

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до лабораторної роботи

**«Вивчення хвильових властивостей  
електронів в процесах розсіяння на атомах інертних газів»**  
з курсу «Фізика»

для студентів усіх спеціальностей

Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 1 від 25.02.2021р.

Харків  
НТУ «ХПІ»

2023

**Методичні вказівки** до лабораторної роботи «Вивчення хвильових властивостей електронів в процесах розсіяння на атомах інертних газів» з курсу «Фізика» для студентів усіх спеціальностей / уклад: Андреев О. М., Андреева О. М. – Харків: НТУ «ХПІ» – 27 с.

Укладачі: О. М. Андреев,  
О. М. Андреева

Рецензент: доц. Дроздов А.М.

Кафедра фізики

## Вступ

Проникнення багатьох розділів квантової фізики в техніку та на виробництво вимагає від сучасного інженера глибоких пізнань явищ мікросвіту. Першими сходинками в складний, але цікавий світ мікрочастинок можна вважати гіпотезу де Бройля та рівняння Шредінгера. Ідея де Бройля, щодо універсальності корпускулярно-хвильового дуалізму матерії дозволяє під іншим кутом зору подивитися на різноманітні явища та ефекти, котрі були відомі в класичній фізиці ще до створення квантової механіки. Рівняння Шредінгера дозволяє математично описати еволюцію стану квантово-механічної системи, тобто статистично передбачити поведінку нерелятивістської мікрочастинки в будь-якому експерименті.

Ефективність засвоєння матеріалу з будь-якого розділу курсу фізики, на думку авторів, ґрунтується на двох принципах: теорія та експеримент. Теорія дозволяє математично описати та пояснити явище, а експериментальні дослідження – побачити та усвідомити. Тому в методичних вказівках, окрім детального опису лабораторної роботи наведено необхідний теоретичний матеріал, який дозволяє зрозуміти процеси, котрі спостерігаються під час впорядкованого руху електронів крізь газове середовище. Детальний розв'язок рівняння Шредінгера для прямокутних потенціальних бар'єрів в теоретичній частині роботи дозволяє не тільки пояснити існування максимуму та мінімуму (ефект Рамзауера – Таунсенда) розсіяння електронів, а й обчислити глибину та ширину потенціальної ями атомних розмірів.

У наведеній лабораторній роботі вивчаються хвильові властивості електронів під час їх взаємодії з атомами ксенону, для цього експериментально вимірюється вольт – амперна характеристика несамостійного газового розряду. Визначаються енергії електронів, яким відповідають максимум і мінімум розсіяння, а також розраховується глибина та ширина прямокутної потенціальної ями, яка «моделює» атом ксенону.

# ВИВЧЕННЯ ХВИЛЬОВИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕКТРОНІВ В ПРОЦЕСАХ РОЗСІЯННЯ НА АТОМАХ ІНЕРТНИХ ГАЗІВ

**Мета роботи:** спостереження хвильових властивостей електронів під час їх пружної взаємодії з атомами інертних газів та спостереження ефекту Рамзауера - Таунсенда.

## ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

### 1. Класичні уявлення електронно-атомних зіткнень

Процес проходження електричного струму в газовому середовищі називається *газовим розрядом*. Під час впорядкованого руху в газі електрони зазнають *пружних зіткнень* з нейтральними атомами газу. Оскільки маса електрона набагато менша за масу атома, то обміном енергією між ними під час зіткнення можна знехтувати, а враховувати лише зміну напрямку руху електрона. При збільшенні енергії електронів зростає ймовірність зіткнень, під час яких частина сумарної кінетичної енергії частинок переходить во внутрішню енергію атома. Тобто частина кінетичної енергії електрона йде на збудження або на іонізацію атома газу. Такі зіткнення називаються *непружними зіткненнями першого роду*. Можливий і зворотній процес (*непружні зіткнення другого роду*), а саме, перехід внутрішньої енергії атома в сумарну кінетичну енергію частинок. Це відбувається, коли електрон співударяється з атомом, який знаходиться в збудженому стані. Оскільки процеси зіткнення електронів з атомами є випадковими, то вони характеризуються певною ймовірністю зіткнення – *повним поперечним перерізом співударянь*  $Q$ .

Розглянемо моноенергетичний потік електронів, який рухається в газовому середовищі вздовж осі  $x$  (рис. 1). Атоми (або молекули) газу будемо вважати нерухомими та хаотично розподіленими у просторі. На шляху від  $x$  до  $x+dx$  кількість електронів  $dN$ , які зазнають зіткнення з атомами прямо пропорційна ймовірності зіткнення  $Q$ :

$$dN = -QN(x)dx, \quad (1)$$

де  $N(x)$  – кількість електронів в потоці у поперечному перерізу з координатою  $x$ .

Знак мінус у рівнянні (1) вказує, що кількість електронів в спрямованому потоці на шляху  $dx$  зменшується. Електрони, які зазнають зіткнення вибувають з потоку (рис. 1), тобто розсіюються.

Інтегруючи вираз (1) та враховуючи, що  $Q$  не залежить від  $x$ :

$$\frac{dN}{N(x)} = -Qdx \rightarrow \int_{N_0}^N \frac{dN}{N(x)} = -Q \int_0^x dx,$$

отримаємо закон зменшення кількості електронів у потоці:

$$N(x) = N_0 e^{-Qx}. \quad (2)$$

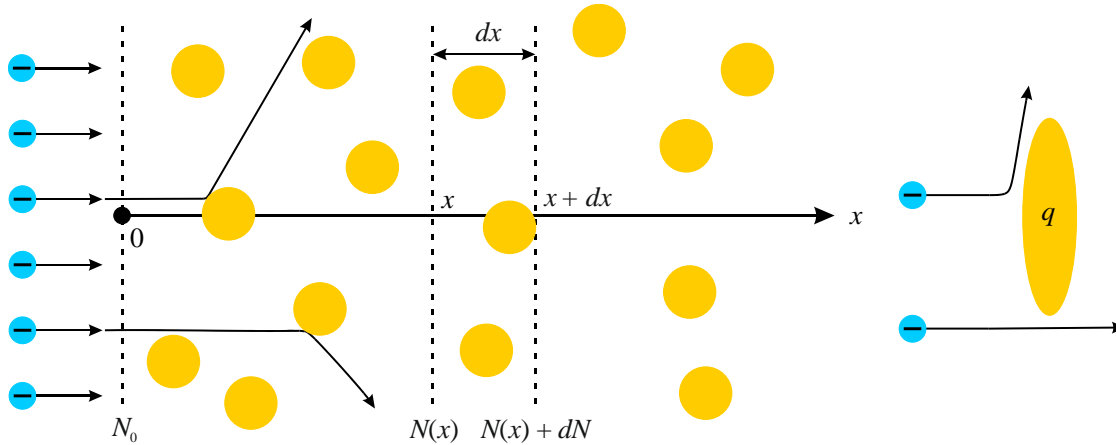


Рисунок 1

Таким чином, величина  $Q$  є зворотною до довжини ( $[Q] = \text{м}^{-1}$ ) та характеризує ймовірність зіткнення електрона з атомом на шляху в 1 м. Тоді, ймовірність зіткнення  $dP$  електрона на шляху  $dx$  буде:

$$dP = Qdx. \quad (3)$$

Оскільки  $Q$  не залежить від  $x$ , то ймовірність зіткнення відповідно до виразу (3) зростає при збільшенні шляху, який проходить електрон у газовому середовищі. Довжина шляху  $\langle l \rangle$ , при якій ця ймовірність дорівнює одиниці ( $P = Q\langle l \rangle = 1$ ), називається *середньою довжиною вільного пробігу* електрону у газі:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{Q}. \quad (4)$$

Величина  $\langle l \rangle$  визначає довжину шляху, який проходить в середньому електрон рухаючись у потоці до зіткнення з атомом газу, а відповідно,  $Q$  дорівнює середній кількості зіткнень, котрі зазнає електрон на одиниці свого шляху.

Повний поперечний переріз залежить від концентрації  $n$  атомів

газового середовища. Параметр, який має розмірність площі та характеризує ймовірність зіткнення електрона з окремим атомом називається *ефективним поперечним перерізом*:

$$q = \frac{Q}{n}. \quad (5)$$

Під час процесів пружного зіткнення, електрон можна вважати точковою частинкою, а атом – кулькою з площею поперечного перерізу  $q \sim (10^{-16} \div 10^{-15}) \text{ см}^2$ , яка розташована перпендикулярно до руху електрона (рис. 1). Якщо електрон потрапляє на цю кульку, то відбувається його пружне зіткнення з атомом газу.

## 2. Експериментальне визначення ефективного поперечного перерізу атомів газу

Вперше експериментальне визначення залежності ефективного поперечного перерізу атомів від енергії налітаючих на них електронів було здійснено в 20-х рр. минулого століття

німецьким фізиком Карлом Рамзауером та британським фізиком Джоном Сілі Таунсендом.

Розглянемо детально досліди Рамзауера, які були проведені за допомогою створеної ним установки (рис. 2). Під дією ультрафіолетового світла фотокатод  $\Phi K$  (металева пластинка) випромінює електрони (зовнішній фотоефект), які прискорюються електричним полем між сіткою  $C$  та фотокатодом  $\Phi K$ . Далі ці електрони крізь сітку

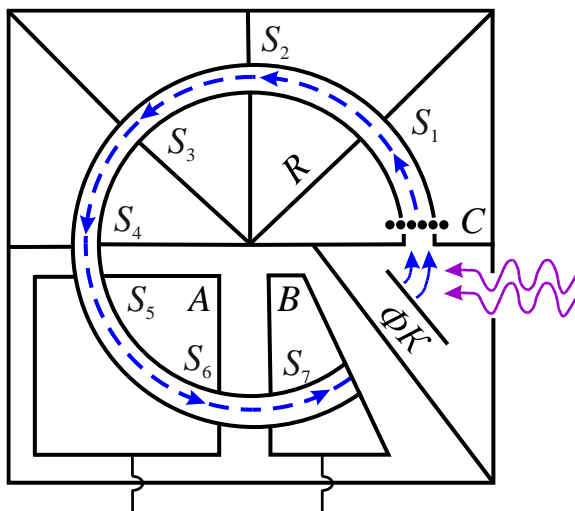


Рисунок 2

потрапляють у середину металеві камери, яку поділено на окремі сектори з перегородками та отворами. Всі отвори  $S_1 - S_7$  знаходяться на одному колі радіусом  $R$ . За допомогою електромагніту в камері створюється однорідне магнітне поле, індукція якого направлена перпендикулярно площині рисунку. Під дією сили Лоренца, електрони рухаються по дугам кіл, радіуси яких визначаються їх енергією та індукцією магнітного поля. Таким чином, крізь отвори проходять тільки електрони з певною кінетичною енергією,

утворюючи моноенергетичний потік крізь газове середовище. Індукцію магнітного поля підбирають в залежності від напруги поля між фотокатодом та сіткою, так щоб найбільша кількість електронів у пучку мала необхідну енергію. Камери *A* та *B* (клітки Фарадея) уловлюють моноенергетичні електрони, які пройшли крізь усі отвори.

Якщо поєднати обидві камери з електрометром, то можна виміряти струм  $I_0$ , який відповідає потоку електронів, що пройшли частину кола до отвору  $S_5$ .

При підключенні до електрометру лише камери *B* можна визначити струм електронів  $I$ , які дійшли до отвору  $S_7$ . Таким чином, можна визначити кількість зіткнень електронів з молекулами газу на шляху від  $S_5$  до  $S_7$  та знайти ефективний поперечний переріз, використовуючи вираз (2):

$$Q = \frac{1}{L} \ln \left( \frac{I_0}{I} \right), \quad (6)$$

де  $L$  – довжина дуги кола між отворами  $S_5 - S_7$ .

Змінюючи напругу  $U$  між сіткою та фотокатодом, Рамзауер експериментально дослідив залежність повного поперечного перерізу атомів газу від кінетичної енергії електронів пучка.

На рис. 3 наведено графіки залежності  $Q(\sqrt{U})$  для атомів інертних газів при тиску 133,3 Па, які отримані за допомогою установки Рамзауера (пунктирні лінії демонструють газокінетичні ефективні перерізи атомів). Відповідно до теорії, при зменшенні швидкості електронів (зменшенні  $\sqrt{U}$ ), вони будуть більше часу знаходитися в потенціальному полі атома й тому, сильніше відхилятися від початкового напрямку руху, тобто розсіюватися. Таким чином, при зменшенні енергії електронів поперечний переріз атомів під час

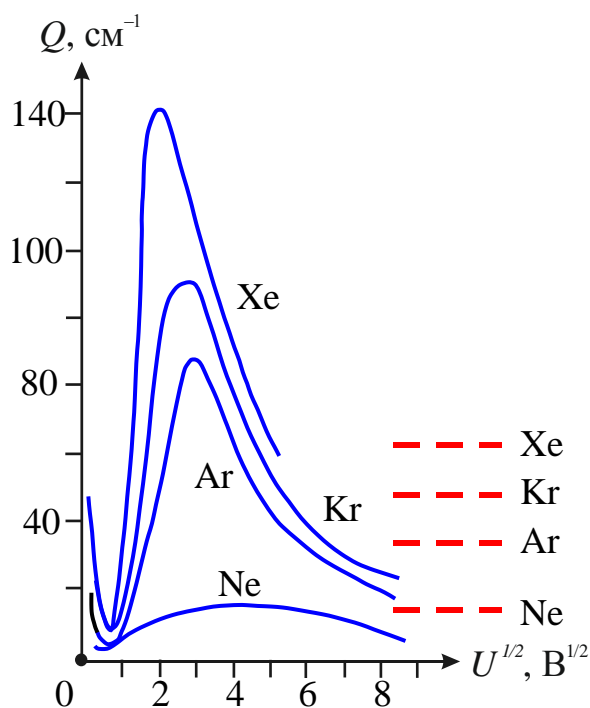


Рисунок 3

пружного зіткнення повинен монотонно збільшуватися. Дослід це підтверджує (рис. 3), але при енергіях електронів менше за 1 еВ, величина  $Q$  для атомів інертних газів дуже стрімко зменшується та досягає мінімуму. Газ стає ніби «прозорим» для таких електронів. Явище аномального малого розсіяння електронів атомами інертних газів отримало назву *ефект Рамзауера* або *ефект Рамзауера – Таунсенда*.

Пояснення існування мінімуму поперечного перерізу атомів в рамках класичної фізики не можливо, для цього необхідно враховувати хвильову природу електрона.

### 3. Хвильова природа мікрочастинок

#### 3.1. Корпускулярно – хвильовий дуалізм

В 1923 р. французький фізик Луї де Бройль висловив думку, що корпускулярно – хвильовий дуалізм має універсальний характер, тому частинці масою  $m$ , яка рухається можна зіставити хвилю, довжина якої визначається співвідношенням:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (7)$$

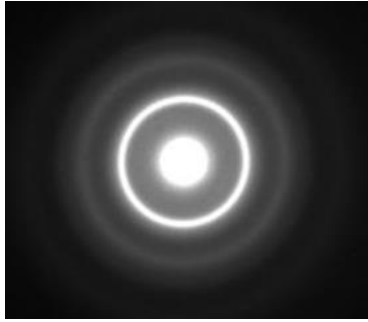
де  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка;  $p$  – імпульс частинки.

Якщо швидкість частинки  $v$  набагато менша за швидкість розповсюдження світла в вакуумі ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с), то формулу де Бройля (7) можна переписати у вигляді:

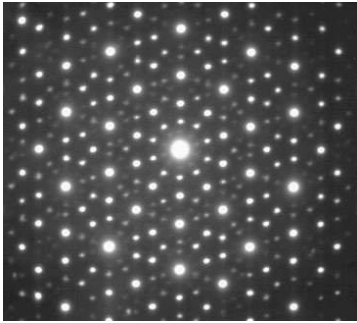
$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (8)$$

#### 3.2. Рівняння Шредінгера та хвильова функція

Після експериментального підтвердження ідеї де Бройля в дослідженнях по дифракції мікрочастинок (рис. 4 – дифракція електронів: а) на полікристалах; б) на квазікристалах), австрійський фізик Ервін Шредінгер у 1925 р. отримав основне рівняння нерелятивістської квантової механіки (*часове рівняння Шредінгера*), яке враховувало хвильові властивості мікрочастинок:



а



б

Рисунок 4

мікрочастинки та є носієм інформації, як про корпускулярні так і про хвильові її властивості. Німецький фізик Макс Борн першим зрозумів, що хвильова функція в рівнянні Шредінгера має статистичний характер. Тобто ймовірність  $dP$  знаходження мікрочастинки в об'ємі  $dV$  визначається квадратом модуля хвильової функції:

$$dP = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = \Psi(x, y, z, t)\Psi^*(x, y, z, t)dV, \quad (10)$$

де  $\Psi^*$  – комплексно-спряжена функції до  $\Psi$ , яку можна отримати заміною в  $\Psi$  мнімої одиниці  $i$  на  $-i$  усюди де вона з'являється.

Отже *фізичний сенс* має не сама хвильова функція, а квадрат її модуля  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , який визначає *густину ймовірності* знайти частинку в момент часу  $t$  в об'ємі  $dV$ .

Відповідно до ідеї де Бройля, кожній частинці, яка рухається можна зіставити хвилю, яка описується в рівнянні Шредінгера хвильовою функцією  $\Psi(x, y, z, t)$ . А оскільки за Борном псі-функція має ймовірнісний характер, то можна сказати, що *хвилі де Бройля є хвилями ймовірності*. Інтенсивність хвиль де Бройля  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  визначає ймовірність знаходження частинки в момент часу  $t$  в просторовому інтервалі:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U\Psi, \quad (9)$$

де  $i = \sqrt{-1}$  – мніма одиниця;  $t$  – час;

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка (або

стала Дірака);  $m$  – маса мікрочастинки;  $\Delta$  – оператор Лапласа, який в декартовій системі координат має вигляд:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2}{\partial^2 z};$$

$\Psi(x, y, z, t)$  – хвильова функція;  $U(x, y, z, t)$  – силова функція, яка враховує зовнішній вплив на мікрочастинку.

Хвильова функція  $\Psi(x, y, z, t)$  описує стан

мікрочастинки та є носієм інформації, як про корпускулярні так і про хвильові її властивості.

Німецький фізик Макс Борн першим зрозумів, що хвильова функція в рівнянні Шредінгера має статистичний характер. Тобто ймовірність  $dP$  знаходження мікрочастинки в об'ємі  $dV$  визначається квадратом модуля хвильової функції:

$$dP = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = \Psi(x, y, z, t)\Psi^*(x, y, z, t)dV, \quad (10)$$

де  $\Psi^*$  – комплексно-спряжена функції до  $\Psi$ , яку можна отримати заміною в  $\Psi$  мнімої одиниці  $i$  на  $-i$  усюди де вона з'являється.

Отже *фізичний сенс* має не сама хвильова функція, а квадрат її модуля  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$ , який визначає *густину ймовірності* знайти частинку в момент часу  $t$  в об'ємі  $dV$ .

Відповідно до ідеї де Бройля, кожній частинці, яка рухається можна зіставити хвилю, яка описується в рівнянні Шредінгера хвильовою функцією  $\Psi(x, y, z, t)$ . А оскільки за Борном псі-функція має ймовірнісний характер, то можна сказати, що *хвилі де Бройля є хвилями ймовірності*. Інтенсивність хвиль де Бройля  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  визначає ймовірність знаходження частинки в момент часу  $t$  в просторовому інтервалі:

$x \dots x + dx, y \dots y + dy, z \dots z + dz$ . Відомо, що інтенсивність класичної хвилі визначається квадратом її амплітуди, тому хвильову функцію ще називають *амплітудою ймовірності*.

Таким чином, розв'язавши рівняння Шредінгера з врахуванням *природних умов*, накладених на хвильову функцію, отримаємо функцію  $\Psi(x, y, z, t)$ , яка містить усю інформацію о мікрочастинці в межах принципу невизначеності Гайзенберга. Якщо псі-функція відома, то можна розрахувати всі фізичні величини, котрі вимірюються під час досліду. Наприклад, для одновимірного випадку, середнє значення положення  $\langle x \rangle$  мікрочастинки буде:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x |\Psi(x, t)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \cdot x \cdot \Psi(x, t) dx, \quad (11)$$

середнє значення її імпульсу:

$$\langle p \rangle = \frac{\hbar}{i} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} dx, \quad (12)$$

та середнє значення повної енергії:

$$\langle E \rangle = i\hbar \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} dx. \quad (13)$$

Якщо, силове поле, в якому рухається мікрочастинка, не залежить від часу, тобто є стаціонарним, то силова функція  $U$  в рівнянні (9) теж не залежить від часу та являє собою потенціальну енергію частинки у зовнішньому полі. В цьому випадку рішення часового рівняння Шредінгера (9) розпадається на просторовий  $\psi(x, y, z)$  та часовий  $e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$  добуток:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t}, \quad (14)$$

де  $\psi(x, y, z)$  – просторова хвильова функція, яка не залежить від часу;  $E$  – повна енергія мікрочастинки, яка залишається сталою в стаціонарному силовому полі.

З рівняння (14) випливає, що ймовірність знаходження мікрочастинки в будь-якій точці простору не залежить від часу:

$$\begin{aligned}
|\Psi(x, y, z, t)|^2 &= \Psi(x, y, z, t) \cdot \Psi^*(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \cdot \psi^*(x, y, z) e^{i\frac{E}{\hbar}t} = \\
&= \psi(x, y, z) \cdot \psi^*(x, y, z) \cdot e^{-i\frac{E}{\hbar}t + i\frac{E}{\hbar}t} = |\psi(x, y, z)|^2,
\end{aligned}$$

де  $\Psi^*$ ;  $\psi^*$  – комплексно-спряжені функції до  $\Psi$  та  $\psi$ , відповідно.

Якщо підставити (14) в часове рівняння Шредінгера (9) та виконати перетворення, то отримаємо *рівняння Шредінгера для стаціонарних станів*, якому задовольняє просторова хвильова функція  $\psi(x, y, z)$ :

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (15)$$

Відповідно до рівняння (15) вид функції  $\psi(x, y, z)$  визначається потенціальною енергією частинки  $U(x, y, z)$  у зовнішньому силовому полі. Інколи для спрощення розрахунків можна вважати, що потенціальна енергія змінюється стрімко на маленькій ділянці простору, тобто функція  $U(x, y, z)$  може мати розриви. Тоді розв'язують рівняння Шредінгера окремо для кожної ділянки простору, а потім гладко «зшивають» їх у точках розриву.

Для того, щоб рішення рівняння Шредінгера мало фізичний сенс хвильова функція повинна задовольняти певним *природнім умовам*:

- 1) функція  $\psi(x, y, z)$  повинна бути неперервною, оскільки ймовірність знайти частинку не може мати розривів у просторі;
- 2) функція  $\psi(x, y, z)$  повинна бути однозначною, оскільки ймовірність знаходження частинки в одній точці простору не може бути різною;
- 3) функція  $\psi(x, y, z)$  повинна приймати кінцеві значення, тому на нескінченості хвильова функція повинна швидко наближатися до нуля;
- 4) частинні просторові похідні  $\frac{\partial\psi}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial\psi}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial\psi}{\partial z}$  повинні бути неперерв-

ні, однозначні та кінцеві, оскільки через них розраховуються фізичні величини, що спостерігаються на досліді (наприклад, дів. співвідношення 12). З неперервності похідних випливає, що функція  $\psi(x, y, z)$  повинна бути гладкою, тобто графік цієї функції не має зломів (крім випадку  $U \rightarrow \infty$ ).

Крім природніх умов, хвильова функція повинна задовольняти *умові нормування*:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x,y,z)|^2 dV = 1. \quad (16)$$

В теорії ймовірності вважається, що ймовірність достовірної події дорівнює одиниці, тому умова нормування - це математичний запис існування частинки у просторі. Для того, щоб інтеграл (16) залишався кінцевим необхідно виконання п.3 в природніх умовах.

### 3.3. Принцип суперпозиції в квантовій механіці

Квантова механіка базується на постулатах, одним з яких є *принцип суперпозиції*: якщо квантово-механічна система може знаходитися в станах, які описуються хвильовими функціями  $\psi_1, \psi_2$ , то існує стан системи, який є суперпозицією цих станів:

$$\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2, \quad (17)$$

де  $C_1, C_2$  – довільні комплексні числа.

Хоча математично принцип суперпозиції в квантовій механіці збігається з відповідним принципом в класичній фізиці, однак його сутність суттєво відрізняється та полягає в наступному. Якщо в стані  $\psi_1$  деяка фізична величина  $G$  (імпульс, енергія, тощо) під час вимірювань завжди приймає значення  $g_1$ , а в стані  $\psi_2$  відповідно –  $g_2$ , то в стані суперпозиції буде лише одне значення:  $g_1$  або  $g_2$ . Яке значення  $G$  буде отримане під час вимірювань можна передбачити лише статистично: ймовірність  $g_1$  дорівнює  $|C_1|^2$ , а  $g_2 - |C_2|^2$  ( $|C_1|^2 + |C_2|^2 = 1$ ). В класичній фізиці в стані  $\psi$  під час вимірювань величини  $G$  завжди отримували б комбінацію значень  $g_1$  та  $g_2$ .

Слід зауважити, що принцип суперпозиції впливає з рівняння Шредінгера, оскільки воно є лінійним відносно  $\psi$  та  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$ . Тому, якщо  $\psi_1, \psi_2$  є рішеннями рівняння (15), то їх лінійна комбінація  $C_1\psi_1 + C_2\psi_2$  теж є рішенням цього рівняння.

Дуже гарно принцип суперпозиції в квантовій механіці ілюструє уявний експеримент з котом Шредінгера. Деякий кіт знаходиться в закритій коробці разом з приладом, який може активувати отруту. Прилад вмикається, коли відбуваються розпад поодинокого радіоактивного атому, який

знаходиться у спеціальному контейнері. Нехай ймовірність розпаду атома за годину дорівнює 50 %. Якщо прилад не спрацював, то через годину кіт живий, а якщо спрацював, то отрута «робить» свою чорну справу. Отже через годину після того, як ми помістили kota у коробку спробуємо описати цю систему. Якщо прилад не вмикався, то кіт живий і система знаходиться в стані  $\psi_1$ , якщо кіт мертвий –  $\psi_2$ . Доки коробка не відкрита, стан kota залишається невідомим, тому система знаходиться в стані суперпозиції:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2) \left( |C_1|^2 = |C_2|^2 = \frac{1}{2} \right).$$

Тобто стан kota недетермінований і він з однаковою ймовірністю може бути живим або мертвим одночасно – «живомертвий» кіт. Коли відкриваємо коробку (виконуємо вимірювання над системою), тоді суперпозиція станів зникає (колапс хвильової функції) і стан kota стає визначеним: кіт живий або мертвий. Виходить, що опис ситуації залежить від того, відкривали ми коробку, щоб побачити стан kota, чи не відкривали її.

#### 4. Проходження та відбиття хвиль де Бройля

Якщо властивості середовища зазнають змін у просторі, то на межі розділу різних середовищ відбувається відбиття та заломлення хвиль. Наприклад, це спостерігається для механічних хвиль (звук), коли змінюється густина середовища, а для електромагнітних хвиль (світло) при просторовій зміні показника заломлення. В рівнянні Шредінгера (15) характеристики середовища, в якому рухається мікрочастинка визначаються функцією  $U(x, y, z)$ , тому коли її значення змінюються у просторі, то спостерігається відбиття та заломлення хвиль ймовірності на межі розділу двох середовищ.

##### 4.1 Підбар'єрне проходження

Для спрощення, будемо вважати, що потенціальна енергія частинки залежить лише від однієї просторової координати  $U = U(x)$ , тоді рівняння (15) для одновимірного випадку перетвориться в звичайне диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \quad (18)$$

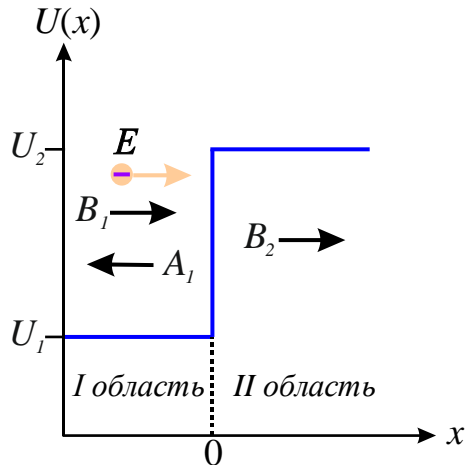


Рисунок 5

Оскільки в природі не існує нескінченно великих сил, що діють на тіло, тому потенціальна енергія тіла є неперервною. Але для уникнення математичних ускладнень під час розв'язку рівняння (18), припустимо, що функція  $U(x)$  змінюється стрибком (рис. 5):

$$U(x) = U_1 = 0, \quad x < 0;$$

$$U(x) = U_2 = U_0, \quad x > 0.$$

Розглянемо спочатку випадок, коли мікрочастинка з енергією  $E$  ( $E < U_0$ ) зустрічає

на своєму шляху напівнескінченний одновимірний прямокутний потенціальний бар'єр заввишки  $U_0$  (рис. 6). Для класичної частинки не вистачить енергій, щоб подолати цей бар'єр, тому в точці  $x = 0$  класична частинка відбивається від бар'єру, змінюючи свій напрям руху на протилежний без втрат енергії. При «зустрічі» квантової частинки зі стрибком потенціальної енергії необхідно враховувати її хвильові властивості, тобто в точці  $x = 0$  відбувається відбиття та заломлення хвиль де Бройля. Хвильові функції  $\psi(x)$  мікрочастинки будуть рішенням рівняння Шредінгера (18) для двох ділянок простору:

область I

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k_1^2 \psi = 0 \quad (x < 0), \quad (19)$$

область II

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k_2^2 \psi = 0 \quad (x > 0), \quad (20)$$

$$\text{де } k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \text{ та } k_2 = \sqrt{\frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}} = i\sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}.$$

Оскільки  $E < U_0$ , то сталий коефіцієнт  $k_2$  в області 2 є комплексним числом.

Загальне рішення диференціальних рівнянь (19), (20) має вигляд:

область I

$$\psi_I(x) = A_1 e^{-ik_1 x} + B_1 e^{ik_1 x}, \quad (21)$$

область II

$$\psi_{II}(x) = A_2 e^{-ik_2 x} + B_2 e^{ik_2 x}, \quad (22)$$

де  $A_1, B_1, A_2, B_2$  – сталі інтегрування, які необхідно визначити.

Якщо врахувати співвідношення (14), то для другого доданку в рівнянні (21), повна хвильова функція буде:

$$\Psi_I(x, t) = B_1 e^{-i(\omega t - k_1 x)},$$

де  $\omega = \frac{E}{\hbar}$  – циклічна частота.

Функція  $\Psi_I(x, t)$  описує плоску біжучу монохроматичну хвилю де Бройля, яка розповсюджується в напрямку осі  $x$  та падає на потенціальний бар'єр. Відповідно, перший доданок – це відбита хвиля, яка розповсюджується у зворотному напрямку осі  $x$ . Таким чином, в області I існують дві біжучі монохроматичні хвилі однакової частоти, котрі рухаються на зустріч одна одній. Амплітуда падаючої хвилі  $B_1$  у виразі (21) залежить від падаючого на бар'єр потоку мікрочастинок, тому можна прийняти її, наприклад за одиницю ( $B_1 = 1$ ), тоді рішення (21) спрощується:

$$\psi_I(x) = A_1 e^{-ik_1 x} + e^{ik_1 x}. \quad (23)$$

Для області II коефіцієнт  $k_2$  в співвідношенні (22) є комплексним числом, тому представимо його у вигляді:  $k_2 = ik$ , де  $k = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$ . Тоді хвильова функція  $\psi_{II}(x)$  стає дійсною:

$$\psi_{II}(x) = A_2 e^{kx} + B_2 e^{-kx}. \quad (24)$$

При  $x \rightarrow \infty$  функція  $e^{kx}$  у формулі (24) наближається до нескінченності, тому відповідно до п. 3 природніх умов ( $\lim_{x \rightarrow \infty} \psi_{II}(x) \rightarrow 0$ ) необхідно прийняти, що коефіцієнт  $A_2 = 0$ . Це означає що відбита хвиля в області II відсутня, оскільки потенціальна енергія більше не зазнає змін у просторі.

Тоді, відповідно до виразу (24) заломлена хвиля де Бройля мікрочастинки в області II згасає за експоненціальним законом:

$$\psi_{II}(x) = B_2 e^{-kx}. \quad (25)$$

Використовуючи умови неперервності та гладкості хвильової функції (п. 1, п. 4 *природних умов*) в точці стрибка потенціальної функції, отримаємо граничні умови:

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(0), \quad \frac{d\psi_I(0)}{dx} = \frac{d\psi_{II}(0)}{dx}. \quad (26)$$

Умова неперервності  $\psi(x)$  при  $x=0$  дозволяє отримати перше рівняння для коефіцієнтів  $A_2, B_1$ :

$$\psi_I(0) = A_1 + 1 = \psi_{II}(0) = B_2 \Rightarrow 1 + A_1 = B_2, \quad (27)$$

А умова неперервності  $\psi'(x)$ , друге рівняння:

$$\begin{aligned} \psi'_I(0) &= -ik_1 A_1 e^{-ik_1 x} + ik_1 e^{ik_1 x} = ik_1(1 - A_1) = \psi'_{II}(0) = -B_2 k e^{-kx} = -B_2 k \Rightarrow \\ &ik_1(1 - A_1) = -B_2 k. \end{aligned} \quad (28)$$

Розв'язавши систему рівнянь (27) та (28), знаходимо:

$$A_1 = \frac{k_1 - ik}{k_1 + ik}; \quad B_2 = \frac{2k_1}{k_1 + ik}. \quad (29)$$

Визначимо модуль амплітуди відбитої хвилі:

$$\begin{aligned} |A_1| &= \left| \frac{k_1 - ik}{k_1 + ik} \right| = \left| \frac{k_1 - ik}{k_1 + ik} \frac{k_1 - ik}{k_1 - ik} \right| = \frac{|(k_1 - ik)|^2}{k^2 + k_1^2} = \frac{|k_1^2 - 2ik_1k - k^2|}{k^2 + k_1^2} = \\ &= \frac{\sqrt{(k_1^2 - k^2)^2 + (2k_1k)^2}}{k^2 + k_1^2} = \frac{\sqrt{(k^2 + k_1^2)^2}}{k^2 + k_1^2} = 1 \end{aligned}$$

Ймовірність того, що мікрочастинка відіб'ється від потенціального бар'єру визначається коефіцієнтом відбиття  $R$ . В оптиці, коефіцієнт відбиття – це відношення інтенсивностей відбитої та падаючої хвиль. Skorистаємося цим визначенням, для знаходження  $R$ . Оскільки, інтенсивність монохроматичної хвилі де Бройля дорівнює квадрату модуля амплітуди, то

коефіцієнт відбиття мікрочастинки – це відношенням квадратів модулів амплітуд відбитої  $|A_1|^2$  та падаючої хвиль  $|B_1|^2$  :

$$R = \frac{|A_1|^2}{|B_1|^2}. \quad (30)$$

Підставляємо модулі амплітуд хвиль  $|A_1|=|B_1|=1$  в співвідношення (30), отримуємо, що у випадку підбар'єрного проходження:  $R=1$ . Таким чином, падаюча хвиля де Бройля (мікрочастинка) повністю відбивається від

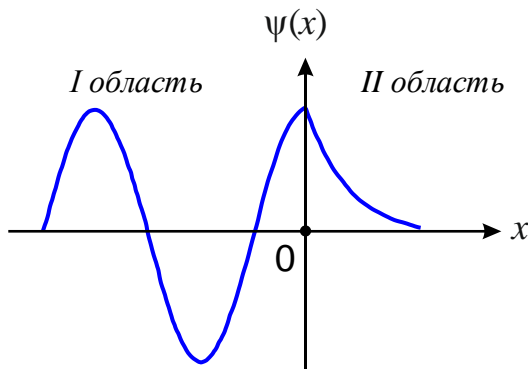


Рисунок 6

потенціального бар'єру. В області II відповідно до виразу (25) існує згасаюча хвильова функція амплітудою  $A_2$  (рис. 6), тому інтенсивність хвилі де Бройля при збільшенні координати  $x$  стрімко зменшується:

$$|\psi_{II}(x)|^2 = |B_2|^2 e^{-2kx}. \quad (31)$$

Відстань, на якій густина ймовірності знайти частинку за бар'єром зменшується в  $e$ -разів називається *глибиною проникнення*:

$$x_0 = \frac{1}{2k}. \quad (32)$$

Отже, хоча хвиля де Бройля повністю відбивається, але вона може проникнути в область за бар'єром, яка заборонена з точки зору класичної фізики. Отриманий результат має аналогію з явищем повного внутрішнього відбиття світла в оптиці. Світло повністю відбивається від межі розділу двох середовищ, заходячи на відстань порядку довжини хвилі у друге середовище.

Ймовірність того, що частинка подолає потенціальний бар'єр характеризується коефіцієнтом проходження або прозорості бар'єру:

$$D = 1 - R. \quad (33)$$

Оскільки для випадку підбар'єрного проходження  $R=1$ , то коефіцієнт прозорості:  $D=0$ .

#### 4.2 Надбар'єрне проходження

Якщо, мікрочастинка має енергію більшу за висоту потенціального бар'єра ( $E > U_0$ ), то відповідно до уявлень класичної фізики, вона здатна його подолати. Квантово-механічний розв'язок цієї задачі показує, що існує

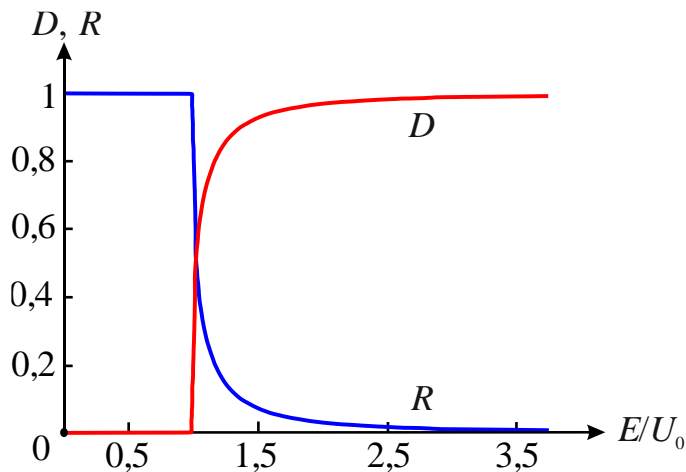


Рисунок 7

певна ймовірність, як подолати ( $R$ ) та і відбитися ( $D$ ) від потенціального бар'єру (рис. 7). При збільшенні енергії частинки, ймовірність подолання бар'єру стрімко зростає. Рішення рівняння Шредінгера практично не відрізняється від випадку підбар'єрного проходження. Оскільки, хвильове число  $k_2$  стає дійс-

ним, то хвильова функція частинки в області II описує плоску монохроматичну хвилю де Бройля (рис. 9), яка пройшла крізь потенціальний бар'єр:

$$\psi_{II}(x) = B_2 e^{-ik_2 x}. \quad (34)$$

Амплітуда відбитої хвилі  $A_2 = 0$ , тому що потенціальна енергія далі у просторі залишається сталою і відбиття хвилі, котра пройшла крізь потенціальний бар'єр не відбувається. Замінюючи  $k$  на  $-ik_2$  в коефіцієнтах (29) або використовуючи граничні умови (26), визначаємо амплітуди хвиль:

$$A_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}; \quad B_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}. \quad (35)$$

Підставляємо амплітуду  $A_1$  в формулу (30) та знаходимо у випадку надбар'єрного проходження коефіцієнт відбиття:

$$R = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2, \quad (36)$$

та коефіцієнт прозорості бар'єра:

$$D = 1 - R = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}. \quad (37)$$

Таким чином, відповідно до виразу (36) чисельні значення коефіцієнта  $R$  в супереч класичним уявленням відрізняються від нуля (рис. 8). Це означає, що мікрочастинка з енергією, яка перевищує висоту потенціального бар'єра може відбитися від нього. Крім того, оскільки  $R \sim (k_1 - k_2)^2$ , то зменшення потенціальної енергії стрибком призводить до такого ж відбиття, як і східчате збільшення  $U(x)$ . В області II хвильове число  $k_2 < k_1$ , тому довжина

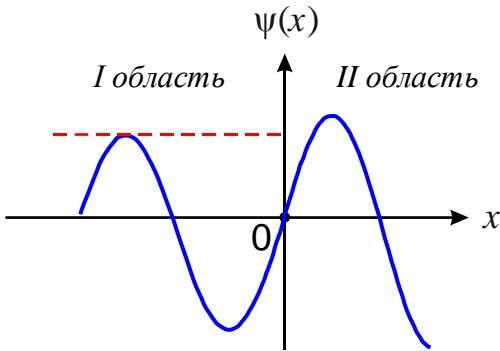


Рисунок 8

хвилі  $\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2}$  та амплітуда  $B_2 = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}$  хвилі, яка проходить крізь потенціальній бар'єр збільшуються (рис. 8).

### 4.3 Потенціальна яма та ефект

#### Рамзауера

Електрон наближаючись до атома потрапляє в його силове поле, яке можна змодельовати за допомогою тривимірної потенціальної ями. Оскільки розрахунок профіля  $U(x, y, z)$  ями та розв'язок рівняння Шредінгера є складними, тому атом-мішень уявляють у вигляді одновимірної прямокутної потенціальної ями глибиною  $W_0$  та шириною  $l$  (рис. 9). Це дозволяє пояснити ефект Рамзауера – Таунсенда та дуже просто отримати наближені результати.

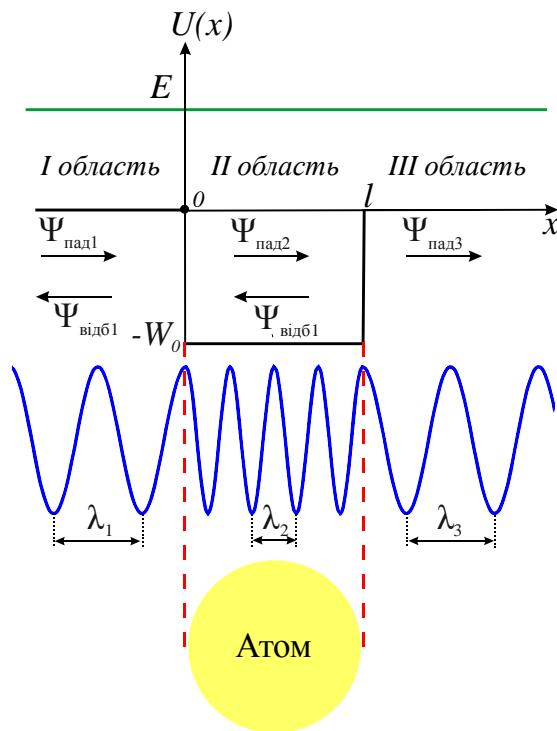


Рисунок 9

Розглянемо рішення

рівняння Шредінгера (18) для ями, яку зображено на рис. 10, використовуючи отримані раніше результати для надбар'єрного та підбар'єрного проходження, заміняючи  $U_0$  на  $-W_0$ .

Для області  $I$  існують падаюча  $\Psi_{\text{пад}1}$  та відбита  $\Psi_{\text{відб}1}$  хвилі де Бройля, тому рішення описується виразом (23):

$$\Psi_I(x) = A_1 e^{-ik_1 x} + e^{ik_1 x}. \quad (38)$$

Заломлена хвиля  $\Psi_{\text{пад}2}$ , яка пройшла крізь передню стінку ( $x=0$ ) відбивається від задньої стінки ( $x=l$ ) потенціальної ями, створюючи відбиту хвилю  $\Psi_{\text{відб}2}$ , тому хвильова функція в області  $II$  теж містить два доданки:

$$\Psi_{II}(x) = A_2 e^{-ik_2 x} + B_2 e^{ik_2 x}, \quad (39)$$

де  $k_2 = \sqrt{\frac{2m(E + W_0)}{\hbar^2}}$  – хвильове число в області  $II$  ( $W_0$  – абсолютне значення глибини ями). Оскільки,  $k_2 > k_1$ , то довжина хвилі де Бройля  $\left(\lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2}\right)$  в області  $II$  зменшується (рис. 10).

В області  $III$  не відбувається більше змін потенціальної енергії електрона, тому існує лише хвиля  $\Psi_{\text{пад}3}$ , яка пройшла крізь потенціальну яму, крім того довжина цієї хвилі збільшується  $\left(\lambda_3 = \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1}\right)$ . Таким чином, хвильова функція електрона області  $III$  відповідно до виразу (34) буде описувати монохроматичну хвилю де Бройля:

$$\Psi_{III}(x) = B_3 e^{ik_1 x}. \quad (40)$$

Для визначення амплітуд хвиль  $A_1, A_2, B_2, B_3$  необхідно знову застосувати умови неперервності та гладкості хвильовою функції в точках, де потенціальна енергія зазнає стрибка ( $x=0; x=l$ ):

$$\begin{cases} \Psi_I(0) = \Psi_{II}(0); \Psi_{II}(l) = \Psi_{III}(l) \\ \Psi_I'(0) = \Psi_{II}'(0); \Psi_{II}'(l) = \Psi_{III}'(l) \end{cases}. \quad (41)$$

Підставляючи рішення (38) – (40) та їх похідні в співвідношення (41), отримаємо систему алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої дозволить

визначити коефіцієнти  $A_1, A_2, B_2, B_3$ .

Розрахунок показує, що відбитті від стінок потенціальної ями хвилі  $\Psi_{\text{відб1}}$  та  $\Psi_{\text{відб2}}$  мають майже однакові амплітуди ( $A_1 \approx A_2$ ) та знаходяться в протифазі (рис. 10а), бо умови відбиття хвиль для них різні. Якщо різниця ходу ( $2l$ ) цих хвиль дорівнює цілому значенню довжини хвилі  $\lambda_2$  в області II, то завдяки деструктивній інтерференції хвилі гасять одна одну (рис. 10а) і спостерігається ефект Рамзауера – Таунсенда. Коли різниця ходу хвиль дорівнює напівцілому значення  $\lambda_2$ , то виникає конструктивна інтерференція і хвилі посилюють одна одну (рис. 10б). В цьому випадку розсіювання електронів атомами інертних газів буде найбільшим.

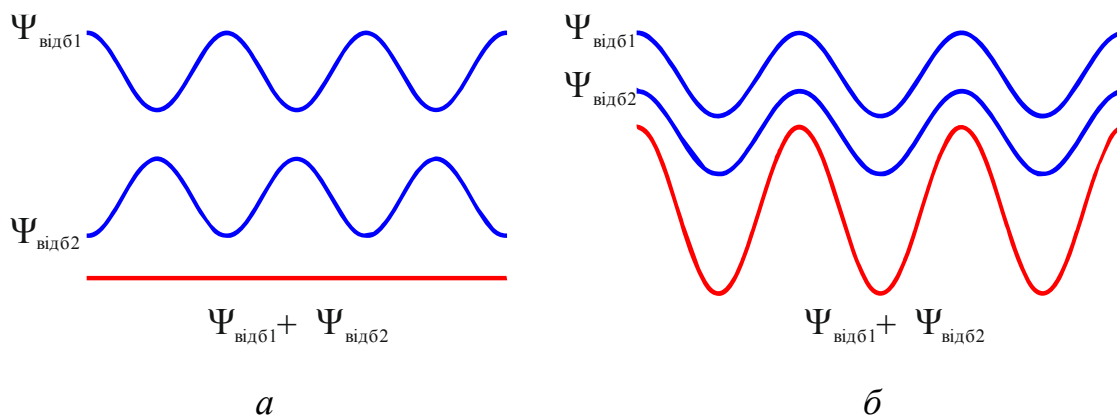


Рисунок 10

Таким чином, умову за якою виникає ефект Рамзауера – Таунсенда і газ стає прозорим для електронів з кінетичною енергією  $E_1$  можна записати у вигляді:

$$2l = \lambda_2 = \frac{2\pi}{k_2} \Rightarrow 2l = 2\pi \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m(E_1 + W_0)}}, \quad (42)$$

а максимум розсіювання, спостерігається для електронів з кінетичною енергією  $E_2$ , коли:

$$2l = \frac{3}{2}\lambda_2 = \frac{3\pi}{k_2} \Rightarrow 2l = 3\pi \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m(E_2 + W_0)}}. \quad (43)$$

Поділивши рівняння (42) на (43), отримаємо глибину прямокутної потенціальної ями:

$$W_0 = \frac{4}{5}E_2 - \frac{9}{5}E_1. \quad (44)$$

Підставивши співвідношення (44) у (43) та врахувавши, що  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , знаходимо ширину потенціальної ями:

$$l = \sqrt{\frac{5h^2}{32m(E_2 - E_1)}}. \quad (45)$$

Електрони до «зустрічі» з атомом інертного газу, прискорюються електричним полем. Тому кінетична енергія електрона, який пройшов різницю потенціалів  $U_1$  або  $U_2$ , дорівнює:

$$E_1 = eU_1, \quad E_2 = eU_2, \quad (46)$$

де  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – абсолютне значення заряду електрона.

Підставляючи вираз (46) у співвідношення (44) та (45), остаточно отримуємо:

$$W_0 = \frac{4}{5}e\left(U_2 - \frac{9}{4}U_1\right), \quad l = \sqrt{\frac{5h^2}{32me(U_2 - U_1)}} \quad (47)$$

Визначаючи експериментально напругу  $U_1$  та  $U_2$  при якій спостерігається максимум і мінімум сили електричного струму електронів крізь середовище інертного газу можна розрахувати глибину та ширину потенціальної ями.

В заключення, необхідно зауважити, що використана модель взаємодії електрона з атомом інертного газу є спрощеною, тому отримані вирази є наближеними.

## ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ЧАСТИНА

### 1. Опис експериментальної установки та методика вимірювання

Дослідження процесу розсіяння електронів на атомах інертних газів у даній лабораторній роботі виконується за допомогою тиратрону ТГЗ – 0,1/1,3 (рис. 11а), який являє собою електронну лампу наповнену ксеоном при низькому тиску 133,3 Па. Взагалі тиратрон – це іонний прилад,

який дозволяє напругою на його електродах керувати електричним струмом. Тиратрон ТГЗ – 0,1/1,3 (рис. 11б) містить катод  $K$ , анод  $A$  та дві сітки  $C_1$ ,  $C_2$ , які необхідні для запалювання газового розряду між катодом та анодом. Для нагрівання катода непрямого розжарювання служить спеціальна нитка розжарювання  $\Pi$  (підігрівач), крізь яку пропускається електричний струм. Нитка розжарювання знаходиться поблизу катода тиратрона.

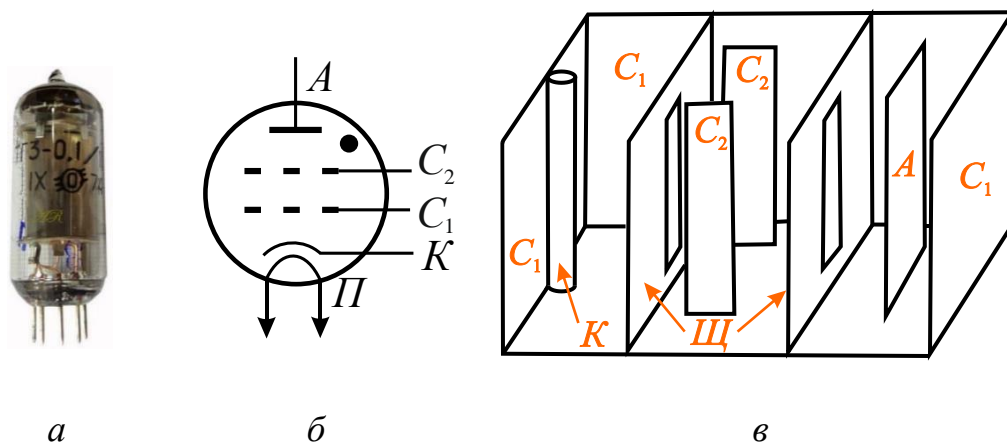


Рисунок 11

На рис. 11в представлено розташування електродів (крім нитки розжарювання) всередині тиратрона ТГЗ – 0,1/1,3. Сітка  $C_1$  виконана у вигляді коробки в середині, якої містяться всі інші електроди. Катод  $K$ , який має ниткоподібну структуру розташований паралельно аноду  $A$ . Між катодом та анодом розміщуються дві паралельні перегородки з вузькими щілинами  $\text{Щ}$ . Друга сітка  $C_2$  тиратрона виготовлена у вигляді паралельних пластин. Якщо поєднати обидві сітки та подати на них позитивний, відносно катода потенціал, то електрони, які покидають катод будуть прискорюватися поки не досягнуть другої сітки. Оскільки в експериментальній установці (рис. 12а) електричний струм катода та сіток є невеликим, то можна вважати, що електричні потенціали сіток та анода майже однакові. Тому електрони в проміжку між другою сіткою та анодом будуть рухатися рівномірно. Якщо потенціал сіток менший за *перший потенціал збудження* атома ксенону, тобто таку найменшу напругу, за якої починають відбуватися непружні зіткнення, то електрони на усьому шляху до анода будуть зазнавати лише пружних зіткнень. Ці електрони будуть вибувати з направленою потоку та уловлюватися

сітками тиратрона. Тому зі збільшенням поперечного перерізу співударянь електричний струм анода буде зменшуватися.

Змінюючи напругу в експериментальній установці (рис. 12а) між катодом та сітками за допомогою багатооборотного потенціометра  $R_3$  та вимірюючи анодний струм за допомогою мікроамперметра можна визначити вольт-амперну характеристику (ВАХ) тиратрона (рис. 12б).

Максимум струму виникає при напрузі  $U_1$ , коли поперечний переріз зіткнення є найменшим, тобто спостерігається ефект Рамзауера - Таунсенда. При напрузі  $U_2$  коефіцієнт відбиття хвиль де Бройля стає найбільшим і струм досягає мінімуму. При подальшому збільшенні потенціалу сітки відбувається збільшення, а при досягненні потенціалу іонізації – різке зростання електричного струму, яке обумовлене іонізацією електронами атомів ксенона.

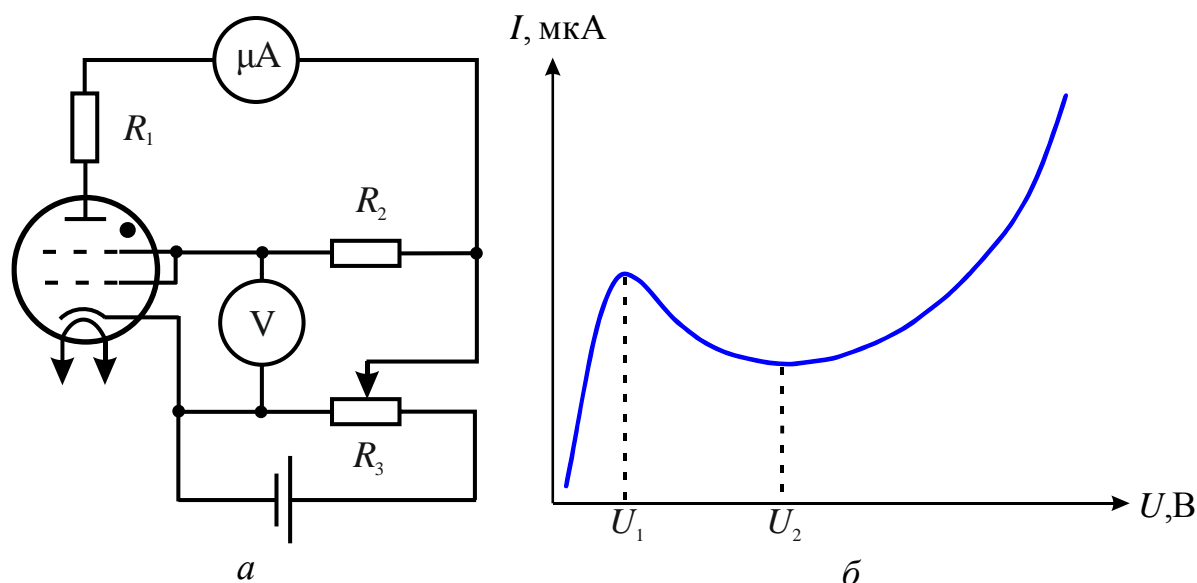


Рисунок 12

Розжарювання катода здійснюється за допомогою імпульсного джерела живлення. Напруга між сітками та катодом вимірюється цифровим вольтметром V (рис. 12а).

Матеріал, з якого виготовлено сітки та анод тиратрона різні, тому між ними виникає контактна різниця потенціалів, оскільки вони з'єднанні за допомогою інших провідників схеми. Для тиратрона ТГЗ – 0,1/1,3 контактна різниця потенціалів:  $U_k = 0,4$  В. Контактна різниця потенціалів призводить до додатково збільшення енергію електронів, які рухаються до аноду, тому від отриманих експериментальних значень  $U_1$  і  $U_2$  необхідно відняти  $U_k$ .

Тоді, отримуємо значення напруги в виразах (47), які відповідають мінімуму та максимуму ефективного поперечного перерізу атомів ксенону.

### Порядок виконання роботи

1. Встановити багатооборотний потенціометр в початкове положення (до упору проти годинникової стрілки).

2. Поставити перемикач діапазону мікроамперметра в положення 1 мкА.

3. Увімкнути установку та подати живлення на нитку розжарювання катода тиратрона.

4. Дати тиратрону пропрацювати 3 – 5 хвилин. Значення сили струму на амперметрі (з точністю до сотих) повинні стабілізуватися.

5. Плавно регулюючи потенціометром напругу  $U$  на сітці тиратрона, визначити ВАХ в діапазоні від 0 до 8 В. Поблизу максимуму та мінімуму ВАХ дослідити зміну струму з кроком не більше 0,01 – 0,02 мкА. Отримані значення напруги та сили струму (округлити до сотих мкА) занести до таблиці.

6. За даними таблиці побудувати графік залежності анодного струму тиратрона від напруги (рис. 12б). Визначити за графіком значення напруги  $U_1$  і  $U_2$ , які відповідають максимуму мінімуму сили струму тиратрона.

7. Врахувати контактну різницю потенціалів між сіткою та анодом, віднімаючи  $U_k = 0,4$  В від отриманих значень  $U_1$  та  $U_2$ .

8. Підставити значення  $U_1$  та  $U_2$  у співвідношення (47) та оцінити глибину та ширину потенціальної ями.

### Контрольні запитання

1. Що таке ефект Рамзауера – Таунсенда?
2. Запишіть рівняння Шредінгера для стаціонарних станів.
3. Який фізичний сенс має квадрат модуля хвильової функції?
4. Поясніть принцип суперпозиції в квантовій механіці.
5. Які електрони утворюють анодний струм тиратрона?
6. Куди попадають електрони розсіяні атомами ксенону?
7. Назвіть природні умови, котрим повинна задовольняти хвильова функція
8. Який фізичний сенс мають коефіцієнти відбиття та прозорості потенціального бар'єру?
9. Запишіть формулу де Бройля для мікрочастинки.

### Список літератури:

1. Фізичні основи електронної техніки: підручник / З. Ю. Готра, І. Є. Лопатинський, Б. А. Лук'янець, З. М. Микитюк; за ред. Готри З. Ю. Львів: Бескид Біт, 2004. – 880 с.
2. Левитський С. М. Фізична електроніка: підручник для студ. вищ. навч. закл. / С. М. Левитський – Київ: ВПЦ «Київський університет», 2005. – 153 с.
3. Вакарчук І. О. Квантова механіка / І. О. Вакарчук – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2007 – 848 с.
4. Detlef Dürr Understanding Quantum Mechanics: The World According to Modern Quantum Foundations / Dürr Detlef – Springer, 1st ed. 2020 – 256 p.
5. Liboff R. L. Introductory Quantum Mechanics / Liboff R. L. – Addison-Wesley; 4th edition, 2022 – 900 p.

Навчальне видання

**Методичні вказівки**

до лабораторної роботи «Вивчення хвильових властивостей  
електронів в процесах розсіяння на атомах інертних газів»  
з курсу «Фізика»

для студентів  
усіх спеціальностей

Укладачі:

АНДРЕЄВ Олександр Миколайович

АНДРЕЄВА Ольга Миколаївна

Відповідальний за випуск проф. Любченко О.А.  
В авторській редакції

План 2021 р., поз. 5

Підп. до друку

Гарнітура Times New Roman. Обсяг 0,83 др.арк.

---

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5478 від 21.08.2017 р.

61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

---

Електронна версія