

## ВІДГУК

офіційного опонента Швеця Олександра Юрійовича  
на дисертаційну роботу Малишева Сергія Євгенійовича «Біфуркації та стійкість нелінійних  
коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми»,  
подану на здобуття наукового ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 113 – Прикладна математика

### **Актуальність теми**

Складна поведінка притаманна нелінійним системам, що значно ускладнює дослідження їх динаміки. Зокрема, в нелінійних системах часто виникає детермінований хаос – одне з найважливіших відкриттів ХХ століття, що розкриває нерегулярну, майже випадкову поведінку строго детермінованих систем без зовнішніх стохастичних впливів. Це явище, типове для динамічних систем в економіці, фізиці та інженерії, є радше правилом, ніж винятком.

Дуже важливим для інженерних застосувань є дослідження коливань балок з дихаючими тріщинами, що призводить до аналізу систем нелінійних диференціальних рівнянь. Під час коливань подібних систем часто виникають різноманітні явища нелінійної динаміки, зокрема детермінований хаос. Біфуркації в таких системах спричиняють перехід від регулярної до хаотичної динаміки. Дослідження сценаріїв цього переходу є досить важливим для удосконалення методів діагностики тріщин, хоча сучасні роботи приділяють цій проблемі недостатньо уваги. Також варто зауважити, що аналіз сценаріїв переходу до хаотичних коливань потребує глибокого розуміння сучасних методів нелінійної динаміки та вимагає реалізації низки спеціалізованих чисельних алгоритмів та програм.

Таким чином, постановка задачі, що розглядається в дисертації Малишева С.Є. призводить до необхідності розв'язання низки досить складних і важливих для теорії та практики задач нелінійної динаміки. Враховуючи вищезазначене, вважаю, що тема дисертаційної роботи, в якій досліджуються біфуркації та стійкість нелінійних коливань балок з тріщинами втоми, є цілком актуальною.

Тема пов'язана з виконанням науково-дослідних робіт відділу нелінійної механіки та математичного моделювання ІЕМС НАН України. Здобувач брав участь у науково-дослідницькій роботі: НДР III-11-21 «Наукові основи використання вуглецевих наноматеріалів та нанокompозитів для підвищення динамічної міцності і стійкості машинобудівних конструкцій» (науковий керівник чл.-кор. НАН України К. В. Аврамов, № 0121U1004);

**Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих в дисертаційній роботі.**

Положення та висновки, наведені в дисертаційній роботі Малишева С.Є., у достатній мірі

обґрунтовані, що впливає з застосування у роботі наукових положень, висновків і рекомендацій, які базуються на використанні математичних методів нелінійної динаміки, варіаційного числення та теорії диференціальних рівнянь.

Дослідження виконані з використанням сучасного математичного апарату та ефективного комп'ютерного моделювання. Результати перевірені шляхом порівняння математичних моделей отриманих різними авторами та порівнянням з результатами, отриманими методом скінченних елементів.

#### **Достовірність результатів досліджень.**

Достовірність результатів теоретичних досліджень підтверджується результатами порівняння математичних моделей отриманих різними авторами та аналізу збіжності отриманих розв'язків.

#### **До основних нових наукових результатів дисертації слід віднести наступне:**

- запропоновано модифікації методів стрільби та розрахунку показників Ляпунова із застосуванням методів автоматичного диференціювання;
- вперше досліджено перехід до хаосу за сценарієм Фейгенбаума нелінійних коливань консольної балки з двома тріщинами на малих амплітудах. Показано, що хаотичні коливання виникають внаслідок взаємодії між тріщинами;
- вперше досліджено нелінійні нормальні форми коливань балок з дихаючими тріщинами при геометрично нелінійному деформуванні. Досліджено стійкість отриманих нормальних форм; Проведено аналіз вимушених коливань балок з дихаючими тріщинами при геометрично нелінійному деформуванні, досліджено їх стійкість, біфуркації та майже періодичні режими, що виникають внаслідок біфуркації Неймарка–Сакера.
- за допомогою варіаційного принципу Ху–Вашидзу виведено рівняння параметричних коливань балки з дихаючою тріщиною. Отримані рівняння проаналізовано методами нелінійної динаміки, та показано існування хаотичних атракторів в системі.

#### **Значимість отриманих результатів для науки і практичного використання.**

Теоретична цінність полягає у тому, що розроблені та вдосконалені під час виконання дисертаційної роботи алгоритми опубліковані і низці публікацій, в тому числі в провідних міжнародних журналах, а також на хостингу GitHub, і можуть бути використані іншими дослідниками при розв'язанні задач нелінійної динаміки.

Практична цінність, своєю чергою полягає у використанні розроблених алгоритмів під час виконання науково-дослідницької роботи в ІЕМС НАН України.

#### **Повнота викладення результатів досліджень в опублікованих працях.**

Результати досліджень опубліковані у 9 роботах, серед яких: 2 статті у наукових фахових виданнях України, 4 статті, що індексовано у міжнародній наукометричній базі Scopus, 3 тези у матеріалах конференцій.

Участь здобувача у роботах, що опубліковані у співавторстві, зазначена у дисертаційній роботі.

Опубліковані матеріали повністю відображають зміст дисертації та відповідають вимогам пункту 8 Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, затвердженого Постановою КМУ від 12.01.2022 р. №44.

### **Оцінка змісту дисертаційної роботи**

Дисертаційна робота Малишева С.Є. складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, 2 додатків.

У вступі обгрунтовано актуальність теми дисертації, показана її наукова і практична цінність, сформульовані мета і задачі дослідження, які необхідно розв'язати для її досягнення, описано зв'язок дисертації з науковими планами та темами, наведена апробація дисертаційної роботи і публікації.

У першому розділі описано об'єкт дослідження, проведено огляд існуючих підходів до опису коливань балок з дихаючими тріщинами. З проведеного аналізу існуючих публікацій випливає необхідність у розв'язанні задач коливань балок з дихаючими тріщинами при врахуванні різноманітних нелінійних ефектів.

Другий розділ присвячено використанню методів автоматичного диференціювання для розв'язання задач нелінійної динаміки, а саме: застосування дуальних чисел для розв'язання двоточкових крайових задач методами стрільби та ортогональних колокацій; застосування автоматичного диференціювання для знаходження спектру показників Ляпунова за допомогою алгоритму Бенеттина.

В третьому розділі за допомогою варіаційних принципів Остроградського–Гамільтона та Ху–Вашидзу отримано рівняння коливань балок з дихаючими тріщинами при геометрично нелінійному деформуванні. Також виведено рівняння параметричних коливань балки з дихаючою тріщиною за допомогою варіаційного принципу Ху–Вашидзу.

В четвертому розділі наведено результати чисельного моделювання нелінійних коливань балок з тріщинами. Показано можливість виникнення багатозначності коливань балок з малими амплітудами через наявність постійної складової в навантаженні. Досліджено хаотичні коливання на малих амплітудах, що виникають в області субгармонічного резонансу. Проведено аналіз вимушених та вільних коливань балки з дихаючою тріщиною при геометрично нелінійному деформуванні, досліджено їх біфуркації та стійкість. Досліджено майже періодичні вимушені коливання балки з дихаючою тріщиною при геометрично нелінійному деформуванні. Показано, що усталені майже періодичні коливання мають більшу амплітуду, ніж режими, які знайдені методом продовження розв'язків. Проведено аналіз параметричних коливань балки з дихаючою

тріщиною з урахуванням ефектів нелінійної кривини та інерції. Досліджено хаотичні режими параметричних коливань, що виникають через знищення інваріантного тора.

Висновки до розділів та за результатами роботи сформульовані чітко та відповідають змісту дисертаційної роботи.

Список використаних джерел із 77 найменувань досить повний і включає вітчизняні та зарубіжні публікації.

Анотація відображає основний зміст дисертації та достатньо повно розкриває наукові результати та практичну цінність роботи.

#### **Академічна доброчесність**

Порушень академічної доброчесності в дисертації та наукових публікаціях, у яких висвітлені основні наукові результати дисертації, не виявлено.

Усі результати, які винесено автором на захист, отримані самостійно і містяться в опублікованих роботах. У роботах, опублікованих у співавторстві, використані тільки ті ідеї, положення та розрахунки, які є результатом особистих наукових пошуків.

#### **По дисертаційній роботі можна зробити наступні зауваження:**

- в дисертації використано добутки узагальнених функцій, а саме добуток Багарелло. Бажано було б обґрунтувати вибір добутку Багарелло та навести інші варіанти добутку узагальнених функцій. Порівняння результатів з іншими варіантами добутку узагальнених функцій (власні частоти, форми тощо) могли б значно прикрасили роботу.

- у другому розділі автоматичне диференціювання застосовується для розв'язання двоточкової крайової задачі з періодичними крайовими умовами. Було б доцільно розглянути застосування автоматичного диференціювання до розширених задач, що застосовуються для аналізу біфуркацій корозмірності 2.

- в третьому розділі варіаційний принцип Ху–Вашидзу застосовано для отримання рівнянь коливань балки з однією дихаючою тріщиною, було б доцільно розширити його на випадок декількох тріщин.

- у четвертому розділі на рис. 4.15б узагальнену координату позначено як  $u_2$  хоча в дисертації для позначення узагальнених координат використано  $q$ . На рис. 4.36б сказано що переріз Пуанкаре побудовано у проекції на площину  $(q_1, q_2, \dot{q}_2)$ , хоча на рисунку зображено площину  $(q_2, \dot{q}_2)$ . Також доцільним би була побудова фазопараметричних діаграм під час дослідження хаотичної динаміки.

Існують недоліки оформлення матеріалу дисертаційної роботи, за текстом іноді зустрічаються друкарські, пунктуаційні та стилістичні помилки. Наприклад, на сторінці 2 в анотації Ху–Вашизу, хоча надалі по тексту вживається Ху–Вашидзу. Також, наприклад, вжито термін «встановлений», хоча правильний термін з точки зору української мови – «усталений».

Вказані недоліки не впливають на загальну позитивну оцінку виконаної роботи. Дисертація є актуальною і має високу наукову цінність та практичну значущість.

### ВИСНОВОК

Дисертаційна робота Малишева С.Є. «Біфуркації та стійкість нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми» за своїм змістом відповідає спеціальності 113 – Прикладна математика. Дисертація є завершеною науково-дослідною роботою, яка розв'язує важливу науково-практичну задачу, яка в аналізі біфуркацій та стійкості нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми.

Подана дисертаційна робота «Біфуркації та стійкість нелінійних коливань балочних конструкцій з тріщинами втоми» Малишева С.Є. відповідає спеціальності 113 – «Прикладна математика», відповідає вимогам до дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора філософії, а саме вимогам пунктів 6, 7, 8 і 9 Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, затвердженого Постановою КМУ від 12.01.2022 р. №44, а здобувач Малишев Сергій Євгенійович заслуговує присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – Прикладна математика.

Офіційний опонент

Професор кафедри математичної фізики та  
диференціальних рівнянь НТУУ «КПІ ім. Ігоря  
Сікорського», д.ф.-м.н., професор

21.05.2025



Олександр Швець

Підпис Олександра Швеця підтверджую  
Декан фізико-математичного факультету  
Національного технічного університету України  
«КПІ» ім. Ігоря Сікорського», д.т.н., проф.




Віталій Котовський