

О.М. Пигнастый, Т.В. Меркулова

### **ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СТАТИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРИ ОПИСАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

С использованием статистического подхода, широко распространенного в естественных науках, построена модель производственно-технической системы. Состояние производственно-технической системы представлено множеством предметов труда. Состояние предмета труда задано точкой в фазовом технологическом пространстве. Введена функция распределения предметов труда по состояниям и записано кинетическое уравнение для функции распределения. Записана замкнутая система динамических уравнений (уравнений балансов) для моментов функции распределения, где моменты функции распределения являются макропараметрами производственно-технической системы.

**Ключевые слова:** производственно-техническая система, технологический процесс, балансовое уравнение, системная динамика, производственная функция

#### **Постановка проблемы и анализ публикаций**

Построение моделей производственно-технических систем связано с теоретическим и экспериментальным изучением организации и технологии производства [1-7]. Эффективность применения модели в значительной степени зависит от того, насколько модель согласуется с особенностями моделируемой производственно-технической системы, взаимосвязь между отдельными элементами которой имеет чрезвычайно сложный организационный и технологический характер [2]. Для построения моделей производственно-технических систем целесообразно использовать известные принципы механики и термодинамики [3]. Закономерности, присущие равновесным состояниям производственно-технических систем, во многом аналогичны тем, которые имеют место в термодинамических системах [4]. Разнообразию и сложности технологии изготовления продукта создает предпосылки к моделированию производственно-технической системы на основе представления о ней как о совокупности предметов труда, находящихся в разных стадиях технологической обработки [2]. Однако, следить за поведением каждого отдельно взятого предмета труда производственно-технической системы из-за их весьма большого количества и вероятностного характера воздействия на предмет труда технологического оборудования практически невозможно [4, 5]. Эффективным подходом к моделированию больших систем является статистический подход. Согласно этому подходу производственно-техническая система рассматривается на двух уровнях описания - микроуровне и макроуровне. На микроуровне исследуются закономерности поведения отдельных элементов системы, на макроуровне – их агрегированные характеристики и связи между этими характеристиками. Взаимосвязь между уровнями осуществляется через кинетическое уравнение. Особенности применения статистического подхода к моделированию производственно-технических систем посвящена настоящая статья.

#### **Микроописание производственно-технической системы**

Процесс изготовления предмета труда есть логически упорядоченный набор технологических операций. В ходе технологической операции на предмет труда переносится стоимость сырья, материалов, живого труда и других произ-

водственно-технологических ресурсов путем целенаправленного воздействия технологического оборудования [2]. На каждой операции неизбежно появляются колебания геометрических характеристик, физико-механических свойств материалов, которые обусловлены комплексом случайных и систематических внешних и внутренних факторов, действующих в производстве. Они вызывают отклонения выходных параметров, описывающих состояние предмета труда. Степень соответствия параметров предметов труда после технологической операции установленным допускам определяет как технологическую точность выполнения технологической операции, так и точность технологического процесса в целом. В результате возникновения случайных погрешностей при технологической обработке предмета труда контролируемый параметр является случайной величиной и может принимать случайное значение.

Таким образом, технологический процесс производственно-технической системы представляет собой случайный процесс перехода предметов труда из одного состояния в другое в результате воздействия на предметы труда технологического оборудования. Состояние системы определяется как состояние числа  $N$  предметов труда производственно-технической системы [6]. Состояние предмета труда в момент времени  $t$  может быть представлено координатами в фазовом технологическом пространстве  $(t, S, \mu)$  [2,6]. Этими координатами являются сумма затрат  $S_j$  (грн), перенесенных на  $j$ -й предмет труда в ходе выполнения технологических операций и интенсивность переноса затрат  $\mu_j$  (грн/час) от технологического оборудования на  $j$ -й предмет труда в единицу времени,  $0 < j < N$ . Координаты  $S_j$  и  $\mu_j$  определяют в фазовом технологическом пространстве технологические траектории предметов труда  $S_j = S_j(t)$ . В ходе технологического процесса предмет труда обязан быть изготовлен в соответствии с заданной технологией производства. Отклонение от технологии производственного процесса считается недопустимым, приводит к нежелательным результатам, влечет за собой брак продукции. Каждая технологическая операция характеризуется технологическим оборудованием (его рабочими параметрами), квалификацией технологического персонала, нормами потребления производственно-технологических ресурсов (сырья, материалов, комплектующих, фонда оплаты труда, энергоресурсов), что и определяет закон переноса производственно-технологических ресурсов на предмет труда. Интенсивность  $\mu$  передачи затрат  $\Delta S = \Delta S(t)$  от средств труда (технологического оборудования) на  $j$ -й предмет труда в ходе обработки его на технологической операции за время выполнения технологической операции  $\Delta t$  является случайным процессом [2,4,8], значение которого в фиксированный момент времени определяется случайной величиной:

$$\mu = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \quad (1)$$

Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микропараметры  $S_j$  и  $\mu_j$ , а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния параметров предмета труда:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \quad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t, S), \quad (2)$$

где  $f_j(t, S)$  - производственная функция производственно-технической системы. Если количество предметов труда много больше единицы, то решить систему (2) из  $2N$  -уравнений практически невозможно, что требует переход от микроописания производственно-технической системы к макроописанию с элементами вероятностной природы. Основная трудность в таком описании состоит в том, чтобы выделить характеристики состояний предметов труда, которые можно было бы измерить на микроуровне описания предприятия. Вместо рассмотрения состояния предметов труда производственно-технической системы с параметрами  $S_j$  и  $\mu_j$ , введем в фазовом технологическом пространстве  $(t, S, \mu)$  нормированную дискретную функцию распределения предметов труда по состояниям. Каждая точка в данном пространстве будет задавать состояние предмета труда. Разумно ожидать, что при больших  $N$  эту функцию будет хорошо аппроксимировать непрерывная функция распределения предметов труда по состояниям  $\chi(t, S, \mu)$ . Если производственно-техническая система состоит из нескольких видов предметов труда, то для описания системы потребуется получить функцию распределения для каждого вида предметов труда.

#### **Кинетическое уравнение производственно-технической системы**

Разобьем фазовое пространство на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки  $\Delta\Omega = \Delta S \cdot \Delta\mu$  были много меньше значений характерных параметров производственно-технической системы и в то же время содержали внутри себя большое число предметов труда. Вместо того, чтобы фиксировать точные значения параметров предметов труда, будем приближенно характеризовать состояние производственно-технической системы числом предметов труда в каждой ячейке  $\Delta\Omega$ . Если размеры ячейки достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при  $N \rightarrow \infty$  рассматривать и предельный случай стремящихся к нулю размеров ячейки. В силу того, что величина  $\chi(t, S, \mu) \cdot d\Omega$  представляет собой число предметов труда в бесконечно малой ячейке  $\Delta\Omega$  фазового технологического пространства  $(t, S, \mu)$ , мы можем по изменению фазовой координаты  $S$  и фазовой скорости  $\mu$ , определяющих состояние каждого предмета труда в этой ячейке фазового технологического пространства, судить и об изменении самой функции  $\chi(t, S, \mu)$ :

$$\frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial t} + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial \mu} \cdot f(S) = J(t, S, \mu), \quad (3)$$

$$\frac{dS}{dt} = \mu; \quad \frac{d\mu}{dt} = f(S), \quad (4)$$

Уравнение (4) описывает изменение усредненных по бесконечно малой ячейке фазового технологического пространства  $\Delta\Omega$  характеристик предметов труда  $S_j, \mu_j$ . Функция  $J(t, S, \mu)$  определяется плотностью оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [3], стремится свести при  $t \rightarrow \infty$  начальное распределение предметов труда по состояниям к

состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Будем считать функцию  $\chi(t, S, \mu)$  нормированной

$$\int_0^{\infty} dS \cdot \int_0^{\infty} d\mu \cdot \chi(t, S, \mu) = N. \quad (5)$$

Производственная функция  $f(t, S)$  определяется из заданного способа производства. По своему смыслу производственная функция представляет собой аналог силы, перемещающий предмет труда по технологическому маршруту. При таком перемещении на предмет труда оказывается воздействие со стороны орудий труда (технологического оборудования). Таким образом происходит перенос технологических ресурсов на предмет труда при его движении согласно технологического маршрута. Оборудование воздействует на предмет труда, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования предмет труда будет находиться в том или ином состоянии. Этот вероятностный характер воздействия технологического оборудования на предмет труда можно учесть, задав функцию  $\psi(t, S, \mu)$ , определяющую вероятность того, что после воздействия технологического оборудования на предмет труда, предмет труда будет потреблять технологические ресурсы с интенсивностью  $\mu$ . Функцию  $\psi(t, S, \mu)$  можно задать, анализируя паспортные данные технологического оборудования и конструкторско-технические параметры технологии обработки предмета труда. Определим моменты  $[\psi]_k$  функции  $\psi(t, S, \mu)$  следующими выражениями:

$$\int_0^{\infty} \psi(t, S, \mu) \cdot d\mu = 1, \quad \int_0^{\infty} \mu^k \cdot \psi(t, S, \mu) \cdot d\mu = [\psi]_k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Количество предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования в ячейке  $dS \cdot d\mu$  с координатами  $(S, \mu)$  и переместившихся в результате воздействия в ячейку  $dS \cdot d\tilde{\mu}$  с координатами  $(S, \tilde{\mu})$ , пропорционально произведению потока предметов труда  $\chi(t, S, \mu) \cdot \mu$  на вероятность перехода  $\psi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu}$ . Что касается вероятности испытать непосредственно воздействие со стороны технологического оборудования, в ходе которого осуществляется переход предмета труда из ячейки  $dS \cdot d\mu$  в ячейку  $dS \cdot d\tilde{\mu}$ , то можно утверждать, что эта вероятность пропорциональна плотности расположения оборудования  $\lambda(S)$  вдоль технологической цепочки. Таким образом, число предметов труда, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах  $(\tilde{\mu}; \tilde{\mu} + d\tilde{\mu})$  есть величина  $\psi(\tilde{\mu}) \cdot \lambda(S) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu$ . Наряду с этим в элемент объема  $dS \cdot d\mu$  поступают предметы труда из объема  $dS \cdot d\tilde{\mu}$  путем обратного перехода в количестве  $\psi(\mu) \cdot \lambda(S) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu$ , а общее число

предметов труда в элементе объема изменяется в единицу времени на величину  $dS \cdot d\mu \cdot J$ :

$$J = \lambda(S) \cdot \int_0^{\infty} \{ \psi(\mu) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) - \psi(\tilde{\mu}) \cdot \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \} d\tilde{\mu}. \quad (7)$$

С учетом (7) кинетическое уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial t} + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial \mu} \cdot f = \lambda \cdot \left\{ \int_0^{\infty} \psi(\mu) \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t, S, \tilde{\mu}) d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi(t, S, \mu) \right\} \quad (8)$$

В большинстве практических случаях функция  $\psi(t, S, \mu)$  не зависит от состояния предметов труда до испытания воздействия со стороны технологического оборудования, откуда

$$\frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial t} + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi(t, S, \mu)}{\partial \mu} \cdot f = \lambda(S) \cdot \{ \psi(\mu) \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi \}. \quad (9)$$

Решение уравнений (8) и (9) предоставляет возможность вычислить значения макропараметров производственно-технических систем, которые являются моментами функции распределения  $\chi(t, S, \mu)$ , связано со значительными трудностями [9]. Однако, если вместо решения уравнений (8) и (9) провести процедуру агрегирования слагаемых кинетического уравнения, то возможно получить систему балансовых уравнений для макропараметров производственно-технической системы.

#### **Макроскопическое описание производственно-технической системы**

Состояние производственно-технической системы на макроуровне будем описывать моментами функции распределения предметов труда по состояниям  $\chi(t, S, \mu)$ :

$$\int_0^{\infty} \mu^k \cdot \chi(t, S, \mu) d\mu = [\chi]_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

Как правило, для описания состояния больших систем используют несколько первых моментов функции распределения. Известно [1,2,7], что для описания состояния производственных систем на макроуровне используют два первых момента (10). Нулевой  $\int_0^{\infty} \chi(t, S, \mu) d\mu = [\chi]_0$  и первый  $\int_0^{\infty} \mu \cdot \chi(t, S, \mu) d\mu = [\chi]_1$  моменты функции распределения предметов труда по состояниям  $\mu$  имеют производственную интерпретацию: это заделы предметов труда и их темп движения вдоль технологической цепочки [1,2,7]. Умножив уравнение (8) на  $\mu^k$ ,

$k = 0, 1, 2, \dots$  и проинтегрировав по всему диапазону  $\mu$ , получим незамкнутые уравнения балансов состояния макропараметров производственно-технической системы:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = \int_0^{\infty} d\mu \cdot J, \quad (11)$$

$$\frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t, S) \cdot [\chi]_{k-1} + \int_0^{\infty} d\mu \cdot \mu^k \cdot J, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Если усредненная стоимость ресурсов  $\langle \Delta S \rangle$ , перенесенных в ходе выполнения технологической операции на предмет труда значительно меньше себестоимость конечного продукта  $S_d$ , что характерно для производственно-технических систем, технологический процесс которых состоит из большого количества технологических операций, балансовые уравнения (11), (12) в нулевом приближении по малому параметру  $\frac{\langle \Delta S \rangle}{S_d} \ll 1$  примут вид:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \quad \frac{[\chi]_k}{[\chi]_1} = [\psi]_{k-1}, \quad \frac{\partial[\chi]_k}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_{k+1}}{\partial S} = k \cdot f(t, S) \cdot [\chi]_{k-1}, \quad (13)$$

Система балансовых уравнений (13) является замкнутой. Для производственно-технической системы, макросостояние которой описывается параметрами – заделом предметов труда на технологической операции и их темпом движения, система балансовых уравнений (13) может быть записана как

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \quad \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1} = [\psi]_1, \quad \frac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_2}{\partial S} = f(t, S) \cdot [\chi]_1. \quad (14)$$

Уравнения балансов (14) описывают макросостояние производственно-технической системы через параметры состояния - заделы предметов труда на технологической операции и их темп движения.

#### **Выводы**

На первый взгляд можно было бы заключить, что с увеличением числа элементов невообразимо возрастают сложность производственно-технической системы и в ее поведении не найти и следов какой-то закономерности. Исследование производственно-технических систем, состоящих из весьма большого количества находящихся в технологическом процессе предметов труда, позволили выявить важную принципиальную особенность таких систем. Она заключается в том, что поведение подобных производственно-технических систем определяется закономерностями особого типа, получившими названия статистических закономерностей. Важность применения статистического подхода состоит в том, что он дает «упрощенный механизм» для описания макроскопических характеристик производственно-технических систем. Во многих случаях, представляющих практический интерес, такого описания вполне достаточно.

## Литература

1. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. М.: Прогресс, 1961.- 341с.
2. Шкурба В.В. и др. Планирование дискретного производства в условиях АСУ. – К.: Техника, 1975, 296 с.
3. Вильсон А.Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем: Пер.с англ.- М.:Наука, 1978г. - 248с.
4. Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В. Теория моделей в процессах управления (Информационный и термодинамический аспекты). – М.: Наука, 1978. – 224 с.
5. Леонтьев В.В. Исследование структуры американской экономики. – М.: Гос. стат. изд-во, 1958. - 640 с.
6. Прыткин Б.В. Техничко-экономический анализ производства.– М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 399 с.
7. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машино-строительным предприятием: В 2 ч. - М.: Высш. шк., 1979. - Ч. 2: Внутризаводское планирование. – 232 с.
8. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. Учеб. Пособие для вузов.- 2-е изд., - М.: Высш. шк., 2000. – 383с.
9. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. – М.: Гостехиздат, 1946. – 58 с.

Поступило до редакції 12.05.2010

Рецензент: Рамазанов С.К., докт. екон. наук, докт. техн. наук, проф.

УДК 330.322.54: 519.86

О. В. Піскунова

### МОДЕЛЮВАННЯ ЖИТТЄЗДАТНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА НА ОСНОВІ СИСТЕМНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Розглянуто загальні принципи економіко-математичного моделювання розвитку підприємства в умовах невизначеності на засадах системної парадигми та концепції системних характеристик. Дано визначення основних системних характеристик, які представлено як єдиний комплекс категорій, що застосовується в аналізі розвитку підприємства за системного підходу в дослідженні.

**Ключові слова:** системна парадигма, системні характеристики підприємства, системні характеристики управлінських рішень, життєздатність, стійкість, адаптивність, ефективність, надійність, ризик, маневреність.

**Постановка проблеми.** Підприємство є складною економічною системою, що функціонує за неповної узгодженості цілей та інтересів суб'єктів господарювання та управління, за неповноти, асиметрії, викривлення та несвоєчасного надходження необхідної інформації, що викликає конфліктність, невизначеність та породжений ними ризик. Невизначеність та динамічність зовнішнього середовища суттєво ускладнює процес управління підприємством, оскільки потребує враховувати цінність інформації, можливості реагування системи на різні збурення, пристосування її до зміни умов реалізації прийнятого управлінського рішення, а також можливості корегування прийнятого рішення. Усе це обумовлює необхідність моделювання функціонування підприємства на підґрунті нових методологічних підходів, до яких, зокрема, відносяться системна парадигма та концепція системних характеристик.