

О.О. АНДІЛАХАЙ, д-р техн. наук, доц., ДВНЗ «ПДТУ», Маріуполь

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ПРОЦЕСУ СТРУМИННО-АБРАЗИВНОЇ ОБРОБКИ

Розроблено математичну модель визначення шорсткості поверхні й продуктивності струминно-абразивної обробки з урахуванням динаміки руху абразивних зерен в оброблюваному матеріалі, що дозволило аналітично описати траєкторії руху абразивних зерен у процесі обробки й принципово по-новому обґрунтувати основні технологічні закономірності знімання матеріалу й формування поверхонь деталей. На цій основі доведено визначальний вплив на шорсткість обробленої поверхні й продуктивність обробки швидкості руху абразивних зерен.

Ключові слова: процес різання, динаміка процесу, абразивне зерно, шорсткість поверхні, сила різання, енергоємність обробки.

Вступ. При фінішній обробці дрібних деталей невеликої жорсткості й складної конфігурації широко застосовуються методи струминно-абразивної обробки, які забезпечують високі показники якості та продуктивності. З метою виключення зношування сопел установок запропоновано обробку виконувати за допомогою струменів стисненого повітря, затоплених абразивною суспензією. Застосування такого прогресивного методу струминно-абразивної обробки дозволяє кардинально вирішити проблему фінішної обробки дрібних деталей невеликої жорсткості й складної конфігурації. Однак, у порівнянні із традиційними методами струминно-абразивної обробки даний метод протікає з меншими швидкостями руху абразивних зерен, що знижує інтенсивність їхньої взаємодії з оброблюваними деталями й відповідно продуктивність обробки. Тому важливо здійснити пошук умов підвищення ефективності обробки.

Аналіз останніх досліджень. Незважаючи на широке застосування методів струминно-абразивної обробки в машинобудуванні [1 – 5], їхні теоретичні основи фактично не розроблені. Відсутні математичні моделі визначення фізичних і технологічних параметрів процесу. Виходячи з цього, вибір раціональних умов обробки виконується на основі результатів експериментальних досліджень, справедливих лише для окремих випадків обробки. Найбільш повно фізична сутність і технологічні можливості струминно-абразивної обробки розкриті в роботах [1, 3]. Однак вони базуються на *теорії тертя й зношування деталей машин* і не враховують особливості процесу різання абразивними зернами. Тому актуальним є завдання визначення динамічного стану процесу струминно-абразивної обробки й на його основі встановлення закономірностей формування мікрорізів і шорсткості поверхонь деталей. Це дозволить обґрунтовано підійти до вибору раціональних умов обробки.

Постановка задачі. Для визначення умов підвищення ефективності струминно-абразивної обробки в роботі вирішується завдання розробки математичної моделі динаміки процесу струминно-абразивної обробки й на її основі визначення шорсткості поверхні й продуктивності обробки. Виходячи з цього, можна буде обґрунтувати умови зменшення шорсткості поверхні й збільшення продуктивності обробки з урахуванням динаміки руху абразивних зерен в оброблюваному матеріалі. Важливо також у розрахунках урахувати закономірності зміни енергоємності обробки, що дозволить принципово повному розкрити технологічні можливості струминно-абразивної обробки з погляду підвищення інтенсивності знімання матеріалу й формоутворення поверхонь деталей.

Математична модель. Для вирішення поставленого завдання в роботі отримане спрощене диференціальне рівняння руху в часі τ абразивного зерна масою m в оброблюваному матеріалі (за координатою z) з урахуванням дії на зерно лише тангенціальної складової сили різання P_z (рис. 1):

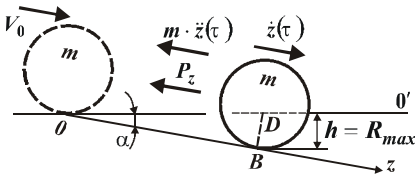


Рис. 1 – Схема взаємодії зерна з оброблюваним матеріалом.

$$\ddot{z}(\tau) + k^2 \cdot z(\tau) = 0, \quad (1)$$

де $k = \sqrt{\sigma \cdot \epsilon \cdot \text{tg} \alpha / m}$; σ – умовне напруження різання, Н/м² (енергоємність обробки, Дж/м³); ϵ – ширина зрізу, м; α – кут входу зерна в оброблюваний матеріал.

Вирішуючи рівняння (1) з урахуванням початкових умов $z(0) = 0$; $\dot{z}(0) = V_0$, встановлено: $z(\tau) = V_0 \times \sin k\tau / k$ (де V_0 – початкова швидкість руху абразивного зерна, м/с). Звідки визначений час $\tau = \pi / 2k$ і довжина шляху зерна в оброблюваному матеріалі $l = z = V_0 \cdot \sqrt{m(\sigma \cdot \epsilon \cdot \text{tg} \alpha)}$, а також об'єм матеріалу, що зрізується одним зерном $\mathcal{G}_{\text{зріз}} = m \cdot V_0^2 / (2 \cdot \sigma)$, і глибини риски-подряпини h , рівної параметру шорсткості поверхні R_{max} , який з урахуванням залежності [6]

$$\sigma = \cos \psi_1 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 \cdot \tau_{\text{зсув}}}{[1 - \sin(\alpha + \psi_1)]}$$

описується так:

$$R_{\text{max}} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{m \cdot \sin 2\alpha}{2 \cdot \sigma \cdot \epsilon}} = V_0 \cdot \sqrt{\frac{m}{2 \cdot \tau_{\text{зсув}} \cdot \epsilon}} \cdot \bar{R}_{\text{max}}, \quad (2)$$

де $\bar{R}_{\text{max}} = \sqrt{\sin \alpha \cdot [1 - \sin(\alpha + \psi_1)]} / \cos \psi_1$ – безрозмірний параметр шорсткості поверхні; $\psi_1 = \psi + \gamma$; ψ – умовний кут тертя зерна з матеріалом; γ – передній кут зерна; $\tau_{\text{зсув}}$ – межа міцності на зсув оброблюваного матеріалу,

H/m^2 .

На рис. 2 стосовно до обробки деталі із латуні наведені розрахункові значення величини $1/\sigma = \mathcal{G}_{зріз} \cdot 2/(m \cdot V_0^2)$ (визначаючої $\mathcal{G}_{зріз}$ й відповідно продуктивність обробки) і безрозмірного параметра шорсткості поверхні \bar{R}_{\max} . Видно, що домогтися найбільшого значення $\mathcal{G}_{зріз}$ (продуктивності обробки) і найменшої шорсткості поверхні можна за умови $\alpha \rightarrow 0$, тобто за рахунок зменшення енергоємності обробки σ .

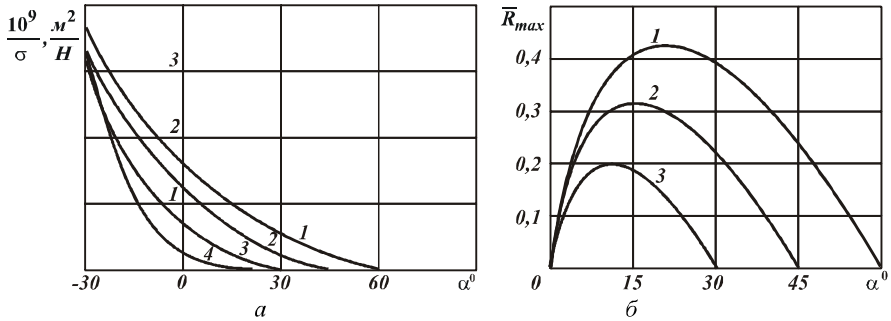


Рис. 2 – Залежність $1/\sigma$ (а) і \bar{R}_{\max} (б) від кута α :

1 – $\psi_1 = 30^\circ$; 2 – $\psi_1 = 45^\circ$; 3 – $\psi_1 = 60^\circ$; 4 – $\psi_1 = 70^\circ$.

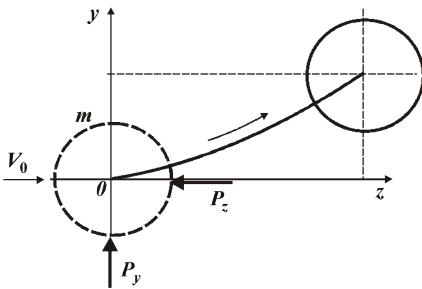


Рис. 3 – Розрахункова схема траєкторії руху зерна в матеріалі.

Дане рішення є спрощеним, тому що не враховує дію на абразивне зерно, що рухається, радіальної складової сили різання P_y , яка «виштовхує» його з оброблюваного матеріалу й змінює траєкторію руху. Тому розглянуто диференціальні рівняння руху в часі τ в оброблюваному матеріалі зерна масою m з початковою швидкістю V_0 під кутом $\alpha = 0$ у напрямках осей Oz і Oy під дією тангенціальної P_z й радіальної P_y складових сили різання (рис. 3):

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{z}(\tau) = -P_z; \\ m \cdot \ddot{y}(\tau) = P_y, \end{cases} \quad (3)$$

де $\ddot{z}(\tau)$ й $\ddot{y}(\tau)$ – прискорення руху зерна в напрямках осей Oz і Oy , m/c^2 .

З урахуванням початкових умов $z(0) = 0$; $\dot{z}(0) = V_0$ рішення рівнянь (3) набувають вигляду:

$$\begin{cases} z(\tau) = -\frac{P_z}{m} \cdot \frac{\tau^2}{2} + V_0 \cdot \tau; \\ y(\tau) = \frac{P_y}{m} \cdot \frac{\tau^2}{2}. \end{cases} \quad (4)$$

При виконанні умови $\dot{z}(\tau) = 0$ зерно зупиниться. Час τ_κ і координати z_κ , y_κ у момент зупинки з урахуванням $K_{ш} = P_z / P_y$ визначаються так:

$$\tau_\kappa = \frac{m \cdot V_0}{P_z}; \quad z_\kappa = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot P_z}; \quad y_\kappa = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot P_z} \cdot \frac{1}{K_{ш}} = \frac{z_\kappa}{K_{ш}}.$$

За умови $K_{ш} < 1$, що має місце при абразивній обробці, координата y_κ зерна буде більше координати z_κ (рис. 4). Траєкторія руху зерна в матеріалі, виходячи з рішення системи рівнянь (4), описується формулою

$$z = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2m \cdot y}{P_y}} - K_{ш} \cdot y. \quad (5)$$

Складові сили різання P_z й P_y залежать від фактичної товщини зрізу, яка у зв'язку з переміщенням абразивного зерна уздовж осі Oy буде змінюватися. Тоді

$$\begin{cases} P_z = \epsilon \cdot (a - y) \cdot \sigma; \\ P_y = \frac{\epsilon \cdot (a - y) \cdot \sigma}{K_{ш}}. \end{cases} \quad (6)$$

З урахуванням залежностей (6) для початкових умов $z(0) = 0$; $\dot{z}(0) = V_0$ рішення диференціальних рівнянь (3) з урахуванням $k^2 = \frac{\epsilon \cdot \sigma}{m \cdot K_{ш}}$ набуває вигляду

$$y = a \cdot (1 - \cos k\tau); \quad (7)$$

$$z = V_0 \cdot \tau - a \cdot K_{ш} \cdot (1 - \cos k\tau). \quad (8)$$

За умови $\dot{z}(\tau) = 0$ абразивне зерно зупиниться. Тоді час контакту зерна з оброблюваним матеріалом визначиться за формулою:

$$k\tau_\kappa = \arcsin \frac{V_0}{a} \cdot \sqrt{\frac{m}{\epsilon \cdot \sigma \cdot K_{ш}}}. \quad (9)$$

Аналіз залежності (9) показує, що чим більше параметри V_0 , m і менше a , ϵ , $K_{ш}$, σ , тим більше $k\tau_\kappa$, тобто час контакту абразивного зерна з оброблюваним матеріалом, і відповідно вище ефективність процесу обробки.

Результати розрахунків. Із залежності (7) випливає, що за умови $k\tau < \pi/2$ (яка відповідає умові $y_\kappa < a$) абразивне зерно зупиниться в оброб-

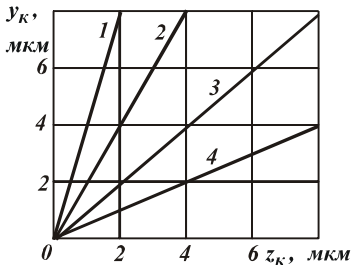


Рис. 4 – Функціональний зв'язок між координатами y_κ й z_κ зерна, що рухається:

1 – $K_{ш} = 0,25$; 2 – $K_{ш} = 0,5$;

3 – $K_{ш} = 1,0$; 4 – $K_{ш} = 2,0$.

люваному матеріалі. За умови $k\tau > \pi/2$, навпаки, кінетичної енергії зерна буде достатньо, щоб вийти з матеріалу без зупинки й здійснити його повний зріз. У випадку $y_k = a$ залежність (8) набуває вигляду

$$z_k = V_0 \cdot \tau_k - a \cdot K_{ш}. \quad (10)$$

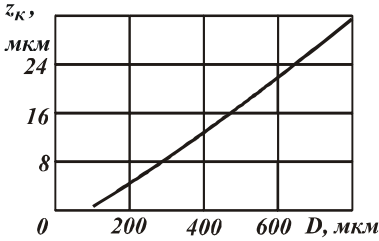


Рис. 5 – Залежність координати z_k від діаметра зерна D .

Для вихідних даних $V_0 = 30$ м/с; $a = 3$ мкм; $\sigma = 10^4$ Н/мм²; $K_{ш} = 0,5$ з урахуванням залежностей $m = \rho \cdot v$ і $v = 2 \cdot \sqrt{D \cdot a}$ (де ρ – щільність абразивного матеріалу (для алмаза $\rho = 3,5$ г/см³); $v = \pi \cdot D^3 / 6$ – об'єм абразивного зерна у формі сфери діаметром D) отримані розрахункові значення координати z_k (рис. 5). Зі збільшенням діаметра зерна D координата z_k збільшується, а це веде до збільшення довжини зрізу й інтенсифікації обробки.

Траєкторія руху зерна в матеріалі для умови $y_k = a$ й наведених вихідних даних описується перетвореними залежностями (7) і (8):

$$y = 3 \cdot \left[1 - \cos(0,67 \cdot 10^6 \cdot \tau) \right]; \quad (11)$$

$$z = 10^6 \cdot \tau - 0,5 \cdot y. \quad (12)$$

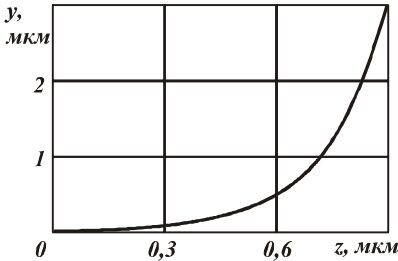


Рис. 6 – Функціональний зв'язок між координатами y й z абразивного зерна.

Розрахунки показали (рис. 6), що на початку траєкторія руху зерна в матеріалі незначно відрізняється від прямолінійної, а потім вона стає більш криволінійною й зерно виходить із контакту з оброблюваним матеріалом при невеликих значеннях z .

Наведені рішення справедливі для нульового кута α входу зерна в оброблюваний матеріал (рис. 3) і визначають, по суті, характер утворення мікрорізу при обробці кромки заготовки. При $\alpha > 0$ складові сили різання P_z й P_y , описувані залежностями (6), з урахуванням $a = tg\alpha \cdot z$ мають вигляд:

$$\left\{ P_z = v \cdot (tg\alpha \cdot z - y) \cdot \sigma; P_y = \frac{v \cdot (tg\alpha \cdot z - y) \cdot \sigma}{K_{ш}}. \right. \quad (13)$$

Тоді рівняння (3) опишуться так:

$$\left\{ m \cdot \ddot{z} + v \cdot \sigma \cdot tg\alpha \cdot z = v \cdot \sigma \cdot y; m \cdot \ddot{y} + \frac{v \cdot \sigma}{K_{ш}} \cdot y = \frac{v \cdot \sigma \cdot tg\alpha}{K_{ш}} \cdot z \right. \quad (14)$$

Запропоновані диференціальні рівняння містять по дві невідомі величини y й z . Після відповідних перетворень (14) з урахуванням початкових умов $z(0) = 0$; $\dot{z}(0) = V_0$ отримані наступні рішення:

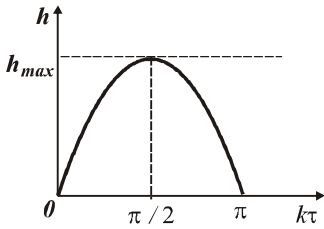


Рис. 7 – Залежність глибини h від кута $k\tau$.

$$y = \frac{V_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{(1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot K_{\text{ш}})} \cdot \left(\tau - \frac{1}{k} \cdot \sin k\tau \right); \quad (15)$$

$$z = \frac{V_0}{(1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot K_{\text{ш}})} \cdot \left(\tau - \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot K_{\text{ш}}}{k} \cdot \sin k\tau \right). \quad (16)$$

Тоді глибина впровадження зерна в оброблюваний матеріал, що визначає висоту мікронерівності на оброблюваній поверхні, опишеться рівнянням (рис. 7)

$$h = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha}{k} \cdot \sin k\tau. \quad (17)$$

Максимальне значення h_{max} , рівне параметру шорсткості поверхні R_{max} , досягається за умови $\sin k\tau = 1$ або $k\tau = \pi/2$. Тоді з урахуванням відомої залежності $K_{\text{ш}} = \operatorname{ctg}(\psi + \gamma) = \operatorname{ctg} \psi_1$ й $\psi_1 = \psi + \gamma$ отримано рівність

$$h_{\text{max}} = R_{\text{max}} = V_0 \cdot \sin \alpha \cdot \sqrt{\frac{m}{2 \cdot \sigma \cdot \tau_{\text{зуб}}}} \cdot \left[\frac{1}{\sin(\alpha + \psi_1)} - 1 \right]. \quad (18)$$

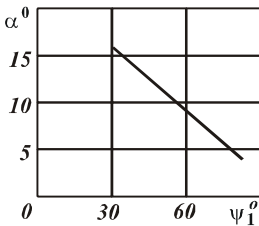


Рис. 8 – Залежність кута α від кута ψ_1 .

Кут α неоднозначно впливає на глибину h_{max} . Підкоряючи залежність (18) необхідній умові екстремуму (максимуму) $(h_{\text{max}})'_{\alpha} = 0$, отримано тригонометричне рівняння відносно невідомої величини α :

$$1 - \sin(\alpha + \psi_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \psi_1)}. \quad (19)$$

Розрахунками встановлено (рис. 8), що зі збільшенням кута $\psi_1 = \psi + \gamma$ (який у реальних умовах

обробки наближається до 90°) процес струминно-абразивної обробки ефективно здійснювати з невеликим кутом $\alpha \rightarrow 0$. Це забезпечить найменшу шорсткість R_{max} оброблюваної плоскої поверхні, а також якісну обробку торців заготовки, усуваючи задирки й округляючи кромки. Визначена також довжина риски-подрияпини l зерном за умови утворення повного зрізу:

$$l = \frac{\pi \cdot V_0}{\cos \alpha \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot K_{\text{ш}})} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot K_{\text{ш}}}{\sigma \cdot \sigma \cdot (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot K_{\text{ш}})}}. \quad (20)$$

Кут α неоднозначно впливає також і на довжину l . Зі збільшенням ку-

та α за рахунок зменшення $\cos \alpha$ довжина l буде збільшуватися нескінченно (при $\alpha \rightarrow \pi/2$), а за рахунок збільшення функції $\operatorname{tg} \alpha \rightarrow \infty$ (при $\alpha \rightarrow \pi/2$) довжина l буде зменшуватися. Отже, існує екстремальне значення кута входу зерна в оброблюваний матеріал α , при якому довжина риски-подряпини зерном l буде максимальною.

Підкоряючи функцію l необхідній умові екстремуму: $l'_\alpha = 0$, отримано тригонометричне рівняння:

$$0,5 \cdot \sin 2\alpha + \sin^2 \alpha \cdot K_{ш} = 1,5 \cdot K_{ш} . \quad (21)$$

Розрахунками встановлено (рис. 9), що для реальних умов абразивної обробки ($K_{ш} < 0,35$) кут входу абразивного зерна в оброблюваний матеріал α може змінюватися в межах $0 \dots 30^\circ$.

Отримані рішення дозволяють обґрунтувати умови підвищення продуктивності Q абразивної обробки затопленими струменями на основі запропонованої залежності:

$$Q = \frac{k_0 \cdot m \cdot V_0^3}{4 \cdot \sigma \cdot H} , \quad (22)$$

де k_0 – кількість абразивних зерен, які беруть участь у процесі обробки; H – відстань від сопла до деталі, м.

Аналіз залежності (22) показує, що основною умовою підвищення продуктивності обробки Q є збільшення кінетичної енергії рухомого абразивного зерна за рахунок збільшення швидкості його руху. Це досягається застосуванням ефективних технологічних рішень по керуванню потоками руху абразивних зерен і оброблюваних деталей.

Перспективи подальших досліджень. Автор вважає перспективними напрямки експериментальних досліджень процесу струминно-абразивної обробки й уточнення установлених теоретичних значень швидкості руху абразивних зерен, шорсткості обробленої поверхні й продуктивності обробки. За розходженням теоретичних і експериментальних даних можна визначити фактори, які складно врахувати аналітично, однак вони впливають на протікання процесу обробки і ними необхідно керувати. Важливо також отримати емпіричні залежності для визначення шорсткості обробленої поверхні й продуктивності обробки та порівняння аналітичних й експериментальних результатів досліджень.

Висновки. Розроблено нову математичну модель визначення шорсткості поверхні й продуктивності абразивної обробки деталей затопленими струменями з урахуванням динаміки руху абразивних зерен в оброблюваному матеріалі, що дозволило аналітично описати траєкторії руху абразивних зе-

рен у процесі обробки й принципово по-новому обґрунтувати основні технологічні закономірності знімання матеріалу й формоутворення поверхонь деталей. На цій основі доведено визначальний вплив на шорсткість обробленої поверхні й продуктивність обробки швидкості руху абразивних зерен, яка на відміну від традиційної струминно-абразивної обробки істотно залежить від різних технологічних параметрів процесу.

Список літератури: 1. *Проволоцкий А.Е.* Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техніка, – 1989. – 177 с. 2. *Шманев В. А., Шулепов А. П., Мещеряков А. В.* Струйно-абразивная обработка деталей ГТД. – М.: Машиностроение, – 1995. – 143 с. 3. *Исупов М. Г.* Разработка, исследование технологии струйно-абразивной финишной обработки: дис. на соискание научн. степени докт. техн. наук: спец. 05.02.08 Технология машиностроения / *Исупов Максим Георгиевич.* – М.: РГБ, – 2007. – 432 с. 4. *Зверев Е. А.* Влияние режимов струйно-абразивной обработки на шероховатость поверхности деталей под плазменное напыление покрытий // *Материаловедение: сб. науч. тр.* – Новосибирск: Новосибир. гос. техн. ун-т, – 2008. – № 2 (52). – С. 109 – 114. 5. *Цыгановский А. Б.* Технологические возможности гидроабразивной обработки затопленными струями // *Вибрации в технике и технологиях.* – Ростов-на-Дону: ДГТУ, – 2010. – № 2(58). – С. 205 – 215. 6. *Анділахай О. О.* Розробка математичної моделі визначення параметрів абразивної обробки затопленими струменями // *Вісник НТУ «ХПІ».* Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – №18(1061). – С. 9 – 16.

Bibliography (transliterated): 1. *Provolockij, A. E.* *Strujno-abrazivnaja obrabotka detalej mashin.* Kiev: Tehnika, 1989. Print. 2. *Shmanev, V. A., A. P. Shulepov and A. V. Meshherjakov.* *Strujno-abrazivnaja obrabotka detalej GTD.* Moscow: Mashinostroenie, 1995. Print. 3. *Isupov, M. G.* *Razrabotka, issledovanie tehnologii strujno-abrazivnoj finisnoj obrabotki. Dis. na soiskanie nauchn. stepeni d-ra tehn. nauk.* Moscow, 2007. Print. 4. *Zverev, E. A.* "Vlijanie rezhimov strujno-abrazivnoj obrabotki na sherohovatost' poverhnosti detalej pod plazmennoe napylenie pokrytij." *Materialovedenie: sb. nauch. tr.* No. 2 (52). Novosibirsk: Novosibir. gos. teh. un-t., 2008. 109–114. Print. 5. *Cyganovskij, A. B.* "Tehnologicheskie vozmozhnosti gidroabrazivnoj obrabotki zatoplennymi strujami." *Vibracii v tehnike i tehnologijah.* No. 2 (58). Rostov-na-Donu: DGTU, 2010. 205–215. Print. 6. *Andilajah, A. A.* "Rozrobka matematychnoi' modeli vyznachennja parametriv abrazyvnoi' obrobky zatoplenymy strumenjamy." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Matematyчне modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah.* No. 18 (1061). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 9–16. Print.

Надійшла (received) 26.08.2014

УДК 621.923

Т.М. БРИЖАН, наук. співр., ДВНЗ «ПДТУ», Маріуполь

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДОВИХ СИЛИ РІЗАННЯ ПРИ МЕХАНІЧНІЙ ОБРОБЦІ ГЛИБОКИХ ОТВОРІВ

Розроблено математичну модель визначення складових сили різання при обробці глибоких отворів, що дозволило оцінити рівень нерівноваженості радіальної складової сили різання при зніманні нерівномірного припуску і обґрунтувати умови її зменшення з метою підвищення точності обробки отвору. Теоретично показано можливість суттєвого зменшення радіальної складової сили різання за рахунок створення кута нахилу зубів розгортки, що відкриває широкі технологічні можливості високоточної обробки глибоких отворів.

© Т. М. Брижан, 2014