{\text{вих.вал}}$, мм) обчислимо приблизно, за проєктувальним розрахунком, по обертовому моменту з умови міцності за зниженим значенням допустимих напружень при скручуванні. Згідно з загальновідомою залежністю [8] діаметри цих валів будуть дорівнювати

$$\begin{aligned}d_{\text{вх.вал}} &= \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot T_{\text{вх}}}{0,2 \cdot [\tau_{\text{к}}]}}; \\d_{\text{вих.вал}} &= \sqrt[3]{\frac{1000 \cdot T_{\text{вих.мак}}}{0,2 \cdot [\tau_{\text{к}}]}}\end{aligned} \quad (2.24)$$

де $T_{\text{вх}}$ – обертальний момент на вхідному валу, Н·м;

$T_{\text{вих.мак}}$ – максимальний обертальний момент на вихідному валу, Н·м;

$[\tau_{\text{к}}]$ – допустиме напруження при скручуванні, МПа.

Для обчислення діаметра проміжного вала необхідно розглянути наступну розрахункову схему (рис. 2.8).

На рис. 2.8 L_1, L_{s+1} – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач); L_2, \dots, L_s – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач). Згідно з цими позначеннями отримаємо таку розрахункову схему проміжного вала (рис. 2.9).

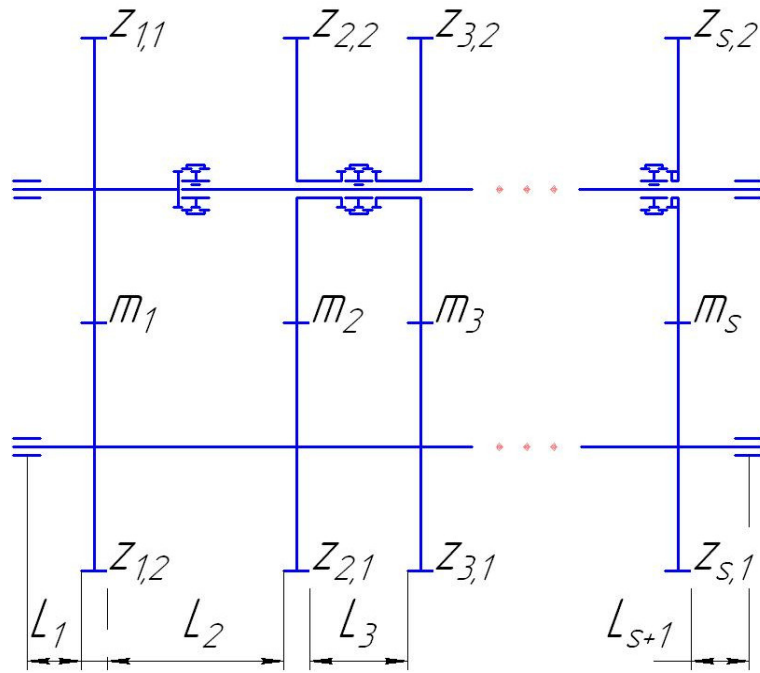


Рис. 2.8 – Схема коробки передач

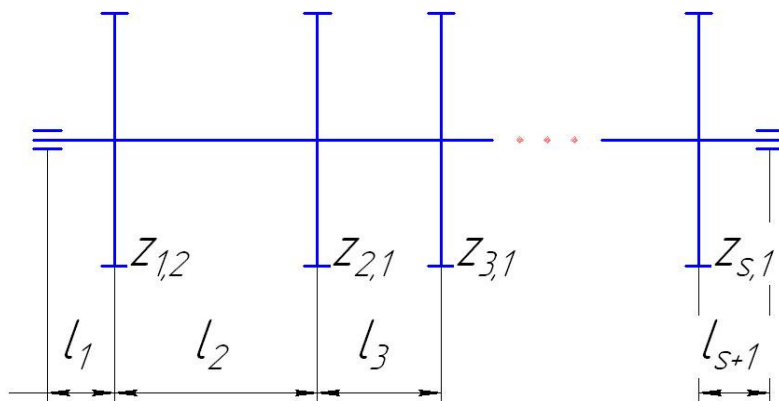


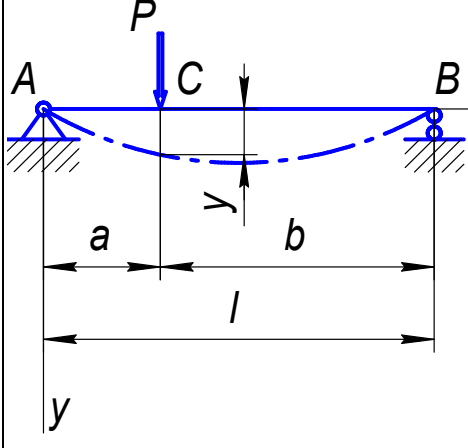
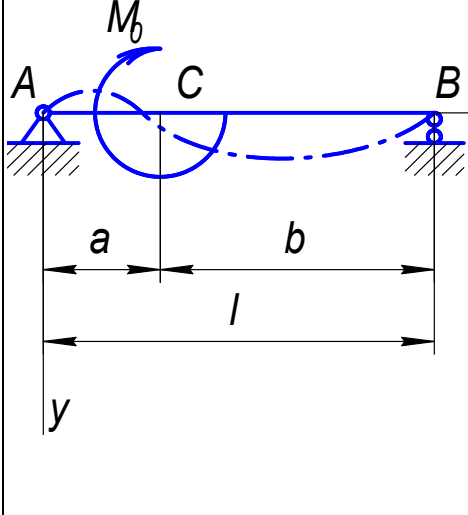
Рис. 2.9 – Схема проміжного вала коробки передач

На рис. 2.9 через l_1, \dots, l_{s+1} позначено характеристичні відстані вала, які визначаються, з урахуванням ширини вінців зубчастих коліс, за такими формулами:

$$\begin{aligned}
 l_1 &= L_1 + b_{w1} \cdot 0,5; \\
 l_2 &= L_2 + (b_{w1} + b_{w2}) \cdot 0,5; \\
 &\dots \\
 l_s &= L_s + (b_{ws} + b_{w(s-1)}) \cdot 0,5; \\
 l_{s+1} &= L_{s+1} + b_{ws} \cdot 0,5.
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

Формули для визначення прогину точки осі вала, згідно з [8, 51, 59], відповідно до схеми навантаження, наведені у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Формули для визначення прогину точки осі вала

Ескіз	Прогин
	$y = \frac{Pbx}{6EI} \left[2l(l-x) - b^2 - (l-x)^2 \right]$ (від точки А до точки С); $y = \frac{Pa(l-x)}{6EI} \left[2lb - b^2 - (l-x)^2 \right]$ (від точки С до точки В); $y = \frac{Pa^2b^2}{3EI}$ (в точці С).
	$y = \frac{M_0}{6EI} \left[-\left(6a - \frac{3a^2}{l} - 2l\right)x + \frac{x^3}{l} \right]$ (від точки А до точки С); $y = \frac{M_0}{6EI} \left[\frac{x^3}{l} - 3x^3 + \left(2l + 3\frac{a^2}{l}\right)x - 3a^2 \right]$ (від точки С до точки В); $y = \frac{M_0a}{3EI} \left(-3a + \frac{2a^2}{l} + l \right)$ (в точці С).

Момент інерції для круглого перетину через діаметр вала (d) обчислюється за формулою

$$I = \frac{\pi d^4}{64}. \quad (2.26)$$

Запишемо для кожної передачі прогини точок осі проміжного вала у площині, що проходить через них.

Для першої передачі

$$\begin{aligned}
y_{2,1} = & \frac{F_{r2,1} \cdot (l_1 + l_2)^2 (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})^2}{3EI_{2,1}(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \\
& - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})}{6EI_{1,2}(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{array}{l} 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \times \\ \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ - (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})^2 \end{array} \right] + \\
& + \frac{F_{a2,1} \cdot r_{2,1} \cdot (l_1 + l_2) \left(-3(l_1 + l_2) + \frac{2(l_1 + l_2)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + \right)}{3EI_{2,1}} \\
& + \frac{F_{a1,2} \cdot r_{1,2}}{6EI_{2,1}} \left[\begin{array}{l} \frac{(l_1 + l_2)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2)^3 + \\ + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \\ \times (l_1 + l_2) - 3l_1^2 \end{array} \right]. \tag{2.27}
\end{aligned}$$

Для другої передачі

$$\begin{aligned}
y_{3,1} = & \frac{F_{r3,1} \cdot (l_1 + l_2 + l_3)^2 (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})^2}{3EI_{3,1}(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \\
& - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})}{6EI_{3,1}(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{array}{l} 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \times \\ \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ - (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})^2 \end{array} \right] + \\
& + \frac{F_{a3,1} \cdot r_{3,1} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) \left(-3(l_1 + l_2 + l_3) + \frac{2(l_1 + l_2 + l_3)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + \right)}{3EI_{3,1}}
\end{aligned}$$

$$-\frac{F_{a1,2} \cdot r_{1,2}}{6EI_{3,1}} \left[\begin{aligned} & \frac{(l_1 + l_2 + l_3)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2 + l_3)^3 + \\ & + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \\ & \times (l_1 + l_2 + l_3) - 3l_1^2 \end{aligned} \right] \cdot \quad (2.28)$$

Для наступних передач

$$\begin{aligned} y_{\mu,1} = & \frac{F_{n,1} \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^2 (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})^2}{3EI_{\mu,1} (l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \\ & - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})}{6EI_{\mu,1} (l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{aligned} & 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \times \\ & \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ & - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ & - (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})^2 \end{aligned} \right] + \\ & + \frac{F_{a\mu,1} \cdot r_{\mu,1} \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) \left(-3(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) + \frac{2(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + \right.}{3EI_{\mu,1}} \\ & \left. + \frac{(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^3 + \right. \\ & \left. + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \right. \\ & \left. \times (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) - 3l_1^2 \right] \cdot \quad (2.29) \end{aligned}$$

Запишемо для кожної передачі прогини точок вихідного вала у площині, що проходить через осі валів.

Для першої передачі

$$\begin{aligned}
y_{2,2} = & \frac{F_{r2,2} \cdot (l_2)^2 (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})^2}{3EI_{2,2} (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\
& + \frac{F_{a2,2} \cdot r_{2,2} \cdot (l_2) \left(\begin{aligned} & -3(l_2) + \frac{2(l_2)^2}{(l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\ & + (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) \end{aligned} \right)}{3EI_{2,2}}. \tag{2.30}
\end{aligned}$$

Для другої передачі

$$\begin{aligned}
y_{3,2} = & \frac{F_{r3,2} \cdot (l_2 + l_3)^2 (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})^2}{3EI_{3,2} (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\
& + \frac{F_{a3,2} \cdot r_{3,2} \cdot (l_2 + l_3) \left(\begin{aligned} & -3(l_2 + l_3) + \frac{2(l_2 + l_3)^2}{(l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\ & + (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) \end{aligned} \right)}{3EI_{3,2}}. \tag{2.31}
\end{aligned}$$

Для наступних передач

$$\begin{aligned}
y_{\mu,2} = & \frac{F_{\mu,2} \cdot (l_2 + \dots + l_{\mu})^2 (l_{\mu+1} + l_{s+1})^2}{3EI_{\mu,2} (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\
& + \frac{F_{a\mu,2} \cdot r_{\mu,2} \cdot (l_2 + \dots + l_{\mu}) \left(\begin{aligned} & -3(l_2 + \dots + l_{\mu}) + \frac{2(l_2 + \dots + l_{\mu})^2}{(l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})} + \\ & + (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) \end{aligned} \right)}{3EI_{\mu,2}}. \tag{2.32}
\end{aligned}$$

Для зручності подання введемо підстановку допоміжних коефіцієнтів у формулах (2.27–2.29).

Перша передача

$$\begin{aligned}
A = & \frac{F_{r2,1} \cdot (l_1 + l_2)^2 (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})^2}{3E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \\
& - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})}{6E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{array}{l} 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+16}) \times \\ \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ - (l_3 + l_4 + \dots + l_{s+1})^2 \end{array} \right] + \\
& + \frac{F_{a2,1} \cdot r_{2,1} \cdot (l_1 + l_2) \left(\begin{array}{l} -3(l_1 + l_2) + \frac{2(l_1 + l_2)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + \\ + (l_1 + l_2 + \dots + l_{s+16}) \end{array} \right)}{3E} - \\
& - \frac{F_{a1,2} \cdot r_{1,2}}{6E} \left[\begin{array}{l} \frac{(l_1 + l_2)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2)^3 + \\ + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \\ \times (l_1 + l_2) - 3l_1^2 \end{array} \right] \cdot \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Друга передача

$$\begin{aligned}
B = & \frac{F_{r3,1} \cdot (l_1 + l_2 + l_3)^2 (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})^2}{3E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \\
& - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})}{6E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{array}{l} 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \times \\ \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ - (l_4 + l_5 + \dots + l_{s+1})^2 \end{array} \right] + \\
& + \frac{F_{a3,1} \cdot r_{3,1} \cdot (l_1 + l_2 + l_3) \left(\begin{array}{l} -3(l_1 + l_2 + l_3) + \frac{2(l_1 + l_2 + l_3)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + \\ + (l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \end{array} \right)}{3E} -
\end{aligned}$$

$$-\frac{F_{a1,2} \cdot r_{1,2}}{6E} \left[\begin{array}{l} \frac{(l_1 + l_2 + l_3)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2 + l_3)^3 + \\ + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \\ \times (l_1 + l_2 + l_3) - 3l_1^2 \end{array} \right]. \quad (2.34)$$

Наступні передачі

$$Y = \frac{F_{r\mu,1} \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^2 (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})^2}{3E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - \frac{F_{r1,2} \cdot l_1 (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})}{6E(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \left[\begin{array}{l} 2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \times \\ \times (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1}) - \\ - (l_2 + l_3 + \dots + l_{s+1})^2 - \\ - (l_{\mu+1} + \dots + l_{s+1})^2 \end{array} \right] + \frac{F_{a\mu,1} \cdot r_{\mu,1} \cdot (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) \left(-3(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) + \frac{2(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} + (l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) \right)}{3E} - \frac{F_{a1,2} \cdot r_{1,2}}{6E} \left[\begin{array}{l} \frac{(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^3}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} - 3(l_1 + l_2 + \dots + l_\mu)^3 + \\ + \left(2(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1}) + 3 \frac{(l_1)^2}{(l_1 + l_2 + \dots + l_{s+1})} \right) \times \\ \times (l_1 + l_2 + \dots + l_\mu) - 3l_1^2 \end{array} \right]. \quad (2.35)$$

Таким чином, отримаємо:

$$y_{2,1} = \frac{A}{I_{2,1}}; \quad y_{3,1} = \frac{B}{I_{3,1}}; \quad \dots; \quad y_{\mu,1} = \frac{Y}{I_{\mu,1}}; \quad \dots; \quad y_{s,1} = \frac{F}{I_{s,1}}. \quad (2.36)$$

Допустиме сумарне розходження осей в площині валів для співвісних ступінчастих зубчастих приводів згідно з [5, 59] може бути не більше 0,2...0,3 мм, зокрема для коробок передач прийнято $[y_{\Sigma}] = 0,2$ мм.

При прогині проміжного вала повинна дотримуватися умова:

$$[y_{\Sigma}] = y_{2,2} - y_{2,1}; \dots; [y_{\Sigma}] = y_{s,2} - y_{s,1}. \quad (2.37)$$

Запишемо вирази для знаходження моментів інерції перетинів вала:

$$I_{2,1} = \frac{A}{y_{2,2} - [y_{\Sigma}]}; \dots; I_{s,1} = \frac{F}{y_{s,2} - [y_{\Sigma}]}. \quad (2.38)$$

Знайшовши моменти інерції, можемо знайти діаметри вала:

$$d_{2,1} = \sqrt[4]{\frac{I_{2,1} \cdot 64}{\pi}}; \dots; d_{s,1} = \sqrt[4]{\frac{I_{s,1} \cdot 64}{\pi}}. \quad (2.39)$$

Тепер запишемо параметри, що входять до формули (2.23).

Довжина проміжного вала

$$l_{\text{пром.вал}} = (l_1 + \dots + l_{s+1}). \quad (2.40)$$

Діаметр проміжного вала

$$d_{\text{пром.вал}} = \max(d_{2,1}, \dots, d_{s,1}). \quad (2.41)$$

Тоді маса проміжного вала буде дорівнювати

$$M_{\text{пром.вал}} = \frac{\pi \cdot (\max(d_{2,1}, \dots, d_{s,1}))^2}{4} (l_1 + \dots + l_{s+1}) \rho_{\text{пром.вал}}. \quad (2.42)$$

Максимальний діаметр залежно (2.41) приймається у зв'язку з тим, що проміжні вали коробок передач традиційно виготовляються практично без ступенів за найбільшим з розрахункових діаметрів.

Масу картера коробки передач будемо орієнтовно обчислювати як масу оболонки паралелепіпеда з відповідною товщиною стінок на кожній з граней.

Товщини стінок на даному етапі можна брати з прототипної коробки передач у відповідності до схеми, яка подана на рис. 2.10.

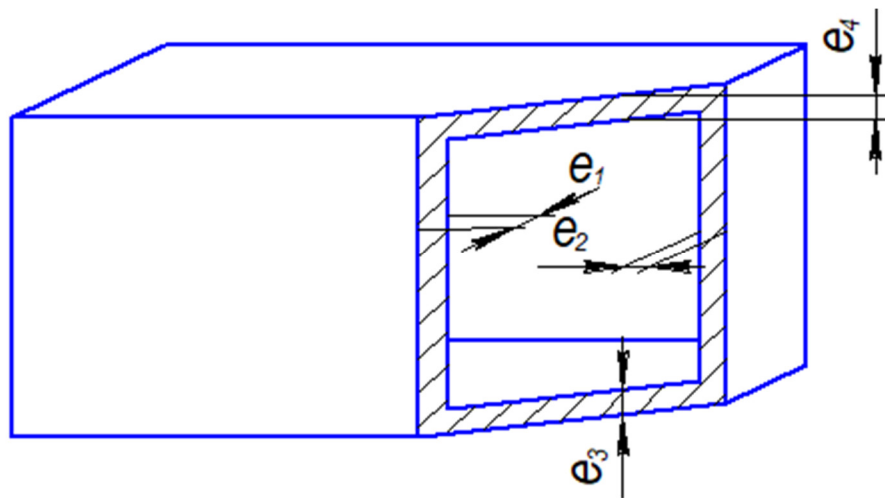


Рис. 2.10 – Розрахункова схема картера коробки передач

Довжину паралелепіпеда (картера коробки передач) умовно приймемо рівною $L_{\text{кар}} = F_L$.

Використання цільової функції для довжини коробки передач як довжини паралелепіпеда дає змогу більш точно розрахувати останню, бо на даному етапі всі значення для F_L відомі, а для її обчислення використовуються змінні проектування.

Також з тією ж метою доцільно використати цільову функцію для міжосьової відстані при розрахунку висоти картера.

Висоту знайдемо як

$$H_{\text{кар}} = \frac{F_a}{s} + \frac{\max(d_{1,1}, d_{2,2}, d_{3,2}, \dots, d_{s,2})}{2} + \frac{\max(d_{1,2}, d_{2,1}, d_{3,1}, \dots, d_{s,1})}{2} + h_{\text{додат.}} \quad (2.43)$$

У формулі величина $h_{\text{додат}}$ враховує зазор між найбільшим колесом та дном картера, а також простір, необхідний для розміщення механізму перемикавання передач (рис. 2.11)

$$h_{\text{додат}} = h_{\text{додат1}} + h_{\text{додат2}} \cdot \quad (2.44)$$

Тоді

$$H_{\text{кар}} = \frac{F_a}{s} + \frac{\max(d_{1,1}, d_{2,2}, d_{3,2}, \dots, d_{s,2})}{2} + \frac{\max(d_{1,2}, d_{2,1}, d_{3,1}, \dots, d_{s,1})}{2} + h_{\text{додат1}} + h_{\text{додат2}} \cdot \quad (2.45)$$

Ширину картера обчислимо за формулою

$$S_{\text{кар}} = \max(d_{1,1}, d_{1,2}, \dots, d_{s,1}, d_{s,2}) + s_{\text{додат}} \cdot \quad (2.46)$$

У (2.46) величина $s_{\text{додат}}$ враховує зазор між найбільшим колесом та стінками картера коробки передач (рис. 2.11).

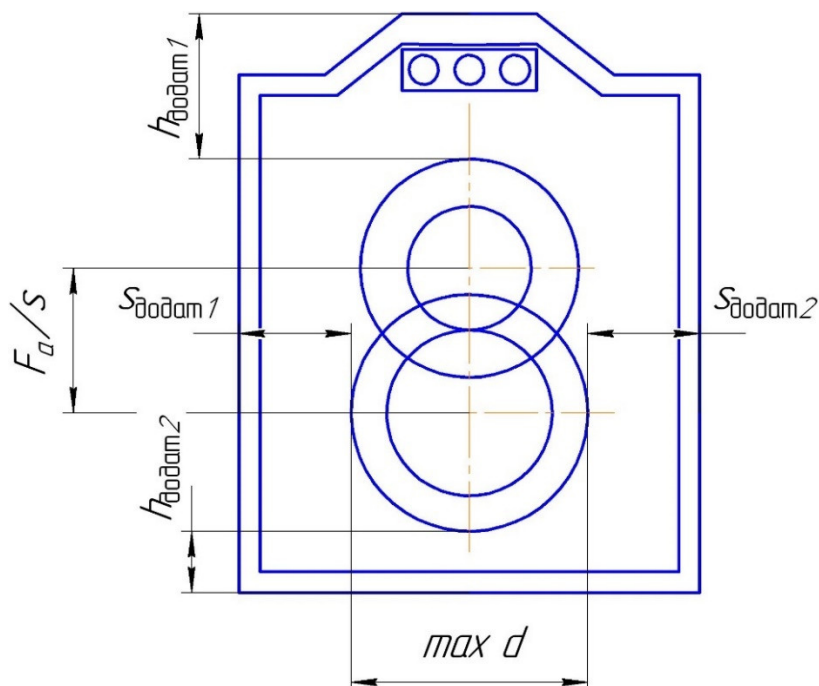


Рис. 2.11 – Схема коробки передач

$$S_{\text{додаг}} = S_{\text{додаг1}} + S_{\text{додаг2}} \cdot \quad (2.47)$$

Тоді

$$S_{\text{кар}} = \max(d_{1,1}, d_{1,2}, \dots, d_{s,1}, d_{s,2}) + S_{\text{додаг1}} + S_{\text{додаг2}} \cdot \quad (2.48)$$

Підсумуючи усі залежності, масу картера запишемо у вигляді

$$\sum M_{\text{кар}} = \left(\begin{array}{l} L_{\text{кар}} \cdot H_{\text{кар}} \cdot 2e_1 + S_{\text{кар}} \cdot H_{\text{кар}} \cdot 2e_2 + \\ + L_{\text{кар}} \cdot S_{\text{кар}} \cdot e_3 + L_{\text{кар}} \cdot S_{\text{кар}} \cdot e_4 \end{array} \right) \cdot \rho_{\text{кар}}, \quad (2.49)$$

де $\rho_{\text{кар}}$ – густина матеріалу картеру.

Як і для попередніх цільових функцій, змінні проєктування залишаються тими ж самими, бо вони впливають на маси всіх елементів коробки передач. Така постановка задачі, коли для різних критеріїв (цільових функцій) використовуються однакові змінні проєктування, є зручною у розв’язанні, бо у рамках одної постановки задачі можливо обчислювати різні цільові функції.

2.3. Обмеження на змінні проєктування

Задачі проєктування технічних систем з оптимальними конструктивними параметрами [60–62], як правило, містять обмеження [63–66] на змінні проєктування. Це дає змогу конструктору під час проєктування досить легко маневрувати серед технічних та технологічних вимог до майбутнього виробу.

Обмеження вводяться у вигляді рівностей та нерівностей, при цьому змінні проєктування можуть бути обмежені як числовими значеннями, так і деякими функціями [67–77].

Також можуть бути накладені обмеження на деякі співвідношення між змінними проєктування.

Введемо обмеження [60, 61], які будуть задовольняти геометро-

кінематичним, конструктивним, технологічним вимогам та навантажувальній здатності, що висуваються до коробки передач.

1) Для врахування геометрії коробки передач у цілому та для відображення інтегральної структури цільової функції, коли критерієм оптимальності є мінімальна міжосьова відстань, необхідно ввести обмеження, яке відображає конструктивне розташування зубчастих зачеплень у коробці передач. Для тривальної коробки передач, з врахуванням співвісності вхідного та вихідного валів, **міжосьові відстані зачеплень повинні бути рівні між собою**, тобто

$$a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{ws} \quad (2.50)$$

З урахуванням (2.50) для кожної передачі отримаємо умову

$$\begin{aligned} 0,5 \cdot m_1 \cdot (z_{1,1} + z_{1,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_1)} &= 0,5 \cdot m_2 \cdot (z_{2,1} + z_{2,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_2)} = \\ \dots &= 0,5 \cdot m_s \cdot (z_{s,1} + z_{s,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_s)} \end{aligned} \quad (2.51)$$

2) **Зубці коліс повинні мати необхідну контактну витривалість та міцність при перевантаженнях.** Введемо обмеження, яке буде відображати перевірковий розрахунок зубців на контактну витривалість. При співставленні розрахункового контактного напруження ($\sigma_{H\mu}$) та контактного напруження, що допускається ($\sigma_{HP\mu}$), а також при співставленні розрахункового контактного напруження при дії максимального навантаження ($\sigma_{H\max\mu}$) та контактного напруження, що допускається, ($\sigma_{HP\max\mu}$) повинні виконуватися такі умови:

$$\sigma_{H\mu} \leq \sigma_{HP\mu}; \quad \sigma_{H\max\mu} \leq \sigma_{HP\max\mu} \quad (2.52)$$

3) **Зубці коліс повинні мати необхідну згинну витривалість та міцність при перевантаженнях.** Введемо обмеження, яке буде відображати перевірковий розрахунок зубців на міцність при згині. Розрахунком

визначають напруження у небезпечному перетині на перехідній поверхні зубця для кожного зубчастого колеса у зачепленні. При співставленні розрахункового напруження від згину ($\sigma_{F_{\mu,k}}$) та напруження, що допускається ($\sigma_{FP_{\mu,k}}$), а також при співставленні розрахункового контактного напруження при дії максимального навантаження ($\sigma_{F_{\max\mu}}$) та контактного напруження, що допускається, ($\sigma_{FP_{\max\mu}}$), повинні виконуватися такі умови:

$$\sigma_{F_{\mu,k}} \leq \sigma_{FP_{\mu,k}}; \quad \sigma_{F_{\max\mu}} \leq \sigma_{FP_{\max\mu}}. \quad (2.53)$$

4) **Модуль** зубців є основним параметром зубчастого зачеплення. Величини модулів стандартизовані у діапазоні 0,5...100 мм [76]. Тому введемо обмеження рівності стосовно модулів зачеплень, згідно з яким вони повинні набувати конкретних числових значень з такого ряду:

$$m_n = 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6, \dots, m_{n_{\max}}. \quad (2.54)$$

Максимальне значення модуля обмежимо $m_{n_{\max}} = 6$ мм з міркувань очікуваного розв'язку та традиційних концепцій проектування коробок передач (при необхідності це значення може бути збільшено).

5) **Числа зубців** коліс повинні набувати цілих значень (мають бути натуральними – N), а також обмежені верхнім та нижнім значенням з міркувань технології виготовлення. Таким чином, можна записати такі обмеження:

$$z_{\mu,k} \in N; \quad z_{\min} \leq z_{\mu,k} \leq z_{\max}. \quad (2.55)$$

Для подальших розрахунків приймемо мінімальне число зубців $z_{\min} = 13$, для якого відсутнє підрізання при орієнтовному середньому значенні кута нахилу $\beta \approx 24...28^\circ$, а максимальне число зубців для коробок передач традиційно приймається $z_{\max} = 80$.

6) Також введемо обмеження на **передавальні відношення** зубчастих

пар коробки передач. З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс передавальні відношення не повинні перевищувати певне значення (i_{\max}), тоді маємо

$$i_{\mu} = \frac{\omega_{\mu,1}}{\omega_{\mu,2}} = \frac{z_{\mu,2}}{z_{\mu,1}} \leq i_{\max}. \quad (2.56)$$

Для подальших розрахунків, зважаючи на загальні рекомендації при проєктуванні коробок передач [8], прийmemo $i_{\max} = 5$, з урахуванням співвідношення діаметрів зубчастих коліс.

7) **Кути нахилу зубців** зубчастих коліс повинні бути у межах від β_{\min} до β_{\max} , тоді обмеження можна записати у вигляді

$$\beta_{\min} \leq \beta_{\mu} \leq \beta_{\max}. \quad (2.57)$$

Традиційно при проєктуванні зубчастих зачеплень приймають $\beta_{\min} = 8^{\circ}$, але зважаючи на особливості задачі оптимізації коробок передач та зміщення нижньої межі для можливого коригування параметрів, прийmemo $\beta_{\min} = 12^{\circ}$. Максимальне значення кута нахилу обирається з умови обмеження осьових навантажень на підшипники. Найчастіше при проєктуванні коробок передач приймають $\beta_{\max} = 25^{\circ}$.

8) **Коефіцієнт ширини зубчастого колеса** повинен бути меншим від максимально допустимого значення, це можна подати у вигляді нерівності:

$$\psi_{bd\mu} \leq \psi_{bd\mu}^{\max}, \quad (\mu = 1, \dots, s). \quad (2.58)$$

Традиційно для коробок передач як максимальне значення коефіцієнта ширини зубчастого колеса приймають $\psi_{bd\mu}^{\max} = 0,5$.

2.4. Рекомендації для побудови математичних моделей при оптимізації співвісних ступінчастих зубчатих приводів машин

У двох попередніх підрозділах були розглянуті викладки для математичної моделі оптимізації тривальних коробок передач як найбільш поширеного прикладу співвісних ступінчастих приводів машин для транспортного машинобудування. Така типова модель дає змогу оптимізувати тривальні коробки передач з кількістю передач від двох і більше. Залежно від кількості передач у коробці передач змінюється лише кількість доданків у певних функціональних залежностях, що може бути досить легко скориговано проєктувальником.

Формулювання математичної моделі при оптимальному проєктуванні співвісних редукторів має деякі спрощення та відмінності, які будуть розглянуті далі.

При записі цільових функцій за критеріями мінімальних довжини та маси (2.16), (2.18) редуктора буде відсутній доданок, що відповідає синхронізаторам. А при врахуванні мас валів їх слід обчислювати виключно за умовами міцності на кручення.

При обчисленні кількості змінних проєктування (N) залежно від кількості зачеплень (Θ) слід використовувати формулу

$$N = 4 \cdot \Theta, \quad (2.59)$$

бо кожне зачеплення характеризується чотирма параметрами (модуль, кут нахилу зубців і числа зубців шестерні та колеса).

Також при формуванні умов слід звернути увагу на те, що передавальне відношення редуктора є добуток передавальних відношень окремих зачеплень

$$i_{\text{ред}} = i_1 \cdot i_2 \cdot \dots \cdot i_H = \frac{z_{12}}{z_{11}} \cdot \frac{z_{22}}{z_{21}} \cdot \dots \cdot \frac{z_{H2}}{z_{H1}}, \quad (2.60)$$

де H – кількість ступенів редуктора.

В іншому математична модель оптимізації співвісного редуктора не має відмінностей.

При формулюванні математичної моделі під час оптимального проектування не співвісних зубчастих редукторів можна виключити умову рівності міжосьових відстаней окремих зачеплень або ввести між ними деяку функціональну залежність.

Висновки

1. Виділені найбільш значущі масогабаритні характеристики тривальної коробки передач з точки зору проектування транспортного засобу, які й використано як критерії для оптимально-раціонального проектування. А саме: *міжосьова відстань*, яка визначає розташування валів коробки передач та її висоту, *довжина коробки передач*, яка визначає один з основних габаритних розмірів коробки передач, *маса коробки передач*, зменшення якої може бути обумовлено вимогами до технічного об'єкта, а також приводить до зменшення використаного матеріалу і споживання енергетичних ресурсів.

2. Записані цільові функції, що відповідають критеріям оптимально-раціонального проектування, які відображаються функціональними залежностями між геометро-конструктивними параметрами та масогабаритними характеристиками, а також враховують аспекти міцності основних елементів тривальних коробок передач.

3. Визначені змінні проектування.

4. Сформульовані обмеження на змінні проектування у вигляді рівностей та нерівностей, як числові, так і функціональні, що дає змогу враховувати технічні та технологічні вимоги до майбутнього виробу.

5. Наведені рекомендації для побудови математичних моделей при оптимальному проектуванні співвісних ступінчастих зубчатих приводів машин.

Розділ 3

РОЗРОБКА МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

3.1. Загальні положення

На сьогоднішній день існує велика кількість шляхів розв'язання оптимізаційних задач, наприклад [75–77].

У розділі 1 згадувалися найбільш поширені методи знаходження мінімуму функцій. Це і метод покоординатного спуску, який зводить завдання про знаходження найменшого значення функції багатьох змінних до багатократного спуску у бік зменшення значень функції за кожним проектним параметром. А також метод градієнтного спуску, де рух у просторі до мінімуму здійснюється за напрямком, протилежним градієнту функції, і метод найскорішого спуску, згідно з яким після визначення в початковій точці напрямку, протилежного градієнту цільової функції, розв'язують одновимірну задачу оптимізації, мінімізуючи функцію уздовж цього напрямку. Це метод штрафних функцій та симплекс-метод і багато інших.

Але постановка задачі у нашому випадку досить складна: ми маємо декілька цільових функцій, і вони є досить складними, кількість параметрів проектування достатньо велика, система обмежень на ці параметри складна. У цьому випадку більш доцільно і зручно використовувати методи дослідження простору параметрів [78, 79].

Найбільш примітивним є метод прямого перебору, у рамках якого послідовно перебираються усі можливі комбінації параметрів проектування з послідовним знаходженням мінімального значення цільової функції, що розраховується для кожної точки.

Наступним, більш прогресивним, є метод дослідження простору параметрів за допомогою кубічних решіток. Зазвичай припускають, що кубічна решітка забезпечує найбільш рівномірний огляд n -вимірного куба. Але з математичних міркувань кубічна решітка не є ідеальною, бо зі зростанням кількості параметрів (вимірності) рівномірність розподілення швидко погіршується.

На сьогоднішній день більшість дослідників визнає найбільш прогресивним і раціональним підходом дослідження простору параметрів з використанням рівномірно розподілених послідовностей точок, що отримуються за псевдо випадковим законом розподілення. Найбільш рівномірно розподіленим з математичної точки зору законом є так зване ЛПт-розподілення [49].

Тому з усього різноманіття методів пошуку було обрано метод зондування простору параметрів, де як пробні точки в одиничному багатовимірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності. Метод ЛПт-пошуку дає змогу оперувати значною кількістю параметрів (до 51), але має недолік, пов'язаний з обмеженнями на кількість рівномірно розподілених пробних точок (до 2^{20}).

При перших спробах розв'язання даної задачі оптимізації було виявлено, що кількості (2^{20}) пробних точок не достатньо для знаходження якісного результату. Тому було запропоновано сумістити методи ЛПт-пошуку та звуження околів [80], які обкреслюються обмеженнями на змінні проектування. Розв'язок знаходиться шляхом послідовного звуження n -вимірного паралелепіпеда параметрів відносно мінімального значення цільової функції, яке знаходиться сортуванням ЛПт-точок даного простору. Це дає змогу знайти більш точний розв'язок: n -вимірний паралелепіпед зменшується на кожному наступному кроці дослідження, а кількість пробних точок залишається максимально можливою. Таким чином, маємо поступове згущення хмари пробних точок.

3.2. ЛПт-рівномірно розподілені послідовності

Нагадаємо основні положення [49], що стосуються рівномірно розподілених послідовностей.

Рівномірно розподілені (р.р.) послідовності точок в K^n (одиничному n -вимірному кубі). Нехай P_1, \dots, P_i, \dots – послідовність точок, що належать K^n . Виберемо в K^n довільний n -вимірний паралелепіпед Π із сторонами, що

паралельні координатним граням. Позначимо через $S_N(\Pi)$ кількість точок P_i з номерами $1 \leq i \leq N$, що належать Π .

Послідовність точок P_1, \dots, P_i, \dots називається рівномірно розподіленою (р.р.) в K^n , якщо для будь-якого Π

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(\Pi)}{N} = V_\Pi, \quad (3.1)$$

де V_Π – об'єм (n -вимірний) паралелепіеда Π .

Можна довести, що, якщо G – довільна область, яка розташована в K^n , має об'єм V_G , то з попередніх міркувань випливає, що

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(G)}{N} = V_G.$$

Це співвідношення показує, що при достатньо великих N кількість точок послідовності, що належать G , пропорційна об'єму G : $S_N(G) \sim NV_G$.

Легко також довести, що проєкції точок р.р. послідовності на будь-яку m -вимірну грань куба K^n при $m < n$ утворюють р.р. послідовність в K^m .

Якщо точки Q_i з декартовими координатами $(q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$ є рівномірно розподіленою послідовністю в K^n (одичиний n -вимірний куб), то точки A_i з декартовими координатами $(\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,n})$, де при $j = 1, 2, \dots, n$

$$\alpha_{i,j} = a_j + (b_j - a_j) \cdot q_{i,j}, \quad (3.2)$$

є рівномірно розподіленою послідовністю в паралелепіеді Π (n -вимірний паралелепіед), що складається з точок $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, координати яких задовольняють нерівностям $a_j \leq \alpha_j \leq b_j$.

ЛПт-послідовність. Розглянемо довільну послідовність точок $P_0, P_1, \dots, P_i, \dots$, що належать K^n . Назвемо двійковою ділянкою цієї послідовності

безліч членів P_i з номерами i , що задовольняють нерівності вигляду:

$$K2^s \leq i < (k+1)2^s, \quad (k = 0, 1, 2, \dots; s = 1, 2, \dots). \quad (3.3)$$

Послідовність точок $P_0, P_1, \dots, P_i, \dots$ куба K^n називається ЛПт-послідовністю, якщо будь-який її двійковий відрізок, що містить не менш чим 2^{r+1} точок, є Пт-сіткою.

Назва "ЛПт-послідовність" з'явилася як скорочення фрази "послідовність, будь-яка двійкова ділянка якої є Пт-сітка".

Декартові координати $q_{i,j}$ для ЛПт-послідовності обчислюються за двома типами алгоритмів: вихідним та арифметичним.

За вихідним алгоритмом перед початком розрахунку потрібно замінити таблицю чисельників $(r_j^{(l)})$ таблицею напрямних чисел $(V_j^{(l)})$. Це здійснюється за такою залежністю

$$V_j^{(l)} = r_j^{(l)} 2^{-l}. \quad (3.4)$$

Далі, якщо в двійковій системі номер точки i записується у формі $i = e_m \dots e_2 e_1$, то всі декартові координати точки $Q_i = (q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$ розраховуються за єдиною формулою ($j = 1, 2, 3, \dots, n$)

$$q_{i,j} = e_1 V_j^{(1)} * e_2 V_j^{(2)} * \dots * e_m V_j^{(m)}, \quad (3.5)$$

де $*$ означає порозрядне додавання за модулем 2 у двійковій системі. У поданій формулі множити e_s на $V_j^{(s)}$ не потрібно: якщо $e_s = 1$, то відповідне значення $V_j^{(s)}$ увійде до формули, а якщо $e_s = 0$, то відповідне значення $V_j^{(s)}$ потрібно пропустити. Таким чином, для розрахунку потрібні тільки операції логіки.

Розглянемо варіант, коли декартові координати $q_{i,j}$ для ЛПт-послідовності обчислюються за арифметичним алгоритмом. Цей алгоритм

базується безпосередньо на розрахунках за таблицею чисельників $r_j^{(l)}$. За заданим номером точки i обчислюємо

$$m = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil, \quad (3.6)$$

а потім для кожного параметра j ($j = 1, 2, \dots, n$) обчислюємо координату

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2^{\{i^{-l}\}}] \cdot [2^{\{r_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}}] \right\}. \quad (3.7)$$

У останніх двох формулах $[Y]$ – ціла частина деякого числа Y , а $\{Y\}$ – дробова частина того ж числа.

На рис. 3.1 наведені приклади розподілення точок за законом ЛПт-послідовності у двовимірному просторі.

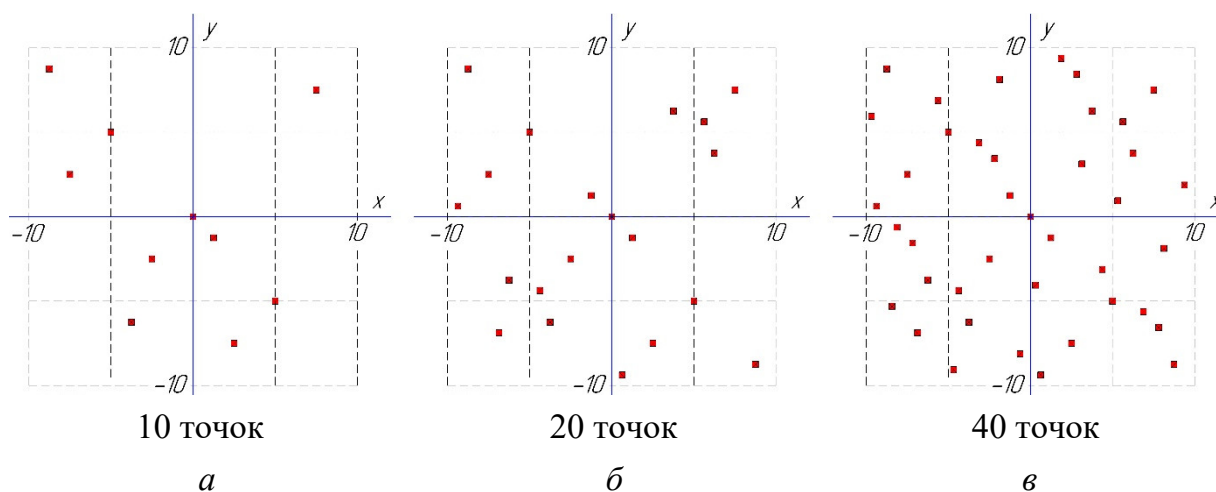


Рис. 3.1 – Приклади ЛПт-розподілення точок

Надалі будемо використовувати саме арифметичний алгоритм у зв'язку з відносною простотою його програмної реалізації.

3.3. Метод звуження околів

Використання методу звуження околів припускає поступове зменшення "радіусів куль" [80] у просторі параметрів. Існує декілька правил зменшення радіуса:

а) радіус (v_i) кулі зменшується шляхом віднімання числа (a) –
 $v_i = v_{i-1} - a, i = 1, 2, \dots;$

б) радіус кулі зменшується шляхом поділу на число $v_i = v_{i-1} / a, i = 1, 2, \dots$
Найбільш поширеним у математиці та техніці є випадок поділу пополам, так званий метод половинного поділу;

в) для зменшення радіуса використовується набір чисел Фібоначчі та деякі інші.

Для розв'язання даної задачі було обрано правило зменшення інтервала поділом на число. Це дає змогу при звуженні околів підібрати дільник за кожним параметром окремо.

При розв'язанні задачі проєктування тривальних коробок передач з оптимальними конструктивними параметрами було запропоновано звужувати окіл таких параметрів, як числа зубців та кути нахилу зубців у зачеплені, а окіл модулів залишати постійним. Це дає змогу не затискати пошук за всіма параметрами, а варіювати максимально можливо хоча б модулями, тим більш, що вони обмежені стандартним рядом. Також запропоновано згрупувати вказані параметри у дві групи:

– перша група: числа зубців – $z_{1,1}, z_{1,2} \dots z_{s,1}, z_{s,2};$

– друга група: кути нахилу – $\beta_1, \dots, \beta_s.$

Таке групування параметрів можливе завдяки їхньому однаковому вкладу в якість розв'язання у групі, бо вони є спорідненими. На кожний елемент групи накладаються однакові числові та функціональні обмеження, тому маємо можливість задавати один коефіцієнт звуження простору параметрів для всієї групи в цілому. Це дає змогу зменшити кількість дільників до двох значень, які позначимо Ω_1 та Ω_2 .

Таким чином, в задачі з'явилося ще два параметри: Ω_1 та Ω_2 .

У зв'язку з цим модифікуємо формули (2.11) та (2.12) для знаходження

кількості параметрів залежно від кількості передач у коробці передач, які були наведені у підрозділі 2.2.

При наявності прямої передачі

$$N = 6 + 3 \cdot (\Theta - 1), \quad (3.8)$$

а при її відсутності

$$N = 6 + 3 \cdot \Theta. \quad (3.9)$$

Вибір параметрів (Ω_1, Ω_2) буде здійснюватися також за псевдо випадковим законом розподілення (ЛПт-послідовність) [81]. Але у зв'язку з тим, що ЛПт-послідовність має обмеження на кількість рівномірно розподілених пробних точок (до 2^{20}), та, як було вказано раніше, вона вже є недостатньою, а кількість параметрів збільшилась, прийнято рішення вивести параметри (Ω_1, Ω_2) у зовнішню "оболонку" задачі. Таке накладення ЛПт-послідовності самої на себе дає змогу збільшувати кількість пробних точок.

Введені параметри проектування (Ω_1, Ω_2) також мають свої числові обмеження, вони повинні бути у межах від Ω_{\min} до Ω_{\max} . Цей діапазон, зважаючи на рекомендації [80], може бути від 1 до 10, максимальне значення якого залежить від швидкості збігу задачі.

Тоді обмеження можна записати у вигляді:

$$\Omega_{\min} \leq \Omega_1 \leq \Omega_{\max}; \quad \Omega_{\min} \leq \Omega_2 \leq \Omega_{\max}. \quad (3.10)$$

Кількість точок на цьому діапазоні обирається проектувальником самостійно і може дорівнювати до 2^{20} , зважаючи на потужності обчислювального комплексу.

Беручи до уваги все вище сказане, у цьому випадку кількість пробних точок у задачі може дорівнювати до $(2^{20})^2$. При недостатності і цієї кількості проектувальник може винести якийсь параметр в ще одну зовнішню оболонку алгоритму (рис. 3.2), і так далі. Залежно від кількості оболонок (Λ) алгоритму, кількість пробних точок (Γ) буде дорівнювати

$$\Gamma = (2^{20})^A. \quad (3.11)$$

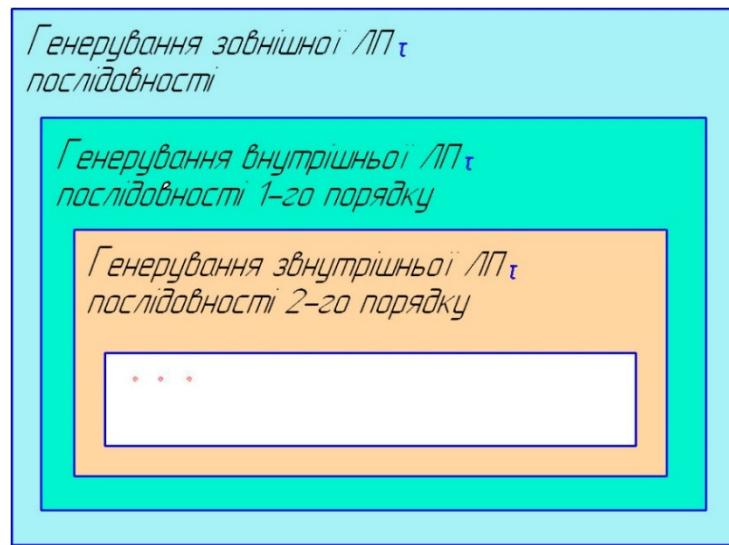


Рис. 3.2 – Схема побудови оболонок алгоритму

Висновки

1. Описано загальний підхід до розв'язання задачі та основні характеристики обраних методів. Метод ЛПт-пошуку дає змогу оперувати значною кількістю параметрів (до 51), але має обмеження на кількість пробних точок (до 2^{20}). Тому було запропоновано сумістити методи ЛПт-пошуку та звуження околів. Розв'язок знаходиться шляхом послідовного звуження n -вимірного паралелепіпеда параметрів відносно мінімального значення цільової функції, яке знаходиться сортуванням ЛПт-точок даного простору.

2. Розглянуто основні теоретичні викладки щодо ЛПт-пошуку, а саме наведено визначення та функціональні залежності для рівномірно-розподілених послідовностей, тобто – ЛПт-розподілення. Також наведено два види алгоритмів знаходження координат одиничного багатовимірного куба: вихідного та арифметичного.

3. Описано метод звуження околів, який припускає поступове зменшення "радіусів куль" у просторі параметрів. Для подальшого

використання у даній задачі було обрано правило зменшення інтервалу поділом на число.

Обрано змінні проєктування, околиці яких будуть звужуватися, а також запропоновано згрупувати ці параметри у дві групи: числа зубців та кути нахилу.

4. У зв'язку з появою додаткових параметрів проєктування скориговано функціональні вирази для знаходження кількості останніх залежно від кількості ступенів у коробці передач.

5. Запропоновано підхід до багаторівневого зондування простору параметрів проєктування. Виникаюче накладення ЛПт-послідовності самої на себе дає змогу збільшувати кількість пробних точок (Γ) залежно від кількості оболонок (Λ) алгоритму – $\Gamma = (2^{20})^\Lambda$.

Розділ 4

МЕТОДИКА ТА АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

4.1. Загальні положення

Як відомо, послідовність розв'язання будь-якої задачі [82–87] складається з таких етапів: введення вхідних даних, безпосередньо розв'язання задачі, отримання результатів, проведення перевірки та аналіз отриманих результатів (рис. 4.1).

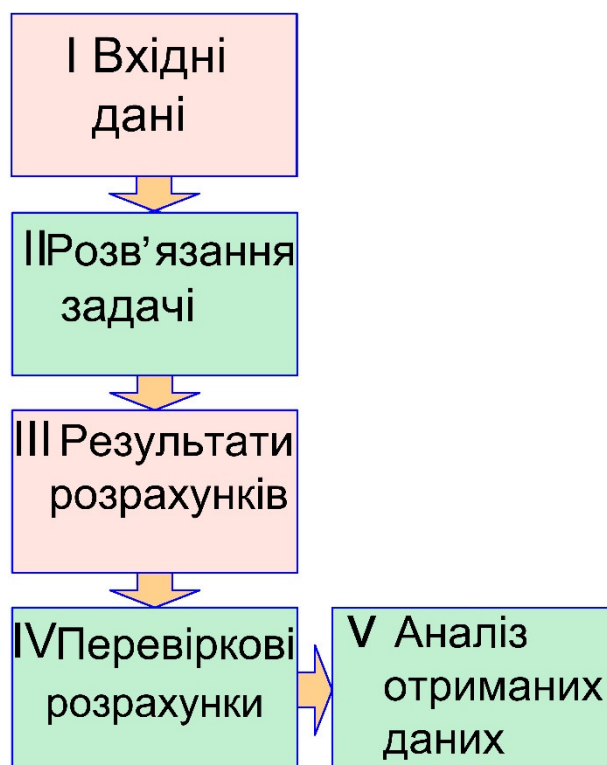


Рис. 4.1 – Загальна схема розв'язання задачі

Доповнимо та розвинемо цей алгоритм, зважаючи на особливості задачі оптимізації та обраних методів розв'язання для наведеної тематики роботи [88].

Схема запропонованого оптимізаційного алгоритму з врахуванням запропонованого у розділі 3 суміщення методів пошуку розв'язків проілюстрована на рис. 4.2.

4.2. Функціонування алгоритму

Функціонування алгоритму оптимізації (рис. 4.2) проходить у розглянутій нижче послідовності.



Рис. 4.2 – Схема запропонованого алгоритму оптимізації

4.2.1. Вхідні дані

Зважаючи на обставини та потреби при проектуванні нової коробки передач можна виділити два концептуальних шляхи процедури оптимізації (рис. 4.3).

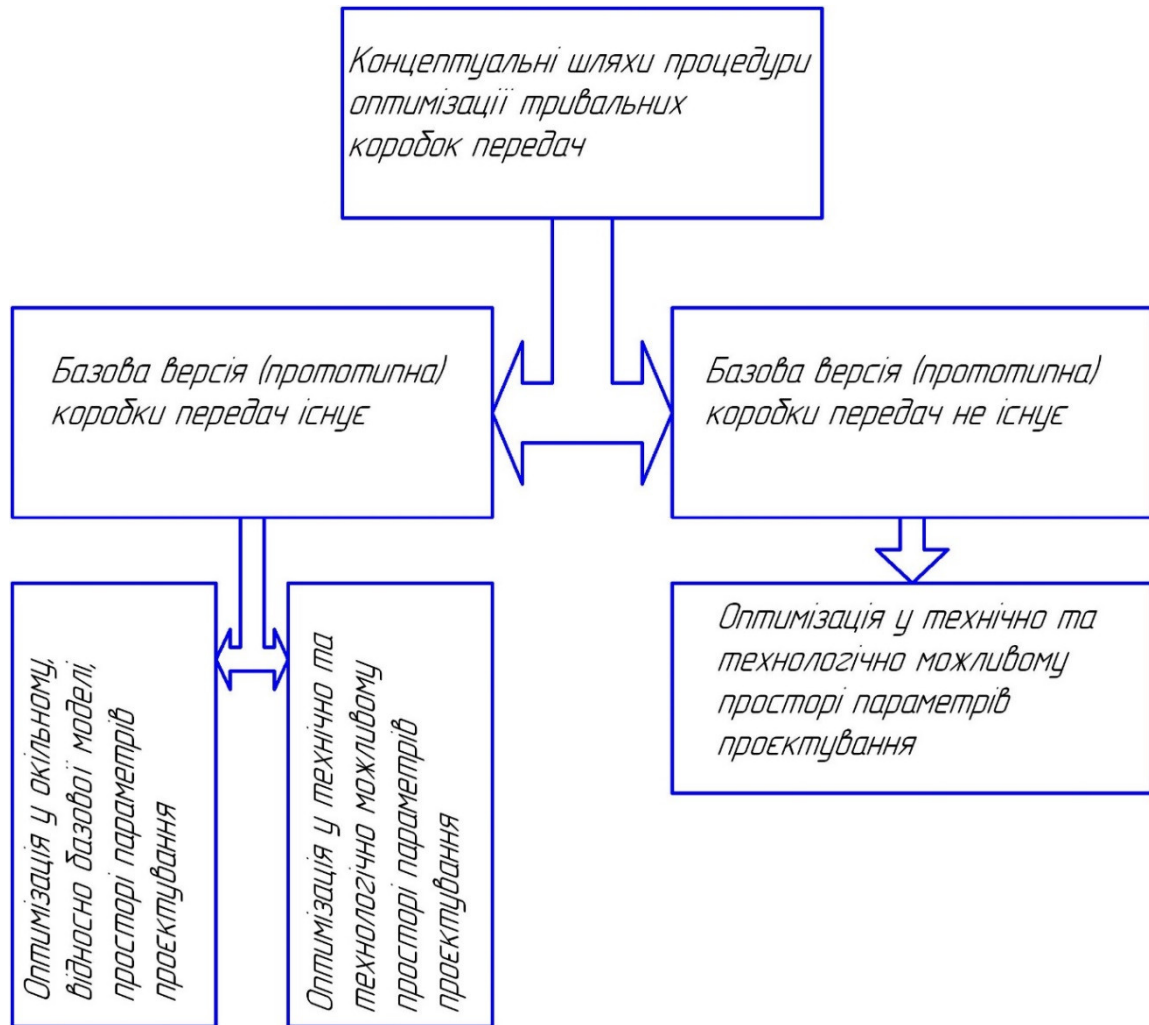


Рис. 4.3 – Концептуальні шляхи процедури оптимізації

Перший, оптимізація вже існуючої коробки передач. Цей шлях обумовлено тими факторами, що раніше було дуже складно проводити розв’язання задач оптимізації високої складності. Це спричинено відсутністю на той час швидкодіючих алгоритмів оптимізації, що не потребують ручної перевірки, та потужностей електронно-обчислювальної техніки, тому проєктувальник оперував здобутками попередників, деякими підходами і власними досвідом та інтуїцією. В границях цього шляху є можливість розв’язувати задачу оптимізації за двома підходами: оптимізація у просторі параметрів змінних проєктування, що обмежується границями технічних та технологічних можливостей виробництва, а також оптимізація у просторі параметрів змінних проєктування, що є окільним відносно прототипної коробки передач.

Другий, оптимальне проектування нового зразка коробки передач. Як зрозуміло, оптимізація на даному шляху проводиться виключно у просторі параметрів змінних проектування, що обмежується границями технічних та технологічних можливостей виробництва та вимог до самої коробки передач.

Зважаючи на шлях оптимізації, проектувальник обирає ті чи інші вхідні дані (параметри базової коробки передач чи вхідні дані для проектування нової коробки передач). Вони обираються ним залежно від різних особливостей тієї чи іншої конструкції тривальних коробок передач, технологічних та технічних обмежень, наявності чи відсутності базових варіантів конструкції коробок передач, вимог, що висуваються до майбутньої конструкції та інших факторів.

У даному алгоритмі прийняті такі вхідні дані.

Числові обмеження на змінні проектування:

- m_μ – модулі зубчастих зачеплень повинні набувати конкретних значень, що належать вказаному вище ряду, який відповідає найбільш поширеним значенням у машинобудуванні;
- $z_{\mu,k\min}$ та $z_{\mu,k\max}$ – мінімальне та максимальне значення чисел зубців для усіх зубчастих коліс коробки передач, мінімальне значення відповідає середньому куту нахилу зубців у зачепленнях при відсутності підрізання, максимальне – конструктивними та технологічними міркуваннями;
- $\beta_{\mu\min}$ та $\beta_{\mu\max}$ – мінімальне та максимальне значення кутів нахилу зубців у зачепленнях коробки передач, мінімальне значення відповідає куту нахилу зубців, нижче якого косозубе зачеплення не має переваг від прямозубого, максимальне – з технічних та технологічних міркувань;
- $\Omega_{1\min} = \Omega_{2\min}$ та $\Omega_{1\max} = \Omega_{2\max}$ – мінімальне та максимальне значення дільників звуження околів за такими параметрами, як числа зубців та кути нахилу зубців у зачепленнях відповідно, значення обираються проектувальником, зважаючи на досвід розв'язання аналогічних задач.

Далі йдуть *вхідні дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам:*

- $T_{\text{вх}}$ – обертальний момент на вхідному валу коробки передач; для загального випадку розрахунковий момент на елементі трансмісії [89] визначається з врахуванням параметру (λ), що відображає, яка частина потужності передає даний елемент трансмісії (при 100 % $\lambda = 1$, що відповідає вхідному валу коробки передач), коефіцієнту (γ), що враховує можливу циркуляцію потужності (при відсутності циркуляції $\gamma = 1$, що відповідає вхідному валу коробки передач), середнього коефіцієнта використання двигуна ($k_{\text{вд}}$, коливається у межах від 0,5 до 0,8), максимального вільного обертового моменту енергетичної установки ($T_{\text{вільнmax}}$), передавального відношення трансмісії до деталі (i_T), коефіцієнта корисної дії трансмісії до деталі (η_T) за такою формулою:

$$T_{\text{вх}} = \lambda \cdot \gamma \cdot k_{\text{вд}} \cdot T_{\text{вільнmax}} \cdot i_T \cdot \eta_T ; \quad (4.1)$$

- $HB_{\mu}, HR_{\text{сш}}, H_{\text{вш}}$ – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень відповідно за Бринелем, Роквелом та Віккерсом;
- $n_{\text{вх}}$ – оберти вхідного вала;
- $i_{\text{кпj}}$ – передавальні відношення на передачах;
- ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень – 6...9;
- t_j – час роботи автомобіля на передачах, який визначається за загальним ресурсом t_{Σ} та відносним часом роботи машини на передачах ζ_j у відсотках

$$t_j = \frac{t_{\Sigma} \zeta_j}{100} ; \quad (4.2)$$

- $\rho_{\text{зк}}, \rho_{\text{вал}}, \rho_{\text{кар}}$, кг/мм^3 – густина матеріалів, з яких виготовлено відповідно зубчасті колеса, вали коробки та картер коробки передач;

- $F_{\beta\mu}$ – допуск на напрям зубця;
- $f_{pb\mu}$ – граничне відхилення кроку зачеплення;
- $[\tau_k]$ – напруження при скручуванні валів, що допускається;
- $\sigma_{F\lim\mu}$ – границя витривалості зубців при згині;
- $[\gamma_\Sigma]$ – граничне відхилення при прогині вала;
- L_1, L_{q+1} – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень;
- $L_2 - L_q$ – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);
- $h_{\text{додат}}$ – значення, що враховує величину зазору між колесом та дном картера, а також простір, необхідний для розміщення механізму перемикування передач;
- $s_{\text{додат}}$ – значення, що враховує величину зазору між колесом та стінками картера;
- $l_{\text{вх.вал}}$ та $l_{\text{вих.вал}}$ – відповідно довжини вхідного та вихідного валів;
- e_1, \dots, e_4 – товщини стінок картера;
- $\sum_{j=1}^y M_{\text{син.ж}}$ – сумарна маса усіх синхронізаторів у коробці передач, y – кількість синхронізаторів у коробці передач;
- $\sum_{r=1}^g M_{\text{підш.р}}$ – сумарна маса усіх підшипників у коробці передач, g – кількість підшипників у коробці передач;
- $\Delta i_{\text{кп}}$ – допустима похибка на передавальні відношення коробки передач.

4.2.2. Генерування рівномірно розподіленої ЛПт-послідовності зовнішньої оболонки алгоритму

Після того як було задано вхідні дані, в першу чергу проводиться **генерування ЛПт-послідовності** для зондування двовимірного простору у

координатах коефіцієнтів звуження параметрів (Ω_1, Ω_2) [81]. Паралелепіпед обмежується відповідними граничними значеннями ($\Omega_{1\min}, \Omega_{2\min}, \Omega_{1\max}, \Omega_{2\max}$), що обираються проєктувальником. Кількість пробних точок (i) може досягати 2^{20} залежно від потужностей комп'ютера.

Схема вибору координат (Ω_1, Ω_2) точок ЛПТ-послідовності виглядає наступним чином:

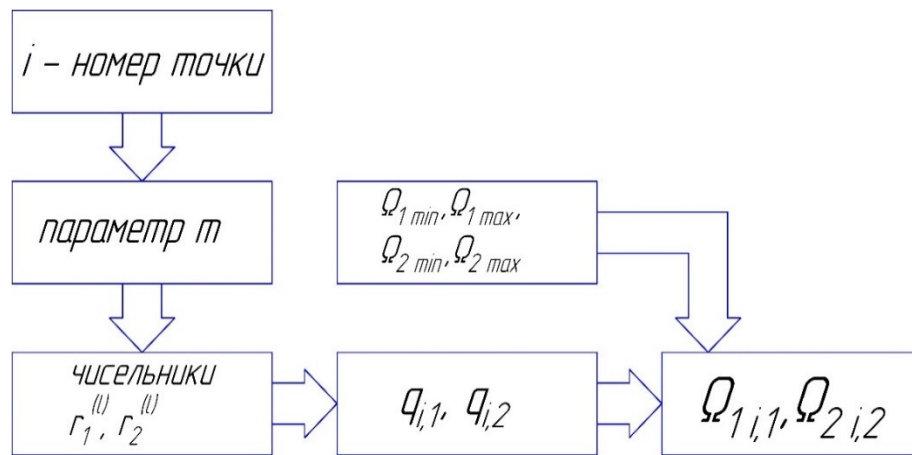


Рис. 4.4 – Схема вибору координат Ω_1, Ω_2

Спочатку за заданим номером точки i обчислюється параметр (3.6) $m = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil$, а потім для кожного параметра j ($j = 1, 2$) обчислюємо координату з врахуванням відповідних значень чисельників (3.7):

$$q_{i,1} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2^{\{i^{-l}\}}] \cdot [2^{\{r_1^{(l)}\}} 2^{k-1-l}] \right\}; \quad (4.3)$$

$$q_{i,2} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2^{\{i^{-l}\}}] \cdot [2^{\{r_2^{(l)}\}} 2^{k-1-l}] \right\}.$$

Вибір координат точок проводиться у відповідності до (3.2) за залежностями:

$$\begin{aligned} \Omega_{1,i,1} &= \Omega_{1\min} + (\Omega_{1\max} - \Omega_{1\min}) \cdot q_{i,1}; \\ \Omega_{2,i,2} &= \Omega_{2\min} + (\Omega_{2\max} - \Omega_{2\min}) \cdot q_{i,2}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Для кожної точки проводяться обчислення внутрішнього кола алгоритму, особливості якого наведено нижче відповідно до блоків.

4.2.3. Функціонування внутрішньої оболонки алгоритму

4.2.3.1. Генерування ЛПт-послідовності у просторі параметрів "модулі – числа зубців – кути нахилу зубців" (m, z, β)

Розглянемо групу модулів. Особливістю цієї групи є те, що вони повинні набувати стандартних (фіксованих) значень. Вибір модулів зі стандартного ряду [88] пропонується здійснювати шляхом збільшення координати $q_{i,j}$ на порядок з наступним математичним округленням до цілого значення. За отриманим числом (порядковим номером) обираємо модуль з ряду. Тому що $q_{i,j}$ може набувати значення від 0 до 1, було обрано для подальших розрахунків ряд з 11 найбільш вживаних у автомобілебудуванні модулів: $A = (2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6)$.

Обґрунтуємо можливість подібних дій. Відзначимо, що для математики ЛПт-пошук є теорією із застиглою системою принципів [90] (рис. 4.5, а), з іншого боку, можна нагадати теорему Геделя [91–93] про неповноту формальних систем і його критику, які стверджують, що несуперечливість арифметики не може бути доведена засобами, що формалізовані в ній, тобто власне фінітними засобами. Формування математичних моделей є полем діяльності не тільки виключно "чистої" математики, але і її прикладного аспекту в механіці. Отже, з погляду математики ЛПт-пошук – застигла система [94–96], а як інструмент для розв'язання представленої задачі він таким не є. Тому ми можемо поміняти місцями логічні блоки [97–99] (рис. 4.5, б). Тобто дії з вибору координат точок можуть бути проілюстровані таким чином.

Запропонований підхід можна проілюструвати таким прикладом. Розглянемо двовимірний простір G , у якому дана послідовність точок $M(A, B)$ (рис. 4.6, а), що являє собою ЛПт-розподілення. За постановкою задачі, наприклад, координати точки $M(A, B)$ мають бути цілими значеннями. За

стандартною схемою спочатку обирається потрібна точка (рис. 4.6, б), потім значення її координат корегується (округлення до цілого значення (рис. 4.6, в)).

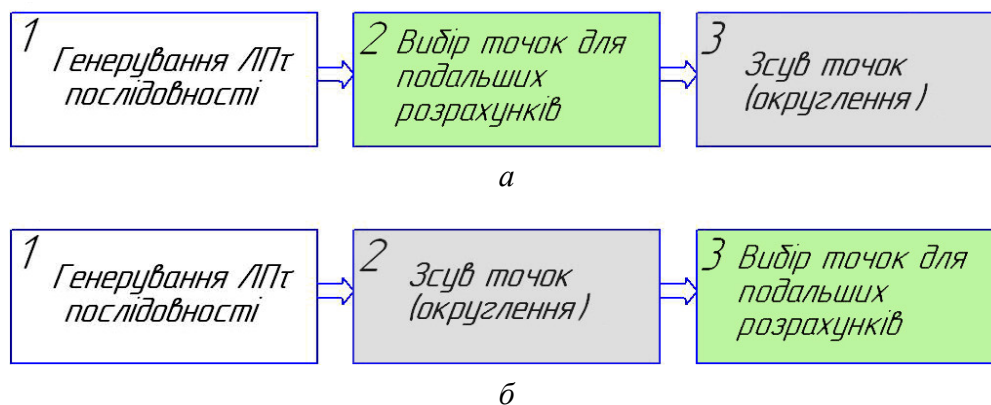


Рис. 4.5 – Заміна послідовності логічних операцій:
a – загально прийнята послідовність; *б* – запропонована послідовність після заміни послідовності логічних операцій

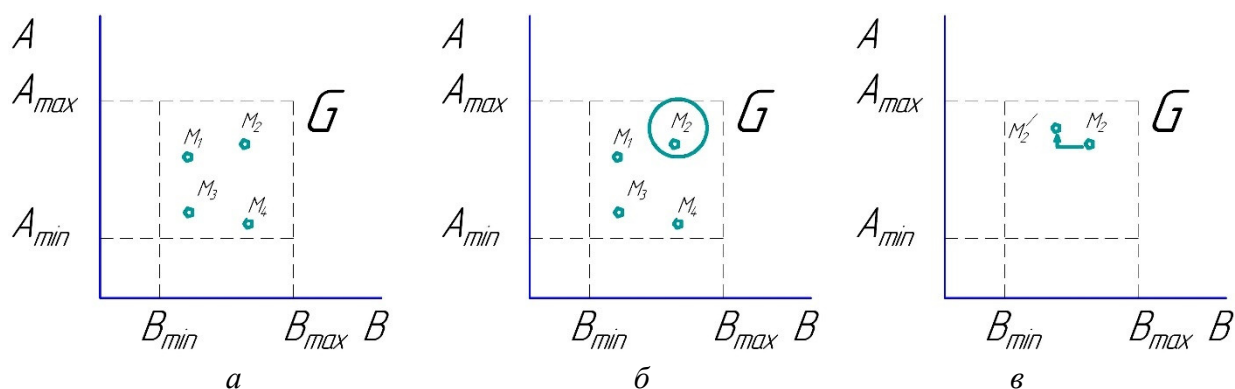


Рис. 4.6 – Традиційна послідовність ЛПТ-пошуку

Але ніщо не заважає, за законами математичної логіки [100, 101], спочатку провести коригування координат усіх точок (рис. 4.7, б), а потім обрати потрібну за певним критерієм (рис. 4.7, в).

Прийmemo *J* – порядковий номер параметра. Тоді

$$q_{i,J} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2^{\{i^{-l}\}}] \cdot [2^{\{r_J^{(l)}\}} 2^{k-1-l}] \right\}; \tag{4.5}$$

$$m_{n_{i,J}} = m_{n_{i,J}} (\text{Round}(\Xi \cdot q_{i,J})) \in A, (J = 1, \dots, s),$$

де Ξ – кількість значень модулів в обраному ряді.

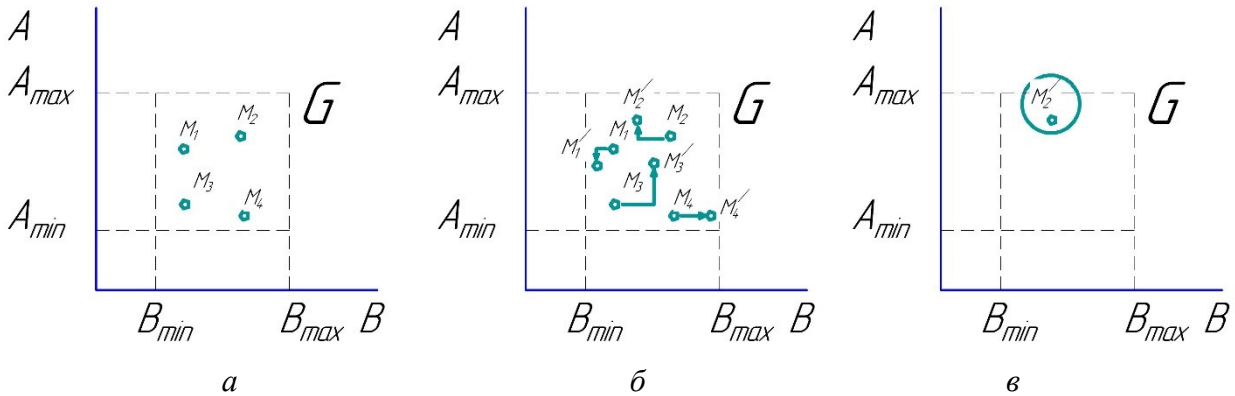


Рис. 4.7 – Запропонована послідовність ЛПт-пошуку

Операція знаходження модулів може бути проілюстрована такою схемою (рис. 4.8).

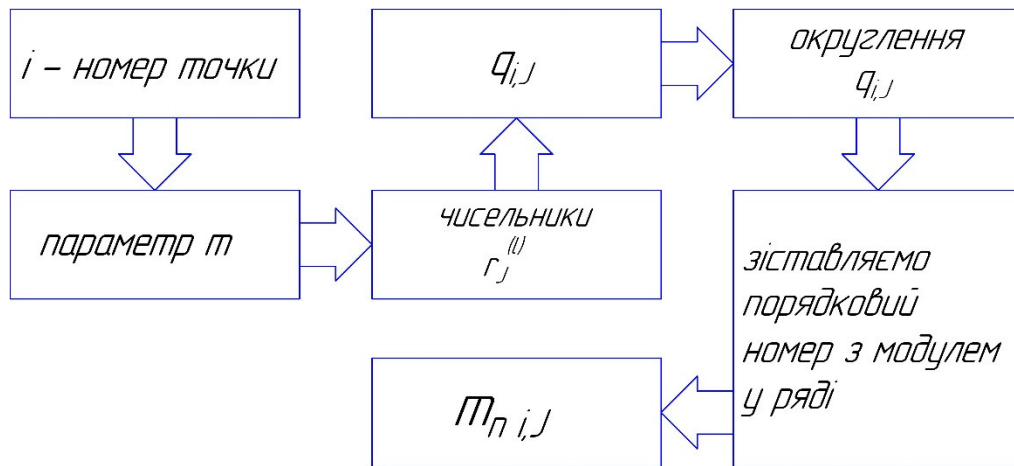


Рис. 4.8 – Схема вибору координат модулів

Наступна група параметрів – числа зубців коліс. Вони повинні набувати тільки цілих значень, на відміну від координат, отриманих за ЛПт-послідовністю. Застосування математичного округлення на ці параметри дає змогу уникнути цієї проблеми, пробні точки зсуваються за відповідними координатами. Можливість застосування математичного округлення у даній послідовності розрахунків було розкрито для попередньої групи параметрів [88, 90].

Деякі з параметрів ($z_{2,2}, z_{3,2}, \dots, z_{s,2}$) будемо розраховувати через інші у відповідності до конструкції тривальних коробок передач (2.10), що суттєво зменшить кількість параметрів, які варіюються. Це також дає змогу забезпечити наперед задані передавальні відношення коробки передач для кожної передачі (у межах похибки, що допускається).

Схема вибору координат пробних точок за цією групою параметрів наведено на рис. 4.9.

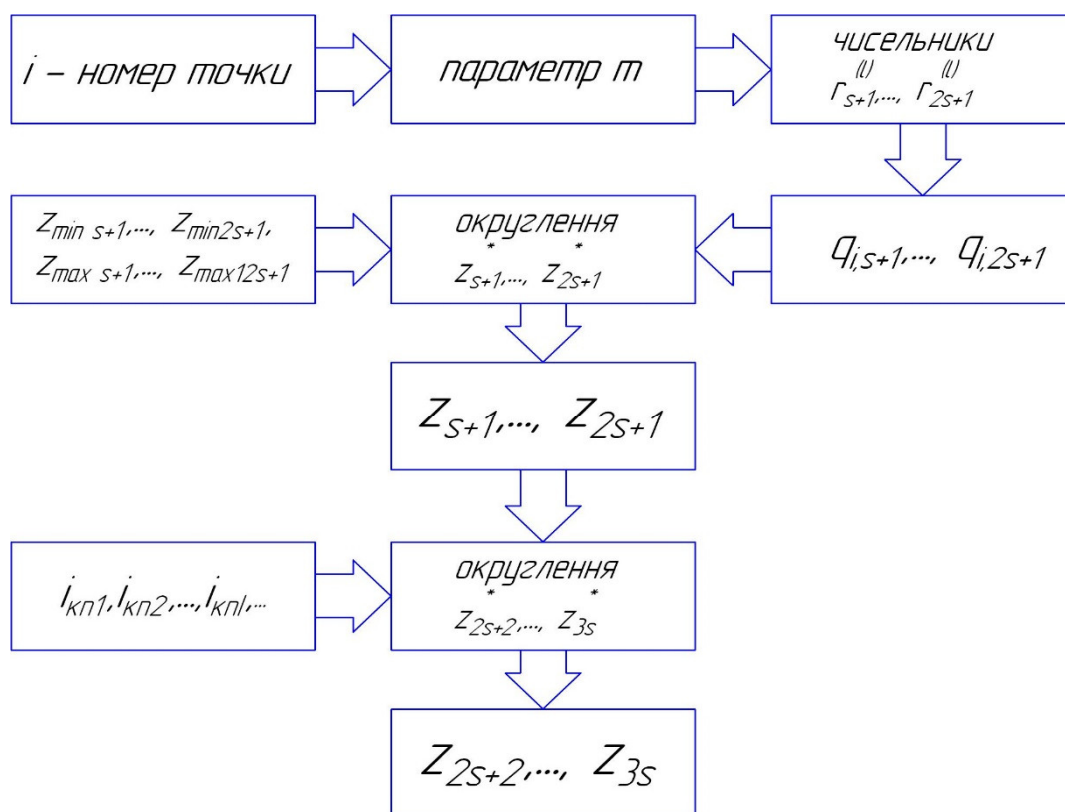


Рис. 4.9 – Схема вибору координат чисел зубців:

z^* – розрахункові за ЛПт-последовністю (дробові) значення чисел зубців

Значення координат обчислюються за залежністю:

$$q_{i,J} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2\{i^{-l}\}] \cdot [2\{r_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}] \right\}, \quad (J = s+1, \dots, 2s+1). \quad (4.6)$$

На підставі (3.2) та умови (2.10) маємо:

$$\begin{aligned}
z_{1,1i,s+1} &= \text{Round}\left(z_{1,1\min s+1} + \left(z_{1,1\max s+1} - z_{1,1\min s+1}\right) \cdot q_{i,s+1}\right); \\
z_{1,2i,s+2} &= \text{Round}\left(z_{1,2\min s+2} + \left(z_{1,2\max s+2} - z_{1,2\min s+2}\right) \cdot q_{i,s+2}\right); \\
z_{n,1i,J} &= \text{Round}\left(z_{n,1\min J} + \left(z_{n,1\max J} - z_{n,1\min J}\right) \cdot q_{i,J}\right), \\
&\quad (n = 2, \dots, s; J = s+3, \dots, 2s+1); \\
z_{n,2i,J} &= \text{Round}\left(i_{knl} \frac{z_{1,1i} \cdot z_{n,1i}}{z_{1,2i}}\right), \\
&\quad (n = 2, \dots, s; J = 2s+2, \dots, 3s),
\end{aligned} \tag{4.7}$$

де I – номер передавального відношення коробки передач.

Координати точок, що відповідають параметрам кутів нахилу зубців у зачепленні (рис. 4.10), знаходимо у відповідності до (3.7, 3.2) за такими залежностями:

$$\begin{aligned}
q_{i,J} &= \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m [2\{i^{-l}\}] \cdot [2\{r_j^{(l)} 2^{k-1-l}\}] \right\}; \\
\beta_{ni,J} &= \beta_{1\min J} + (\beta_{1\max J} - \beta_{1\min J}) \cdot q_{i,J}, \quad (J = 3s+1, \dots, 4s).
\end{aligned} \tag{4.8}$$

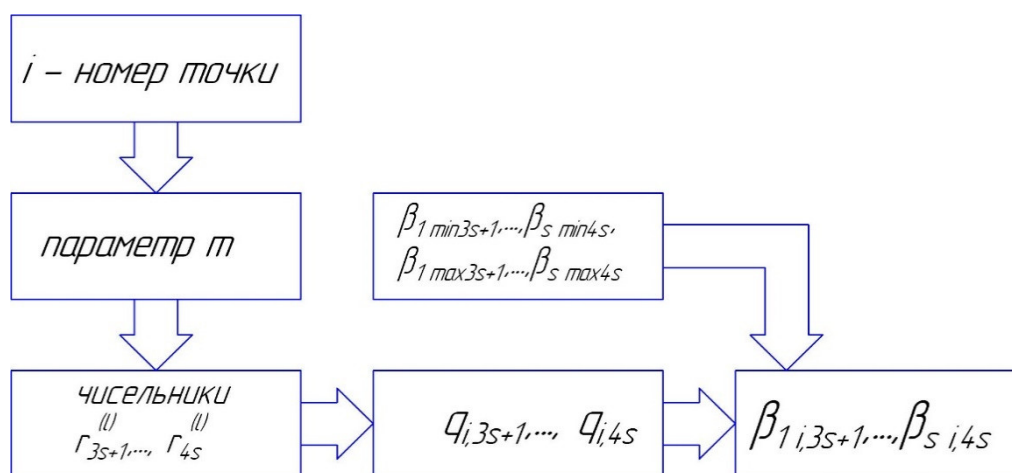


Рис. 4.10 – Схема вибору координат кутів нахилу

Наступним етапом у внутрішньому колі алгоритму оптимізації є перевірка обмежень. Розглянемо цей етап детальніше.

4.2.3.2. Перевірка обмежень

Перевірка обмежень на змінні проєктування (пробні точки) здійснюється у послідовності, що дає змогу зменшити загальний час оптимізації за рахунок своєчасного відсіву пробних точок, які не відповідають ряду вимог. Пробна точка проходить послідовно перевірку за числовими та функціональними обмеженнями рівності та нерівності, і якщо вона не задовольняє на певному етапі якусь вимогу, то відкидається, а послідовну перевірку починає наступна точка.

Тоді загальна схема перевірки для однієї точки може бути подана у вигляді рис. 4.11.

Наведену послідовність проходження перевірки обмежень пробною точкою було обрано з урахуванням обсягу математичних обчислень. Якщо точка не задовольняє малі за обсягом математичних обчислень умови, то вона відкидається і не витрачається час на перевірку великих за обсягом математичних обчислень умов.

Розглянемо більш детально цю послідовність, взявши за основу обмеження, розглянуті у розділі 2.3.

Першою проводиться перевірка за вимогою **габаритного співвідношення зубчастих коліс** (2.56). Вона може здійснюватися за передавальним відношенням зубчастого зачеплення, яке не повинне перевищувати певне максимальне значення. Ця умова вводиться з міркувань реалізації ряду конструкторських та технологічних вимог. Якщо пробна точка не задовольняє цьому обмеженню, то вона відкидається, в іншому випадку вона переходить на наступний етап перевірки. У зв'язку з тим, що деякі параметри проєктування, а саме числа зубців коліс $(z_{2,2}, z_{3,2}, \dots, z_{s,2})$ розраховуються за (4.7) залежно від інших параметрів (m, z, β) , вони повинні відповідати вимогам до параметрів m, z, β . Як було зазначено у попередніх розділах, **числа зубців коліс повинні бути у границях, що обмежені верхнім та нижнім значенням з міркувань технології виготовлення**. Таким чином, можна записати наступне обмеження, що проходить пробна точка:

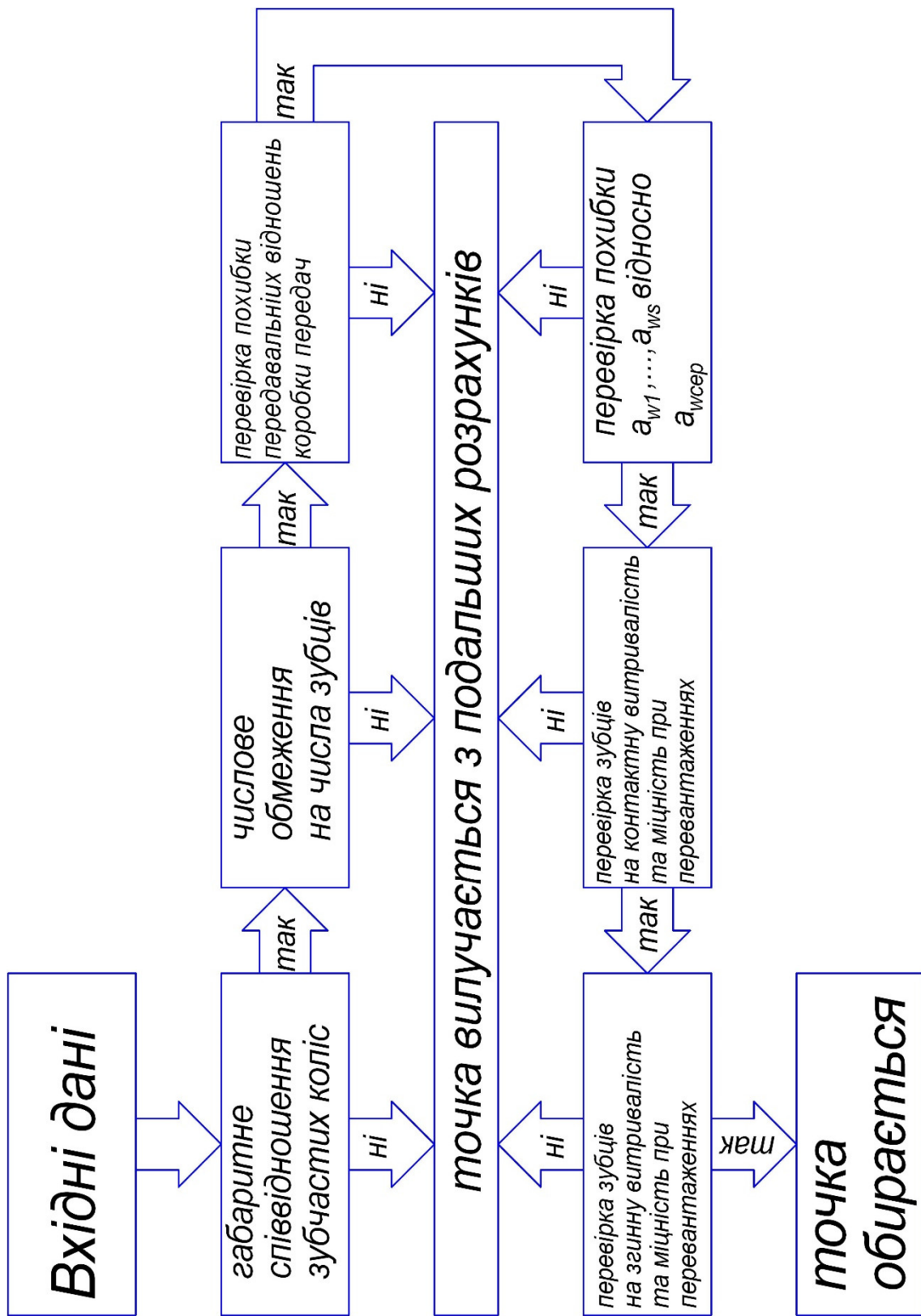


Рис. 4.11 – Схема перевірки однієї точки

$$z_{\min} \leq z_{\mu,2i,J} \leq z_{\max}, (\mu = 2, \dots, s; J = 2s+2, \dots, 3s). \quad (4.8)$$

Наступним етапом є **перевірка похибки передавальних відношень** коробки передач ($\Delta i_{\text{кп}}$), що одержуються за значеннями чисел зубців, відносно заданих при проектуванні. Оскільки деякі числа зубців коліс ($z_{2,2}, z_{3,2}, \dots, z_{s,2}$) розраховуються залежно від інших z та заданих передавальних відношень коробки передач, то обчислені передавальні відношення вписуються у похибку до двох-трьох відсотків (похибка виникає в результаті математичного округлення до цілого значення чисел зубців). Як максимальне значення похибки було рекомендовано – $\Delta i_{\text{кп}} = 5\%$. Формули, що дають змогу перевірити це обмеження, матимуть вигляд:

$$i_{\text{кп}}^{\text{розр}} \leq i_{\text{кп}} \left(1 + \frac{\Delta i_{\text{кп}}}{100} \right); \quad i_{\text{кп}}^{\text{розр}} \geq i_{\text{кп}} \left(1 - \frac{\Delta i_{\text{кп}}}{100} \right), \quad (\mu = 2, \dots, s). \quad (4.9)$$

Розрахункові значення передавальних відношень коробки передач $i_{\text{кп}}^{\text{розр}}$ знаходяться за залежністю:

$$i_{\text{кп}}^{\text{розр}} = \left(\frac{z_{1,2i,s+2}}{z_{1,1i,s+1}} \right) \left(\frac{z_{\mu,2i,J}}{z_{\mu,1i,J}} \right), \quad (\mu = 2, \dots, s). \quad (4.10)$$

Точка, що не задовольняє цьому обмеженню, відкидається, а та, що задовольняє обмеженню, переходить на наступний етап перевірки **похибки міжосьових відстаней**.

Це обмеження виникає у зв'язку з тим, що на тривальну коробку передач з співвісними вхідним та вихідним валами накладено конструктивне обмеження ($a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{ws}$) – рівність міжосьових відстаней для кожного зубчастого зачеплення. Але всі міжосьові відстані при даній постановці задачі визначаються через дискретні значення параметрів проектування, тому постало питання "бази" для обчислення похибки. Так, можна порівнювати всі

міжосьові відстані з якоюсь одною (наприклад, постійне зачеплення), і тоді всі похибки обчислювати відносно неї; також можливо порівнювати міжосьові відстані одну з одною послідовно. Було запропоновано як базову прийняти середню міжосьову відстань $a_{wсер}$, а похибки міжосьових відстаней інших зачеплень обчислювати відносно неї. У математичному записі це можна подати у вигляді нерівностей:

$$\begin{aligned}
 a_{wсер} \left(1 + \frac{\Delta a_w}{100} \right) &\geq 0,5 \cdot m_{\mu_i, J} \cdot (z_{\mu, 1, i, J} + z_{\mu, 2, i, J}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_{\mu_i, J})}; \\
 a_{wсер} \left(1 - \frac{\Delta a_w}{100} \right) &\leq 0,5 \cdot m_{\mu_i, J} \cdot (z_{\mu, 1, i, J} + z_{n, 2, i, J}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_{\mu_i, J})}, \\
 &(\mu = 1, \dots, s).
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Наступний крок перевірки пробної точки – **перевірковий розрахунок зубців зачеплень на контактну витривалість та міцність при перевантаженнях**. Ці розрахунки також здійснюються послідовно для кожного зубчастого зачеплення коробки передач, з можливістю скорішого вилучення непридатних точок. Розрахунок на контактну витривалість проводиться за стандартною перевірковою методикою, але з деякими відмінностями, що дає змогу спростити розрахунки та компенсувати нестачу деяких даних на цьому етапі проектування коробки передач. Також зазначимо, що розрахунок наведено для зубчастих зачеплень з певними видами хіміко-термічної обробки: азотування, нітроцементування та цементування.

Розглянемо запропоновану загальну послідовність перевірки цього обмеження.

Колова швидкість на ділільному циліндрі для першого зачеплення (v_1)

$$v_1 = \left(\frac{\pi \cdot n_{BX}}{30} \right) \left(\frac{m_{1,1} \cdot z_{1,1, s+1}}{\cos(\beta_{1,3s+1})} \right) \frac{1}{2}. \tag{4.12}$$

Для наступних зачеплень:

$$v_{\mu} = \left(\frac{\pi \cdot n_{\text{BX}}}{30} \right) \left(\frac{m_{\mu_i, J} \cdot z_{\mu, 1, i, J}}{\cos(\beta_{\mu_i, J})} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{z_{1, 1, i, s+1}}{z_{1, 2, i, s+2}} \right), (\mu = 2, \dots, s). \quad (4.13)$$

Базове число циклів навантажень $N_{H \text{lim}}$, що відповідають границі витривалості:

$$N_{H \text{lim}, \mu, k} = 30 H_{HB, \mu, k}^{2.4} \leq 120 \cdot 10^6, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.14)$$

Число циклів напружень N_K у відповідності до заданого терміну роботи:

– для постійного зачеплення

$$\begin{aligned} N_{K1,1} &= 60 n_{\text{BX}} \cdot (t_{\Sigma}); \\ N_{K1,2} &= 60 n_{\text{BX}} \cdot \left(\frac{z_{1, 2, i, s+2}}{z_{1, 1, i, s+1}} \right) (t_{\Sigma}); \end{aligned} \quad (4.15)$$

– для інших зачеплень

$$\begin{aligned} N_{K\mu,1} &= 60 n_{\text{BX}} \cdot \left(\frac{z_{1, 2, i, s+2}}{z_{1, 1, i, s+1}} \right) (t_j); \\ N_{K\mu,2} &= 60 n_{\text{BX}} \cdot \left(\frac{z_{1, 2, i, s+2}}{z_{1, 1, i, s+1}} \right) \left(\frac{z_{\mu, 2, i, J}}{z_{\mu, 1, i, J}} \right) (t_j), (\mu = 2, \dots, s). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Коефіцієнт довговічності Z_N :

$$Z_{N\mu, k} = q_H \sqrt{\frac{N_{H \text{lim}, \mu, k}}{N_{K\mu, k}}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.17)$$

Показник степеня кривої контактної витривалості $q_H = 6$ при $N_{K\mu, k} \leq N_{H \text{lim}, \mu, k}$. При $N_{K\mu, k} > N_{H \text{lim}, \mu, k}$ згідно з рекомендаціями ГОСТ 21354-

87 враховуємо слабкий нахил правої ділянки кривої контактної витривалості, тобто $q_H = 20$.

Коефіцієнт Z_R , що враховує шорсткість спряжених поверхонь зубців (традиційно для автомобільних коробок передач прийнято виконувати обробку зубців з параметром шорсткості $R_a = 2,5 \dots 1,25$ для усіх зачеплень):

$$Z_{R\mu,k} = 0,95, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.18)$$

Коефіцієнт Z_v , що враховує колову швидкість (при твердості поверхні зубців $H_{\mu,k} > 350HV$ для усіх зачеплень):

$$Z_{v\mu,k} = 0,95 v_{\mu}^{0,05}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.19)$$

Коефіцієнт Z_L , що враховує вплив мащення:

$$Z_{L\mu,k} = 1, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.20)$$

Коефіцієнт Z_X , що враховує розмір зубчастих коліс (при $d \leq 700$ мм для усіх зачеплень, що відповідає габаритам коробок передач переважної більшості автомобілів):

$$Z_{X\mu,k} = 1, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.21)$$

Коефіцієнт запасу міцності S_H для коліс з поверхневим зміцненням активних поверхонь зубців:

$$S_{H\mu,k} = 1,2, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.22)$$

Границя контактної витривалості $\sigma_{H\lim}$ (для цементування та нітроцементування):

$$\sigma_{H\lim\mu,k} = 23HR_c, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.23)$$

Напруження, що допускаються σ_{HF} , визначають роздільно для шестерні та колеса за формулою:

$$\sigma_{HP\mu,k} = \frac{\sigma_{H\lim\mu,k} \cdot Z_{N\mu,k}}{S_{H\mu,k}} Z_{R\mu,k} Z_{v\mu,k} Z_{L\mu,k} Z_{X\mu,k}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.24)$$

Напруження, яке з'являється з розрахунковим, приймають:

$$\sigma_{HP\mu} = 0,45(\sigma_{HP\mu,1} + \sigma_{HP\mu,2}), (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.25)$$

Дільний кут зачеплення у торцевому перетині α_t :

$$\alpha_{t\mu} = \arctg \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{\cos \beta_{\mu_i,j}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.26)$$

Кут зачеплення початковий α_{tw} (при сумарному коефіцієнті зміщення $x_\Sigma = 0$ для усіх зачеплень):

$$\operatorname{inv} \alpha_{tw\mu} = \operatorname{inv} \alpha_{t\mu}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.27)$$

Основний кут нахилу зубців β_b :

$$\beta_{b\mu} = \arcsin(\sin \beta_{\mu_i,j} \cdot \cos 20^\circ), (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.28)$$

Коефіцієнт Z_H , що враховує форму поверхонь зубців, обчислюється за формулою:

$$Z_{H\mu} = \frac{1}{\cos \alpha_{t\mu}} \sqrt{\frac{2 \cos \beta_{b\mu}}{\operatorname{tg} \alpha_{tw\mu}}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.29)$$

Коефіцієнт Z_E , що враховує механічні властивості матеріалів зубчастих коліс, (для сталі при модулі пружності $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа):

$$Z_{E\mu} = 190, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.30)$$

Коефіцієнт перекриття ε_α будемо знаходити за залежністю (що правдива для стандартного похідного контуру при $x_\Sigma = 0$):

$$\varepsilon_{\alpha\mu} = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_{\mu,1i,j}} + \frac{1}{z_{\mu,2i,j}} \right) \cos \beta_{b\mu}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.31)$$

Коефіцієнт Z_ε , що враховує сумарну довжину контактних ліній, для косозубих та шевронних передач обчислюється за формулою (при $\varepsilon_\beta \geq 1$ для усіх зачеплень):

$$Z_{\varepsilon\mu} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha\mu}}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.32)$$

Коефіцієнт $K_{H\beta}$, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця, рекомендовано прийняти на початковому етапі рівним деякому середньому значенню:

$$K_{H\beta\mu} = 1,1, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.33)$$

Коефіцієнт $K_{H\alpha}$, що враховує розподілення навантаження між зубцями, для косозубих та шевронних передач на першому етапі розраховується за рекомендованою у [102] формулою, що дає досить якісний результат:

$$K_{H\alpha\mu} = 1 + 0,0025 \cdot (0,17 \cdot n_{ст\mu})^4 \cdot v_\mu + 0,02 \cdot (n_{ст\mu} - 6)^{1,35}, \quad (4.34)$$

$$(\mu = 1, \dots, s).$$

де $n_{ст}$ – ступень точності зачеплення згідно ГОСТ 1643-81.

Коефіцієнт K_{Hv} , що враховує динамічне навантаження, яке виникає у зачепленні, на першому етапі обчислюється за рекомендованою у [102] приблизною формулою:

$$K_{Hv\mu} = 1 + 2400 \cdot \sigma_{HP\mu}^{-7/3} \cdot \left(\frac{i_\mu + 1}{i_\mu} \right)^{5/3} \cdot (n_{ст\mu} - 2) \cdot 0,4 \cdot n_{\mu,1}, \quad (4.35)$$

$(\mu = 1, \dots, s).$

Робоча ширина вінця зубчастої передачі b_w розраховується за такою формулою на основі проєктувального розрахунку (але з урахуванням того, що для усіх зачеплень нами прийнято обмеження $\psi_{bd} \leq 0,5$):

$$b_{w\mu} = (Z_{H\mu} \cdot Z_{E\mu} \cdot Z_{\varepsilon\mu})^2 \cdot \frac{2000 T_{1H\mu} \cdot K_{H\alpha\mu} \cdot K_{H\beta\mu} \cdot K_{Hv\mu} \cdot i_\mu + 1}{\sigma_{HP\mu}^2 \cdot d_{w\mu,1}^2 \cdot i_\mu}, \quad (4.36)$$

$(\mu = 1, \dots, s).$

Після знаходження $b_{w\mu}$ для усіх зачеплень розрахуємо уточнене значення коефіцієнта, що враховує сумарну довжину контактних ліній, попередньо знайшовши коефіцієнт осевого перекриття:

$$\varepsilon_{\beta\mu} = \frac{b_{w\mu} \sin \beta_{\mu,i,j}}{\pi \cdot m_{\mu,i,j}}, \quad (\mu = 1, \dots, s).$$

Тоді

$$Z_{\varepsilon\mu} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{\alpha\mu}}}, \quad \text{при } \varepsilon_{\beta\mu} \geq 1;$$

$$Z_{\varepsilon\mu} = \sqrt{\frac{(4 - \varepsilon_{\alpha\mu})(1 - \varepsilon_{\beta\mu})}{3} + \frac{\varepsilon_{\beta\mu}}{\varepsilon_{\alpha\mu}}}, \quad \text{при } \varepsilon_{\beta\mu} < 1; \quad (4.37)$$

$$Z_{\varepsilon\mu} = \sqrt{\frac{(4 - \varepsilon_{\alpha\mu})}{3}}, \quad \text{при } \varepsilon_{\beta\mu} = 1, \quad (\mu = 1, \dots, s).$$

Коефіцієнт, що враховує припрацювання зубців:

$$K_{Hw\mu} = 1 - \frac{20}{(0,01H_{Hv\mu} + 2)^2 (v_{\mu} + 4)^{0,25}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.38)$$

З появою у розрахунку ширини вінця $b_{w\mu}$ маємо можливість перерахувати деякі коефіцієнти, а саме ті, що раніше приймалися як константи чи обчислювались за орієнтовними формулами. Цей процес ітерується до знаходження потрібної точності розрахунків.

Перерахуємо на даному етапі коефіцієнт, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця, з урахуванням $b_{w\mu}$:

$$K_{H\beta\mu} = 1 + (K_{H\beta\mu}^0 - 1)K_{Hw\mu}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.39)$$

Коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілення навантаження по довжині контактних ліній у початковий період роботи передачі:

$$K_{H\beta\mu}^0 = 1 + \frac{0,4b_{w\mu} \cdot f_{ky\mu}^0 \cdot c_1' \cdot d_{\mu 1} \cdot \cos \alpha_{t\mu}}{2000T_{1H\mu} \cdot K_{Hv\mu} \cdot Z_{\varepsilon\mu}^2} + K_{k\mu} \left(\frac{b_{w\mu}}{d_{\mu 1}} \right)^2, \quad (4.40)$$

$(\mu = 1, \dots, s).$

Для поданої вище формули розглянемо ряд параметрів.

Фактичне відхилення положення контактних ліній у початковий період роботи передачі:

$$f_{ky\mu}^0 = f_{kE\mu} + f_{kZ\mu}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.41)$$

У (4.41) відхилення положення контактних ліній внаслідок похибок виготовлення:

$$f_{kZ\mu} = a_{\beta\mu} \cdot F_{\beta\mu}, (\mu = 1, \dots, s), \quad (4.42)$$

де $a_{\beta\mu}$ – коефіцієнт, що враховує статистичне розподілення похибок та критерії допустимого пошкодження активних поверхонь зубців, $a_{\beta\mu} = 0,5$;

$F_{\beta\mu}$ – допуск на напрям зубця.

Коефіцієнт $K_{k\mu} = 0,14$ приймаємо для усіх передач.

Еквівалентні числа зубців z_v :

$$z_{v\mu,k} = \frac{z_{\mu,k_{i,j}}}{\cos^3 \beta_{\mu_{i,j}}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.43)$$

Питома нормальна жорсткість пари зубців (при $x_\Sigma = 0$ для усіх зачеплень):

$$\frac{1}{c_\mu'} = 0,5139 + \frac{0,1425}{z_{v\mu,1}} + \frac{0,1860}{z_{v\mu,2}}, (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.44)$$

Коефіцієнт $K_{Hv\mu}$, що враховує динамічне навантаження, яке виникає у зачепленні, розраховується за формулою

$$K_{Hv\mu} = 1 + \frac{\delta_{H\mu} \cdot g_{0\mu} \cdot v_\mu \cdot \sqrt{\frac{a_{w\mu}}{i_\mu}} \cdot b_{w\mu} \cdot d_{w1\mu}}{2000 T_{H1\mu}}. \quad (4.45)$$

Коефіцієнт $\delta_{H\mu}$, що враховує вплив виду зубчастої передачі та модифікації профілю головок зубців, при $H_{\mu,1}, H_{\mu,2} > 350HV$ $\delta_{H\mu} = 0,04$.

Коефіцієнт g_{0n} , що враховує вплив різниці кроків зачеплення зубців шестерні та колеса, обирається за таблицею [54] залежно від модуля та ступеня точності.

Коефіцієнт $K_{Ha\mu}$, що враховує розподілення навантаження між зубцями, для косозубих та шевронних передач розраховується за формулою

$$K_{H\alpha\mu} = \frac{\varepsilon_{\gamma\mu}}{2} \left[0,9 + 0,4 \frac{c_{\gamma\mu} \cdot b_{w\mu} (a_{\alpha\mu} \cdot f_{pb\varepsilon\mu} - y_{\alpha\mu}) d_{1\mu}}{2000 T_{1H\mu} \cdot K_{H\nu\mu} \cdot K_{H\beta\mu}} \right], \quad (4.46)$$

де $\varepsilon_{\gamma\mu}$ – сумарний коефіцієнт перекриття, $\varepsilon_{\gamma\mu} = \varepsilon_{\alpha\mu} + \varepsilon_{\beta\mu}$;

$c_{\gamma\mu}$ – середня питома торцева жорсткість зубців, що дорівнює

$$c_{\gamma\mu} = c'_{\mu} (0,75\varepsilon_{\alpha\mu} + 0,25);$$

$a_{\alpha\mu}$ – коефіцієнт, що враховує статистичне розподілення похибок та критерії допустимого пошкодження активних поверхонь зубців, $a_{\alpha\mu} = 0,3$;

$f_{pb\varepsilon\mu}$ – відхилення кроку зачеплення, $f_{pb\varepsilon\mu} = \sqrt{f_{pb1\mu}^2 + f_{pb2\mu}^2}$;

$y_{\alpha\mu}$ – зменшення похибки кроку зачеплення при припрацюванні.

Таке послідовне наближення до більш якісного результату обчислення коефіцієнтів можливо проводити декілька разів, зважаючи на потрібну точність обчислень. Але у випадку розв'язання задачі, що є темою цієї роботи, достатньо двох кроків, бо похибка знижується до допустимого значення.

За стандартною методикою при співставленні розрахункового контактного напруження σ_H та контактного напруження, що допускається σ_{HP} , повинна виконуватися умова:

$$Z_{H\mu} \cdot Z_{E\mu} \cdot Z_{\varepsilon\mu} \sqrt{\frac{2000 T_{1H\mu} \cdot K_{H\alpha\mu} \cdot K_{H\beta\mu} \cdot K_{H\nu\mu} \cdot i_{\mu} + 1}{b_{w\mu} \cdot d_{w1\mu}^2} \cdot \frac{i_{\mu} + 1}{i_{\mu}}} \leq \sigma_{HP1}, \quad (\mu = 1, \dots, s). \quad (4.47)$$

При дії максимального навантаження $T_{1\max}$, найбільшого за заданий ресурс роботи приводу, контактне напруження

$$\sigma_{H \max \mu} = \sigma_{H\mu} \sqrt{\frac{T_{\max \mu} K_{H \max \mu}}{T_{H\mu} K_{H\mu}}}$$

не повинне перевищувати напруження, що допускається $\sigma_{HP\max}$ (для цементованих коліс $\sigma_{HP\max} = 44H_{HRC_3}$, для азотованих коліс $\sigma_{HP\max} = 3H_{HV}$).

При виконанні останньої умови наступний крок – **перевірковий розрахунок зубців зачеплень на згинну витривалість та міцність при перевантаженнях**. Розрахунок на згинну міцність також проводиться за стандартною методикою, але з деякими відмінностями. Розглянемо запропоновану загальну послідовність перевірки цього обмеження.

Зауважимо, що розрахунок та перевірка обмеження проводиться однаково як для ведучого так і для веденого зубчастого колеса у зачепленні.

Коефіцієнт, що враховує зовнішнє динамічне навантаження, $K_{A\mu,k} = 1$.

Коефіцієнт, що враховує вплив виду зубчастої передачі та модифікації профілю головок зубців, $\delta_{F\mu,k} = 0,06$.

Коефіцієнт, що враховує вплив різниці кроків зачеплення зубців шестерні та колеса, $g_{0\mu,k}$, обирається за таблицею [54] залежно від значення модуля та ступеня точності.

Коефіцієнт K_{Fv} , що враховує динамічне навантаження, яке виникає у зачепленні до зони резонансу:

$$K_{Fv\mu,k} = 1 + \frac{\delta_{F\mu,k} \cdot g_{0\mu,k} \cdot v_{\mu,k} \sqrt{\frac{a_{w\mu}}{i_{\mu}} \cdot b_{w\mu} \cdot d_{1\mu}}}{2000T_{1F\mu} \cdot K_{A\mu}}. \quad (4.48)$$

Коефіцієнт $K_{F\beta\mu,k}$, що враховує розподілення навантаження по ширині вінця, обчислюється за формулою

$$\begin{aligned} K_{F\beta\mu,k} &= (K_{H\beta\mu}^0)^{N_{F\mu}}; \\ h_{\mu} &= 2m_{i,j}; \\ N_{F\mu,k} &= \frac{\left(b_{\mu}/h_{\mu}\right)^2}{\left(b_{\mu}/h_{\mu}\right)^2 + b_{\mu}/h_{\mu} + 1}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

Коефіцієнт $K_{F\alpha\mu,k}$, що враховує розподілення навантаження між зубцями, для косозубих та шевронних передач обчислюється за формулою

$$K_{F\alpha\mu,k} = \frac{\varepsilon_{\gamma\mu,k}}{2} \left[0,9 + 0,4 \frac{c_{\gamma\mu,k} \cdot b_{\nu\mu,k} (a_{\alpha\mu,k} \cdot f_{pb\varepsilon\mu,k} - y_{\alpha\mu,k}) d_{1\mu}}{2000 T_{1F\mu} \cdot K_{F\nu\mu,k} \cdot K_{F\beta\mu,k}} \right], \quad (4.50)$$

де $\varepsilon_{\gamma\mu,k}$ – сумарний коефіцієнт перекриття, $\varepsilon_{\gamma\mu,k} = \varepsilon_{\alpha\mu,k} + \varepsilon_{\beta\mu,k}$;

$c_{\gamma\mu,k}$ – середня питома торцева жорсткість зубців, що дорівнює

$$c_{\gamma\mu,k} = c'_{\mu,k} (0,75 \varepsilon_{\alpha\mu,k} + 0,25);$$

$a_{\alpha\mu,k}$ – коефіцієнт, що враховує статистичне розподілення похибок та критерії допустимого пошкодження активних поверхонь зубців,

$$a_{\alpha\mu,k} = 0,3;$$

$f_{pb\varepsilon\mu}$ – відхилення кроку зачеплення,

$$f_{pb\varepsilon\mu} = \sqrt{f_{pb1\mu}^2 + f_{pb2\mu}^2};$$

$y_{\alpha\mu,k}$ – зменшення похибки кроку зачеплення при припрацюванні.

Коефіцієнт Y_{FS} , що враховує форму зубця та концентрацію напруження (при $x_{\Sigma} = 0$ для усіх зачеплень):

$$Y_{FS\mu,k} = 3,47 + \frac{13,2}{z_{\nu\mu,k}} - 29,7 \frac{x}{z_{\nu\mu,k}} + 0,092x^2. \quad (4.51)$$

Коефіцієнт Y_{β} , що враховує нахил зубця:

$$Y_{\beta\mu,k} = 1 - \varepsilon_{\beta\mu,k} \frac{\beta}{120} \geq 0,7. \quad (4.52)$$

Коефіцієнт Y_ε , що враховує перекриття зубців:

$$Y_{\varepsilon\mu,k} = 0,2 + \frac{0,8}{\varepsilon_{\alpha\mu,k}} \quad \text{при } \varepsilon_{\beta\mu,k} < 1;$$

$$Y_{\varepsilon\mu,k} = \frac{1}{\varepsilon_{\alpha\mu,k}} \quad \text{при } \varepsilon_{\beta\mu,k} \geq 1. \quad (4.53)$$

Розрахункове напруження при згині σ_F визначають за формулою

$$\sigma_{F\mu,k} = \frac{2000T_{1F\mu}}{d_{1\mu} \cdot b_\mu \cdot m_\mu} K_{A\mu,k} K_{Fv\mu,k} K_{F\beta\mu,k} K_{F\alpha\mu,k} Y_{FS\mu,k} Y_{\beta\mu,k} Y_{\varepsilon\mu,k}. \quad (4.54)$$

Коефіцієнт запасу міцності S_F обирається залежно від способу термічної та хімікотермічної обробки та культури термічного виробництва; традиційно для масового виробництва автомобільних зубчастих коліс прийнято $S_{F\mu,k} = 1,65$.

Базове число циклів зміни напружень $N_{F\lim\mu,k} = 4 \cdot 10^6$.

Коефіцієнт довговічності Y_N :

$$Y_{N\mu} = q_F \sqrt{\frac{N_{F\lim\mu}}{N_{K\mu}}}. \quad (4.55)$$

Показник степеня кривої згинної витривалості для нашого випадку $q_F = 9$ (цементовані, нітроцементовані чи азотовані зубчасті колеса з нешлифованою перехідною кривою).

Коефіцієнт Y_δ , що враховує градієнт напружень та чутливість матеріалу до концентрацій напружень:

$$Y_{\delta\mu,k} = 1,082 - 0,172 \lg m_{\mu} . \quad (4.56)$$

Коефіцієнт Y_R , що враховує шорсткість перехідної поверхні зубця:

$$Y_{R\mu,k} = 1.$$

Коефіцієнт Y_X , що враховує розмір зубчастого колеса:

$$Y_{X\mu,k} = 1,05 - 0,000125d_{\mu,k} . \quad (4.57)$$

Границя витривалості зубців при згині $\sigma_{F\lim}^0$ обирається проєктувальником самостійно за довідниковими даними залежно від способу термічної та хіміко-термічної обробки.

Напруження, що допускаються σ_{FP} , визначають за формулою

$$\sigma_{FP\mu,k} = \frac{\sigma_{F\lim b\mu,k}^0}{S_{F\mu,k}} Y_{N\mu,k} Y_{\delta\mu,k} Y_{R\mu,k} Y_{X\mu,k} . \quad (4.58)$$

При співставленні розрахункового напруження від згину $\sigma_{F\mu,k}$ та напруження, що допускається $\sigma_{FP\mu,k}$, повинна виконуватися умова

$$\sigma_{F\mu,k} \leq \sigma_{FP\mu,k} . \quad (4.59)$$

При дії максимального навантаження $T_{1\max}$ згинне напруження

$$\sigma_{F\max\mu} = \sigma_{F\mu} \frac{K_{AS\mu}}{K_{A\mu}}$$

не повинне перевищувати напруження, що допускається:

$$\sigma_{FP\max\mu} = \frac{\sigma_{F\lim b\mu}}{Y_{z\mu} S_{y\mu}} Y_{N\max\mu} K_{St\mu} ,$$

де $Y_{N \max} K_{St} = 5,2$ та 3 відповідно при $q_F = 6$ та 9 .

Якщо пробна точка проходить цю умову, то вона потрапляє до таблиці можливих варіантів.

4.2.3.3. Складання таблиці можливих комбінацій параметрів

Таблиця являє собою двовимірний масив, у якому кожному номеру точки відповідає набір параметрів проектування та значення цільових функцій.

4.2.3.4. Пошук найкращого варіанта

Після того як було складено таблицю можливих комбінацій параметрів [49], проводиться пошук найкращого варіанта (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції).

Пошук найкращого варіанта здійснюється числовими методами [103–106] сортування масиву [107–109]. З усього різноманіття методів було обрано метод сортування вставками [100], який хоч і не є самим швидким, але дуже простий у програмній реалізації.

Метод називається так, оскільки на i -му етапі ми "вставляємо" i -й елемент $A[i]$ в потрібну позицію серед елементів $A[1], A[2], \dots, A[i-1]$, які вже впорядковані. Після цієї вставки перші i елементів будуть впорядковані.

Щоб зробити процес переміщення елемента $A[i]$ простішим, корисно ввести елемент $A[0]$ (загально прийнято $A[0] = 0$), чиє значення ключа буде менше від значення ключа будь-якого елемента $A[1], \dots, A[n]$. Ми можемо постулювати існування константи, яка буде менше значення ключа будь-якого запису, що зустрічається на практиці. Якщо таку константу не можна застосувати, то при вставці $A[i]$ в позицію $j-1$ треба перевірити, чи не буде $j = 1$, якщо ні, тоді порівнюють елемент $A[i]$ (який зараз знаходиться в позиції j) з елементом $A[j-1]$. Описаний алгоритм показаний у вигляді псевдопрограми (рис. 4.12) (функція `swar` міняє місцями елементи $A[j]$ та $A[j-1]$).

```

A[0]:=0;
for i:=2 to n do
begin
j:=i;
while A[j]<A[j-1] do
begin
swap(A[j], A[j-1]);
end
end
end

```

Рис. 4.12 – Псевдопрограма методу сортування вставками

Подібним чином проводиться сортування двовимірного масиву три рази (за кількістю критеріїв) за різними його елементами, а саме за значеннями цільових функцій. Наприкінці всіх етапів сортування ми маємо три впорядковані масиви, що очолюються мінімальними значеннями цільових функцій та відповідними наборами параметрів, що відповідають їх значенням.

Якщо точності розрахунків недостатньо, проводиться наступний етап алгоритму.

4.2.3.5. Змінення крайніх значень параметрів

Змінення крайніх значень параметрів (звуження околів простору параметрів) проводиться у відповідності до підрозділу 3.3. Як точки, відносно яких звужуються околи на кожному кроці (u), беруться точки з попереднього кроку, що відповідають мінімальним значенням цільової функції.

Для чисел зубців:

$$\begin{aligned}
z_{\mu,k \min_u} &= z_{\mu,k_{u-1}} - \frac{z_{\mu,k \max_{u-1}} - z_{\mu,k \min_{u-1}}}{\Omega_1}; \\
z_{\mu,k \max_u} &= z_{\mu,k_{u-1}} + \frac{z_{\mu,k \max_{u-1}} - z_{\mu,k \min_{u-1}}}{\Omega_1}.
\end{aligned}
\tag{4.60}$$

Для кутів нахилу зубців:

$$\beta_{\mu_{\min_u}} = \beta_{\mu_{u-1}} - \frac{\beta_{\mu_{\max_{u-1}}} - \beta_{\mu_{\min_{u-1}}}}{\Omega_2};$$

$$\beta_{\mu_{\max_u}} = \beta_{\mu_{u-1}} + \frac{\beta_{\mu_{\max_{u-1}}} - \beta_{\mu_{\min_{u-1}}}}{\Omega_2}.$$
(4.61)

У результаті на кожному кроці внутрішнього кола алгоритму граничні значення для деяких параметрів проєктування звужуються, об'єм n -вимірного паралелепіпеда зменшується. З врахуванням того, що кількість пробних точок залишається постійною, це приводить до більш високої щільності дослідження, а як наслідок, і до максимально можливого наближення до абсолютного мінімуму цільової функції.

4.2.3.6. Збільшення точності розрахунків

На етапі збільшення точності розрахунків проводиться зменшення похибки рівності міжосьових відстаней між зубчастими зачепленнями. Похибку рівності заданих та розрахованих за параметрами передавальних відношень коробки передач зведено до декількох відсотків (< 5 %) завдяки можливості розрахунку деяких параметрів залежно від інших та заданого передавального відношення.

Висновки

1. Розглянуто загальний алгоритм принципового розв'язання будь-якої інженерної задачі, на базі якого було сформовано структуру підходу до оптимізації тривальних коробок передач, що надана у схематичному вигляді.
2. Описано концептуальні шляхи процедури оптимізації коробок передач (при наявності чи відсутності прототипу).
3. Розроблено підсхеми основного алгоритму оптимізації, а саме:

– генерування ЛПт-послідовності зовнішньої оболонки алгоритму для зондування двовимірного простору у координатах коефіцієнтів звуження параметрів;

– генерування ЛПт-послідовності у просторі параметрів "модулі – числа зубців – кути нахилу зубців" (m, z, β) , для якої була обґрунтована можливість заміни послідовності логічних операцій при ЛПт-пошуку, бо для машинобудування ЛПт-пошук не є теорією із застиглою системою принципів;

– перевірки обмежень, яка здійснюється у послідовності, що дає змогу зменшити загальний машинний час розв'язання задачі оптимізації за рахунок своєчасного відсіву пробних точок, котрі не відповідають ряду вимог. Кожна пробна точка проходить послідовно ряд перевірок, і якщо вона не задовольняє на певному етапі якісь вимоги, то відкидається;

4. Описано етап складання таблиці можливих комбінацій параметрів у вигляді двовимірного масиву, у якому кожному номеру точки відповідає набір параметрів проектування та значення цільових функцій.

5. Наведено програмний алгоритм пошуку найкращого варіанта, який здійснюється методом сортуванням вставками.

6. Описані етапи змінення крайніх значень параметрів та збільшення точності розрахунків.

Розділ 5

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНО-РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

Розв'язання задач оптимально-раціонального проектування коробок передач є досить складним та індивідуальним, бо необхідно врахувати велику кількість вхідних даних, а у випадку проектування без наявності прототипу деякі з них є невідомими. Кожна схема коробок передач потребує особливого підходу при проведенні числових експериментів [111–118] та уважності проєктувальника при застосуванні алгоритму, який описано у цій роботі.

5.1. Програмна реалізація алгоритму оптимізації

Зважаючи на представлений алгоритм оптимізації тривальних коробок передач, який об'єднує надані у попередніх розділах математичну модель задачі (цільові функції та обмеження на змінні проектування), методи розв'язання та раціональні логічні послідовності операцій, було розроблено інтегрально-об'єднаний програмний комплекс. Його реалізація здійснювалася у середовищі Delphi 7 [119], бо програмна мова цього пакета дає змогу якісно та раціонально описати увесь алгоритм, є досить зручною у використанні.

Отримана програма має блочно-процедурну структуру, тому може бути з легкістю модифікована за бажанням проєктувальника, це дає можливість проводити оптимально-раціональне проектування інших типів зубчастих приводів з нерухомими паралельними осями валів.

Схема програми оптимізації подана на рис. 5.1.

Також однією з переваг Delphi 7 є можливість створення візуальної оболонки програми у вигляді стандартного вікна. Це дає можливість користувачу легко вводити потрібні вхідні дані та зручно здійснювати перегляд отриманих даних.

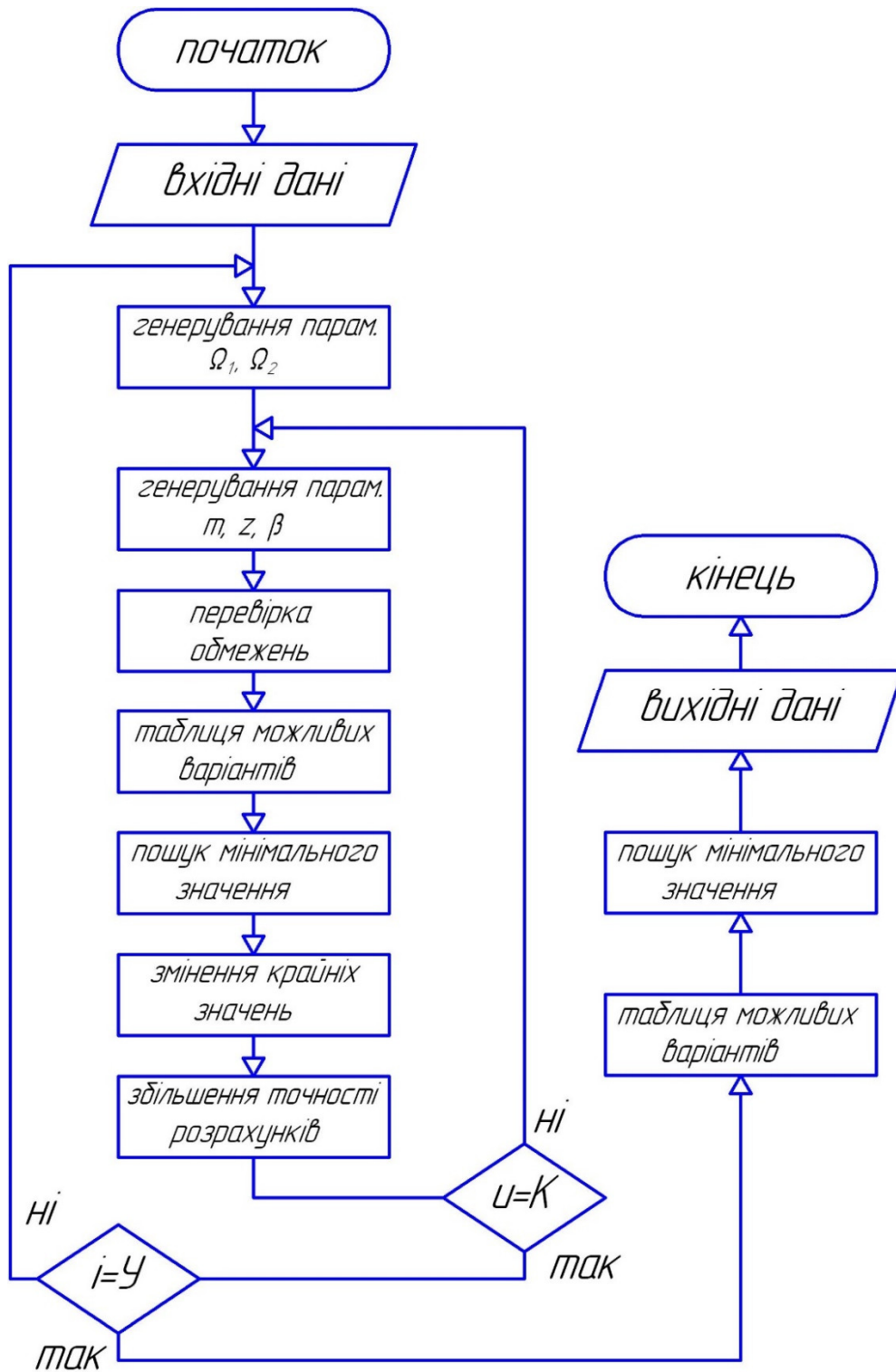


Рис. 5.1 – Схема програми оптимізації:
 i та u – номер кроку; Y та K – кількість кроків

Загальний вигляд вікна програми для введення вхідних даних поданий на рис. 5.2.

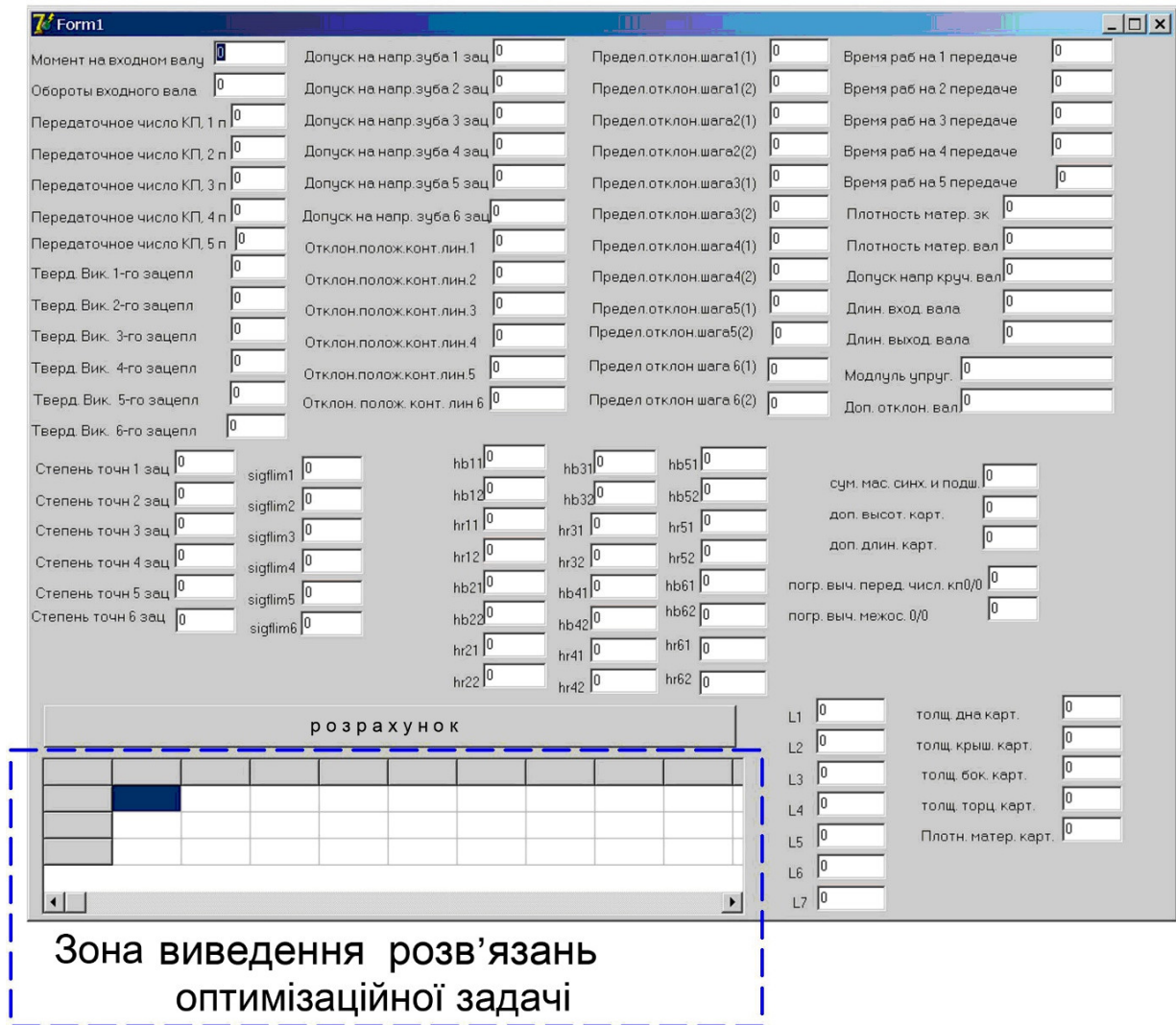


Рис. 5.2 – Вікно програми

5.2. Оптимізація коробки передач вантажного автомобіля

У відповідності до особливостей конструкції тривальної коробки передач вантажного автомобіля ЗІЛ-130, технологічних та технічних обмежень, що на неї накладено, прийняті такі **вхідні дані** для числового експерименту.

Числові обмеження на змінні проєктування:

$m_{\mu} = 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5$ мм – модулі зубчастих зачеплень;

$z_{n,k \min} = 13, z_{n,k \max} = 60$ – мінімальне та максимальне значення чисел зубців для всіх зубчастих коліс коробки передач;

$\beta_{n\min} = 12^\circ$ та $\beta_{n\max} = 28^\circ$ – мінімальне та максимальне значення кутів нахилу зубців у зачепленнях коробки передач;

$\Omega_{1\min} = \Omega_{2\min} = 1,6$ та $\Omega_{1\max} = \Omega_{2\max} = 2,2$ – мінімальне та максимальне значення дільників звуження околів за такими параметрами, як числа зубців та кути нахилу зубців у зачепленнях відповідно.

Вхідні дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам:

$T_{\text{вх}}$ – обертальний момент на вхідному валу коробки передач; зауважимо, що максимальний обертальний момент на вхідному валу для ЗІЛ-130 $T_{\text{вх}} = 402$ Н·м, але з урахуванням коефіцієнта використання двигуна та відмінністю між попередніми та сучасними методиками розрахунку коробок передач було прийнято для розрахунку $T_{\text{вх}} = 200$ Н·м;

$n_{\text{вх}} = 1600$ об/хв – частота обертання вхідного валу;

$i_{\text{кп5}} = 7,44$, $i_{\text{кп4}} = 4,1$, $i_{\text{кп3}} = 2,288$, $i_{\text{кп2}} = 1,47$, $i_{\text{кп1}} = 1$ – передавальні числа на передачах (п'ята передача пряма);

$HB_n = 580$, $HR_{cn} = 58$, $H_{vn} = 655$ – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень відповідно за Бринелем, Роквелом та Вікерсом;

ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень – 8;

$t_1 = 50$ г., $t_2 = 150$ г., $t_3 = 600$ г., $t_4 = 1200$ г. – час роботи автомобіля на передачах відповідно до загального ресурсу 2000 г.;

$\rho_{\text{зк}} = 0,0000078$ кг/мм³ – густина матеріалу зубчастих коліс;

$\rho_{\text{вал}} = 0,0000078$ кг/мм³ – густина матеріалу валів коробки передач;

$\rho_{\text{кар}} = 0,0000027$ кг/мм³ – густина матеріалу картеру коробки передач;

$F_{\beta n} = 20$ мкм – допуск на напрям зубця;

$f_{pbn} = 20$ мкм – граничне відхилення кроку зачеплення;

$[\tau_k] = 250$ МПа – напруження при скручуванні валів, що допускається;

$\sigma_{F\text{lim}_n} = 950$ МПа – границя витривалості зубців при згині;

$[y_\Sigma] = 0,2$ мм – граничне відхилення при прогині вала;

$L_1 = 1,1$, $L_6 = 70,5$, мм – відстані від опор до торців відповідних

зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

$L_2 = 61,48, L_3 = 4,6, L_4 = 55,95, L_5 = 8,16$, мм – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

$h_{\text{догат}} = 100$ мм – значення, що враховує величину зазора між колесом та дном картера, а також простір необхідний для розміщення механізму перемикання передач;

$S_{\text{догат}} = 350$ мм – значення, що враховує величину зазора між колесом та стінками картера;

$l_{\text{вх.вал}} = 250$ мм та $l_{\text{вих.вал}} = 400$ мм – відповідно довжини вхідного та вихідного валів;

$e_1, \dots, e_4 = 6$ мм – товщини стінок картера;

$\sum_{p=1}^u M_{\text{син}} = \text{const}$, кг – сумарна маса усіх синхронізаторів у коробці

передач (береться відповідно до прототипної коробки передач), u – кількість синхронізаторів у коробці передач;

$\sum_{o=1}^v M_{\text{підш}} = \text{const}$, кг – сумарна маса усіх підшипників у коробці передач,

v – кількість підшипників у коробці передач;

$\Delta i_{\text{кп}} = 5\%$ – похибка на передавальні числа коробки передач.

Результати розрахункових експериментів

Базові значення параметрів коробки передач подані у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Базові значення параметрів коробки передач

Число зубців колеса	$z_{1,1}$	$z_{1,2}$	$z_{2,1}$	$z_{2,2}$	$z_{3,1}$	$z_{3,2}$	$z_{4,1}$	$z_{4,2}$	$z_{5,1}$	$z_{5,2}$
Значення	20	43	38	26	31	33	22	42	13	45
Модуль, мм	m_1		m_2		m_3		m_4		m_5	
Значення	3,5		3,5		3,5		3,5		4,25	
Кут нахилу зубців, градуси	β_1		β_2		β_3		β_4		β_5	
Значення	20,67		20,67		20,67		20,67		0	
Ширина зубчастого вінця, мм	b_{w1}		b_{w2}		b_{w3}		b_{w4}		b_{w5}	
Значення	26		26		28		29		30	

Розрахункові значення напружень у зачепленнях коробки передач, що відповідають вказаним вище параметрам, наведені у таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Розрахункові значення напружень у зачепленнях коробки передач, МПа

№ зачепл.	σ_{Hn}	σ_{HPn}	$\sigma_{Fn,1}$	$\sigma_{FPn,1}$	$\sigma_{Fn,2}$	$\sigma_{FPn,2}$
1	902,273	924,955	222,765	630,263	169,623	585,764
2	914,039	933,852	249,517	625,014	208,504	590,422
3	933,452	946,435	255,038	589,052	223,888	588,504
4	1100,764	1109,934	296,458	591,517	280,24	586,038
5	1338,148	1246,486	275,267	584,904	264,24	575,371

Результати розрахунку для зручності обробки результатів [120–122] зведено у таблиці 5.3–5.4.

Таблиця 5.3 – Значення цільових функцій

№ з/п	Критерій	$F_{a\Sigma}$, мм	F_l , мм	F_m , кг
1	$F_{a\min}$	601,626	499,605	43,979
2	$F_{l\min}$	812,976	407,576	38,11
3	$F_{m\min}$	719,652	427,986	37,063

На рис. 5.3 проілюстровано діаграму значень цільових функцій.

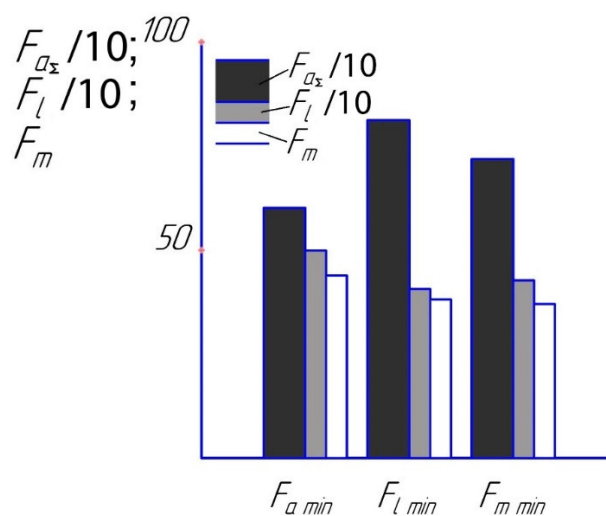


Рис. 5.3 – Діаграма значень цільових функцій

Наведемо оптимально-раціональні значення параметрів коробки передач для випадку мінімальної міжосьової відстані.

Таблиця 5.4 – Оптимально-раціональні значення параметрів

Число зубців колеса	$z_{1,1}$	$z_{1,2}$	$z_{2,1}$	$z_{2,2}$	$z_{3,1}$	$z_{3,2}$	$z_{4,1}$	$z_{4,2}$	$z_{5,1}$	$z_{5,2}$
Значення	20	58	50	25	28	22	34	48	15	38
Модуль, мм	m_1		m_2		m_3		m_4		m_5	
Значення	3		3		4,5		2,75		4,5	
Кут нахилу зубців, градуси	β_1		β_2		β_3		β_4		β_5	
Значення	12,838		20,364		20,364		20,0183		6,409	

Розрахункові значення напружень у зачепленнях коробки передач, що відповідають вказаним вище параметрам, наведені у таблиці 5.5.

Таблиця 5.5 – Розрахункові значення напружень у зачепленнях, МПа

№ зачепл.	σ_{Hn}	σ_{HPn}	$\sigma_{Fn,1}$	$\sigma_{FPn,1}$	$\sigma_{Fn,2}$	$\sigma_{FPn,2}$
1	904,4	907,97	229,382	638,792	156,612	591,663
2	897,311	917,633	220,352	631,25	198,443	598,749
3	913,864	931,633	152,885	576,817	157,083	578,827
4	1074,939	1074,242	321,777	601,228	313,805	569,26
5	1244,443	1208,628	194,152	581,455	195,115	574,187

Значення ширини вінців з ряду нормальних лінійних розмірів (таблиця 5.6).

Таблиця 5.6 – Значення ширини вінців, мм

Параметр	b_{w1}	b_{w2}	b_{w3}	b_{w4}	b_{w5}
Значення	30	30	28	28	34

Орієнтовні контури картера оптимізованої коробки передач подані на рис. 5.4 (— — при мінімальній міжосьовій відстані, —■—■—■— при мінімальній довжині, —●—●—●— при мінімальній масі).

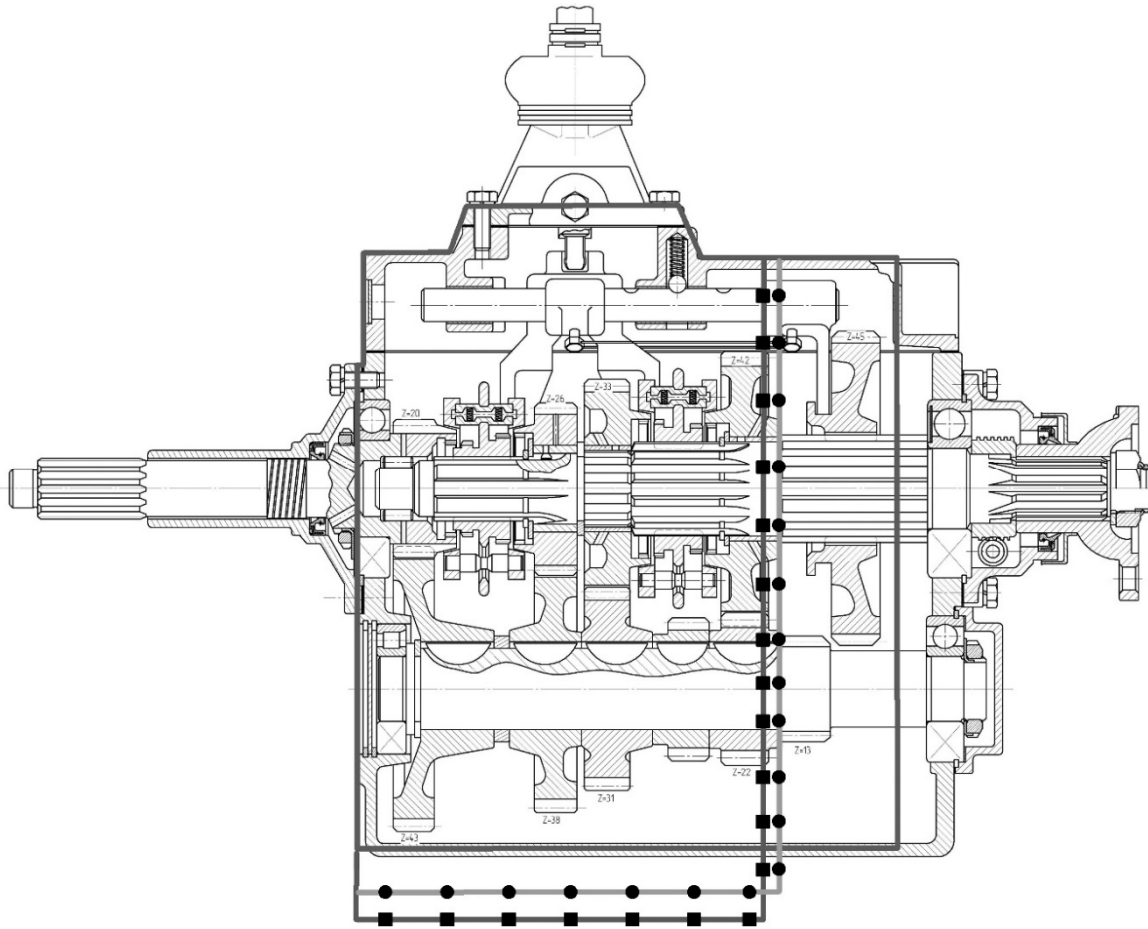


Рис. 5.4 – Контури картера коробки передач вантажного автомобіля ЗІЛ-130

5.3. Оптимізація коробки передач модернізованого автобуса ЛАЗ

У відповідності до особливостей конструкції тривальної коробки передач модернізованого автобуса ЛАЗ, технологічних та технічних обмежень, що на неї накладено, прийняті такі **вхідні дані** для числового експерименту.

Числові обмеження на змінні проєктування:

$m_n = 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6$ мм – модулі зубчастих зачеплень;

$z_{n,k \min} = 13$ та $z_{n,k \max} = 60$ – мінімальне та максимальне значення чисел зубців для всіх зубчастих коліс коробки передач;

$\beta_{n \min} = 12^\circ$ та $\beta_{n \max} = 28^\circ$ – мінімальне та максимальне значення кутів нахилу зубців у зачепленнях коробки передач;

$\Omega_{1\min} = \Omega_{2\min} = 1,6$ та $\Omega_{1\max} = \Omega_{2\max} = 2,2$ – мінімальне та максимальне значення дільників звуження околів за такими параметрами, як числа зубців та кути нахилу зубців у зачепленнях відповідно.

Вхідні дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам:

$T_{\text{вх}}$ – обертальний момент на вхідному валу коробки передач; зауважимо, що максимальний обертальний момент на вхідному валу для модернізованого автобуса ЛАЗ $T_{\text{вх}} = 660$ Н·м, але з урахуванням коефіцієнта використання двигуна та відмінністю між попередніми та сучасними методиками розрахунку коробок передач було прийнято для розрахунку $T_{\text{вх}} = 330$ Н·м;

$n_{\text{вх}} = 1600$ об/хв – частота обертання вхідного валу;

$i_{\text{кп6}} = 7,4533$, $i_{\text{кп5}} = 4,2547$, $i_{\text{кп4}} = 2,7784$, $i_{\text{кп3}} = 1,8812$, $i_{\text{кп2}} = 1,3126$, $i_{\text{кп1}} = 1$ – передавальні числа на передачах (шоста передача пряма);

$HB_n = 580$, $HR_{\text{сн}} = 58$, $H_{\text{вн}} = 655$ – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень відповідно за Бринелем, Роквелом та Вікерсом;

ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень – 8;

$t_1 = 320$ г., $t_2 = 550$ г., $t_3 = 1200$ г., $t_4 = 1600$ г., $t_5 = 2600$ г. – час роботи автобуса на передачах відповідно до загального ресурсу 6270 г.;

$\rho_{\text{зк}} = 0,0000078$ кг/мм³ – густина матеріалу зубчастих коліс;

$\rho_{\text{вал}} = 0,0000078$ кг/мм³ – густина матеріалу валів коробки передач;

$\rho_{\text{кар}} = 0,0000027$ кг/мм³ – густина матеріалу картера коробки передач;

$F_{\beta n} = 20$ мкм – допуск на напрям зубця;

$f_{\text{pbn}} = 20$ мкм – граничне відхилення кроку зачеплення;

$[\tau_{\text{к}}] = 250$ МПа – напруження при скручуванні валів, що допускається;

$\sigma_{F\text{lim}_n} = 950$ МПа – границя витривалості зубців при згині;

$[y_{\Sigma}] = 0,2$ мм – граничне відхилення при прогині вала;

$L_1 = 7$, $L_7 = 54$, мм – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

$L_2 = 64$, $L_3 = 4$, $L_4 = 60$, $L_5 = 2$, $L_6 = 53$, мм – відстані між торцями

відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової коробки передач);

$h_{\text{догат}} = 200$ мм – значення, що враховує величину зазора між колесом та дном картера, а також простір механізму перемикування передач;

$s_{\text{догат}} = 500$ мм – значення, що враховує величину зазору між колесом та стінками картера;

$l_{\text{вх.вал}} = 370$ мм та $l_{\text{вих.вал}} = 520$ мм – відповідно довжини вхідного та вихідного валів;

$e_1, \dots, e_4 = 10$ мм – товщини стінок картера;

$\sum_{p=1}^u M_{\text{син}} = \text{const}$, кг, – сумарна маса усіх синхронізаторів у базовій

коробці передач (береться відповідно до прототипної коробки передач), u – кількість синхронізаторів у коробці передач;

$\sum_{o=1}^v M_{\text{підш}} = \text{const}$, кг – сумарна маса усіх підшипників у коробці передач,

v – кількість підшипників у коробці передач;

$\Delta i_{\text{кп}} = 5\%$ – похибка на передавальні числа коробки передач.

Результати розрахункових експериментів

Базові значення параметрів коробки передач подані у таблиці 5.7.

Таблиця 5.7 – Базові значення параметрів коробки передач

Число зубців колеса	$z_{1,1}$	$z_{1,2}$	$z_{2,1}$	$z_{2,2}$	$z_{3,1}$	$z_{3,2}$	$z_{4,1}$	$z_{4,2}$	$z_{5,1}$	$z_{5,2}$	$z_{6,1}$	$z_{6,2}$
Значення	25	43	38	29	32	35	26	42	19	47	12	52
Число зубців колеса	m_1		m_2		m_3		m_4		m_5		m_6	
Значення	4,5		4,5		4,5		4,5		4,5		5	
Модуль, мм	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6						
Значення	17	17	17	17	17	0						
Кут нахилу зубців, градуси	b_{w1}	b_{w2}	b_{w3}	b_{w4}	b_{w5}	b_{w6}						
Значення	32	30	34	30	36	32						

Розрахункові значення напружень у зачепленнях коробки передач, що відповідають вказаним вище параметрам, наведені у таблиці 5.8.

Таблиця 5.8 – Розрахункові значення напружень у зачепленнях, МПа

№ зачепл.	σ_{Hn}	σ_{HPn}	$\sigma_{Fn,1}$	$\sigma_{FPn,1}$	$\sigma_{Fn,2}$	$\sigma_{FPn,2}$
1	651,526	899,55	128,419	615,276	94,316	572,076
2	694,195	925,411	147,075	610,732	115,694	576,673
3	695,329	931,599	117,629	575,688	116,679	574,703
4	806,877	926,325	148,819	577,658	142,387	572,404
5	941,741	954,165	174,353	579,956	165,514	570,762
6	1655,29	1450,583	305,26	577,284	248,739	563,441

Результати розрахунку зведено у таблицях 5.9–5.10.

Таблиця 5.9 – Значення цільових функцій

№ з/п	Критерій	$F_{a\Sigma}$, мм	F_l , мм	F_m , кг
1	$F_{a\min}$	823,819	656,46	79,896
2	$F_{l\min}$	1225,142	573,197	88,425
3	$F_{m\min}$	877,37	640,445	76,907

На рис. 5.5 проілюстровано діаграму значень цільових функцій.

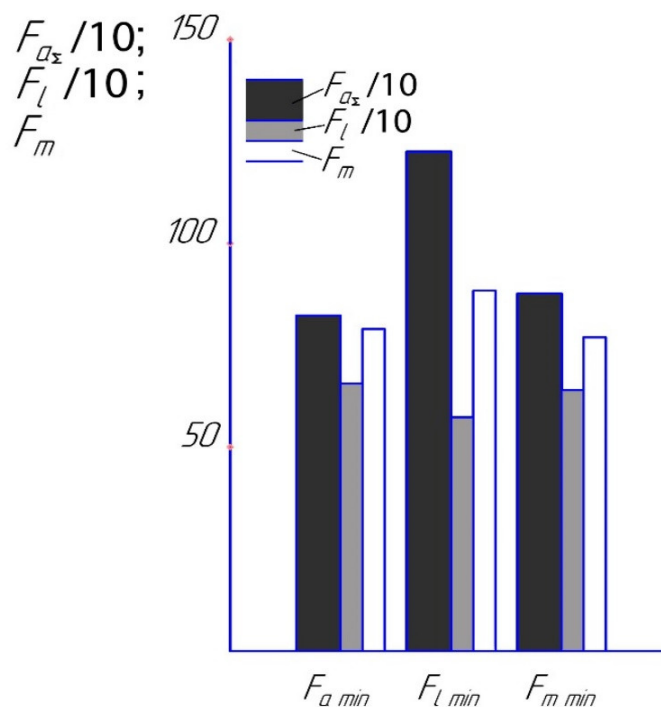


Рис. 5.5 – Діаграма значень цільових функцій

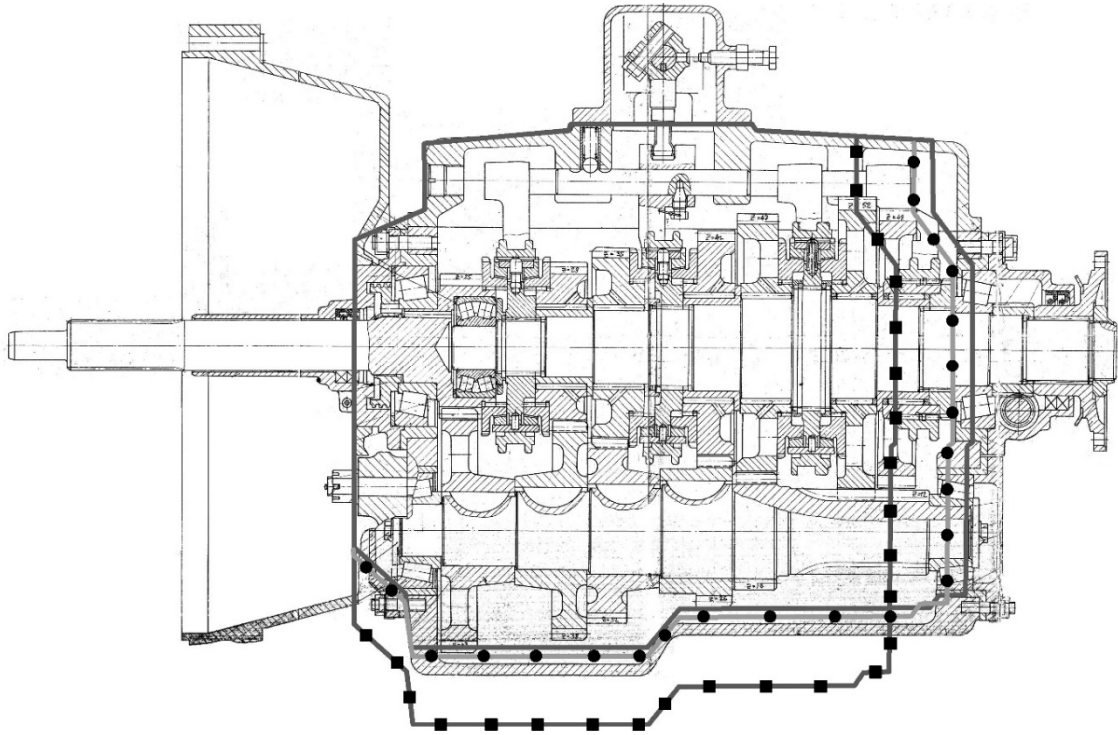


Рис. 5.6 – Контури картера коробки передач автобуса ЛАЗ

Висновки

1. Сформовано базу вхідних даних для розв'язання задачі оптимізації тривальних коробок передач.

2. Розраховані діючі та допустимі напруження у зубчастих зачепленнях для базових параметрів коробок передач.

3. Проведені числові експерименти по оптимізації коробок передач за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини та маси. Отримані нові оптимально-раціональні параметри коробок передач.

4. Побудовано діаграми, які дають змогу проєктувальнику оцінювати зміни значень критеріїв проєктування залежно від набору параметрів.

5. Проведено коригування оптимально-раціональних параметрів коробок передач.

6. Розрахунки показали, що математична модель є адекватною і може використовуватися для розв'язання задач оптимізації коробок передач. При проведенні числових експериментів знайдені менші значення масогабаритних показників відносно прототипів.

ВИСНОВКИ

Розв'язано науково-практичну задачу машинознавства – удосконалення методів проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами на прикладі тривальних коробок передач за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини та маси з врахуванням навантажувальної здатності основних елементів.

Основні наукові та практичні результати і висновки полягають у такому:

1. Беручи до уваги існуючі методи та підходи до проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами, а також на основі існуючих загальних методів математичної оптимізації, обрано напрямок удосконалення методів різнокритеріальної оптимізації одного із типів таких приводів, а саме тривальних коробок передач.

2. Розроблено удосконалену математичну модель проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами на прикладі тривальних коробок передач, а саме:

– набули подальшого розвитку цільові функції за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини та маси тривальних коробок передач, що дає змогу зменшити відповідні масогабаритні характеристики, на відміну від традиційних однокритеріальних підходів;

– обрано змінні проектування, що відповідають водночас усім цільовим функціям. Записані функціональні залежності для знаходження кількості змінних проектування від кількості зачеплень у коробці передач;

– сформульовано обмеження у вигляді рівностей та нерівностей, при цьому змінні проектування обмежені як числовими значеннями, так і деякими функціями, для певних умов накладені обмеження на співвідношення між змінними проектування. Все це дає змогу, на відміну від загальноприйнятих підходів, раціонально окреслити простір пошуку та повністю характеризувати усі зв'язки конструкції, геометрії та міцності коробки передач.

3. Розроблено комбіновану методику проектування співвісних ступінчастих приводів машин з оптимальними конструктивними параметрами, що дає змогу якісно та з мінімальними часовими витратами знаходити розв'язок.

Використання суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів дає змогу спростити процес проектування та уникнути недоліків цих двох методів, а застосування багаторівневого зондування дає змогу значно збільшити кількість пробних точок, порівняно з традиційною схемою, для підвищення точності отриманих даних – до $(2^{20})^\Lambda$, де Λ – кількість оболонок алгоритму.

Запропонована заміна послідовності логічних операцій є можливою тому, що для машинобудування ЛПт-пошук, як інструмент для розв'язання поданої задачі, не є теорією із застиглою системою принципів. Ця нова модифікація логіки пошуку дає змогу отримувати пробні точки з координатами, які є натуральними або дискретними наперед заданими числами.

4. Реалізацію розробленої методики подано у вигляді комплексного алгоритму, який поєднує вказані вище цільові функції, обмеження та методи оптимізації з раціональною послідовністю перевірки обмежень, звуженням околів пошуку розв'язку та аналізом і обробкою отриманих результатів.

Реалізацію алгоритму здійснено у програмному середовищі Delphi 7, отриманий програмний продукт є зручним у використанні та може бути легко модифікований за бажанням проектувальника.

Наведено рекомендації для побудови математичних моделей при оптимальному проектуванні ступінчастих зубчатих приводів машин (коробок передач з кількістю передач від двох і більше, співвісних редукторів, неспіввісних зубчастих редукторів), які дають змогу проектувальнику коригувати за потребою надані у роботі методику та алгоритм.

5. Апробації методики оптимізації на існуючих коробках передач показали, що результати розрахунків підтверджують адекватність математичної моделі розв'язання задачі оптимізації: знайдені оптимальні значення масогабаритних показників коробок передач відносно прототипів.

Наприклад, міжосьові відстані порівняно з базовими тривальними коробками передач зменшились на 4...14 %, довжини – до 17 %, маса – на 10...15 %.

6. Результати досліджень впроваджено у вигляді програмного комплексу, методик та рекомендацій у ТОВ "НДІ "Редуктор" (м. Київ) при розробці редукторів та мотор-редукторів загальномашинобудівного призначення, а також використані у навчальному процесі на кафедрах теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин, інформаційних технологій і систем колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова НТУ "ХП".

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Singiresu S. R. *Engineering Optimization Theory and Practice*. John Wiley & Sons, Inc., 2020. 829 p.
2. H. Rekleytys, A. Reyvyndran, K. Rjehsdel. *Engineering Optimization*. New York, A Wiley-Interscience Publ., 1983. 620 p.
3. Ashok D. Belegundu, Tirupathi R. Chandrupatla. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. 2019. 188 p.
4. Волонцевич Д. О. Епифанов В. В., Белов В. К. *Колесные и гусеничные машины высокой проходимости (конструкции, теории, расчет, производство, эксплуатация) в 10-ти томах. Том 3, кн. 1. Трансмиссии / под ред. Александрова Е. Е. Харьков: ХГПУ, 1996. 202 с.*
5. Joaquim R. A. Martins, Andrew Ning. *Engineering Design Optimization*. Cambridge University Press, 2021. 640 p.
6. Ji-Hong Zhu, Tong Gao, Weihong Zhang. *Topology Optimization in Engineering Structure Design*. ISTE Press - Elsevier, 2016. 294 p.
7. James Kimotho, John Kihui. *Design Optimization of Multistage Gear Trains: Case Study of a Tractor Gearbox*. VDM Verlag, 2010. 192 p.
8. Robert L., Vavrek M. *Machine elements in mechanical design*. 2018. 873 p.
9. Блескун В. Ф. Красикова Н. А., Соломка Ю. И. Компьютерное проектирование двухступенчатых редукторов с оптимизацией передаточных чисел быстроходной и тихоходной ступеней. *Машинознавство і деталі машин. Матеріали 5ї регіональної наук.-метод. конф.* Донецьк, ДонНТУ, 2003. С. 7–9.
10. Andrzej Golenko. *Fundamentals of Machine Design. A Coursebook for Polish and Foreign Students*. 2010. 162 p.
11. Павлице В. Т. *Основи конструювання та розрахунок деталей машин*. Львів, Афіша, 2003. 560 с.
12. Geir Hasle, Knut-Andreas Lie, Ewald Quak. *Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization. Applied Mathematics at SINTEF*. Berlin, Springer Verlag, 2007. Pp. 397–398.

13. Heinz Linke. *Cylindrical Gears: Calculation – Materials – Manufacturing*. Hanser Publications, 2016. 848 p.
14. Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А. *Чисельні методи: Навчальний посібник*. Вінниця, ВНАУ, 2020. 322 с.
15. Jan Snyman. *Practical Mathematical Optimization: An Introduction to Basic Optimization Theory and Classical and New Gradient-Based Algorithms*. Springer, 2005. 278 p.
16. Waltz F. M. An Engineering Approach: Hierarchical Optimization Criteria. *IEEE Trans.* Vol. AC–12, pp. 179–180, April, 1967.
17. Zadeh L. A. Optimality and Nonscalar-valued Performance Criteria. *IEEE Trans. Automat. Contr.* Vol. AC–8, p. 1, 1963.
18. Жалдак М.І., Триус Ю.В. *Основи теорії і методів оптимізації: Навчальний посібник*. Черкаси, Брама-Україна, 2005. 608 с.
19. Gill P. E., Murray W., and Wright M. H. *Practical Optimization*. Academic Press, London, 1981.
20. Gill P. E., Murray W., and Wright M. H. *Numerical Linear Algebra and Optimization, Vol. 1*. Addison Wesley, 1991.
21. Fletcher R. *Practical Methods of Optimization. Vol. 1, Unconstrained Optimization, and Vol. 2, Constrained Optimization*. John Wiley and Sons., 1980.
22. Chunlei Zhang, Raúl Ordóñez. *Extremum-Seeking Control and Applications: A Numerical Optimization-Based Approach (Advances in Industrial Control) Hardcover*. Springer, 2011. 219 p.
23. Shanno D. F. Conditioning of Quasi-Newton Methods for Function Minimization. *Mathematics of Computing*. Vol. 24, pp. 647–656, 1970.
24. Powell M. J. D. *A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations. Numerical Analysis, G. A. Watson ed., Lecture Notes in Mathematics*. Springer Verlag, Vol. 630, 1978.
25. Sorensen D. C. *Minimization of a Large Scale Quadratic Function Subject to an Ellipsoidal Constraint*. Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, Technical Report TR94-27, 1994.
26. Branch M. A., T. F. Coleman, Y. Li. A Subspace, Interior, and Conjugate Gradient Method for Large-Scale Bound-Constrained Minimization Problems.

SIAM Journal on Scientific Computing. Vol. 21, Number 1, pp. 1–23, 1999.

27. Alexander Schrijver. *Theory of Linear and Integer Programming*. John Wiley & Sons, 1998. 222 p.

28. Gerard Sierksma, Yori Zwols. *Linear and Integer Optimization: Theory and Practice*. CRC Press, 2015. 686 p.

29. Robert Vanderbei. *Linear Programming: Foundations and Extensions*. Springer, 2020. 502 p.

30. Saul I. Gass. *An Illustrated Guide to Linear Programming*. Dover Publications, 2013. 194 p.

31. Daniel Solow. *Linear Programming: An Introduction to Finite Improvement Algorithms*. Dover Publications, 2014. 596 p.

32. Dantzig G. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, Princeton, 1963.

33. Dantzig G., Orden A., and Wolfe P. Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form Under Linear Inequality Constraints. *Pacific J. Math.* Vol. 5, pp. 183–195.

34. Александров Е. Е., Самородов В. Б. Проблемы многокритериальной оптимизации трансмиссий транспортных средств. *Машиноведение и техносфера на рубеже 21 века*. Т.1. Донецк, 1999. С. 26–29.

35. Самородов В. Б. Анализ и выбор наиболее эффективных и адаптивных оптимизационных методов прямого поиска при синтезе гидрообъемно-механических передач. *Вісник НТУ "ХПІ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Автомобіле- та тракторобудування"*. Харків, НТУ "ХПІ", 2006. № 6. С. 102–109.

36. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Оптимізація тривальних коробок передач за масогабаритними характеристиками: критерії та цільові функції. *Вісник НТУ "ХПІ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Машинознавство та САПР"*. Харків, НТУ "ХПІ", 2010. № 19. С. 34–39.

37. Fran Sérgio Lobato, Valder Steffen Jr. *Multi-Objective Optimization Problems: Concepts and Self-Adaptive Parameters with Mathematical and Engineering Applications*. Springer, 2017. 180 p.

38. Горбатюк Н. В. Многокритериальное проектирование гидрообъемно-

механической передачи. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2004. № 2 (4). С. 43–47.

39. Gade Pandu Rangaiah. *Multi-objective Optimization: Techniques And Applications In Chemical Engineering*. World Scientific, 2016. 586 p.

40. Gerardus Blokdyk. *Multi-objective optimization*. 5STARCOoks, 2018. 161 p.

41. Mehdi Toloo, Siamak Talatahari, Iman Rahimi. *Multi-Objective Combinatorial Optimization Problems and Solution Methods*. Academic Press, 2022. 289 p.

42. Yoshikazu Sawaragi, Hirotaka Nakayama, Tetsuzo Tanino. *Theory of Multiobjective Optimization*. Elsevier Science, 1985. 296 p.

43. Censor Y. Pareto Optimality in Multiobjective Problems. *Appl. Math. Optimiz.* Vol. 4, pp. 41–59, 1977.

44. André Keller. *Multi-Objective Optimization in Theory and Practice II: Metaheuristic Algorithms*. Bentham Science Publishers, 2019. 427 p.

45. K.S. Tang, T.M. Chan, R.J. Yin, K.F. Man. *Multiobjective Optimization Methodology: A Jumping Gene Approach*. CRC Press, 2016. 279 p.

46. Ajith Abraham, Robert Goldberg. *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications*. Springer, 2005. 320 p.

47. Hirotaka Nakayama, Yeboon Yun, Min Yoon. *Sequential Approximate Multiobjective Optimization Using Computational Intelligence (Vector Optimization)*. Springer, 2009. 216 p.

48. Jyotsna K. Mandal, Somnath Mukhopadhyay, Paramartha Dutta. *Multi-Objective Optimization: Evolutionary to Hybrid Framework*. Springer, 2018. 556 p.

49. I. Sobol', D. Asotsky, A. Kreinin, S. Kucherenko. Construction and Comparison of High-Dimensional Sobol' Generators. *Wilmott Journal*, 2011, Nov, pp. 64–79.

50. Dmitrii Lozovanu. *Optimization and Multiobjective Control of Time-Discrete Systems: Dynamic Networks and Multilayered Structures*. Springer, 2009. 301 p.

51. Бобошко О.А., Єгоров П.А. *Деталі машин: конспект лекцій*. Харків, ХНАДУ, 2022. 162 с.

52. Мархель І. *Деталі машин. Навчальний посібник*. Алерта, 2016. 368 с.
53. Thomas H. Brown. *Mark's Calculations For Machine Design*. McGraw Hill, 2005. 445 p.
54. ГОСТ 21354-87. *Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность*. Москва, Изд-во стандартов, 1989. 76 с.
55. Cardullo, Forrest E. *Calculations of Elements of Machine Design*. 2014. 58 p.
56. Ted Belytschko, Wing Kam Liu and Brian Moran. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. "Wiley", 2000.
57. Устиненко А. В., Кириченко А. Ф, Танасевский В. В. Совершенствование стандартных прочностных расчетов зубчатых передач на основе моделирования усталостных процессов. *Вісник НТУ "ХПІ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу"*. Харків, НТУ "ХПІ", 2006. № 22. С. 110–114.
58. Chao Jiang, Xu Han, Huichao Xie. *Nonlinear Interval Optimization for Uncertain Problems*. Springer, 2020. 506 p.
59. Manojkumar S. *Design of Gearbox: A Spur Gearbox example*. 2018. 33 p.
60. Бондаренко А. В., Устиненко А. В. Оптимизация трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния. *Вісник НТУ "ХПІ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу"*. Харків, НТУ "ХПІ", 2008. № 28. С. 110–115.
61. Бондаренко А. В., Устиненко А. В. Выбор оптимальных параметров зацеплений трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния. *Динаміка, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем та елементів їхніх конструкцій: Мат-ли міжнар. наук.-техн. конф.* Севастополь, СевНТУ, 2009. С. 172–175.
62. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Оптимізація тривальних коробок передач за критерієм мінімальної міжосьової відстані методом ЛПт-пошуку. *Вісник НТУ "ХПІ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу"*. Харків, НТУ "ХПІ", 2010. № 27. С. 31–37.
63. Kevin W. Cassel. *Matrix, Numerical, and Optimization Methods in Science and Engineering*. 2021. 600 p.

64. Guanghui Lan. *First-order and Stochastic Optimization Methods for Machine Learning*. Springer, 2020. 595 p.
65. Honglei Xu, Song Wang, Soon-Yi Wu. *Optimization Methods, Theory and Applications*. Springer, 2015. 213 p.
66. Marco Cavazzuti. *Optimization Methods: From Theory to Design Scientific and Technological Aspects in Mechanics*. Springer, 2012. 281 p.
67. M. Asghar Bhatti. *Practical Optimization Methods: With Mathematica® Applications*. Springer, 2012. 728 p.
68. Han S. P. A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming. *J. Optimization Theory and Applications*. Vol. 22, p. 297, 1977.
69. Gembicki F. W. *Vector Optimization for Control with Performance and Parameter Sensitivity Indices. Ph.D. Dissertation*. Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, 1974.
70. Biggs M. C. Constrained Minimization Using Recursive Quadratic Programming. *Towards Global Optimization*. North-Holland, pp. 341–349, 1975.
71. Davidon W. C. Variable Metric Method for Minimization. *A.E.C. Research and Development Report*. ANL-5990, 1959.
73. Grace A. C. W. *Computer-Aided Control System Design Using Optimization Techniques. Ph.D. Thesis*. University of Wales, Bangor, Gwynedd, UK, 1989.
74. Fletcher R. *Practical Methods of Optimization*. Wiley, 2013. 450 p.
75. Sergiy Butenko, Panos M. Pardalos. *Numerical Methods and Optimization: An Introduction*. Chapman and Hall/CRC, 2014. 412 p.
76. ДСТУ ISO 54-2001. Передачі зубчасті циліндричні для загального і важкого машинобудування. Модулі (ISO 54:1996, IDT). Київ, Держстандарт України, 1994. 6 с.
77. Mark French. *Fundamentals of Optimization: Methods, Minimum Principles, and Applications for Making Things Better*. Springer, 2018. 399 p.
78. Alexey F. Izmailov, Mikhail V. Solodov. *Newton-Type Methods for Optimization and Variational Problems*. Springer, 2014. 592 p.
79. Maude Josée Blondin. *Controller Tuning Optimization Methods for Multi-Constraints and Nonlinear Systems: A Metaheuristic Approach*. Springer, 2021. 112 p.

80. Стоян Ю. Г., Соколовский В. З. *Решение некоторых многоэкстремальных задач методом сужающихся окрестностей*. Киев, Наук. думка, 1980. 208 с.
81. Бондаренко О. В., Устиненко О. В., Дьяченко Я. О., Синельникова О. І. Вибір коефіцієнтів звуження околів простору параметрів в оптимізаційному процесі, побудованому на суміщенні методів ЛПт-пошуку та звуження околів. *Вестник СевНТУ. Вып. 120: Механика, энергетика, экология: сб. научн. трудов*. Севастополь, СевНТУ, 2011. С. 59–63.
82. Pedro Domingos. *The Master Algorithm: How the Quest for the Ultimate Learning Machine Will Remake Our World*. Basic Books, 2015. 354 p.
83. Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein. *Introduction to Algorithms*. The MIT Press, 2022. 1312 p.
84. Sedgewick Robert, Wayne Kevin. *Algorithms*. Addison-Wesley Professional, 2011. 952 p.
85. Panos Louridas. *Algorithms*. The MIT Press, 2020. 311 p.
86. Sanjoy Dasgupta, Christos Papadimitriou, Umesh Vazirani. *Algorithms*. Science Engineering & Math, 2011. 336 p.
87. Imran Ahmad. *40 Algorithms Every Programmer Should Know: Hone your problem-solving skills by learning different algorithms and their implementation in Python*. Packt Publishing, 2020. 384 p.
88. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Алгоритм оптимізації тривальних коробок передач за масогабаритними характеристиками. *Вісник НТУ "ХПИ": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу"*. Харків, НТУ "ХПИ", 2011. № 28. С. 13–22.
89. Александров Е. Е., Епифанов В. В., Медведев Н. Г., Устиненко А. В. *Тягово-скоростные характеристики быстроходных гусеничных и полноприводных колесных машин: теория и расчет*. Харьков, НТУ "ХПИ", 2007. 124 с.
90. Цехмістро І. З. *Голістична філософія науки*. Харків, Акта, 2003. 280 с.
91. Øystein Linnebo. *Philosophy of Mathematics*. Princeton University Press, 2017. 210 p.
92. Torkel Franzén. *Gödel's Theorem: An Incomplete Guide to Its Use and Abuse*. Peters/CRC Press, 2005. 172 p.
93. Stephen Cole Kleene. *Mathematical Logic*. Dover Publications, 2013. 514 p.

94. Raymond M. Smullyan. *A Beginner's Guide to Mathematical Logic*. Dover Publications, 2014. 292 p.
95. Herbert B. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic*. Academic Press, 2001. 330 p.
96. Patrick Suppes, Shirley Hill. *First Course in Mathematical Logic*. Dover Publications, 2012. 384 p.
97. Joseph R. Shoenfield. *Mathematical Logic*. Peters/CRC Press, 2018. 352 p.
98. Martin Gardner. *My Best Mathematical and Logic Puzzles*. Dover Publications, 2013. 112 p.
99. George Boole. *The Mathematical Analysis of Logic*. 2015. 64 p.
100. Harrie de Swart. *Philosophical and Mathematical Logic*. Springer, 2018. 559 p.
101. Seymour Lipschutz. *2000 Solved Problems in Discrete Mathematics (Schaum's Solved Problems)*. McGraw Hill, 2012. 904 p.
102. Гайдамака А. В. *Деталі машин. Основи теорії та розрахунків: навчальний посібник для студентів машинобудівних спеціальностей усіх форм навчання*. Харків, НТУ "ХПІ", 2020. 275 с.
103. Anne Greenbaum, Tim P. Chartier. *Numerical Methods: Design, Analysis, and Computer Implementation of Algorithms*. Princeton University Press, 2012. 471 p.
104. Ian H. Hutchinson. *A Student's Guide to Numerical Methods*. Cambridge University Press, 2015. 224 p.
105. Задачин В.М., Конюшенко І.Г. *Чисельні методи: навчальний посібник*. Харків, вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. 180 с.
106. Eugene Isaacson, Herbert Bishop Keller. *Analysis of Numerical Methods*. Dover Publications, 2012. 576 p.
107. Wenwu Cao, Jaekwon Kim, Kyung W. Park. *Applied Numerical Methods Using MATLAB*. Wiley, 2020. 622 p.
108. Mike Yu. *Computer Science for Beginners: writing code to sort and search using Python: Covers Bubble sort, Selection sort, Insertion sort, duplicates removal and Binary search*. 2023. 55 p.
109. Donald E. Knuth. *The Art of Computer Programming: Volume 1: Fundamental Algorithms*. Addison-Wesley Professional, 1997. 672 p.

110. Henri van Maarseveen. *Sorting with Insertion Sort: An Exploration of Sorting Algorithms*. 2023. 53 p.
111. Alain Goriely. *Applied Mathematics: A Very Short Introduction*. OUP Oxford, 2018. 168 p.
112. Peter Eris Kloeden, Eckhard Platen, Henri Schurz. *Numerical Solution of SDE Through Computer Experiments*. Springer, 1993. 308 p.
113. K.K. Mishra. *A Handbook on Numerical Technique Lab: Matlab Based Experiments*. I K International Publishing House, 2007. 135 p.
114. E. T. Jaynes, G. Larry Bretthorst. *Probability Theory: The Logic of Science*. Cambridge University Press, 2003. 758 p.
115. Thomas Lorenzen, Virgil Anderson. *Design of Experiments: A No-Name Approach*. CRC Press, 1993. 432 p.
116. Marcy A. Kelly, Pryce L. Haddix. *The Fundamentals of Scientific Research: An Introductory Laboratory Manual*. Wiley-Blackwell, 2015. 177 p.
117. C. F. Jeff Wu, Michael S. Hamada. *Experiments: Planning, Analysis, and Optimization*. Wiley, 2011. 760 p.
118. Рыжов Э. В., Горленко О. А. *Математические методы в технологических исследованиях*. Киев, Наук. думка, 1990. 184 с.
119. Marco Cantu. *Mastering Delphi 7*. Sybex, 2003. 992 p.
120. John Loustau. *Elements Of Numerical Analysis With Mathematica*. World Scientific, 2017. 163 p.
121. John Lawson. *Design and Analysis of Experiments*. Chapman and Hall/CRC, 2014. 620 p.
122. János A. Bergou, Mark Hillery, Mark Saffman. *Quantum Information Processing: Theory and Implementation*. Springer, 2021. 538 p.

Наукове видання

БОНДАРЕНКО Олексій Вікторович
УСТИНЕНКО Олександр Віталійович
ПРОТАСОВ Роман Васильович

Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин
за масогабаритними характеристиками
на прикладі тривальних коробок передач

Монографія

Роботу до видання рекомендував проф. О. О. Клочко

Редактор О. С. Самініна

План 2020 р., поз. 97

Електронне видання