

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

В.С. Білецький

МОДЕЛЮВАННЯ У НАФТОГАЗОВІЙ ІНЖЕНЕРІЇ

Навчальний посібник

Харків-Львів
Видавництво «Новий Світ – 2000»
2021

УДК 550.8

Рекомендовано до друку кафедрою «Видобування нафти, газу та конденсату» Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» (протокол № 16 від 23.06.2021), а також Вченою радою Навчально-наукового інституту хімічних технологій та інженерії НТУ «Харківський політехнічний інститут», (протокол № 10 від 29.06.2021)

Рецензенти:

А. Ю. Дреус – доктор технічних наук, професор, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, НТУ «Дніпровська політехніка»

М. Я. Бучинський – кандидат технічних наук, головний інженер ТОВ «Експертнафтогаз»

Л. В. Шпильовий – кандидат технічних наук, ТОВ «НПФ «Мінералтехніка»

Білецький В.С.

Б 50 Моделювання у нафтогазовій інженерії: навчальний посібник. / В.С. Білецький – Львів: Видавництво "Новий Світ – 2000", – Харків: НТУ «ХПІ», 2021. – 306 с.

ISBN 978-617-7519-90-3

У загальній частині посібника викладені основи моделювання технологічних процесів і пристроїв. Увага акцентована на методах фізичного і математичного моделювання. Зокрема, на основі критеріїв подібності, методу розмірностей, аналогій. Описані статистичні і аналітичні математичні моделі, «пасивні» і «активні» методи експерименту. Подана статистична оцінка імовірності досліджень, основи дисперсійного, регресійного і кореляційного аналізів, факторного планування експериментів. Описані графічні (факторні, феноменологічні, моделі-графи) та спеціальні (інтерполяція, екстраполяція, евристичні, адаптаційні) методи моделювання.

У фахово-орієнтованій частині посібника описані програмні продукти та методики моделювання технологічних процесів і пристроїв у нафтогазовій інженерії. Зокрема, застосування програмних ресурсів Statgraphics Plus, Microsoft Office Excel, КОМПАС-3D, SolidWorks, PIPESIM, OLGA, MATLAB і Simulink, Hysys, Petex IPM, PETREL. Розглянуті приклади моделювання об'єктів у нафтогазовій інженерії.

Посібник призначений для студентів і аспірантів зі спеціальності "Нафтогазова інженерія та технології". Книга може бути корисною для працівників нафтогазовидобувних підприємств, науково-дослідних і проектних інститутів.

ISBN 978-617-7519-90-3

© Білецький В.С., 2021

© ПП «Новий Світ-2000», ФОП Піча С.В., 2021

ЗМІСТ

Передмова	6
1. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ	9
1.1. Основні поняття	9
1.2. Основна мета, принципи та етапи моделювання технологічних процесів	17
1.3. Особливості моделювання у нафтогазовій праві	19
2. ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ І ПРИСТРОЇВ	22
2.1. Теорія подібності	22
2.1.1. Рух в'язкої рідини	22
2.1.2. Умови застосування теорії подібності	31
2.1.3. Диференціальні рівняння теплообміну для моделі	34
2.1.4. Гідродинамічна подібність	36
2.1.5. Теплова подібність	39
2.1.6. Дифузійна подібність	42
2.1.7. Подібність деяких часткових випадків переносу	44
2.1.8. Узагальнення	45
2.2. Метод аналізу розмірностей	49
2.3. Моделювання на основі методу аналогій	55
2.3.1. Методи аналогій	55
2.3.2. Моделювання плоских потоків на основі електрогідродинамічної аналогії (ЕГДА)	59
3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	64
3.1. Статистичні методи	64
3.1.1. Постановка задачі	64
3.1.2. Статистична оцінка імовірності досліджень	65
3.1.3. Моделювання із застосуванням «Активних» і «Пасивних» методів експерименту	77
3.1.4. «Пасивні» методи моделювання із застосуванням дисперсійного, регресійного і кореляційного аналізів	81
3.1.5. «Активний» метод оптимального планування експериментів	100
3.2. Аналітичні, комбіновані і спеціальні методи моделювання	132
3.2.1. Аналітичні і комбіновані методи моделювання	132
3.2.2. Графічні методи моделювання	133
3.2.3. Спеціальні методи моделювання	136

4. ПРОГРАМНІ ПРОДУКТИ І МЕТОДИКИ МОДЕЛЮВАННЯ 142

4.1. Методика обробки експериментальних даних за допомогою програмного пакету Statgraphics Plus	142
4.1.1. Застосування Statgraphics для обробки даних повного факторного експерименту (на прикладі центрально-композиційних ротатбельних планів другого порядку)	142
4.1.2. Застосування Statgraphics для обробки даних симплекс-гратчастого (центроїдного) планування експериментів як способу моделювання систем типу «склад-властивість».	155
4.2. Застосування програми Microsoft Office Excel для отримання поліноміальної моделі об'єкту	163
4.3. Методика побудови 3D-моделей конструкцій та їх елементів....	164
4.3.1. Методика побудови 3D-моделі з використанням графічного редактора КОМПАС-3D	167
4.4. Моделювання технологічних процесів та конструкцій за допомогою програмного середовища Solid Works	174
4.5. Програма моделювання стаціонарного потоку в PIPESIM.....	179
4.6. Програма моделювання нестаціонарного потоку в OLGA	192
4.7. Моделювання із застосуванням пакету прикладних програм MATLAB і Simulink.....	197
4.8. Моделювання із застосуванням пакету прикладної програми Hysys	204

5. ПРИКЛАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ У НАФТОГАЗОВІЙ ІНЖЕНЕРІЇ 208

5.1. Геологічна та гідродинамічна моделі нафтогазового родовища.	208
5.1.1. Приклад застосування програми Petrel для геологічного моделювання	216
5.2. Класичне (типове) моделювання технологічних процесів і пристроїв	233
5.2.1. Моделювання процесу буріння свердловин	233
5.2.2. Моделювання трубопровідного транспорту	238
5.2.3. Моделювання свердловинних пакерів.....	249
5.2.4. Моделювання гвинтового вибійного двигуна.....	257
5.2.5. Моделювання гідроциклона системи очищення Буrowого розчину	262
5.2.6. Моделювання знакозмінних навантажень у бурильних трубах під час спуско-підймальних операцій	264
5.2.7. Моделювання статичного змішувача системи приготування буrowого розчину	268

5.2.8. Моделювання імпелерного перемішувача системи приготування бурового розчину	276
5.2.9. Моделювання бурового ротора	282
5.3. Моделювання процесів видобування вуглеводневих флюїдів. Серія програм Petex IPM	284
Додатки	295
Література	305

ПЕРЕДМОВА

При вивченні явищ, що відбуваються в природі, техніці і суспільстві наука широко використовує метод моделювання цих явищ.

Моделювання – це метод дослідження явищ і процесів, що ґрунтується на заміні конкретного об'єкта досліджень (оригіналу) іншим, подібним до нього (моделлю).

Моделювання в широкому сенсі — це особливий пізнавальний процес, метод теоретичного та практичного опосередкованого пізнання, коли суб'єкт замість безпосереднього об'єкта пізнання вибирає чи створює схожий із ним допоміжний об'єкт-замісник (модель), досліджує його, а здобуту інформацію переносить на реальний предмет вивчення. При цьому вивчення явищ на моделі можна здійснити значно простіше і повніше, ніж в натурі.

Однак результати експериментів на моделі можуть бути використані для рішення задач практики тільки у випадку, якщо при проведенні експериментів додержуються визначених *законів моделювання*.

Моделювання – складна, трудомістка і відповідальна наукова задача. Іноді дослідження за допомогою моделей є єдино можливим способом експериментального вивчення технологічних процесів. Так, процеси, які тривають багато років, можна вивчати на моделях протягом короткого проміжку часу. І навпаки, швидкоплинні процеси вивчаються на моделях протягом більш довгого часу.

Моделювання – це метод, а *модель* – форма, засіб наукового пізнання. До моделювання звертаються тоді, коли досліджувати реальний об'єкт з усією сукупністю його властивостей недоцільно, незручно або неможливо.

Моделювання у інженерії має на меті, *по-перше*, створення спрощених, але адекватних відображень-моделей технологічних процесів і пристроїв, *по-друге*, вивчення технологічних процесів та поведінки деталей і пристроїв за допомогою одержаних моделей і, *по-третє*, прогнозування їх результатів за різних умов, при зміні характеристик перероблюваної сировини, проектуванні інженерних об'єктів, розробці раціональних та оптимальних технологічних режимів, автоматичному керуванні процесами тощо.

Об'єктами моделювання при видобуванні і переробці вуглеводневої сировини (нафти, газу, конденсату) можуть бути геологічні об'єкти, машини і апарати для буріння свердловин та їх експлуатації, транспортні системи і технології, технологічні операції і схеми по переробці вуглеводневої сировини на нафто-, газопромислах, нафто- і газопереробних заводах, установках комплексної підготовки газу (УКПГ).

*

*

*

Моделювання різних фізичних процесів виходить з подібності явищ, що розглядаються. Два явища називаються подібними, якщо за характеристиками одного можна одержати характеристики іншого шляхом простого перерахунку. Умовами або критеріями подібності двох явищ є рівності деяких безрозмірних параметрів, які називаються числами або критеріями подібності. Визначення критеріїв подібності при моделюванні процесів, що вивчаються, потребує глибокого знання механізму цих процесів і є досить важкою задачею. При вирішенні цієї задачі усі досліджувані процеси слід розділяти на дві суттєво різні групи. До першої групи потрібно віднести процеси і явища, які можна описати рівняннями, до другої, яка становить найбільший інтерес, – процеси і явища, які ще не мають математичного опису. У випадках, коли рівняння досліджуваних процесів невідомі, числа подібності можна знайти за теорією розмірностей. При наявності диференціальних рівнянь досліджуваних процесів числа подібності легко визначаються, як коефіцієнти рівнянь, які представлені в безрозмірному вигляді. Природно, що одержання критеріїв подібності за наявності рівнянь значно простіше, ніж за їх відсутності. Тому теорію розмірностей в першу чергу слід застосовувати для отримання критеріїв подібності тільки при дослідженні процесів, які не мають математичного опису.

Ефективність процесів видобування і первинної переробки мінеральної сировини, в т.ч. нафти і газу, в багатьох випадках визначається ефективністю експериментальних робіт як у лабораторних, так і у промислових умовах.

Експеримент у інженерії, і, зокрема, нафтогазовій інженерії є джерелом нової інформації. Раціональне планування експерименту полягає у такій тактиці виконання робіт, яка давала б максимальну інформацію при обмеженому числі дослідів або дозволяла б виконати мінімальне число дослідів для рішення поставлених задач. Оптимальність експерименту зводиться до використання спеціальних планів і стиску інформації – представленню її у вигляді моделей, під якими частіше за все розуміють деяку сукупність рівнянь, що описують процес. Отримання моделі дозволяє пояснити властивості процесу, а також забезпечити подальшу роботу, яка полягає у відшукуванні найкращого результату або режиму.

Вибір оптимальної технологічної схеми підприємства є головною задачею, яка вирішується при проектуванні підприємства і визначає ефективність його подальшої експлуатації. Трудність правильного розрахунку і вибору схеми полягає у відсутності достатньої і достовірної інформації про технологічні властивості сировини і параметри апаратів, які працюють на даній сировині. Тому при проектуванні нової установки,

апарата тощо дослідження проводять у декілька етапів, при цьому основним методом досліджень є метод *фізичного моделювання*.

Попередні дослідження вибраних схем виконують в лабораторних умовах і на лабораторному обладнанні. В лабораторних умовах використовують повний і дробовий факторні експерименти, реалізують дисперсійні плани, які дозволять значно скоротити обсяг досліджень і отримати статистичну модель у вигляді полінома.

Наступним етапом є напівпромислові дослідження оптимального варіанта схеми, після чого результати досліджень перевіряють на промисловому об'єкті.

У промислових умовах застосовуються еволюційне планування, адаптаційні і евристичні методи одержання моделей, регресійний і кореляційний способи обробки. В узагальнюючих роботах використовують аналітичні моделі.

Дослідження тільки на основі фізичної моделі (стенду, полігонної установки тощо) – процес трудомісткий, дорогий і тривалий.

Математичне моделювання у порівнянні з фізичним вносить гнучкість, достовірність і швидкість. Воно дозволяє без суттєвих витрат імітувати на комп'ютері різноманітні варіанти технологій, навантажень на апарати, їхні типорозміри і т.п. При цьому математичне моделювання передбачає попередні експериментальні дослідження, органічно пов'язане з ними, так як без експериментальних даних, які дають інформацію про об'єкт моделювання, апарат, умови процесу, моделювати технологічну схему неможливо. Основна вимога до математичної моделі – можливість технологічного розрахунку досліджуваних операцій і схем.

1. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ

1.1. Основні поняття

Модель – дуже широке і ємне поняття, яке застосовується у різних аспектах. В широкому розумінні модель – речова, знакова або уявна (мислена) система, що відтворює, імітує, відображає принципи внутрішньої організації або функціонування, певні властивості, ознаки чи(та) характеристики об'єкта дослідження (оригіналу). В технічних задачах під моделлю розуміють математичний і логічний зв'язок між факторами і показниками процесу.

Модель – це об'єкт-замінник об'єкта-оригіналу, що забезпечує вивчення деяких властивостей оригіналу.

Аналіз досвіду використання моделей у природничих і технічних науках дозволяє зробити висновок, що модель – це наше уявлення про досліджуваний об'єкт, своєрідна форма кодування інформації про об'єкт.

За формальною класифікацією, яка часто будується за принципом дихотомій, розрізняють такі моделі: лінійні й нелінійні, зосереджені та розподілені системи, детерміновані (аналітичні) та стохастичні, статичні та динамічні, дискретні та безперервні. Можливі й змішані типи, наприклад, в одному відношенні зосереджені (по частині параметрів), в іншому – розподілені моделі, аналітично-статистичні і т.д.

Розрізняють такі основні різновиди моделей, які використовуються у нафтогазовій інженерії:

– **описова модель** полягає в будь-якому техніко-технологічному опису об'єкта моделювання; приклад – опис *факторної моделі* технологічного процесу – схеми («чорного ящика»), яка показує всі фактори (чинники), що впливають на процес, вихідні параметри та зв'язок між вхідними та вихідними характеристиками потоків речовини та енергії.

Інший приклад – опис *феноменологічної моделі* – схеми, яка відображає послідовність та взаємозв'язок всіх елементарних фізичних та хімічних процесів (субпроцесів), які мають місце при проведенні технологічного процесу (наприклад, феноменологічна модель процесу регенерації бурового розчину тощо). Вихідні величини кожного попереднього субпроцесу є вхідними для наступного. Вихідні величини останнього субпроцесу є вихідними величинами технологічного процесу в цілому.

– **евристична модель** полягає у формалізації моделей процесів, що сформувалися у людини, яка веде технологічний процес, в результаті численних особистих проб і спостережень;

– **графічна модель** представляє об’єкт моделювання у вигляді рисунків, креслень, графів, схем; наприклад, **феноменологічна модель, факторна модель, граф** тощо;

– **аналогова модель** використовує заміну об’єкта моделювання іншим, який відрізняється за своєю фізичною природою, але вони можуть бути описані одним й тим же диференціальним рівнянням;

– **імітаційна модель** – представлення об’єкта моделювання у вигляді рекурентних співвідношень і наступна імітація роботи об’єкта на комп’ютері.

– **фізична модель** являє собою змінений у визначеному масштабі (зменшення або збільшення) об’єкт моделювання;

– **математична модель** – опис об’єкта моделювання однією (одноструктурна модель) або декількома (складноструктурна модель) математичною залежністю; розрізняють аналітичні, емпіричні та змішані математичні моделі; у нафтогазовій інженерії найчастіше застосовуються два способи математичного моделювання:

- аналітичний, що передбачає можливість точного математичного опису строго детермінованих систем,

- ймовірнісний, що дозволяє отримати не однозначне рішення, а його ймовірнісну характеристику.

Для створення математичних моделей використовують різні математичні засоби — мову диференціальних або інтегральних рівнянь, теорії множин, абстрактної алгебри, математичну логіку, теорії ймовірностей, графи та інші.

Для будь якого об’єкта можна скласти велику кількість моделей, які будуть відрізнятися одна від іншої перш за все остаточною погрешністю (остаточною дисперсією), тобто будуть відтворювати реальний об’єкт з певною точністю.

Моделі бувають статичні $y = f(x)$ і динамічні $y = f(x, t)$, де y – будь який вихідний показник процесу; x – фактор, що діє на вході процесу; t – поточний час.

Статичні моделі бувають:

– лінійні

$$y = a_0 + a_1x; \quad y = a_1\Delta x, \quad (1.1)$$

– нелінійні за фактором x

$$y = a_0 + a_1x + a_{11}x^2, \quad (1.2)$$

– нелінійні за параметром, напр., b

$$y = ae^{-bx}. \quad (1.3)$$

Частіше за все отримують багатомірні моделі, тобто y є функцією декількох факторів

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.4)$$

Моделювання – заміщення одного об'єкта іншим з метою отримання інформації про найважливіші властивості об'єкта-оригіналу за допомогою об'єкта-моделі. Моделювання – метод пізнання навколишнього світу, який можна віднести до загальнонаукових методів, застосовуваним як на емпіричному, так і на теоретичному рівні пізнання.

Таким чином, базовим визначенням можна вважати таке: моделювання – це побудова (або вибір з вже існуючих) моделі, її вивчення і використання з метою отримання нових знань про досліджуваний об'єкт.

Алгоритм моделювання включає спочатку побудову особливої ідеальної конструкції, змістовної моделі (інші автори називають цей ідеальний об'єкт концептуальна модель, умоглядна модель або передмодель). При цьому фінальна математична конструкція називається формальною моделлю або просто математичною моделлю, отриманою в результаті формалізації даної змістовної моделі (передмоделі). Побудова змістовної моделі може проводитися за допомогою набору готових ідеалізацій, як у механіці, де ідеальні пружини, тверді тіла, ідеальні маятники, пружні середовища і т.п. дають готові структурні елементи для змістовного моделювання. У нафтогазовій інженерії змістовною передмоделлю може виступати згадана вище факторна і (або) феноменологічна модель технологічного процесу. Для пристроїв і деталей – 3D-модель, тобто тривимірний опис об'єкта — представлення об'єкта в трьох просторових вимірах – координатах X , Y , та Z .

Теорія і практика моделювання оперує рядом понять: об'єкт, процес, система, апріорна інформація, дослід, експеримент, фактор, область експериментування, цільова функція, похибка дослідів, обмеження та ін.

Об'єкт (від лат. *objectum* – предмет) – все, на що спрямована діяльність людини. Будь-який об'єкт дослідження є нескінченно складним і характеризується нескінченним числом станів і параметрів.

Процес – послідовна зміна станів об'єкту в часі, а також певна сукупність ряду послідовних дій, спрямованих на досягнення певного результату.

Система – множина взаємопов'язаних елементів, відокремлена від середовища і яка взаємодіє з ним, як ціле. Система має конкретну структуру і цілком конкретне цільове призначення. Підсистемою називають складову частину системи, у якій можна виокремити інші складові.

Елементом системи називають найпростішу складову частину системи, яку умовно розглядають як неподільну.

Зв'язком називають співвідношення між компонентами системи, оснований на взаємозалежності і взаємообумовленості.

Зовнішнє середовище – множина існуючих поза системою (об'єктом) елементів будь-якої природи, що впливають на систему (об'єкт) або знаходяться під її (його) впливом.

Гіпотеза – наукове припущення, що висувається для пояснення будь-якого явища і потребує перевірки на досліді та теоретичного обґрунтування, для того щоб стати достовірною науковою теорією.

Аналогія – подібність, схожість у цілому відмінних предметів, явищ за певними властивостями, ознаками або відношеннями.

Адекватність моделі – збіг властивостей (функцій / параметрів / характеристик і т. п.) моделі і відповідних властивостей модельованого об'єкта.

Дослідом називають однократне виконання усіх необхідних операцій для отримання одного експериментального результату. В результаті досліді отримують одне число або сукупність чисел, які характеризують декілька різнорідних даних. Дослід по суті – здійснення визначеного діяння на об'єкт і реєстрування одержаного результату. Дослід – це відтворення якого-небудь явища або спостереження за новим явищем у певних умовах з метою вивчення, дослідження.

Експериментом називають сукупність дослідів, об'єднаних однією системою їх постановки, взаємозв'язком результатів і способом їх обробки. В результаті експерименту отримують сукупність результатів, які допускають їхню сумісну обробку і порівняння.

Фактором (чинником) називають умови, рушійну силу будь-якого процесу, явища. У нашому випадку фактор – незалежна змінна, яка може приймати в деякому інтервалі часу визначені значення. Фактор при моделюванні повинен задовольняти визначеним вимогам:

- первинність, тобто як фактор доцільніше приймати таку величину, яка не є функцією декількох, у тому числі невідомих, величин. Вторинні фактори звичайно із достовірністю можна встановити на початку досліді, що й слід враховувати при інтерпретації результатів;

- можливість управління пов'язана з первинністю і полягає у тому, що фактор повинен встановлюватись на необхідному рівні, інакше план експерименту не буде реалізований у деякому досліді, в результаті чого робота не буде виконана або потребуватиме серйозного коректування;

- операційність і вимірність – це вимоги до однозначності (однотиповості) встановлення одного й того ж фактора на одному і тому ж рівні, а також до вказівок щодо послідовності операцій по максимально точному встановленню і контролю значення фактора.

- незалежність факторів один від одного;
- безпека експерименту вимагає передбачити і виключити до початку дослідів такі комбінації факторів, які можуть привести до вибуху, виділення токсичних компонентів, аварії на експериментальному пристрої.

Область експериментування (факторний простір) – це сукупність запланованих значень факторів, яка охоплює деяку область гіперпростору. Усі результати і висновки на їх основі з відомою точністю належать саме до цієї області гіперпростору факторів. Інтерполяція значень і висновків усередині області експериментування є допустимою. Екстраполяція результатів і висновків за межами області експериментування можлива, але гарантувати визначену точність при цьому не можна.

Цільова функція – функція, що зв'язує мету (змінну y , що оптимізується) з керованими змінними. Важливою особливістю цільової функції є неможливість забезпечення в рамках одного процесу, при одному і тому ж наборі факторів управління, максимального (мінімального) значення двох і більше показників. Формулюючи оптимізуючий показник слід виділити і додати до нього усі необхідні обмеження і отримати тим самим доцільну цільову функцію.

Обмеження – це будь які умови, які накладаються на можливість зміни факторів, вихідних показників, вхідних збуджуючих впливів, ресурсів і часу. Обмеження бувають принципові (умови фізичного здійснення), технічні, екологічні, економічні та умови техніки безпеки.

Регресія – форма зв'язку між випадковими величинами. Закон зміни математичного очікування однієї випадкової величини залежно від значень іншої. Розрізняють прямолінійну, криволінійну, ортогональну, параболічну та ін. регресії, а також лінію і поверхню регресії.

Локальний екстремум – екстремум в деякому довільно малому околі (області) гіперпростору.

Глобальний екстремум – екстремум в усій розглядуваній області гіперпростору. Передбачається, що глобальний екстремум один, а локальних екстремумів може бути багато.

Апріорна інформація – це інформація, якою володіє дослідник до початку експерименту. Апріорна інформація дозволяє: сформулювати цільову функцію; вибрати номенклатуру факторів, центр експерименту (номінальні або початкові значення факторів), інтервали варіювання; методично правильно виконати збір інформації.

Точкові оцінки – числа, які використовують для характеристики результатів дослідів. При цьому використовують не тільки безпосередньо виміряні дані, але й при необхідності деякі розраховують. Найважливіші з них:

– середнє арифметичне, або середнє, яке позначається рисою над літерою:

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i / n, \quad (1.7)$$

де y_i – результат, отриманий в i -тому досліді; n – число дослідів; $\bar{y}$ – середнє арифметичне результатів n дослідів;

– середнє квадратичне відхилення

$$S_y = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right] / (n-1)}; \quad (1.8)$$

– дисперсія – квадрат середнього квадратичного відхилення

$$S_y^2 = \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right] / (n-1). \quad (1.9)$$

Похибка дослідів – це відхилення у результатах, які породжені усілякими відхиленнями умов дослідів від заданих.

Випадкова похибка – складова загальної похибки вимірювання, яка змінюється випадковим чином (як за знаком, так і за величиною) під час повторних вимірювань однієї і тієї ж величини. Випадкові похибки з'являються внаслідок невеликих, але численних відхилень при виконанні дослідів (їх причини – конструктивні та технологічні недосконалості вузлів та деталей приладів; випадкові коливання зовнішніх впливів — температури, вологості повітря, атмосферного тиску, напруженості зовнішніх електричних та магнітних полів тощо; нестабільність живлення електронних приладів; суб'єктивні помилки оператора; вібрації; теплові шуми в електронних приладах; просторова неоднорідність та часова нестабільність об'єкта вимірювання). Ці похибки обчислюють за формулою: $\epsilon = \Delta - M(\Delta)$, де Δ — похибка вимірювання, $M(\Delta)$ — математичне очікування похибки.

Систематична похибка – складова загальної похибки вимірювання, яка залишається постійною або закономірно змінюється під час повторних вимірювань однієї і тієї ж величини. Причинами виникнення систематичних похибок є: відхилення параметрів реальних засобів вимірювань від розрахункових значень, передбачених схемою; невірноваженість деяких деталей засобів вимірювань відносно їх осі обертання; пружна деформація деталей засобів вимірювань, які мають малу жорсткість, що призводить до додаткових переміщень; похибки градування чи невеликий зсув шкали приладу; неточність мір фізичних величин; старіння матеріалів, із яких виготовлені засоби вимірювань; відхилення значень впливних величин (температури, вологості, напруженості зовнішніх електричних та магнітних полів тощо) від їх значень під час градування засобів вимірювання. Виявити наявність

систематичної похибки можна тільки порівнянням результату досліду з еталонним, тобто результатом, який не містить систематичної похибки. Більшість систематичних похибок може бути виявлена та оцінена шляхом теоретичного аналізу властивостей об'єкта, умов вимірювання, особливостей методу, характеристик застосовуваних засобів вимірювань тощо. Після встановлення наявності систематичної похибки визначають причину її виникнення і усувають цю причину. Якщо причину встановити або усунути не можна, вводять поправки, що враховують вплив цієї систематичної похибки, яку не можна усунути.

Число ступенів свободи f – кількість незалежних значень результатів дослідів, які використовуються для обчислення коефіцієнтів моделі, похибки відтворення, остаточної дисперсії і т.п. Чисельно f дорівнює різниці між кількістю даних, що є, і обчисленими за цими даними показниками.

Похибка відтворення – це випадкова похибка, яка звичайно обчислюється у вигляді середнього квадратичного відхилення від середнього паралельних дослідів

$$S_{By} = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2 \right] / (k-1)}, \quad (1.10)$$

де k – число паралельних дослідів; $\bar{y}$ – середнє значення результатів k паралельних дослідів (дослідів виконаних при одних і тих же значеннях факторів); y_i – результат i -того досліду; S_{Byi} – похибка відтворення результатів будь якого окремого досліду.

Похибка відтворення S_{By} середнього значення результату k дослідів буде менше і визначається за формулою

$$S_{By} = S_{Byi} / \sqrt{k}. \quad (1.11)$$

Ця властивість зниження похибки широко використовується для підвищення точності результатів експерименту.

Звичайно припускають, що похибка відтворення є результатом деякої неточності виконання усіх операцій досліду, у зв'язку з чим вона повинна бути розподілена за нормальним законом. Відповідно до нормального закону вважають, що в межах $\pm S_{By}$ міститься 68 % похибки усіх дослідів; в межах $\pm 2S_{By}$ – 95,5 % і в межах $\pm 3S_{By}$ – 99,7 % усіх похибок. При обмеженій кількості дослідів використовують розподіл Ст'юдента, що враховує можливі похибки у визначенні S_{Byi} при малому числі даних. Таким чином, якщо задана довірча імовірність p (%) і відоме число ступенів свободи обчисленої похибки відтворення (звичайно $f_B = k - 1$), можна знайти довірчі інтервали для похибки результатів.

Довірчі інтервали похибки результатів – це діапазон значень, в якому з прийнятою довірчою імовірністю може знаходитися конкретне значення похибки окремого досліду (або інших характеристик дослідів, напр., середніх результатів паралельних дослідів),

$$\pm \Delta y_i = \pm t S_{By_i}, \quad (1.12)$$

де $\pm \Delta y_i$ – граничні значення похибок (максимальні позитивні і негативні) або довірчий інтервал; t – критерій Ст'юдента.

Із збільшенням довірчої імовірності довірчий інтервал розширюється, тобто при більшій довірчій імовірності гарантувати появу дослідних результатів можна тільки в більш широкому діапазоні.

Прوماхи – це випадкові похибки, які перевищують довірчі інтервали. Промахи виникають внаслідок грубого порушення умов досліду або особливо несприятливими обставинами. Як правило, їх відкидають, а дослід, якщо це можливо, повторюють.

Прوماхи можуть бути як у гірший, так і у кращий бік, тому при появі дуже доброго результату, який розглядається як промах, необхідно проаналізувати умови його появи. В такому випадку промах може дати цінну інформацію для покращення результатів роботи.

Для виключення промахів з великої вибірки можна користуватися правилом 2σ або 3σ . Для промаху x^* розраховується абсолютне значення різниці $|x^* - x'|$. При довірчій імовірності $P = 0,95$ x^* відкидається, якщо $|x^* - x'| > 2\sigma$, а при $P = 0,997$, якщо $|x^* - x'| > 3\sigma$.

Похибка зведеного показника розраховується при необхідності визначення похибки відтворюваності будь якого обчисленого (зведеного) показника вигляду $Z = f(y, x)$ з використанням формули:

$$S_{Bz}^2 = (\partial z / \partial y)_0^2 S_{By}^2 + (\partial z / \partial x)_0^2 S_{Bx}^2. \quad (1.13)$$

Вважають, що похибки S_{By}^2 і S_{Bx}^2 не залежать одна від одної. Нульові індекси при похідних означають, що конкретні чисельні значення похідних знаходяться при деяких номінальних значеннях x_0 і y_0 .

Для похибок відтворюваності, що спричиняються випадково, звичайно припускається, що коефіцієнт кореляції дорівнює нулю. Якщо необхідно розглянути відхилення показника Z , які спричиняються відхиленнями його складових факторів x і y , то слід використовувати формулу:

$$S_z^2 = (\partial z / \partial y)_0^2 S_y^2 + (\partial z / \partial x)_0^2 S_x^2 + 2(\partial z / \partial y)_0 (\partial z / \partial x)_0 S_y S_x r_{x/y}, \quad (1.14)$$

де $r_{x/y}$ – коефіцієнт кореляції між x і y .

Встановлення різниці. В результаті обробки даних експерименту робляться висновки, які формально зводяться до відповіді на одне з трьох питань:

- чи значимо відрізняються два (або більше) результати?
 - чи значимо відрізняються дві (або більше) похибки відтворюваності однорідних результатів?
 - чи значимо відрізняються кількості спостережених величин?
- Відповіді на ці питання отримують в результаті наступних дій:
- визначають розрахункове значення спеціального критерію K_p ;
 - задаються довірчою імовірністю p висновку;
 - знаходять у відповідних таблицях значення критерію K_T при заданій p і знайдених ступенях свободи f ;
 - порівнюють K_p і K_T ;
 - якщо $K_p > K_T$ стверджують, що існуюча різниця між результатами не випадкова, тобто значима.

Для підтвердження значимості різниці звичайно задаються високою довірчою імовірністю більше 90 % (звичайно $p = 95$ %). Якщо з прийнятою імовірністю p різниці не встановлено, стверджувати що її взагалі не існує не можна, тобто зворотний висновок невірний.

Якщо необхідно встановити ідентичність (відсутність різниці) показників, задаються довірчою імовірністю менше 10 % (звичайно $p = 5$ %).

1.2. Основна мета, принципи та етапи моделювання технологічних процесів

Створюючи модель об'єкта, дослідник пізнає об'єкт, тобто виокремлює його з навколишнього середовища і будує його формальний опис.

Моделювання виконують з метою:

- опису об'єкта;
- пояснення процесів, які відбуваються в об'єкті;
- прогнозування поведінки і властивостей об'єкта при різних зовнішніх впливах.

Модель об'єкта допомагає зрозуміти, як влаштований конкретний досліджуваний об'єкт, які його структура, внутрішні зв'язки, основні властивості, закони розвитку, саморозвитку і взаємодії з навколишнім середовищем. Ще одна мета – прогнозування поведінки і властивостей об'єкта – є частиною стратегічної мети – управляти об'єктом, визначаючи за моделлю оптимальні керуючі впливи при заданих цілях і критеріях. Модель потрібна і для того, щоб прогнозувати наслідки різних впливів на об'єкт.

В основі моделювання лежить теорія подібності, згідно з якою абсолютна подібність можлива лише при заміні об'єкта іншим точно таким же. Цю ідею добре висловили А. Розенблют і Н. Вінер, коли сказали, що «найкращою моделлю kota є інший кіт, а ще краще – той же самий кіт». При моделюванні абсолютна подібність ніколи не досягається. Будь-яка модель не тотожна об'єкту-оригіналу і не є повною, так як при її побудові дослідник враховував тільки ті особливості об'єкта, які вважав найбільш важливими для вирішення конкретної задачі.

Реальна користь від моделювання може бути отримана при виконанні наступних умов:

- модель повинна бути адекватною оригіналу в тому сенсі, що повинна з достатньою точністю відображати основні характеристики оригіналу, які цікавлять дослідника;
- модель повинна усувати проблеми, пов'язані з фізичними вимірюваннями якихось сигналів або характеристик оригіналу.

Моделювання базується на таких основоположних принципах:

1. Принцип інформаційної достатності – при повній відсутності інформації про об'єкт побудова його моделі неможлива. Існує деякий рівень апріорної інформації про об'єкт, при досягненні якого може бути побудована адекватна модель. При наявності повної інформації про об'єкт побудова його моделі не має сенсу.

2. Принцип здійсненності – створювана модель повинна забезпечувати досягнення поставленої мети дослідження з імовірністю, яка суттєво відрізняється від нуля.

3. Принцип множинності моделей – створювана модель повинна відображати в першу чергу ті властивості реального об'єкта (системи), які цікавлять дослідника. Для повного дослідження об'єкту необхідна досить велика кількість моделей, що відображають досліджуваний об'єкт з різних сторін і з різним ступенем його деталізації.

4. Принцип агрегування – у більшості досліджень систему доцільно представити як сукупність підсистем, для опису яких виявляються придатними стандартні схеми.

5. Принцип параметризації – модель будується у вигляді відомої системи, параметри якої невідомі.

Моделювання технологічних процесів – поетапний і циклічний процес. Виділяють чотири основних етапи моделювання.

Перший етап побудови моделі припускає наявність деяких знань про об'єкт. Пізнавальні можливості моделі обумовлюються тим, що модель відображає (відтворює, імітує) які-небудь істотні риси об'єкта-оригіналу. Причому, вивчення одних сторін модельованого об'єкта здійснюється ціною відмови від дослідження інших сторін. Тому будь-яка модель заміщає оригінал лише в строго обмеженому сенсі. Для одного об'єкта

може бути побудовано декілька «спеціалізованих» моделей, які концентрують увагу на певних сторонах досліджуваного об'єкта або ж характеризують об'єкт з різним ступенем деталізації.

На другому етапі модель виступає як самостійний об'єкт дослідження. Однією з форм такого дослідження є проведення «модельних» експериментів, при яких свідомо змінюються умови функціонування моделі і систематизуються дані про її «поведінку». Кінцевим результатом цього етапу є сукупність знань про одержані різновиди моделі.

На третьому етапі здійснюється перенесення знань з моделі на оригінал – формування сукупності знань про об'єкт. Одночасно відбувається перехід з «мови» моделі на «мову» оригіналу. Процес перенесення знань проводиться за певними правилами. Знання про моделі повинні бути скориговані з урахуванням тих властивостей об'єкта-оригіналу, які не знайшли відображення або були змінені при побудові моделі.

Четвертий етап – практична перевірка отриманих за допомогою моделей знань та їх використання для побудови узагальнюючої теорії об'єкта, його перетворення або управління ним.

Циклічність процесу моделювання може проявлятися в тому, що за першим чотириетапним циклом може реалізовуватися другий, третій і т. д. При цьому знання про досліджуваний об'єкт розширюються і уточнюються, а вихідна модель поступово вдосконалюється. Недоліки, виявлені після першого циклу моделювання, зумовлені неповним знанням об'єкта або помилками в побудові моделі, можна виправити в наступних циклах.

1.3. Особливості моделювання у нафтогазовій справі

Так як нафтогазова справа охоплює великий спектр робіт, зокрема, підготовчого характеру (геологічних) так і пов'язаних (наприклад, нафтопереробка) то відповідно існує декілька сімейств (груп) моделей, застосовуваних у нафтогазовій справі.

За середовищем, генезою об'єктів моделювання і варіативними чинниками **у нафтогазовій справі** доцільно виділяти такі три великі групи:

- **1) геологічне моделювання** — у нафтогазовій геології — побудова тривимірних цифрових статичних і гідродинамічних геологічних моделей покладів і родовищ вуглеводнів. Складова частина технологічних процесів обґрунтування буріння свердловин і складання планів розробки родовищ вуглеводнів, включаючи оцінку економічної ефективності, пропонованих геолого-технологічних заходів. Значною мірою це пов'язано з ускладненням будови родовищ і новими технологіями

видобутку, наприклад, бурінням горизонтальних свердловин. Разом з тим, це відносно молодий напрям у прикладній нафтогазовій геології, який детермінується інформацією про геологічне середовище, яке в зоні родовищ і покладів вуглеводнів і є по суті об'єктом моделювання. Варіативними у випадку статичного геологічного моделювання є природні чинники, а динамічного геологічного моделювання – природні і частково техногенні чинники.

- **2) класичне моделювання технологічних процесів і пристроїв** для буріння свердловин, попередньої переробки флюїдів на нафтових і газових промислах, підготовки нафти і газу до транспортування, транспортування флюїдів, їх переробки на установках комплексної підготовки газу (УКПГ), технологічних процесів приготування технологічних рідин (бурового та тампонажного, цементувального розчину), реагентів тощо. Ця група об'єктів моделювання представлена процесами і пристроями, створеними людиною. Переважна частина об'єктів-пристроїв не перебуває в контакті з геологічним середовищем, а об'єкти-процеси не протікають у геологічному середовищі. Варіативними, як правило, виступають техногенні чинники.

- **3) моделювання процесів видобування вуглеводневих флюїдів** охоплює специфічну частину об'єктів, які характерні тільки і тільки для технологій добування вуглеводнів. Ці об'єкти-процеси протікають саме у геологічному середовищі – пласті-колекторі, кольматаційній зоні тощо. Варіативними тут виступають як природні так і техногенні чинники. Ця група дотична до гідродинамічного геологічного моделювання.

Найбільш універсальними є технологічні процеси і пристрої по п. 2. Вони характерні як для нафтогазової інженерії, так, частково, і для інших свердловинних технологій, транспортування, фізичних і хімічних процесів і пристроїв переробки флюїдів-вуглеводнів. Тому в рамках цього посібника їм буде приділена найбільша увага.

Геологічне моделювання (п. 1) – це окремий напрямок, який вивчається в рамках прикладної нафтогазової геології – тому тут ми обмежимося його загальною характеристикою.

Моделювання об'єктів-процесів видобування вуглеводневих флюїдів, що протікають саме у геологічному середовищі – пласті-колекторі, кольматаційній зоні тощо – займають проміжне положення між об'єктами по пп. 1 і 3. Логічно присвятити моделюванню видобування природних вуглеводнів окремий курс, а в рамках цього посібника дати оглядову інформацію з цього питання.

Запитання для контролю знань студентів

1. Розкрити дефініції «Модель» і «Моделювання».
2. Описати класифікацію моделей.
3. Дати характеристику описовим моделям.
4. Дати характеристику евристичним моделям.
5. Дати характеристику графічним моделям, зокрема: феноменологічна модель, факторна модель, модель-граф.
6. Дати характеристику аналоговим моделям.
7. Дати характеристику імітаційним моделям.
8. Розкрити поняття: «фізична модель».
9. Розкрити поняття: «математична модель». Різновиди математичних моделей – аналітичні та ймовірнісні моделі..
10. Описати статичні та динамічні моделі.
11. Описати алгоритм моделювання. Розкрити поняття «передмодель».
12. Розкрити поняття «адекватність моделі».
13. Розкрити поняття «дослід», «експеримент», «фактор» (чинник), область експериментування (факторний простір), цільова функція. Вимоги до факторів при моделюванні процесів і пристроїв.
14. Розкрити поняття: «регресія», «локальний екстремум», «глобальний екстремум», «апріорна інформація».
15. Розкрити поняття «точкові оцінки». Описати: середнє арифметичне, середнє квадратичне відхилення, дисперсія, довірчий інтервал.
16. Описати поняття «похибка дослідів». Похибки випадкові, систематичні.
17. Описати похибки-промахи. Правило 2σ і 3σ .
18. Сформулювати мету модулювання
19. Охарактеризувати принципи моделювання технологічних процесів.
20. Охарактеризувати етапи моделювання технологічних процесів.
21. Описати особливості моделювання у нафтогазовій справі.

2. ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ

2.1. Теорія подібності

Теорія подібності дає можливість вивчати складні процеси і теоретично, й експериментально. Але, тільки чисте експериментування, без теоретичних узагальнень, не дозволяє розповсюдити висновки, отримані таким шляхом, на інші недосліджені випадки. З іншого боку – тільки теоретичний метод не може охопити усього різноманіття умов фізичного процесу і, крім того, дуже часто приводить до складних математичних рівнянь, які важко розв'язати.

Труднощі, що зустрічаються при вирішенні багатьох задач за допомогою диференціальних рівнянь з частковими похідними, примусили шукати необхідні рішення експериментальним шляхом.

За дослідними даними, які отримані на одному апараті (пристрої), робились приблизні висновки про можливу роботу іншого, – такого ж, але більшого за габаритами апарата. Це й привело до ідеї моделювання процесів і апаратів на основі теорії подібності.

Теорія подібності – наука про подібність явищ.

Основні технологічні процеси у нафтогазовій інженерії протікають, головним чином, внаслідок руху в'язких (стисливих і нестисливих) рідин, а також в результаті тепломасообміну і дифузії, внаслідок чого при їхньому моделюванні особливе значення мають гідродинамічна, тепла і дифузійна подібність. Тому перш ніж перейти до розгляду теорії подібності і методу аналізу розмірностей необхідно розглянути рівняння гідродинаміки, теплообміну і дифузії.

2.1.1. Рух в'язкої рідини

Розглянемо несталий рух рідини, при якому швидкості і тиски в кожній точці потоку змінюються з часом.

Виділимо в потоці рухомої рідини елементарний паралелепіпед з ребрами dx , dy і dz (рис. 2.1).

Внаслідок нерозривності потоку, увесь об'єм виділеного паралелепіпеда буде постійно заповнений рухомою рідиною. При цьому маса стисливої рідини, яка надходить і виходить з паралелепіпеду, у загальному випадку буде різною, що обумовлено непостійністю величин швидкості w і густини ρ . Через ліву грань A , паралельну площині YOZ , рідина рухається під впливом складової швидкості v_x , паралельної осі OX . Будемо вважати цю складову, а також густину ρ постійними в усіх точках цієї грані і рівними їхнім значенням у точці A :

$$v_x = f_1(x, y, z, t),$$

$$\rho = f_2(x, y, z, t),$$

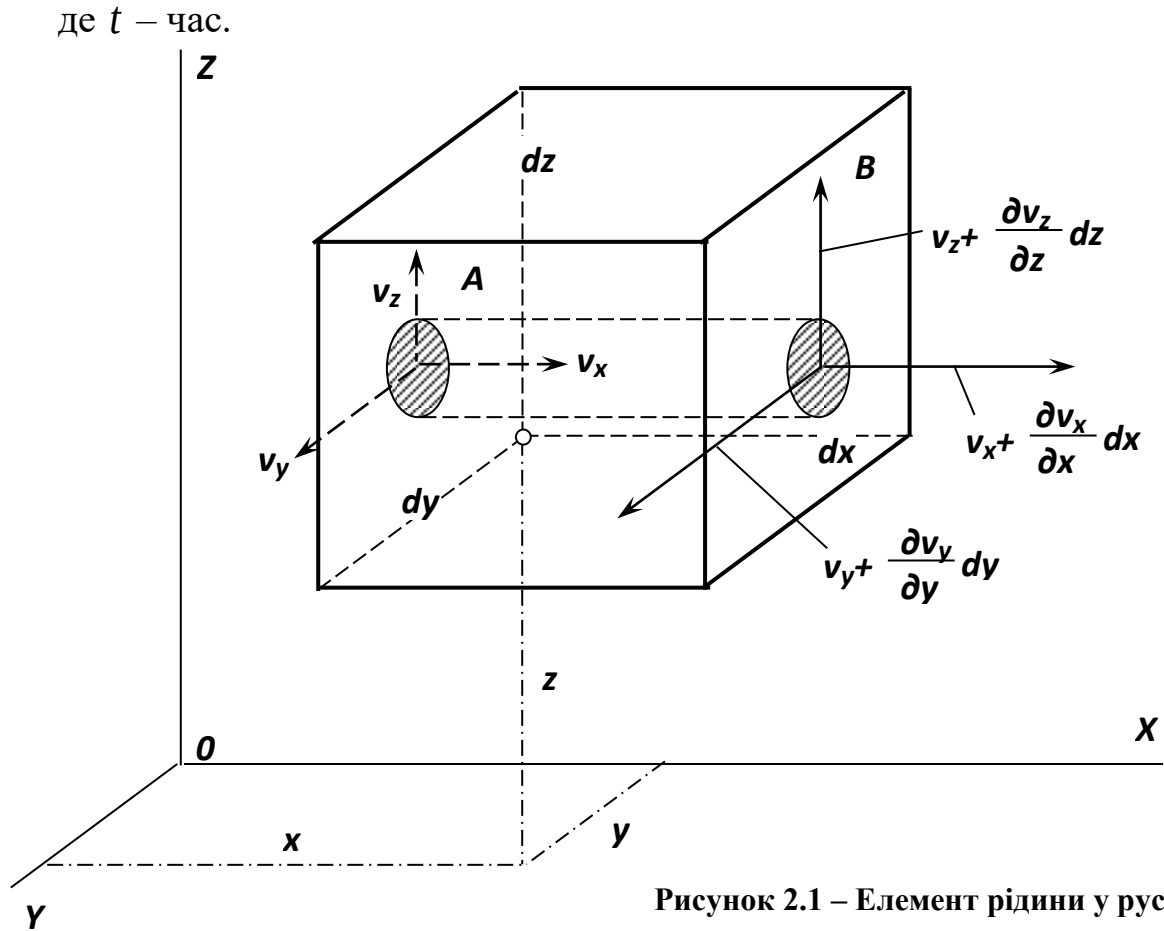


Рисунок 2.1 – Елемент рідини у русі.

У той же момент часу для протилежної правої грані В ці величини будуть:

$$v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx; \quad \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx.$$

Через майданчик $dydz$ лівої грані за одиницю часу витікає кількість рідини (в одиницях маси):

$$dM_{x1} = \rho v_x dydz.$$

Маса рідини, що витікає через протилежну грань за цей час буде:

$$dM_{x2} = \left[\rho v_x + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) dx \right] dydz.$$

Таким чином, приріст маси рідини за одиницю часу у паралелепіпеді, є причиною різниці значень v_x і ρ на лівій і правій його гранях, він дорівнює:

$$\Delta M_x = \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) dx dy dz.$$

Аналогічно отримуємо для напрямків перпендикулярних осям OY і OZ

$$: \quad \Delta M_y = \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) dx dy dz;$$

$$\Delta M_z = \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) dx dy dz.$$

Повний приріст маси рідини в паралелепіпеді за одиницю часу буде:

$$\Delta M = \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) \right] dx dy dz. \quad (2.1)$$

При нерозривності потоку зміна маси в об'ємі $dx dy dz$ спричиняється зміною густини рідини у цьому об'ємі, тобто:

$$\Delta M = - \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz. \quad (2.2)$$

Після прирівнювання рівнянь (2.1) і (2.2) і ділення на $dx dy dz$ отримуємо:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0. \quad (2.3)$$

Отримане рівняння називається рівнянням нерозривності або суцільності. У окремих випадках рівняння суцільності приймає такий вигляд:

– для краплинної рідини ($\rho = \text{const}$):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

або у векторній формі

$$\text{div } \vec{v} = 0.$$

Тобто, при нерозривному русі рідини об'єм її, який втікає у деяку обмежену частину простору, дорівнює об'єму, який витікає з нього за той же час;

– для однорідного газу [$\rho = f_2(t)$]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0$$

або у векторній формі

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{v} = 0;$$

– для сталого руху $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \right)$:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0$$

або у векторній формі

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0.$$

З рівняння (2.3) за умови $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \right)$ знаходимо, що для даного простору

при сталому русі рідина не змінює своєї маси, тобто маси рідини, яка втікає і витікає, рівні між собою.

В будь якій точці рухомого потоку повинна мати місце рівновага сил, які обумовлюють рух. Такими силами є сила ваги, сили тиску (перепад тиску) і сили тертя. Для одержання рівняння руху виділимо у рідині, яка знаходиться в русі, елементарний паралелепіпед об'ємом dW з ребрами dx , dy і dz .

Знаходимо проекції на вісь Ox (рис. 2.2) сили ваги, сили тиску і сили тертя, які діють на цей елементарний об'єм.

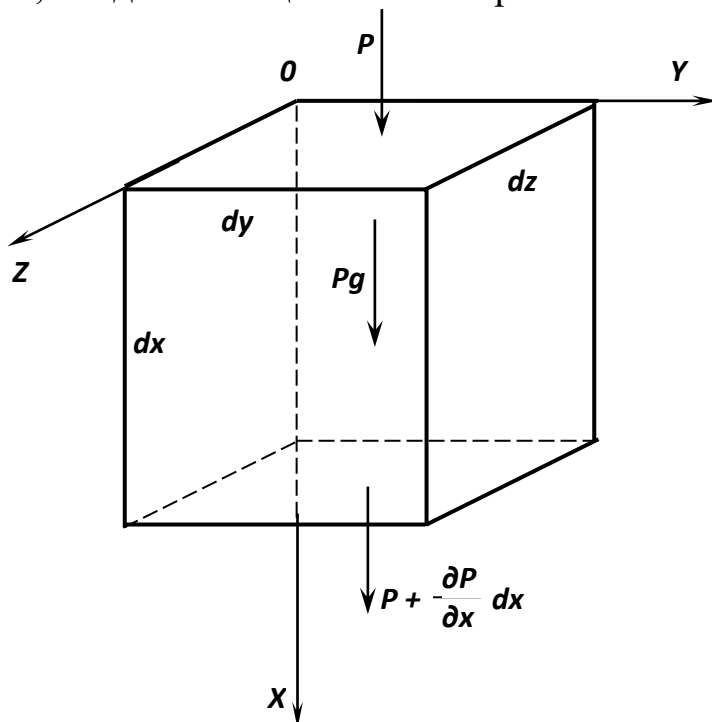


Рисунок 2.2 – Сили, які діють на елементарний об'єм рідини.

Для сили ваги, яка прикладена в центрі ваги елемента dW , маємо:

$$g_x \rho dW = g_x \rho dx dy dz, \quad (2.4)$$

де g_x – проекція прискорення сили ваги (м/с^2) на ОХ.

Позначимо питомий тиск рідини p кг/м^2 , тоді сила тиску рідини на верхню грань елемента буде дорівнювати $pdydz$, а на нижню:

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right)dydz,$$

де $\frac{\partial p}{\partial x} dx$ – зміна гідростатичного тиску в напрямку осі ОХ по всій довжині ребра dx ; ця сила діє проти напрямку руху рідини.

Проекція рівнодіючої сил тиску буде:

$$pdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right)dydz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz. \quad (2.5)$$

Дію сили тертя розглянемо спочатку на прикладі руху плоского ламінарного потоку, в якому проекція швидкості v_x залежить тільки від y . У цьому випадку сила тертя виникає тільки на бокових гранях елемента.

Напрямки і величина сил тертя показані на рис. 2.3.

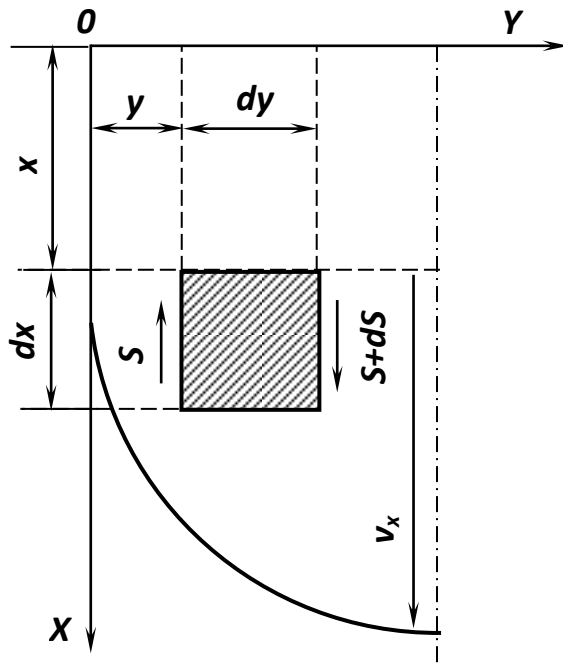


Рисунок 2.3 – Напрямки і величина сил тертя.

У перетині y сила тертя дорівнює $-S dx dz$ і направлена проти руху, тому що швидкість рідини тут менше, ніж у самому елементі. В перетині $y+dy$ сила тертя дорівнює

$$\left(S + \frac{\partial S}{\partial y} dy\right) dx dz$$

і направлена у бік руху, оскільки у цьому випадку швидкість рідини більша, ніж у самому елементі.

Проекція рівнодіючих цих сил визначається як:

$$\left(S + \frac{\partial S}{\partial y} dy \right) dx dz - S dx dz = \frac{dS}{dy} dx dy dz, \quad (2.6)$$

де S – сила тертя на одиницю поверхні.

Але за законом Стокса

$$S = \mu \frac{dw_x}{dy}, \quad (2.7)$$

де μ – в'язкість середовища.

Після сумісного рішення рівнянь (2.6) і (2.7) маємо:

$$\frac{dS}{dy} dW = \mu \frac{d^2 v_x}{dy^2} dW.$$

У загальному випадку, коли швидкість v_x змінюється в усіх трьох напрямках, проекція сили тертя на вісь OX буде:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) dW = \mu \nabla^2 v_x dW, \quad (2.8)$$

де символ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, який позначає

суму других часткових похідних від проекції швидкості на вісь OX .

Сумуючи проекції (2.4), (2.5) і (2.8), отримуємо проекцію рівнодіючої усіх сил, прикладених до об'єму dW , на вісь OX :

$$\left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \right] dW. \quad (2.9)$$

Ця рівнодіюча дорівнює добутку маси елемента dW на його прискорення $\frac{Dv_x}{dt}$:

$$\rho \frac{Dv_x}{dt} dW = \rho \left[\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right] dW. \quad (2.10)$$

Символ $\frac{Dv_x}{dt}$ називається повною або субстанціональною похідною v_x

по t . Цю похідну слід розуміти таким чином: швидкість зміни v_x в даній точці характеризується частковою (або локальною) похідною v_x по t :

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v_x(M, t + \Delta t) - v_x(M, t)}{\Delta t}, \quad (2.11)$$

де M позначає будь яку постійну геометричну точку у просторі.

Щоб охарактеризувати зміну v_x для даної частинки рідини за проміжок часу Δt , слід за приріст v_x прийняти різницю між значеннями функції v_x в момент $t + \Delta t$ в тому положенні частинок M' , в якому вона знаходиться у той момент, і значенням функції v_x в момент t у початковому положенні її M . Межа відношення цього прирощення до Δt при $\Delta t \rightarrow 0$ й називається субстанціональною похідною.

Зв'язок між частковою і повною похідними полягає у тому, що, коли складається повна похідна від функції $v(x, y, z, t)$ вважають x, y, z функціями від t , тому що частинка, яка мала в момент t координати x, y, z , за час Δt переміститься по деякій кривій.

З використанням рівнянь (2.9) і (2.10) отримуємо:

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} + \rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right). \quad (2.12)$$

Аналогічно отримуємо рівняння для рівнодіючих проекцій сил на осі OY і OZ .

$$\rho \frac{\partial v_y}{\partial t} + \rho \left(v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right), \quad (2.13)$$

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} + \rho \left(v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right). \quad (2.14)$$

Рівняння (2.12), (2.13) і (2.14) утворюють систему диференціальних рівнянь руху нестисливої рідини Нав'є-Стокса; ця система справедлива як для ламінарного, так і для турбулентного руху.

Якщо в'язкість μ постійна, рівняння (2.12), (2.13) і (2.14) можна звести до одного векторного:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \text{grad}) \vec{v} = \vec{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \mathcal{G} \nabla^2 \vec{v}, \quad (2.15)$$

де $\mathcal{G} = \frac{\mu}{\rho}$ – кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с.

Рівняння Нав'є-Стокса можуть бути отримані також і для стисливих рідин. Рівняння відносно осі ОХ має такий вигляд:

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p'}{\partial x} +$$

$$+ \mu \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \quad (2.16)$$

Такі ж рівняння мають місце у напрямках ОУ і ОZ.

До цих рівнянь додаємо ще й рівняння теплового балансу. Тепло, яке надходить у одиничний об'єм при сталому стані, дорівнює такій же кількості тепла, що видаляється з цього ж об'єму. До даного об'єму, так як і в рівнянні (2.12), тепло підводиться внаслідок теплопровідності і за допомогою матеріальних частинок, які протікають через одиничний об'єм при одночасному його охолодженні. Якщо температура τ цього об'єму не змінюється з часом, то спільна кількість підведеного тепла повинна дорівнювати нулю, і якщо врахувати наявність джерела тепла з інтенсивністю q_i (ккал/м³), то отримуємо таке рівняння:

$$c\rho \left(v_x \frac{\partial \tau}{\partial x} + v_y \frac{\partial \tau}{\partial y} + v_z \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} \right) + q_i, \quad (2.17)$$

де c – теплоємність, ρ – густина, λ – теплопровідність.

У лівій частині рівняння (2.17) представлена кількість тепла в одиничному об'ємі, яке використовується для нагрівання на $d\tau$ частинок, що протікають через паралелепіпед з ребрами dx , dy , dz . Це тепло покривається за рахунок підводу тепла з оточуючого середовища (перший член правої частини рівняння) і за рахунок джерела тепла q_i . Після ділення обох частин рівняння на $c\rho$ отримаємо:

$$v_x \frac{\partial \tau}{\partial x} + v_y \frac{\partial \tau}{\partial y} + v_z \frac{\partial \tau}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial z^2} \right) + \frac{q_i}{c\rho} \quad (2.18)$$

або у векторній формі

$$(\vec{v}, \text{grad } \tau) = a \nabla^2 \tau + \frac{q_i}{c\rho} . \quad (2.19)$$

Система з п'яти диференціальних рівнянь (2.3), (2.12), (2.13), (2.14) і (2.18) з частковими похідними сумісно з межовими і початковими умовами повністю описує процес руху в'язкої рідини.

Поблизу стінок потік є ламінарним, відповідно, передача тепла відбувається в результаті теплопровідності:

$$dq = -\lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial n} \right)_F dF , \quad (2.20)$$

де dF – поверхня теплообміну; n – нормаль до dF ; $\left(\frac{\partial \tau}{\partial n} \right)_F$ – температурний градієнт рідини безпосередньо біля стінки.

Кількість тепла, що передається звичайно виражають за допомогою коефіцієнта тепловіддачі α (ккал/м²·год·град), з використанням формули Ньютона:

$$Q = \alpha(\tau_F - \tau_0)F \tau, \text{ ккал} \quad (2.21)$$

або

$$\frac{Q}{t} = q = \alpha(\tau_F - \tau_0)F, \text{ ккал/год.} \quad (2.22)$$

Незважаючи на те, що коефіцієнт тепловіддачі не входить у рівняння (1.3) – (2.20), він часто застосовується у теплових розрахунках. Після диференціювання рівняння (2.22) отримуємо:

$$dq = \alpha(\tau_F - \tau_0)dF = -\lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial n} \right)_F dF , \quad (2.23)$$

де τ_F – температура стінки; τ_0 – температура рідини.

Таким чином, маємо:

$$\alpha = -\frac{\lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial n} \right)_F}{\tau_F - \tau_0} . \quad (2.24)$$

Ця залежність дозволяє коефіцієнт тепловіддачі α ввести у систему диференціальних рівнянь для конвективної теплопередачі.

Оскільки температурний градієнт $\left(\frac{\partial \tau}{\partial n}\right)_F$ у формулі (2.24) залежить від температур стінки і рідини і від товщини пограничного шару, тобто від характеру (режиму) руху, то, відповідно, й коефіцієнт тепловіддачі α залежить від усіх величин, які містяться в рівняннях (2.3) – (2.20).

2.1.2. Умови застосування теорії подібності

У випадку геометричної подібності двох фігур відношення усіх відповідних розмірів цих фігур постійне. Геометричні фігури подібні між собою, якщо їхні відповідні кути рівні, а сторони пропорційні, тобто:

$$\frac{l'_1}{l_1} = \frac{l'_2}{l_2} = \frac{l'_3}{l_3} = A, \quad (2.25)$$

де A – коефіцієнт пропорційності, або константа подібності.

Таким чином, умова (2.25) є математичним формулюванням геометричної подібності двох фігур (моделі і виробничого апарата).

У двох кінематичних схемах буде мати місце кінематична подібність, якщо їхні схожі частинки переміщуються по геометрично подібним шляхам в проміжки часу, що відрізняються постійним множником, тобто у цьому випадку можна говорити про подібність руху, наприклад двох потоків рідини. При динамічній подібності багатокутники сил, побудовані для пари схожих частинок, розташованих подібним чином у просторі і часі, повинні бути подібні, тобто розрізнятися тільки масштабом. Поняття подібності можна також поширити на теплові і фізико-хімічні процеси.

З використанням цього поняття можна вирішити багато практично важливих задач. Але для використання понять про подібність необхідно знайти умови подібності явищ, які розглядаються.

При цьому виникають такі питання:

- чи можна відомі експериментальні дані, наприклад, такі, що пов'язані з температурним полем, отримані шляхом вимірювання на одному апараті (на моделі), перенести на інший апарат (виробничий);
- які повинні бути умови, що допускають таке перенесення або перерахунок;
- що слід зробити, щоб отримані під час експерименту на моделі дані були правильно застосовані для виробничого апарата.

Перенесення експериментальних даних з моделі на виробничий апарат можливе у таких випадках, де існує подібність обох процесів. Ця подібність не повинна обмежуватися тільки геометричними формами; усі інші величини, які впливають на процес, повинні в моделі і у промисловому апараті знаходитися у визначених відношеннях.

Визначення умов подібності здійснюється таким чином: порівнюються такі два випадки, при яких потоки для усіх величин, що зустрічаються в рівняннях (2.3) – (2.24), подібні.

1. Такими є координати x, y, z промислового апарата, які відносно x', y', z' моделі можуть бути рівномірно збільшені. Отже порівнюються потоки, які проходять через геометрично подібні тіла або навколо них. Тоді усі відрізки потоку $l_1, l_2, l_3 \dots$ виробничого апарата, які відповідають $l'_1, l'_2, l'_3 \dots$ моделі, будуть збільшені у визначеній пропорції:

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = \frac{l'_1}{l_1} = \frac{l'_2}{l_2} = \dots = \frac{l'}{l} = A_l. \quad (2.26)$$

Кути між відповідними відрізками залишаються незмінними.

2. Поле швидкостей у промисловому апараті і моделі повинно бути подібним. У відповідних точках з координатами x', y', z' і x, y, z відношення

$$\frac{v'}{v} = A_v \quad (2.27)$$

повинно бути однаковим, і крім того, напрямки відповідних швидкостей промислового апарата і моделі повинен бути одним і тим же (рівність кутів). Отже не можна намагатися знайти подібність між ламінарним і турбулентним потоками, тому що розподіл швидкостей в обох потоках різний. Можна порівнювати тільки ламінарні потоки між собою і турбулентні потоки між собою.

3. Наступною важливою величиною є температурний градієнт $\frac{\partial \tau}{\partial x}, \frac{\partial \tau}{\partial y}, \frac{\partial \tau}{\partial z}$. Розподіл градієнтів повинний бути подібним, тобто

$$\frac{\partial \tau' / \partial x'}{\partial \tau / \partial x} = \frac{\partial \tau' / \partial y'}{\partial \tau / \partial y} = \frac{\partial \tau' / \partial z'}{\partial \tau / \partial z} = A_{grad\tau}. \quad (2.28)$$

З рівнянь (2.26) і 2.28) маємо:

$$d\tau' = A_{grad\tau} \cdot A_l d\tau = A_\tau d\tau \quad (2.29)$$

де

$$A_{grad\tau} \cdot A_l = A_\tau. \quad (2.30)$$

Після інтегрування рівняння (2.29) отримуємо:

$$\tau' - \tau'_0 = A_\tau (\tau - \tau_0) \quad (2.31)$$

або

$$\frac{\tau' - \tau'_0}{\tau - \tau_0} = A_\tau, \quad (2.32)$$

де температури τ'_0 і τ_0 – довільні постійні інтегрування для відповідних, але довільно вибраних точок x'_0, y'_0, z'_0 і x_0, y_0, z_0 . В моделі і промислового апараті температури τ'_0 і τ_0 можуть бути вибрані, наприклад, поблизу вводу в трубопровід або на великій відстані від стінки залежно від доцільності. В рівняння подібності температурних полів входять, таким чином, не власне температури, а їхні різниці по відношенню до температури вибраної точки.

З рівнянь (2.26), (2.28) і (2.29) випливає:

$$\frac{\partial \tau' / \partial x'}{\partial \tau / \partial x} = \frac{A_\tau}{A_l}; \quad \frac{\partial^2 \tau' / \partial x'^2}{\partial^2 \tau / \partial x^2} = \frac{A_\tau}{A_l^2} \quad (2.33)$$

У багатьох випадках має значення дотримання подібності градієнтів концентрацій в матеріальних потоках, які проходять через апарати. Умови подібності концентраційних і температурних градієнтів аналогічні.

4. Статичний тиск представлений у диференціальних рівняннях

зокрема у вигляді градієнтів $\frac{\partial p}{\partial x}$; за аналогією з температурним полем можна написати умови подібності для поля тиску:

$$\frac{p' - p'_0}{p - p_0} = A_p. \quad (2.34)$$

5. Подібність полів фізичних властивостей середовища обумовлює такі постійні співвідношення для усіх відповідних точок виробничого (промислового) апарата і моделі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha'}{\alpha} = A_\alpha; \quad \frac{\rho'}{\rho} = A_\rho; \quad \frac{g'}{g} = A_g \\ \frac{c'}{c} = A_c; \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = A_\lambda; \quad \frac{\mu'}{\mu} = A_\mu \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

Слід відмітити, що при виконанні умов подібності не всі масштабні множники (числа) (2.28) – (2.35) можуть бути довільно вибрані. Інші визначаються після вибору деяких небагатьох основних величин. Тобто число незалежних масштабних множників у порівнянні з наведеними у рівняннях (2.26) – (2.35) може суттєво скоротитися внаслідок додаткових умов.

Якщо дві системи подібні, то в межах кожної системи відношення будь-яких схожих величин, що характеризують той або інший стан, є

безрозмірним і постійним для обох систем. Так, наприклад, фізичний стан однієї із систем характеризується деякими величинами $R_1, R_2, \dots, R_n$, а іншої подібної системи – величинами $r_1, r_2, \dots, r_n$. Тоді умова подібності потребує рівності:

$$R_1/R_2 = r_1/r_2 = i. \quad (2.36)$$

Тобто відношення схожих величин в одній системі дорівнює їхньому відношенню в подібній системі. Ці постійні безрозмірні відношення називаються **інваріантами подібності** і позначаються символом i .

Інваріанти подібності, які є відношеннями простих однорідних величин, наприклад, лінійних розмірів l/d , тисків p_1/p_2 , в'язкостей μ_1/μ_2 і т.п., називаються **симплексами подібності**.

Інваріанти подібності можуть бути виражені й більш складними безрозмірними відношеннями, складеними з декількох простих параметрів, наприклад $dV\rho/\mu$. У цьому випадку вони називаються **критеріями подібності**, які можуть бути визначальними і невизначальними. Визначальними критеріями є такі, у яких величини задані наперед умовами однозначності. Критерії, що містять шукану величину, називаються невизначальними.

В основі теорії подібності лежать три теореми, які формулюються таким чином:

I теорема. Якщо фізичні процеси подібні один одному, однойменні критерії подібності цих процесів мають однакову величину.

II теорема. Рівняння, які описують фізичні процеси, можуть бути представлені у вигляді функціонального зв'язку між критеріями подібності.

III теорема. Для того щоб фізичні процеси були подібні один одному, необхідно і достатньо, щоб ці процеси були якісно однакові, а їхні однойменні визначальні критерії – чисельно однакові.

2.1.3. Диференціальні рівняння теплообміну для моделі

Диференціальні рівняння теплообміну для моделі напишемо у відповідності з рівняннями п. 2.1.1 але у даному випадку усі вхідні величини забезпечимо штрихами, на відміну від величин для виробничого апарата. Вважаючи, що $q_i = q'_i = 0$, отримуємо (для осі OX'):

$$\frac{\partial(\rho'v'_x)}{\partial x'} + \frac{\partial(\rho'v'_y)}{\partial y'} + \frac{\partial(\rho'v'_z)}{\partial z'} = 0; \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \rho' \left(v'_x \frac{\partial v'_x}{\partial x'} + v'_y \frac{\partial v'_y}{\partial y'} + v'_z \frac{\partial v'_z}{\partial z'} \right) = \rho' g'_x - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \\ + \mu' \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial v'_x}{\partial x'} + \frac{\partial v'_y}{\partial y'} + \frac{\partial v'_z}{\partial z'} \right) + \frac{\partial^2 v'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'_y}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 v'_z}{\partial z'^2} \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

Подібні рівняння можна скласти й для проекцій на вісі OY' і OZ'. Аналогічно рівнянню (2.18) маємо:

$$v'_x \frac{\partial \tau'}{\partial x'} + v'_y \frac{\partial \tau'}{\partial y'} + v'_z \frac{\partial \tau'}{\partial z'} = a' \left(\frac{\partial^2 \tau'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \tau'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \tau'}{\partial z'^2} \right); \quad (2.39)$$

$$\alpha = - \frac{\lambda' \left(\frac{\partial \tau'}{\partial \ddot{t}'} \right)_F}{\tau'_F - \tau'_0}. \quad (2.40)$$

У ці рівняння відповідно до співвідношень (2.28) – (2.35) можна підставити $x' = A_l x$, $v' = A_v v$, $\rho' = A_\rho \rho$, де величини без штриха відносяться до виробничого апарата. Таким чином, з рівняння (2.37) отримуємо:

$$\frac{A_\rho A_v}{A_l} \rho \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] = 0, \quad (2.41)$$

а з рівняння (2.38) маємо:

$$\begin{aligned} \frac{A_\rho A_v^2}{A_l} \rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \dots \right) = A_\rho A_g \rho g_x - \frac{A_p}{A_l} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \\ + \frac{A_\mu A_v}{A_l^2} \mu \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \dots \right) + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \dots \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Аналогічні рівняння отримують і для напрямків OY і OZ. З рівняння (2.39) маємо:

$$A_v \frac{A_\tau}{A_l} \left(v_x \frac{\partial \tau}{\partial x} + \dots \right) = \frac{A_\lambda A_\tau}{A_c A_\rho A_g A_l^2} \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \dots \right), \quad (2.43)$$

а з рівняння (2.40) отримуємо:

$$A_{\alpha}\alpha = -\frac{A_{\lambda}}{A_l} \cdot \lambda \frac{\left(\frac{\partial \tau}{\partial n}\right)_F}{\tau_F - \tau_0}. \quad (2.44)$$

Подібними вважають тільки такі процеси, для яких масштабні значення A_l , A_v , A_{τ} та ін. є такими, що множники, які стоять перед дужками в рівняннях (2.41) – (2.44) однакові, тобто:

$$\frac{A_{\rho}A_v^2}{A_l} = A_{\rho}A_g = \frac{A_p}{A_l} = \frac{A_{\mu}A_v}{A_l^2}; \quad (2.45)$$

$$A_v \frac{A_{\tau}}{A_l} = \frac{A_{\lambda}A_{\tau}}{A_c A_{\rho} A_g A_l^2}; \quad (2.46)$$

$$A_{\alpha} = \frac{A_{\lambda}}{A_l}. \quad (2.47)$$

Отже, якщо чисельні значення задовольняють рівнянням (2.45) – (2.47), то в рівняннях (2.41) – (2.44) масштабні множники можуть бути скорочені і для моделі залишається система диференціальних рівнянь, які повністю ідентичні рівнянням для виробничого апарата, а саме – рівнянням (2.3), (2.12), (2.13), (2.16), і (2.18).

Інтеграли диференціальних рівнянь для апарата і моделі також будуть ідентичні. Це означає, що тільки у цьому випадку поширення потоків з швидкісними і температурними полями у просторі моделі і промислового апарата відбувається однаково.

Звідси витікає наступне положення: подібними процесами теплообміну у сталому стані при відсутності джерел тепла є тільки такі, у яких масштабні множники задовольняють рівнянням (2.45) – (2.47). Таким чином, з числа масштабних множників п'ять виражаються через інші за допомогою рівнянь (2.45) – (2.47).

Далі представимо рівняння (2.45) – (2.47) в більш зручній формі – у вигляді рівнянь за критеріями подібності.

2.1.4. Гідродинамічна подібність

Для з'ясування умов, при дотриманні яких рівняння руху будуть подібні, або рухи подібні, розглянемо рівняння Нав'є-Стокса (2.12) – (2.14) для випадку плоского потоку в безрозмірному вигляді. За масштаб довжини вибираємо будь-який характерний розмір тіла (напр., діаметр або радіус труби), а за масштаби швидкостей, тисків, густин, температур та ін. – їхні характерні значення (на нескінченності, середні за об'ємними, масовими витратами та ін.).

Позначимо безрозмірні величини тими ж буквами, що й розмірні, але з рискою і зробимо таку заміну:

$$x = l\bar{x}, \quad y = l\bar{y}, \quad \rho = \rho_0\bar{\rho}, \quad v_x = V_0\bar{v}_x, \quad v_y = V_0\bar{v}_y, \\ \mathcal{G} = \mathcal{G}_0\bar{\mathcal{G}}, \quad t = t_0\bar{t}, \quad X = g\bar{X}, \quad Y = g\bar{Y}, \quad p = p_0\bar{p}.$$

За масштаб часу прийнятий час, характерний для даного руху, а за масштаб масових сил, віднесених до одиниці маси, – прискорення сили тяжіння.

Після підстановки вказаних величин у рівняння (2.12) – (2.14) одержимо рівняння плоского руху і рівняння нерозривності для нестисливої рідини у безрозмірній формі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_0}{t_0} \cdot \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{t}} + \frac{V_0^2}{l} \left(\bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{y}} \right) &= g\bar{X} - \frac{p_0}{\rho_0 l} \cdot \frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \frac{\mathcal{G}_0 V_0}{l^2} \bar{\mathcal{G}} \nabla^2 \bar{v}_x; \\ \frac{V_0}{t_0} \cdot \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{t}} + \frac{V_0^2}{l} \left(\bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{y}} \right) &= g\bar{Y} - \frac{p_0}{\rho_0 l} \cdot \frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \frac{\mathcal{G}_0 V_0}{l^2} \bar{\mathcal{G}} \nabla^2 \bar{v}_y; \\ \frac{V_0}{l} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial \bar{y}} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Розділимо перші два рівняння на $\frac{V_0^2}{l}$, а третє на $\frac{V_0}{l}$ і опустимо для простоти риси над безрозмірними величинами, після чого отримуємо:

$$\frac{l}{V_0 t_0} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} + \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{gl}{V_0^2} X - \frac{p_0}{\rho_0 V_0^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mathcal{G}_0}{V_0 l} \mathcal{G} \nabla^2 v_x; \\ \frac{l}{V_0 t_0} \cdot \frac{\partial v_y}{\partial t} + \left(v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = \frac{gl}{V_0^2} Y - \frac{p_0}{\rho_0 V_0^2} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mathcal{G}_0}{V_0 l} \mathcal{G} \nabla^2 v_y; \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0.$$

З цієї системи рівнянь витікає, що якщо два потоки подібні, тобто вони описуються однаковими рівняннями з однаковими граничними (крайовими) і початковими умовами, представленими в безрозмірному вигляді, то для них повинні бути однаковими за величиною такі безрозмірні величини, які мають свої власні назви:

$\frac{l}{V_0 t_0} = Sh$ – **число Струхала** характеризує залежність складових інерційних сил від часу;

$\frac{V_0}{\sqrt{gl}} = Fr$ – **число Фруда** характеризує відношення сил інерції до сил гравітації;

$\frac{p_0}{\rho V_0^2} = Eu$ – **число Ейлера** характеризує відношення сил тиску й сил інерції;

$\frac{V_0 l}{\nu} = Re$ – **число Рейнольдса** характеризує відношення сил інерції й в'язкості.

Для повного моделювання необхідна повна подібність процесів, тобто рівність чисел подібності. При використанні даних, отриманих на моделі, повинні бути виконані для всіх відповідних точок на моделі і у виробничому апараті такі три умови:

$$Re = idem; \quad Eu = idem; \quad Sh = idem. \quad (2.49)$$

Однак теорія і практика показують, що при однорідних потоках в моделі і виробничому апараті встановлюються такі профілі швидкостей, які подібні між собою. Тому, для того щоб упевнитися в подібності процесів, немає необхідності перевіряти наявність умов (2.49) для усіх подібних точок. Якщо, наприклад, у трубопроводі по його осі знайдено, що $Re = idem$ для виробничого апарата і моделі, то відповідно цьому $Re = idem$ також для інших точок перетину потоку. Однорідними потоками називають такі, які мають подібні режими руху (турбулентний, ламінарний), початкові умови (профіль швидкостей на вході у апарат), крайові умови. Остання умова у відношенні до швидкостей завжди виконується внаслідок того, що швидкості біля стінки як у моделі, так і у виробничому апараті завжди рівні нулю.

Інші умови подібності – геометрична подібність (у тому числі й шорсткість поверхні) та інші повинні бути також виконані. Але виникає питання: чи можливе взагалі дотримання усіх умов подібності і якщо так, то при яких обставинах.

Якщо, наприклад, при протіканні рідини в трубопроводі з'являються вільні поверхні рідини, то для їхнього врахування було б необхідно ввести додаткові умови подібності, які визначаються фізичними законами їхнього утворення. Тобто при вільних поверхнях неможливо одночасно виконати усі умови подібності. Те ж саме відбудеться, якщо властивості речовини (в'язкість, густина та ін.) не є постійними і змінюються з температурою вздовж потоку.

Для потоків, де ці труднощі не мають місця, число умов подібності можна скоротити, виходячи з наступних міркувань. Для стаціонарних процесів числа Sh не мають значення. Перепад тиску в потоці буде залежати від швидкісних характеристик потоку, тобто $Eu = f(Re)$. Таким чином, при вивченні руху рідини найбільш істотним буде число Re . Число Re має вирішальне значення при визначенні структури потоків (ламінарних і турбулентних). Структура потоку визначає процес переносу маси, кількості руху, тепла.

Тобто, як правило, використовують приблизне моделювання, при якому подібність зберігається за числами найбільш характерними для даного процесу.

2.1.5. Теплова подібність

Аналогічно гідродинамічній подібності розглянемо умови теплової подібності. По-перше, розглянемо випадок чистої теплопровідності, тобто переносу тепла молекулярним способом без конвекції. У цьому випадку рівняння переносу тепла має вигляд:

$$c_p \rho \frac{\partial \tau}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \tau, \quad (2.50)$$

де c_p – питома теплоємність рідини.

Приведемо це рівняння до безрозмірного вигляду, для чого введемо такі безрозмірні величини:

$$c_p = \bar{c}_p c_{p0}; \quad \rho = \bar{\rho} \rho_0; \quad \tau = \bar{\tau} \tau_0; \quad \lambda = \bar{\lambda} \lambda_0; \quad x = \bar{x} l; \quad t = \bar{t} t_0,$$

де $\bar{c}_p$, $\bar{\rho}$, $\bar{\tau}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{x}$, $\bar{t}$ – безрозмірні величини; c_{p0} , ρ_0 , τ_0 , λ_0 , l , t_0 – характерні розмірні величини (масштаби).

Розглянемо одномірний рух, тобто $\tau = \tau(t, x)$, тоді $c_p \rho \frac{\partial \tau}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$.

Після підстановки прийнятих співвідношень у рівняння переносу тепла отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c_{p0} \rho_0 \tau_0}{t_0} \bar{c}_p \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2} &= \frac{\lambda_0 \tau_0}{l^2} \bar{\lambda} \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2}, \\ \bar{c}_p \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{t}} &= \frac{\lambda_0}{c_{p0} \rho_0} \cdot \frac{t_0}{l^2} \bar{\lambda} \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

або

де $\alpha_\tau = \frac{\lambda}{c_p \rho}$ – коефіцієнт теплопроводності, а

$\frac{\alpha_\tau t}{l^2} = Fu$ – число Фур'є, яке характеризує нестационарність процесу

молекулярного переносу тепла.

Далі розглянемо випадок конвективного переносу тепла. Для випадку одномірного сталого руху відповідне рівняння має вигляд:

$$v_x \frac{\partial \tau}{\partial x} = \alpha_\tau \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}.$$

Після введення безрозмірних величин отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_0 \tau_0}{l} \bar{v}_x \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} &= \frac{\alpha_0 \tau_0}{l^2} \bar{\alpha}_\tau \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2} \\ \bar{v}_x \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{x}} &= \frac{\alpha_0 \tau_0}{V_0 l} \bar{\alpha}_\tau \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \bar{x}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

Тобто для подібності процесів необхідно дотримуватися рівності величини $\frac{\alpha_0}{V_0 l}$, а зворотна їй величина називається *числом Пекле*.

$\frac{V_0 l}{\alpha_\tau} = Pe$ – **число Пекле** характеризує конвективний перенос тепла.

Очевидно, що малі значення числа Pe відповідають дуже малому конвекційному переносу у загальному переносі тепла. Отже, при значеннях чисел $Pe < 1$ спостерігається тільки молекулярний перенос, тобто теплопроводність, тоді як при великих значеннях числа Pe роль молекулярного переносу буде незначна.

Перенос тепла з поверхні F при різниці температур в потоці і на стінці $\tau_1 - \tau_w$ можна представити у вигляді:

$$Q = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial n} Ft = \alpha (\tau_1 - \tau_w) Ft, \quad (2.53)$$

де τ_1 – температура оточуючого середовища; τ_w – температура стінки; α – коефіцієнт теплопереносу.

Для густини теплового потоку маємо:

$$q = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial n} = \alpha (\tau_1 - \tau_w). \quad (2.54)$$

Запишемо рівняння (2.54) в безрозмірному вигляді:

$$-\frac{\lambda_0 \tau_0}{l} \bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{n}} = \alpha_0 \tau \bar{\alpha} (\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_w)$$

і після ділення на $\frac{\lambda_0 \tau_0}{l}$ одержимо:

$$-\bar{\lambda} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \bar{n}} = \frac{\alpha_0 l}{\lambda_0} \bar{\alpha} (\bar{\tau}_1 - \bar{\tau}_w),$$

звідси отримуємо число Нуссельта:

$$\frac{\alpha_0 l}{\lambda_0} = \text{Nu} - \text{число Нуссельта, яке можна розглядати як відношення}$$

дійсного теплового потоку, який визначається величиною коефіцієнта теплопереносу α , до питомого теплового потоку, що мав би місце в умовах чистої теплопровідності в шарі товщиною l , тобто:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha}{\lambda/l}.$$

Якщо поділити число Pe на число Re , одержимо число Прандтля:

$$\frac{\text{Pe}}{\text{Re}} = \frac{\mathcal{Q}_0}{\alpha_\tau} = \frac{\mathcal{Q}_0 \rho_0 c_p}{\lambda_0} = \frac{c_p \mu_0}{\lambda_0} = \text{Pr}. \quad (2.55)$$

Число Pr характеризує відношення двох характеристик молекулярного переносу: кінематичної в'язкості $\mathcal{Q}$ і коефіцієнта температуропровідності α_τ . Перенос імпульсу, пов'язаний з величиною $\mathcal{Q}$, визначається різницею швидкостей, а перенос тепла, пов'язаний з величиною α_τ , визначається температурою. Отже, число Pr явно містить тільки величини, які визначають фізичні властивості середовища, і у дійсності характеризує відношення між полями швидкостей і температур. Тоді залежність $\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$ можна трактувати таким чином: кількість тепла, яке переноситься (Nu) залежить від виду швидкісного поля (Re) і його зв'язку з полем температур (Pr).

Приведені вище рівняння дійсні тільки у тому випадку, якщо величини λ, c, ρ, μ, g та ін. по довжині потоку залишаються постійними, тому що тільки при цьому забезпечується постійність масштабних множників. Внаслідок того, що температура впливає на λ, ρ, μ , точне виконання умов подібності має місце дуже рідко.

2.1.6. Дифузійна подібність

Числа подібності для дифузійних процесів можна одержати з рівняння дифузії речовини. Для одномірного руху рівняння молекулярної дифузії має вигляд:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \quad (2.56)$$

Після заміни у цьому рівнянні усіх величин безрозмірними і характерними значеннями (масштабами) отримуємо:

$$c = c_0 \bar{c}, \quad t = t_0 \bar{t}, \quad x = \bar{x} l;$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{c_0}{t_0} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} &= \frac{D c_0}{l^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{x}^2} \\ \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} &= \frac{D t_0}{l^2} \cdot \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{x}^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

Безрозмірне число $\frac{D t_0}{l^2}$ називається дифузійним числом Фур'є.

$$\frac{D t_0}{l^2} = Fo - \text{дифузійне число Фур'є}$$

аналогічне тепловому числу Фур'є, але характеризує нестационарність процесу молекулярного переносу речовини.

При конвекційному переносі речовини для одномірного руху скористаємося рівнянням:

$$v_x \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}. \quad (2.58)$$

Після виконання аналогічних операцій маємо:

$$\bar{v}_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{x}} = \frac{D}{V_0 l} \cdot \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{x}^2}.$$

$$\frac{V_0 l}{D} = Pe_\partial - \text{дифузійне число Пекле, яке подібно числу Re визначає}$$

структуру потоку.

Залежно від величини числа Pe_∂ у порівнянні з одиницею можна судити про характер переносу речовини. Якщо $Pe_\partial > 1$ молекулярною дифузією можна знехтувати у порівнянні з конвекційним переносом речовини. Якщо $Pe_\partial < 1$, навпаки молекулярна дифузія є визначальною.

Ділення числа Pe_δ на число Re дозволяє отримати **дифузійне число Прандтля Pr_δ** :

$$\frac{Pe_\delta}{Re} = \frac{\vartheta_0}{D} = Pr_\delta. \quad (2.59)$$

Дифузійне число Прандтля характеризує відношення двох характеристик переносу: кінематичної в'язкості ϑ і коефіцієнта дифузії D .

Коефіцієнт кінематичної в'язкості у рухомих рідинах типу води складає біля 10^{-6} м²/с, а коефіцієнт дифузії молекул і йонів у водних розчинах має порядок $D = 10^{-9}$ м²/с, макромолекул – $D = 10^{-10}$ м²/с. Тому у воді і подібних до неї рідинах $Pr_\delta \approx 10^3$. При зростанні в'язкості коефіцієнт дифузії зменшується за законом:

$$D = \frac{const}{\vartheta}, \quad (2.60)$$

тому число Pr_δ зі збільшенням в'язкості зростає пропорційно її квадрату. У в'язких рідинах число Pr_δ досягає значення 10^6 й більше.

Запишемо рівняння переносу речовини стосовно до різниці концентрацій на стінці і в оточуючому середовищі:

$$W = -D \frac{\partial c}{\partial n} = \alpha_\delta (c_1 - c_w),$$

де α_δ – коефіцієнт переносу маси; c_1 – концентрація речовини в оточуючому середовищі; c_w – концентрація речовини на стінці.

Після заміни у цьому рівнянні усіх величин безрозмірними і характерними значеннями (масштабами) отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} \text{або} \quad & -\frac{Dc_0}{l} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{n}} = \alpha_\delta c_0 (\bar{c}_1 - \bar{c}_w) \\ & \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{n}} = \frac{\alpha_\delta l}{D} (\bar{c}_1 - \bar{c}_w) \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$

З останнього рівняння отримуємо **локальне число Нуссельта**:

$$\frac{\alpha_\delta l}{D} = Nu_\delta. \quad (2.62)$$

Аналогічно тепловому числу можна з використанням середнього коефіцієнта переносу речовини $\alpha_{ср,\delta}$ отримати середнє **дифузійне число Нуссельта**.

2.1.7. Подібність деяких часткових випадків переносу

Відомо, що на тіло, занурене у рідину діє гідростатична або архімедова сила. Її величина дорівнює вазі витиснутої тілом рідини і направлена у бік протилежний напрямку сил ваги. Архімедова сила має важливе значення у тих випадках коли у рідинах є частинки з густиною, яка відрізняється від густини середовища. У цьому випадку критерієм подібності буде **число Архімеда**:

$$Ar = \frac{l^3}{g^2} g \frac{\rho - \rho_1}{\rho} = \frac{l^3}{g^2} g \frac{\Delta\rho}{\rho}, \quad (2.63)$$

де ρ і ρ_1 – густини частинок і рідини.

Співвідношення між гравітаційними силами і силою в'язкості характеризує **число Галілея**:

$$Ga = \frac{gl^3}{g^2}. \quad (2.64)$$

Якщо зміна густини рідини спричинена зміною температури, то у цьому випадку критерієм подібності буде **число Грасгофа**:

$$Gr = \frac{l^3}{g^2} g\beta\Delta\tau, \quad (2.65)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення, який визначається із співвідношення:

$$\beta = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta\tau}.$$

Для спільності найменувань доцільно число Грасгофа називати тепловим числом Архімеда.

Гідростатична сила може виникнути й при різниці концентрації домішки у середовищі. У цьому випадку критерієм подібності буде **дифузійне число Архімеда**:

$$Ar_\partial = \frac{l^3}{g^2} g\xi\Delta c, \quad (2.66)$$

де Δc – різниця концентрацій речовини у середовищі і на стінці; ξ – коефіцієнт (аналогічний β), який характеризує відносну зміну густини у залежності від концентрації:

$$\xi = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta\rho}{\Delta c}.$$

Динамічне, теплове і дифузійне числа Архімеда можуть бути одержані з відповідного аналізу рівняння руху у такому вигляді:

$$\rho \frac{dV}{dt} = g\Delta\rho - \rho g\beta\Delta\tau - \rho g\xi\Delta c + \mu\nabla^2 V. \quad (2.67)$$

Після виконання відповідних операцій з рівнянням (2.67) одержимо **динамічне число Нуссельта**:

$$Nu = \frac{\alpha_1 l}{\mu}. \quad (2.68)$$

У тих випадках, коли в рідині великі сили поверхневого натягу, основним критерієм подібності буде **число Вебера**:

$$We = \frac{\rho V^2 l}{\sigma}, \quad (2.69)$$

де σ – коефіцієнт поверхневого натягу.

Число We виражає собою відношення сил інерції до сил поверхневого натягу. Число We має суттєве значення при вивченні процесів перемішування взаємно нерозчинних рідин. Імовірність дроблення крапель у мішалках визначається у залежності від числа We , представленого у вигляді:

$$We = \frac{\rho n^2 d^3}{\sigma}, \quad (2.70)$$

де n і d – число обертів і діаметр мішалки; σ – міжфазний натяг.

Зі збільшенням числа We діаметр крапель зменшується і міжфазна поверхня росте.

2.1.8. Узагальнення

Легко бачити, що теплове і динамічне числа Пекле за фізичним смислом і формою аналогічні числам Рейнольдса. Отже, можна ввести три числа Рейнольдса: динамічне, теплове і дифузійне:

$$\left. \begin{aligned} Re &= \frac{V_0 l}{g_0}; \\ Re_\tau &= Pe = \frac{V_0 l}{\alpha_\tau}; \\ Re_\partial &= Pe_\partial = \frac{V_0 l}{D} \end{aligned} \right\} \quad (2.71)$$

У знаменнику цих формул знаходяться відповідно кінематична в'язкість, температуропровідність і коефіцієнт дифузії, тобто величини, які залежать від в'язкості. Тому при зменшенні в'язкості усі числа Рейнольдса будуть рости, а при наближенні величини в'язкості до нуля динамічне, теплове і дифузійне числа Рейнольдса будуть наближатися до нескінченності.

Аналогічно можна одержати динамічне, теплове і дифузійне числа Фур'є.

При вивченні теплових і дифузійних процесів суттєве значення мають числа Прандтля, які можна отримати, як відношення відповідних чисел Рейнольдса:

$$\left. \begin{aligned} \text{Pr}_\tau &= \frac{\text{Re}_\tau}{\text{Re}} = \frac{\mathcal{D}}{\alpha_\tau}; \\ \text{Pr}_\partial &= \frac{\text{Re}_\partial}{\text{Re}} = \frac{\mathcal{D}}{D}; \\ \text{Pr}_{зм} &= \frac{\text{Re}_\partial}{\text{Re}_\tau} = \frac{\alpha_\tau}{D}. \end{aligned} \right\} \quad (2.72)$$

Перше число Прандтля називається тепловим, друге – дифузійним, третє – змішаним.

Перше число Прандтля являє собою відношення кінематичної в'язкості (перенесення імпульсу) і коефіцієнта температуропровідності (перенесення тепла). Таким чином, теплове число Прандтля явно містить тільки величини, що визначають фізичні властивості середовища, тобто характеризують співвідношення поля швидкостей і поля температур. Це значить, такі поля будуть подібні тільки при числі $\text{Pr} = 1$.

Аналогічні міркування можна повністю перенести на дифузійне число Прандтля. Воно характеризує співвідношення між полем швидкостей і полем концентрацій. А змішане число Прандтля – відношення температурного поля до поля концентрацій.

На завершення наведемо зведену таблицю чисел подібності процесів переносу кількості руху, тепла і речовини в рідинах і газах.

Таблиця 2.1 – Числа подібності процесів переносу.

Число подібності	Прандтля	Архімеда	Нуссельта	Фур'є	Рейнольдса
Динамічне	–	$\text{Ar} = g l^3 \Delta \rho / \nu^2 \rho$	–	$\text{Fu} = \nu t / l^2$	$\text{Re} = V l / \nu$
Теплове	$\text{Pr}_\tau = \nu / \alpha_\tau$	$\text{Ar}_\tau = g l^3 \beta \Delta \tau / \nu^2$	$\text{Nu}_\tau = \alpha l / \lambda$	$\text{Fu}_\tau = \alpha_\tau / l^2$	$\text{Re}_\tau = V l / \alpha_\tau$
Дифузійне	$\text{Pr}_\partial = \nu / D$	$\text{Ar}_\partial = g l^3 \xi \Delta c / \nu^2$	$\text{Nu}_\partial = \alpha_\partial l / D$	$\text{Fu}_\partial = D t / l^2$	$\text{Re}_\partial = V l / D$

Приклад 2.1. Для проведення досліджень розрахувати модель тракту бурового розчину що тече по трубопроводу у бак кондиційного розчину.

Поведінка потоку в даному випадку може бути описана рівнянням Нав'є-Стокса і рівнянням нерозривності. Розглянемо випадок одномірного руху:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \bar{X} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + g \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0. \end{cases}$$

Перший член рівняння Нав'є-Стокса при сталому русі дорівнює нулю $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = 0$, рівняння нерозривності $\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0$ також додаткових умов не вносить.

Перепишемо перше рівняння у безрозмірній формі:

$$\frac{V_0^2}{l_0} \cdot \bar{u}' \frac{\partial \bar{u}'}{\partial \bar{x}'} = g_0 \bar{X}' - \frac{p_0}{\rho_0 l_0} \cdot \frac{1}{\bar{\rho}'} \cdot \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \bar{x}'} + \frac{g_0 u_0}{l_0^2} \cdot \bar{g}' \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}'}{\partial \bar{x}'^2}.$$

Після перетворення маємо:

$$\bar{u}' \frac{\partial \bar{u}'}{\partial \bar{x}'} = \frac{Ga}{Re^2} \cdot \bar{X}' - Eu \cdot \frac{1}{\bar{\rho}'} \cdot \frac{\partial \bar{p}'}{\partial \bar{x}'} + \frac{1}{Re} \cdot \bar{g}' \cdot \frac{\partial^2 \bar{u}'}{\partial \bar{x}'^2}.$$

Таким чином, маємо три критерії подібності: Галілея $Ga = \frac{gl^3}{g^2}$,

Ейлера $Eu = \frac{p}{\rho V^2}$ і Рейнольдса $Re = \frac{Vl}{g}$. Отже швидкість потоку є функцією п'яти параметрів:

$$u = f(\rho, g, p, V, l).$$

Перевіряємо, чи достатня кількість критеріїв подібності, для чого записуємо розмірності усіх величин, що входять у три критерії, що отримані: $[\rho] = [\text{кг/м}^3]$; $[g] = [\text{м}^2/\text{с}]$; $[p] = [\text{Па}] = [\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2]$; $[V] = [\text{м}/\text{с}]$; $[l] = [\text{м}]$.

Основних розмірних величин $m = 3$ (кг, м, с); число критеріїв подібності повинно бути:

$$n = k + 1 - m,$$

де k – число параметрів, від яких залежить швидкість потоку u , у цьому прикладі $k = 5$, це ρ, g, p, V, l , тоді $n = 5 + 1 - 3 = 3$. Тобто рішення правильне і кількість критеріїв подібності достатня для розрахунку моделі.

Величини показників тракту бурового розчину (натури) наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Величини показників тракту бурового розчину (натури)

Показник	Позначення	Од. вимір.	Величина
Густина бурового розчину	ρ_n	кг/м ³	1800
Кінематичний коефіцієнт в'язкості бурового розчину	ϑ_n	м ² /с	$1,15 \cdot 10^{-6}$
Лінійний розмір (діаметр трубопроводу)	l_n	м	0,15
Швидкість течії бурового розчину в трубопроводі	V_n	м/с	3,0
Тиск у трубопроводі	p_n	МПа	0,2

Розрахунок моделі виконується з урахуванням рівності критеріїв подібності натури і моделі. Як моделюючу рідину вибираємо, наприклад, гас з густиною $\rho_m = 800$ кг/м³ і кінематичною в'язкістю $\vartheta_m = 0,8 \cdot 10^{-6}$ м²/с. Результати розрахунку масштабних коефіцієнтів для побудови моделі наведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Результати розрахунку масштабних коефіцієнтів

Параметр, що моделюється	Позначення	Звідки отримано	Масштабний коефіцієнт	
			Формула	Величина
Фізичні властивості	ρ	Фізичні властивості натури і моделі	$m_\rho = \frac{\rho_n}{\rho_m}$	0,44
	ϑ		$m_\vartheta = \frac{\vartheta_n}{\vartheta_m}$	0,69
Лінійний розмір (діаметр трубопроводу)	l	Із: Ga : $\left(\frac{gl^3}{\vartheta^2}\right)_n = \left(\frac{gl^3}{\vartheta^2}\right)_m$	$m_l = m_\vartheta^{2/3}$	0,78
Швидкість течії	V	Із: Re : $\left(\frac{Vl}{\vartheta}\right)_n = \left(\frac{Vl}{\vartheta}\right)_m$	$m_V = m_\vartheta \cdot m_l^{-1}$	0,88
Тиск у трубопроводі	p	Із: Eu : $\left(\frac{p}{\rho V^2}\right)_n = \left(\frac{p}{\rho V^2}\right)_m$	$m_p = m_\rho \cdot m_V^2$	0,62

З урахуванням масштабних коефіцієнтів виконується розрахунок параметрів моделі (табл. 2.4), її побудова і проведення для неї необхідного комплексу досліджень.

Таблиця 2.4 – Величини показників моделі

Показник	Позначення	Од. вимір.	Величина
Густина рідини	ρ_m	кг/м ³	800
Кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини	ϑ_m	м ² /с	$0,8 \cdot 10^{-6}$
Лінійний розмір (діаметр трубопроводу)	l_m	м	0,12
Швидкість течії рідини в трубопроводі	V_m	м/с	2,64
Тиск в трубопроводі	p_m	МПа	0,12

2.2. Метод аналізу розмірностей

Цей метод можна розглядати як віртуальний аналог фізичного моделювання процесу, але за допомогою засобів розмірностей фізичних величин.

Суть методу полягає в тому, що з параметрів, які характеризують систему, складається вираз-модель, що має потрібну розмірність і певним чином відтворює (емулює, імітує) функціонування фізичної системи. Часто саме складена за правилом розмірності формула і виявляється шуканим співвідношенням (з точністю до безрозмірного множника).

Цей метод не дає повних відомостей про співвідношення між змінними, яке, у кінцевому рахунку, повинно бути виявлене експериментально. Тим не менше, цей метод дозволяє значно скоротити обсяг експериментальних робіт.

Таким чином, ефективне застосування методу розмірностей можливе тільки при комбінуванні його з експериментом; при цьому повинні бути відомі усі фактори або змінні величини, які впливають на досліджуваний процес.

Аналіз розмірностей дає логічний розподіл величин по безрозмірних групах. У загальному вигляді функціональна залежність N може бути представлена у вигляді формули, яка називається формулою розмірності:

$$\left. \begin{array}{l} N = f(v, L, \rho, \mu, g, p, \dots) \\ \text{або} \\ N = f(n_1, n_2, n_3, \dots) \end{array} \right\} \quad (2.73)$$

Сюди входить $(k+1)$ величин з включенням і величини N . Вони можуть бути змінними, постійними, розмірними і безрозмірними. Однак у даному випадку необхідно, щоб для числових величин, які входять у рівняння, що характеризує фізичне явище, була би прийнята одна й та ж система основних одиниць вимірювання. При дотриманні цієї умови рівняння залишається справедливим при довільно вибраній системі одиниць вимірювання. Далі, ці основні одиниці повинні бути незалежними за своїми розмірностями, а число їх таким, щоб була можливість представити через них розмірності усіх інших величин, які входять у функціональну залежність (2.73).

Такими одиницями вимірювання можуть бути будь-які три величини, що входять у рівняння (2.73) і є незалежними одна від одної у відношенні розмірності. Якщо прийняти, наприклад, за одиниці вимірювання довжину L і швидкість V , тим самим маємо заданими одиницю довжини L і одиницю часу $T = L/V$. Таким чином, для третьої одиниці вимірювання не можна приймати величину, розмірність якої містить тільки довжину і час, як, наприклад, прискорення, тому що ця величина вже є заданою в результаті вибору одиниці довжини і швидкості. Тому додатково повинна бути вибрана будь-яка величина, в розмірність якої входить маса, наприклад, густина, в'язкість, сила і т.п.

На практиці, наприклад, при гідравлічних дослідженнях, виявляється доцільним прийняти наступні три одиниці вимірювання: швидкість V_0 будь-якої частинки потоку, будь-яку довжину (діаметр трубопроводу D або його довжину L), густину ρ вибраної частинки.

Розмірність цих одиниць вимірювання:

$$[V_0] = \text{м/с}; \quad [L] = \text{м}; \quad [\rho] = \text{кг/м}^3.$$

Таким чином, рівняння для розмірностей у відповідності до функціональної залежності (2.73) може бути представлене у такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} [N] &= [V_0]^x \cdot [L]^y \cdot [\rho]^z \\ \text{або} \quad [n_i] &= [V_0]^{x_i} \cdot [L]^{y_i} \cdot [\rho]^{z_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.74)$$

Значення N_i і n_i , взяті у системі основних одиниць (метр, секунда, кілограм), можна виразити безрозмірними числами:

$$\pi = \frac{N}{V_0^x \cdot L_0^y \cdot \rho_0^z}; \quad \pi_i = \frac{n_i}{V_0^{x_i} \cdot L_0^{y_i} \cdot \rho_0^{z_i}}.$$

Отже, замість рівняння (2.73) можна написати рівняння, у якому всі величини виражені у відносних одиницях (по відношенню до V_0 , L_0 , ρ_0):

$$\frac{N}{V_0^x \cdot L_0^y \cdot \rho_0^z} = f \left(\frac{n_1}{V_0^{x_1} \cdot L_0^{y_1} \cdot \rho_0^{z_1}}, \frac{n_2}{V_0^{x_2} \cdot L_0^{y_2} \cdot \rho_0^{z_2}}, \frac{n_3}{V_0^{x_3} \cdot L_0^{y_3} \cdot \rho_0^{z_3}} \right) \quad (2.75)$$

Оскільки n_1, n_2, n_3 являють собою, відповідно, V_0, L_0, ρ_0 , то перші три члени рівняння перетворюються в три одиниці і функціональна залежність приймає вигляд:

$$\pi = f(1, 1, 1, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \dots, \pi_k). \quad (2.76)$$

У відповідності до π -теорема будь-яке співвідношення між розмірними величинами можна сформулювати як співвідношення між безрозмірними величинами. При дослідженнях ця теорема дозволяє визначити зв'язок не між самими змінними, а між деякими безрозмірними їх співвідношеннями, складеними за визначеними законами.

Отже, функціональна залежність між $k + 1$ розмірними величинами N і n_i ($v, L, \rho, \mu, g, \dots$) у загальному випадку виражається як співвідношення між $(k + 1 - 3)$ величинами π і π_i ($i = 4, 5, \dots, k$), кожна з яких є безрозмірна степенева комбінація величин, які входять у функціональну залежність. Безрозмірні числа π носять характер критеріїв подібності, як це видно з наступного прикладу.

Приклад 2.2. Визначити функціональну залежність для сили опору F ($N = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2$), яку випробує пластина при обтіканні її рідиною у повздовжньому напрямку.

Функціональну залежність сили опору можна представити у вигляді функції від ряду незалежних змінних і визначити її в критеріях подібності:

$$F = f(V, S, \rho, \mu, g, p, \frac{a}{L}, \beta),$$

де V — швидкість обтікання, м/с; S — площа пластини, м²; ρ — густина рідини, кг/м³; μ — динамічний коефіцієнт в'язкості, Па·с ([Па·с] = кг/м·с); g — прискорення вільного падіння, м/с²; p — тиск, Па (Па = кг/м·с); $\frac{a}{L}$ — відношення висоти пластини до її довжини; β — кут нахилу пластини до напрямку потоку.

Таким чином, величини $\frac{a}{L}$ і β — безрозмірні, інші шість — розмірні, три з них: V, S і ρ прийняті за основні. У відповідності до π -теорема тут можливі тільки три безрозмірних співвідношення, отже:

$$\pi = f(1, 1, 1, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \frac{a}{L}, \beta)$$

або

$$\frac{F}{V^x S^y \rho^z} = f\left(1, 1, 1, \frac{\mu}{V^{x_1} S^{y_1} \rho^{z_1}}, \frac{g}{V^{x_2} S^{y_2} \rho^{z_2}}, \frac{p}{V^{x_3} S^{y_3} \rho^{z_3}}, \frac{a}{L}, \beta\right).$$

Враховуючи рівність розмірностей для чисельника і знаменника, знайдемо показники степенів для сили опору:

$$[F] = [V^x S^y \rho^z]$$

або

$$k_2 \cdot m / c^2 = (m / c)^x (m^2)^y (k_2 / m^3)^z,$$

звідки

1 = z (показники ліворуч і праворуч при k_2);

– 2 = – x (показники ліворуч і праворуч при c);

1 = x + 2y – 3z (показники ліворуч і праворуч при m).

Рішення цих рівнянь дає: x = 2; y = 1; z = 1.

Функціональна залежність:

$$\pi = \frac{F}{V^2 S \rho}.$$

Аналогічно одержимо:

– для в'язкості:

$$[\mu] = [V^{x_1} S^{y_1} \rho^{z_1}]$$

маємо $x_1 = 1$; $y_1 = 0,5$; $z_1 = 1$.

Функціональна залежність:

$$\pi_4 = \frac{\mu}{V \rho \sqrt{S}};$$

– для прискорення вільного падіння:

$$[g] = [V^{x_2} S^{y_2} \rho^{z_2}]$$

маємо $x_2 = 2$; $y_2 = -0,5$; $z_2 = 0$.

Функціональна залежність:

$$\pi_5 = \frac{g \sqrt{S}}{V^2};$$

– для тиску:

$$[p] = [V^{x_3} S^{y_3} \rho^{z_3}]$$

маємо $x_3 = 2$; $y_3 = 0$; $z_3 = 1$.

Функціональна залежність:

$$\pi_6 = \frac{p}{V^2 \rho}.$$

Очевидно, що $\pi_4 = Re$, $\pi_5 = Fr$, $\pi_6 = Eu$. Тоді шукана функціональна залежність має вигляд:

$$\frac{F}{V^2 S \rho} = f(Re, Fr, Eu, \frac{a}{L}, \beta).$$

Звідси можна зробити висновок, що після дослідження даного процесу при деяких розмірах, швидкостях і т.п., можна встановити як він буде протікати при інших розмірах і швидкостях у тому випадку, якщо безрозмірні відношення, складені з цих змінних, для обох випадків будуть однакові. Отже, висновки, отримані при експериментах з тілами даних розмірів, що рухаються з даною швидкістю і т.п., будуть, очевидно, справедливі і для будь-яких інших розмірів тіла, швидкості і т.д. за умови рівності безрозмірних відношень π з тими, що спостерігалися при експериментах.

Приклад 2.3. На основі попередніх досліджень на лабораторному пристрої визначити функціональну залежність потужності N ($Вт = кг \cdot м^2/с^3$) електродвигуна мішалки, яка необхідна для перемішування пульпи з реагентами у контактному чані.

Для подібності двох змішувальних систем потрібно:

- геометрична і гранична подібність, при якій відношення величин для систем, що розглядаються повинні бути рівні між собою;
- кінематична подібність, де швидкості у відповідних точках повинні бути у такому ж відношенні, як і швидкості у інших відповідних точках, тобто шляхи руху пульпи повинні бути подібними;
- динамічна подібність, яка вимагає, щоб відношення сил у відповідних точках було б рівним відношенню сил в інших відповідних точках.

Якщо граничні умови фіксовані, можна подати одну змінну величину через інші змінні, тобто функціональну залежність потужності електродвигуна мішалки можна представити у вигляді функції від ряду незалежних змінних величин і визначити її в критеріях подібності:

$$N = f(D, \rho, \omega, \mu, g),$$

де D – діаметр мішалки, м; ρ – густина пульпи, $кг/м^3$; ω – швидкість обертання мішалки, $с^{-1}$; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості, $Па \cdot с$ ($Па \cdot с = кг/м \cdot с$); g – прискорення вільного падіння, $м/с^2$ кут нахилу пластини до напрямку потоку.

Таким чином, маємо п'ять розмірних величин, три з них: D , ρ і ω прийняті за основні. У відповідності до π -теореми тут можливі тільки два безрозмірних співвідношення, отже:

$$\pi = f(1, 1, 1, \pi_4, \pi_5)$$

або

$$\frac{N}{D^x \rho^y \omega^z} = f\left(1, 1, 1, \frac{\mu}{D^{x_1} \rho^{y_1} \omega^{z_1}}, \frac{g}{D^{x_2} \rho^{y_2} \omega^{z_2}}\right).$$

Враховуючи рівність розмірностей для чисельника і знаменника, знайдемо показники степені для потужності електродвигуна мішалки :

$$[N] = [D^x \rho^y \omega^z]$$

або

$$\kappa_2 \cdot m^2 / c^3 = (m)^x (\kappa_2 / m^3)^y (1/c)^z,$$

звідки

3 = z (показники ліворуч і праворуч при c);

1 = y (показники ліворуч і праворуч при κ_2);

2 = x - 3y (показники ліворуч і праворуч при m).

Рішення цих рівнянь дає: x = 5; y = 1; z = 3.

Функціональна залежність:

$$\pi = \frac{N}{D^5 \rho \omega^3}.$$

Аналогічно одержимо:

– для в'язкості:

$$[\mu] = [D^{x_1} \rho^{y_1} \omega^{z_1}]$$

маємо $x_1 = 2$; $y_1 = 1$; $z_1 = 1$.

Функціональна залежність:

$$\pi_4 = \frac{\mu}{D^2 \rho \omega};$$

– для прискорення вільного падіння:

$$[g] = [D^{x_2} \rho^{y_2} \omega^{z_2}]$$

маємо $x_2 = 1$; $y_2 = 0$; $z_2 = 1$.

Функціональна залежність:

$$\pi_5 = \frac{g}{D \omega^2};$$

Очевидно, що $\pi_4 = D^2 \cdot Re$, $\pi_5 = Fr$. Тоді шукана функціональна залежність має вигляд:

$$\frac{N}{D^5 \rho \omega} = f(D^2 Re, Fr).$$

Звідси можна зробити висновок, що після знаходження функціональної залежності потужності електродвигуна мішалки при деяких її параметрах, можна встановити якою вона буде й при інших розмірах і швидкостях і

т.п. у тому випадку, якщо безрозмірні відношення для обох випадків будуть однакові. Отже, висновки, отримані на експериментальному пристрої будуть справедливі і для будь-яких інших при умові рівності безрозмірних відношень π з тими, що спостерігалися при експериментах.

2.3. Моделювання на основі методу аналогій

2.3.1. Методи аналогій

Якщо два або декілька явищ, різних за своєю фізичною природою, можуть бути описані одним й тим же диференціальним рівнянням із збереженням граничних умов, то ці явища називають аналогічними. Метод аналогій розширює можливості вивчення явищ і уже давно одержав широке розповсюдження.

М.Є. Жуковський ще в 1900 р. говорив, що *«встановлення математичної аналогії між двома явищами приносить подвійну користь. Ми можемо на основі знайденої аналогії усі вирішені задачі з однієї галузі фізичних явищ перетворити у відповідні задачі іншої і отримати, таким чином, їхнє рішення. З іншого боку, якщо одне з двох математично аналогічних явищ складне і важко спостережуване, а інше може бути здійснене на простому приладі, який дозволяє виміряти параметри, що характеризують явища, то експериментальне вивчення другого явища може розширити наше знайомство з першим, на дивлячись на те, що явища можуть представляти нерозв'язну математичну задачу»*.

Сьогодні у багатьох галузях технічної механіки взагалі і в механіці рідин та газів зокрема успішно використовуються електричні, газогідравлічні, акустичні, магнітні, теплові та інші аналогії.

У гідродинаміці застосовують такі аналогії: електрогідродинамічна (ЕГДА), газогідравлічна (ГАГА), гідромагнітна (МАГА), мембранна, ламінарна, теплова і дифузійна.

Перші п'ять аналогій належать до аналогій безвихрового руху ідеальної нестисливої рідини, потенціал швидкості і функція течії якого задовольняють рівнянню Лапласа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= 0; \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.77)$$

Граничні умови для тіла яке обтікається потенціальним потоком ідеальної рідини будуть:

– на поверхні тіла внаслідок непроникності твердої стінки нормальна складова швидкості дорівнює нулю, тобто:

$$V_n = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial s} = 0; \quad (2.78)$$

– на нескінченності при плоско-паралельному потоці, направленому вздовж осі x :

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = V_1 \quad \text{і} \quad V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0. \quad (2.79)$$

Електрогідродинамічна аналогія (ЕГДА)

Електрогідродинамічна аналогія (ЕГДА) базується на тому, що електричний потенціал φ_e і функція течії ψ_e задовольняють рівнянню Лапласа (2.77).

Граничні умови в електричному полі залежать від того, чи є тіло провідником, чи діелектриком. Якщо тіло, яке знаходиться у електричному полі, діелектрик, то граничні умови будуть:

– на поверхні тіла:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial n} = \frac{\partial \psi_e}{\partial s} = 0; \quad (2.80)$$

– на нескінченності:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial n} = \frac{\partial \psi_e}{\partial y} = q_1 \quad \text{і} \quad \frac{\partial \varphi_e}{\partial y} = -\frac{\partial \psi_e}{\partial x} = 0, \quad (2.81)$$

де q_1 – напруженість електричного поля на нескінченності.

Якщо модель виготовлена з електропровідного матеріалу, то граничні умови будуть:

– на поверхні тіла:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial n} = \frac{\partial \psi_e}{\partial s} = 0; \quad (2.82)$$

– на нескінченності:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial n} = \frac{\partial \psi_e}{\partial y} = 0 \quad \text{і} \quad \frac{\partial \varphi_e}{\partial y} = -\frac{\partial \psi_e}{\partial x} = q_1. \quad (2.83)$$

Порівнюючи наведені граничні умови, можна легко бачити, що для здійснення аналогії повинні дотримуватися такі відповідності:

– якщо у електричному полі помістити тіло з непровідного матеріалу, то гідродинамічним величинам – потенціалу швидкості, функції течії і швидкості на нескінченості – відповідають електричний потенціал, функція течії і напруженість електричного поля на нескінченості. Будемо називати цю аналогію аналогією А. Очевидно, що при аналогії А лінії течії електричного і гідродинамічного полів збігаються, а вектори електричного струму мають той же напрямок, що й вектори швидкості;

– якщо тіло провідник, то потенціалу швидкостей і функції течії у гідродинамічному полі відповідає потенціал і функція течії у електричному полі. Відповідність швидкості і напруженості електричного поля на нескінченості залишається таким самим, як і у попередньому випадку. Будемо називати цю аналогію аналогією Б. При дотриманні її вектори електричного струму і швидкості в усьому полі ортогональні.

Однорідне електричне поле, у якому вивчається обтікання профілю, може бути створене в рідкому електроліті, налитому у ванну, за допомогою електропровідного паперу, фольги, тонкого шару електропровідної фарби та ін. В практиці частіше за все використовуються ванни, заповнені чистою водопровідною водою, розчинами мідного купоросу, сірчаної і соляної кислоти. Концентрація розчинів повинна бути дуже малою (0,002 – 0,005 %), тому що в протилежному випадку відбуваються електрохімічні процеси і склад електроліту змінюється.

На рис. 2.6 наведені схеми електролітичних ванн для моделей, виготовлених з провідних (рис. 2.6 а) і непровідних (рис. 2.6 б) матеріалів.

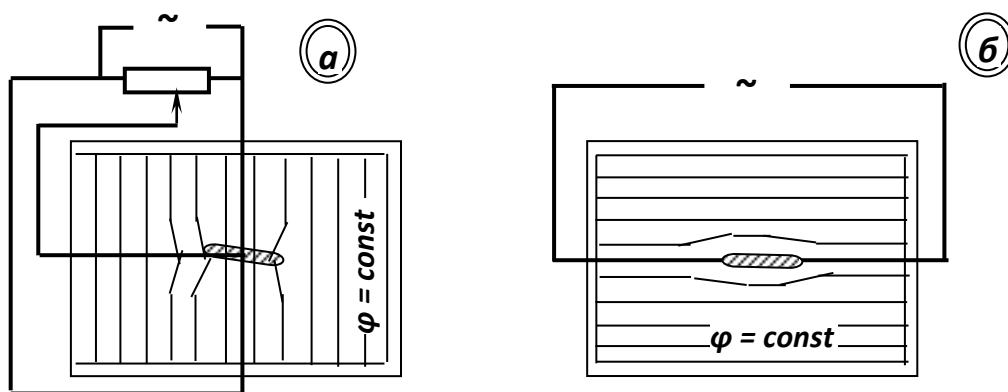


Рисунок 2.6 - Схеми електролітичних ванн для моделей з провідних (а) і непровідних (б) матеріалів.

При вивченні потоків в патрубках, колінах, дифузорах та інших елементах машин форма ванни визначається формою досліджуваного елемента.

Гідромагнітна аналогія (МАГА)

Гідромагнітна аналогія (МАГА) основана на тому, що скалярний потенціал магнітного поля φ_m задовольняє при постійному значенні магнітної проникності рівнянню Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y^2} = 0. \quad (2.84)$$

Оскільки компоненти напруженості магнітного поля дорівнюють:

$$H_x = -\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x}; \quad H_y = \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y}, \quad (2.85)$$

то, відповідно, при виконанні однакових граничних умов магнітному потенціалу буде відповідати гідродинамічний потенціал, а проекціям швидкості в потоці будуть відповідати проекції вектора напруженості магнітного поля.

Ця аналогія через складності вимірювань параметрів магнітного поля поки що не отримала широкого розповсюдження.

Мембранна аналогія

Мембранна аналогія основана на тому, що прогин ненавантаженої мембрани z задовольняє рівнянню Лапласа:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad (2.86)$$

тобто прогин відповідає гідродинамічній функції ψ . Тоді швидкість плоского потоку нестисливої рідини можна визначити через прогин у вигляді:

$$v_x = -\frac{\partial z}{\partial x}; \quad v_y = \frac{\partial z}{\partial y} \quad (2.87)$$

і

$$V = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}. \quad (2.88)$$

Рівняння навантаженої мембрани є рівнянням Пуассона і має вигляд:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{p}{\tau}, \quad (2.89)$$

де p – залишковий тиск на мембрану; τ – натяг мембрани.

Останнє рівняння має у гідродинаміці своїм аналогом рівняння функції течії плоского вихрового потоку ідеальної нестисливої рідини в обертовій системі координат:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -2\varpi, \quad (2.90)$$

де ϖ – кутова швидкість обертання системи координат.

При використанні мембранної аналогії частіше за все застосовують мильні, білкові й гумові плівки. Апаратура і методика мембранної аналогії добре розроблені.

Ламінарна аналогія

Ламінарна аналогія оснований на тому, що для ламінарного руху в'язкої рідини між двома близько розташованими пластинками існує потенціал середніх швидкостей. Відповідно, якщо між пластинами помістити будь-яке тіло, то спектр обтікання його буде відповідати обтіканню цього тіла ідеальною рідиною.

Ламінарна аналогія у порівнянні з розглянутими має ту перевагу, що вона дає візуалізацію ліній течії, в тому числі й для нестационарних процесів. Її недолік – менша точність вимірювань і деяке відхилення за рахунок адгезії (прилипання) рідини до обтічних тіл.

2.3.2. Моделювання плоских потоків на основі електрогідродинамічної аналогії (ЕГДА)

Математичним аналогом поля швидкості у потоці ідеальної рідини може служити як стаціонарне електричне поле в потоці однорідного провідного середовища (аналогія v, E), так і органічно зв'язане з ним поле густини струму (аналогія v, j). Оскільки звичайно на електричних моделях безпосередньо вимірюють величини E і ϕ (а не величини j і ϕ_j), то слід скористатися аналогією v, E , однак аналогія v, j є більш повною. Дійсно, на поверхні провідника, по якому протікає струм, дотична складова вектора E залишається безперервною і тут розподілені тільки джерела

електричного поля, у той час як на межі рухомої рідини безперервна нормальна складова її швидкості і тут розподілені вихори вектора.

Таким чином, реальним поверхневим вихорам вектора v на межі потоку відповідають лише фіктивні вихори вектора E другого роду на поверхні обтічного струмом провідника. Між тим поле густини струму повністю локалізоване всередині провідника, на поверхні якого існують реальні вихори вектора j , аналогічні вихорам вектора v . Величини, які порівнюються в аналогії v, j , наведені в табл. 2.7.

При побудові моделі використовують алюмінієву фольгу або провідний папір, у вигляді прямокутного аркуша з рамкою із мідного дроту діаметром:

$$d \approx 1,1\sqrt{\rho a / R}, \quad (2.91)$$

де ρ – питомий опір дроту; R – питомий поверхневий опір провідного аркуша; a – діаметр робочої зони у середній частині аркуша.

Таблиця 2.7 – Величини, які порівнюються в аналогії v, j .

Поле швидкості в ідеальній рідині	Поле густини струму в однорідному провідному середовищі
1. Швидкість течії рідини v	Густина струму j або лінійна густина струму i $j = \frac{1}{\rho} E; \quad i = \frac{1}{R} E,$ де ρ – питомий опір середовища; R – питомий поверхневий опір провідного шару.
2. Потенціал швидкості V .	Потенціал вектора j або потенціал вектора i $\varphi_j = \frac{1}{\rho} \varphi; \quad \varphi_i = \frac{1}{R} \varphi.$
3. Співвідношення між швидкістю і її потенціалом $v = -grad V$	Співвідношення між густиною струму і її потенціалом $j = -grad \varphi_j; \quad i = -grad \varphi_i.$
4. $\Delta V = 0$	$\Delta \varphi_j = 0; \quad \Delta \varphi_i = 0.$

У подовжньому режимі роботи відношення довжини підвідних дротів до довжини сторін рамки bc і da повинно дорівнювати відношенню сумарного опору живильних каналів до опору провідного аркуша.

Відповідно у поперечному режимі відношення довжини підвідних дротів до довжини сторін рамки ab і cd повинно дорівнювати відношенню сумарного опору «поперечних» каналів до опору моделі при цьому способі включення її у ланцюг.

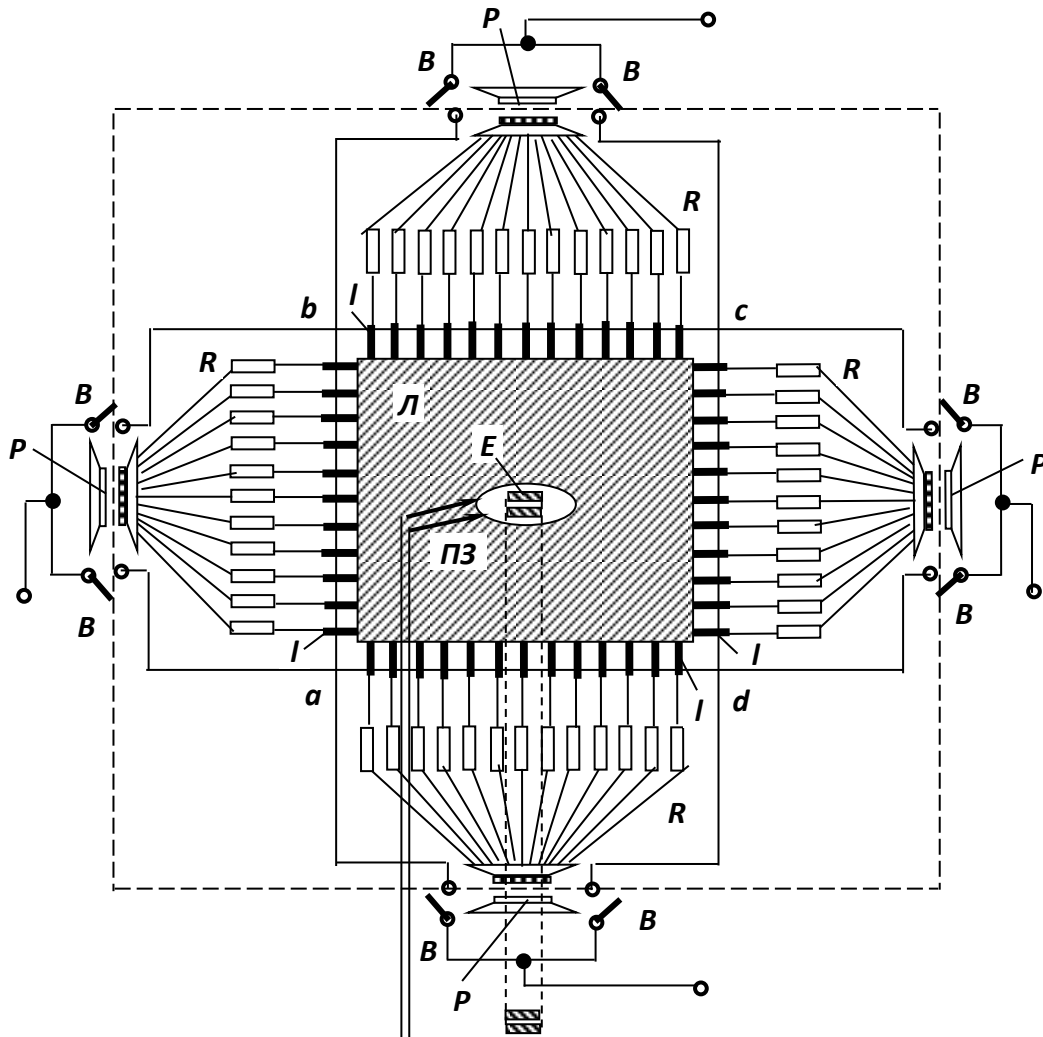


Рисунок 2.7. – Принципова схема пристрою для накладення зовнішнього однорідного електричного поля і вихрового електричного поля торіодальних електромагнітів із застосуванням аркушів фольги ($Л$) розміром 200х50 см і товщиною 12 мк; $abcd$ - рамка спаяна з мідного дроту діаметром 2,25 мм; l - латунні електроди, встановлені з кроком 2 см; - опір каналів; B - вимикачі; P - перемикачі режиму роботи; $ПЗ$ - подвійний зонд; E - торіодальний електромагніт.

Розглянемо область двовимірного електричного поля обмежену зовнішнім контуром $abcd$ і внутрішнім контуром L (рис. 2.8), на яких виконуються граничні умови:

$$\varphi_{ab} = \varphi_1; \quad \varphi_{cd} = \varphi_2; \quad (2.92)$$

$$\psi_{da} = \psi_2; \quad \psi_{cd} = \psi_2; \quad (2.93)$$

$$E_n|_L = 0; \quad (2.94)$$

$$\oint_L E_l dl = 0, \quad (2.95)$$

при цьому усередині області мають місце рівності:

$$\operatorname{div} E = 0; \quad (2.96)$$

$$\operatorname{rot}_n E = 0, \quad (2.97)$$

де n – нормаль до площини вектора E .

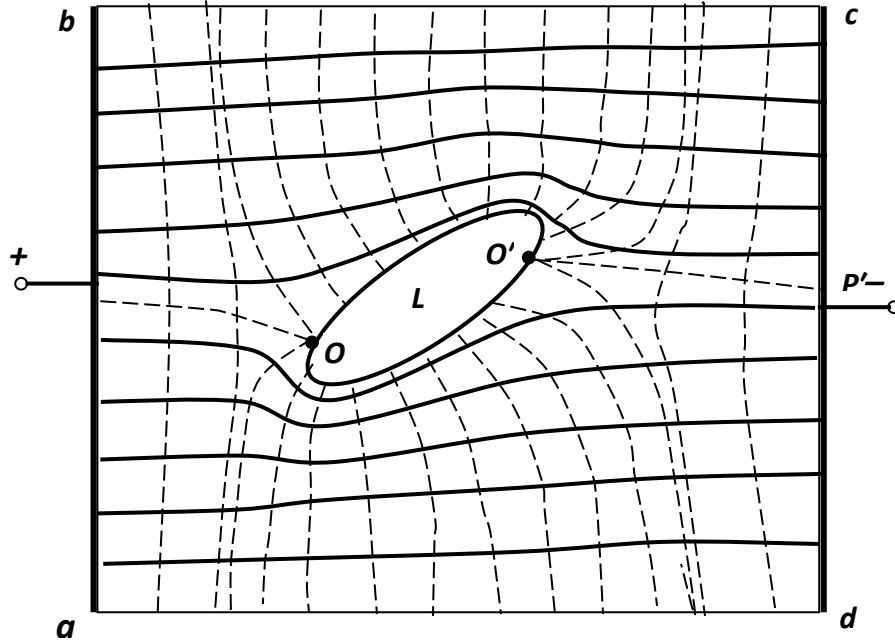


Рисунок 2.8 – Пряма модель, на зовнішньому контурі якої ($abcd$) виконуються граничні умови (2.92) і (2.93), на внутрішньому (L) – умови (2.94) і (2.95).

Для того щоб відтворити це поле на прямій моделі, потрібно на листі провідного паперу заклеїти область обмежену профілем L . Підготовлений до роботи пристрій підключається до вторинної обмотки знижувального трансформатора. Лінійна густина струму повинна бути порядку 1 А/см. Накривши фольгу папером на ній олівцем проводять з постійним інтервалом силові лінії. Після побудови на прямій моделі ізопотенціальних ліній з потенціалом φ_L , знаходять особливі точки поля O і O' , які розділяють контур на дві частини; в одну з них струм входить, з іншої виходить. Вимірюють розподіл потенціалу вздовж контуру L з урахуванням співвідношення:

$$\psi^* = -\varphi; \quad \varphi^* = \psi. \quad (2.98)$$

На ділянці olo' відбувається падіння функції ψ , а на ділянці $o'lo$ – її збільшення до попереднього значення. При цьому у точках O і O' функція ψ приймає відповідно максимальне і мінімальне значення, які дозволяють

знайти відношення сили струму, що протікає через контур L на прямій моделі $I_{oo'}$ до спільного струму в ній I :

$$\frac{I_{oo'}}{I} = \frac{\varphi_o^* - \varphi_{o'}^*}{\varphi_o^* - \varphi_b^*} = \frac{\varphi_o^* - \varphi_{o'}^*}{U^*}. \quad (2.99)$$

Таким чином, описаний пристрій дає можливість імітувати поле швидкості і обтікання тіла будь-якого профілю у необмеженому рідкому середовищі (напр., частинки в робочому каналі трубопроводу).

Запитання для контролю знань студентів

1. Розкрити суть теорії подібності. Теорема подібності.
2. Розкрийте поняття: «інваріанти подібності», «симплекси подібності», «критерії подібності».
3. Охарактеризувати умови застосування теорії подібності.
4. Наведіть диференціальні рівняння теплообміну для моделі.
5. Опишіть гідродинамічну подібність.
6. Опишіть теплову подібність.
7. Опишіть дифузійну подібність.
8. Опишіть подібність деяких часткових випадків переносу. Охарактеризуйте числа подібності процесів переносу: Прандтля, Архімеда, Нуссельта, Фур'є, Рейнольдса.
9. Опишіть застосування методу аналізу розмірностей у моделюванні.
10. Опишіть моделювання на основі методу аналогій.
11. Охарактеризуйте аналогії в механіці рідин та газів, зокрема, електричні, газогідравлічні, акустичні, магнітні, теплові та інші аналогії. Наведіть приклади.
12. Охарактеризуйте аналогії у гідродинаміці: електрогідродинамічну (ЕГДА), газогідравлічну (ГАГА), гідромагнітну (МАГА), мембранну, ламінарну, теплову і дифузійну. Наведіть приклади.

3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

3.1. Статистичні методи

Одержання статистичних математичних моделей передбачає необхідність використання методів математичної статистики при дослідженнях мінеральної сировини, створенні систем автоматичного управління технологічними процесами, прогнозуванні результатів переробки нафти, природного газу на промислах, установках комплексної підготовки газу і нафтопереробних та газопереробних заводах тощо.

Статистичні методи дозволяють визначити рівняння зв'язку вхідних і вихідних параметрів, аналізувати параметри технологічного процесу, побудувати математичну модель процесу, або, іншими словами, установити взаємну залежність між різними факторами і технологічними результатами процесу.

Статистичне дослідження промислового процесу включає:

- визначення законів розподілу параметрів процесу для виявлення можливості застосування тих або інших статистичних методів обробки результатів;
- визначення тісноти і форми зв'язку між окремими параметрами процесу;
- рейтингування вхідних величин за ступенем їх впливу на процес (функцію відгуку);
- отримання статистичної моделі процесу у вигляді регресійного рівняння і оцінка його адекватності;
- визначення динамічних характеристик процесу.

3.1.1. Постановка задачі

Необхідність постановки експериментів, множина методик досліджень, погана відтворюваність експериментів і суттєвий вплив на їхні результати великої кількості параметрів, що інколи не реєструються, вносить елемент випадковості у результати оцінки результатів процесів переробки вуглеводневих флюїдів. Досвід і кваліфікація дослідника, набір використаних апаратури і реагентів, термін досліджень можуть вплинути на оцінку вихідної сировини і вибір технологічної схеми переробки корисної копалини.

Послідовність статистичного дослідження процесів видобутку та переробки вуглеводневих флюїдів може бути сформульована наступним чином:

- постановка мети дослідження, вибір параметрів оптимізації процесу, аналіз їхнього взаємозв'язку і областей застосування тих або інших параметрів;
- вибір методики експериментів, аналіз відтворювання й оцінка кількості паралельних вимірів для одержання результатів з необхідною вірогідністю;
- виділення факторів, що впливають на досліджуваний процес;
- складання плану експериментів, його реалізація й одержання статистичної моделі процесу і раціональних режимів його ведення;
- одержання кінетичної або динамічної моделі технологічного процесу (за необхідності).

3.1.2. Статистична оцінка результатів досліджень

3.1.2.1. Оцінка похибок вимірювань

Відтворюваність лабораторних дослідів має велике значення при дослідженнях, теоретичному вивченні технологічних процесів та їх моделюванні. У відповідності до теорії похибок розрізняють:

- *грубі похибки (промахи)* – результати, що різко відрізняються від інших вимірювань і є наслідком порушення умов вимірювання;
- *систематичні похибки*, що пов'язані з дефектом приладу або методу; їхня величина однакова при усіх вимірюваннях. До одного виду систематичних похибок відносяться похибки, природа яких відома і величину яких можна визначити (поправки), до другого – похибки, що виявляються тільки іншими методами вимірювання тієї ж величини;
- *випадкові похибки*, які залежать від множини факторів, що не контролюються. Випадкові похибки врахувати неможливо, їхню величину можна визначити тільки повторними вимірюваннями і статистичною обробкою результатів. Величина випадкової похибки характеризує відтворюваність вимірювання.

У відповідності до теорії імовірності випадкові похибки підпорядковуються нормальному закону розподілу (закону Гауса), за яким імовірність похибки:

$$P(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.1)$$

де σ^2 – дисперсія розподілу; σ – середнє квадратичне відхилення.

Імовірність відхилення від середнього значення показана на рис. 3.1.

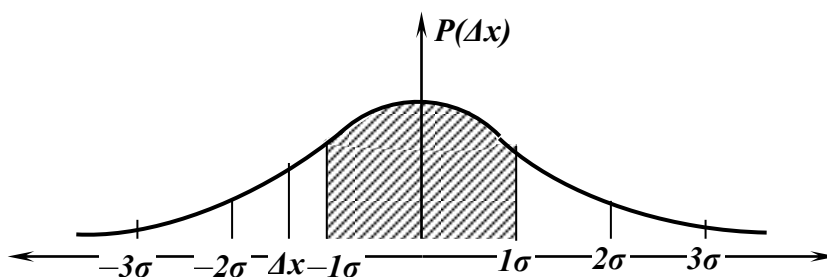


Рисунок 3.1 – Імовірність відхилення від середнього значення на величину σ (заштрихована площа).

Оскільки істинне значення вимірюваної величини μ і дисперсія σ^2 невідомі, використовують їхні статистичні оцінки $\bar{x}$ і S^2 . Для ряду випадкової величини $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ $\Delta x = \mu - x_i$.

Середнє арифметичне $\bar{x}$ для n значень величини x_i :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.2)$$

При обробці дуже великого матеріалу розрахунки можна спростити, якщо n спостережених значень $x_1, x_2, \dots, x_n$ згрупувати у m інтервалів з середніми $t_1, t_2, \dots, t_m$ при одній довжині інтервалу Δt . Якщо кожному з цих інтервалів відповідають частоти спостережень $v_1, v_2, \dots, v_m$, то середнє визначається виразом:

$$\bar{x} \approx \bar{t} = \frac{\sum_{j=1}^m t_j v_j}{\sum_{j=1}^m v_j}. \quad (3.3)$$

Різниця між $\bar{x}$ і $\bar{t}$ буде невеликою, якщо число спостережень велике, а інтервали групувань малі. Кожну з частот (v_1, v_2 і т.д.) можна назвати вагою відповідного значення, а $\bar{x}$ буде середньозваженим значенням.

Вибіркова дисперсія (математичне сподівання (очікування)):

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}, \quad (3.4)$$

де S – середня квадратична похибка (стандартне відхилення).

Відносна квадратична похибка виражена у відсотках від випадкової величини, називається *коефіцієнтом варіації*:

$$V_x = 100S_x / \bar{x}, \%. \quad (3.5)$$

Імовірність того, що результат вимірювань відрізняється від істинного значення на величину не більшу ніж Δx ,

$$P(\bar{x} - \Delta x < X < \bar{x} + \Delta x) = A \quad (3.6)$$

називається *довірчим інтервалом* або коефіцієнтом надійності.

Інтервал значень від $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$ називається довірчим інтервалом, тобто з імовірністю, рівною A , результат не виходить за межі довірчого інтервалу від $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$. Чим більший довірчий інтервал задається, тим імовірніше, що результати вимірювань не вийдуть за його межі. Таким чином, для характеристики величини випадкової похибки необхідно задати два числа: величину похибки (або довірчого інтервалу) і величину довірчої імовірності.

За законом Гауса середній квадратичній похибці σ відповідає довірна імовірність 0,68, подвоєній середній квадратичній похибці 2σ – довірна імовірність 0,95, потроєній середній квадратичній похибці 3σ – довірна імовірність 0,997. При технічних дослідженнях, як правило, приймають довірчий інтервал при довірчій імовірності $P = 0,95$.

За законом випадкових похибок, якщо величина Z , що вимірюється, є сумою або різницею двох випадкових величин X і Y , то:

$$S_z^2 = S_x^2 + S_y^2 \quad \text{або} \quad S_z = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}. \quad (3.7)$$

Закон складання дисперсій зберігається для будь-якого числа доданків, звідки витікає, що середня квадратична похибка середнього арифметичного:

$$S_{\bar{x}} = S_x / \sqrt{n}. \quad (3.8)$$

Довірчий інтервал визначається за допомогою t -розподілу Ст'юдента (додаток А), що залежить від довірчої імовірності P і числа ступенів свободи $f = n - 1$:

$$\Delta x = \frac{t_p S_x}{\sqrt{n}}. \quad (3.9)$$

Величина t_p дуже сильно залежить від f при малих значеннях n ($n < 30$), при великих значеннях n ($n > 30$) ця залежність значно менша. З формули (3.9) при $\Delta x = \delta$ випливає:

$$n \geq \frac{t_p^2 S_x^2}{\delta^2}. \quad (3.10)$$

Статистичні оцінки випадкової величини (середнє арифметичне $\bar{x}$ і стандартне відхилення S_x) розраховуються з припущення, що вибірка x_i не містить грубих похибок (промахів). Для виключення промахів з великої вибірки можна користуватися правилом 2σ або 3σ . Для промаху x^* розраховується абсолютне значення різниці $|x^* - \bar{x}|$. При довірчій імовірності $P = 0,95$ x^* відкидається, якщо $|x^* - \bar{x}| > 2\sigma$, а при $P = 0,997$, якщо $|x^* - \bar{x}| > 3\sigma$.

Для невеликих вибірок, коли S_x суттєво відрізняється від σ користуються критерієм Ст'юдента, при цьому порівнюють:

$$t = \frac{|x^* - \bar{x}|}{S_x} \quad (3.11)$$

з табличним значенням t_p (додаток А). Якщо $t > t_p$, то з довірчою імовірністю P можна вважати, що вимірювання x^* є груба похибка, але й при $t \leq t_p$ не можна говорити про відсутність грубої похибки, а можна тільки говорити про недостатні підстави для виключення даного вимірювання. Після виключення грубої похибки оцінки $\bar{x}$ і S_x необхідно знов перерахувати та розглянути питання про промахи у вибірці, що залишилась.

3.1.2.2. Статистичні критерії розходження

Протягом досліджень, особливо промислових, накопичується значний обсяг експериментального матеріалу, наприклад, у вигляді показників процесів переробки флюїдів, характеристик різних фракцій, компонентів вуглеводневої сировини і т.д., які відповідають однаковим або різним технологічним режимам, конструкціям апаратів і типам корисних копалин. При цьому виникають наступні запитання:

- чи однорідні показники процесів переробки флюїдів, що отримані при різних режимах або конструкціях апаратів, чи ці вибірки відносяться до різних статистичних сукупностей;
- чи однаково стабільні результати, що отримані при різних режимах, чи у якомусь випадку показники менш стабільні і розкид даних більший;
- чи відноситься та або інша проба флюїду або результат до даної статистичної сукупності;
- чи відповідає даний емпіричний розподіл тому або іншому теоретичному розподілу;
- чи адекватна вибрана математична модель експериментальним даним.

Ці запитання вирішуються перевіркою статистичної гіпотези про належність усіх отриманих даних до однієї генеральної сукупності. Зага-

льний підхід полягає у перевірці нульової гіпотези H_0 про відсутність реального розходження між експериментальними результатами, розкид яких пояснюється випадковими факторами, що обумовлюють помилку відтворюваності.

Нульовою гіпотезою (H_0) називається висунута гіпотеза, відхилення від якої вважаються випадковими, протилежна їй гіпотеза (H_1) – *альтернативною або конкуруючою*.

Критерій перевірки гіпотези дозволяє виявити за результатами дослідів вірна чи невірна дана гіпотеза. Критерій складається на основі статистики $Q_n = Q_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$, розподіл якої відомий (нормальний, t , F або χ^2). Критерій поділяє множину можливих значень статистики на область прийняття гіпотези та область її неприйняття (критичну). У випадку попадання статистики критерію у область неприйняття гіпотези H_0 вона відкидається. Можливі такі випадки:

- гіпотеза H_0 вірна і приймається у відповідності з критерієм;
- гіпотеза H_0 невірна і відкидається у відповідності з критерієм;
- гіпотеза H_0 вірна, але її відкидають у відповідності з критерієм (*похибка першого роду*);
- гіпотеза H_0 невірна, але її приймають (*похибка другого роду*).

Справедливість нульової гіпотези перевіряється розрахунком імовірності того, що внаслідок випадковості вибірки розходження може досягнути фактично спостережної величини; якщо ця імовірність виявиться дуже малою, то нульова гіпотеза відкидається (тобто малоімовірно, що розходження спричиняється випадковими величинами, а не реальним розходженням). Імовірність P , яку приймають за основу при статистичній гіпотезі, визначає рівень значимості.

За результатами, що одержані для двох вибірок, розраховують значення деякої контрольної величини λ і визначають область A , в середині якої слід очікувати λ з визначеною імовірністю P . Якщо контрольна величина λ лежить поза областю A , то вибрана гіпотеза відкидається, розходження між одержаними величинами вважається статистично значимим. Якщо контрольна величина λ лежить в області A , то вибрана гіпотеза приймається. Відкинути або прийняти статистичну гіпотезу вирішують на основі вибірових вимірювань, тому слід оцінити можливість похибки. Якщо, наприклад, з імовірністю P відкидають гіпотезу про те, що два середніх значення x_1 і x_2 належать до однієї і тієї ж генеральної сукупності, то з цього можна зробити висновок про розходження цих значень. Імовірність того, що обоє середніх значення належать до однієї і тієї ж генеральної сукупності, буде $\alpha = 1 - P$.

Як правило, задають імовірність похибки першого роду α , яку називають *рівнем значимості*, похибка другого роду визначається імовірністю $1 - \beta$, де β – імовірність того, що похибка не буде допущена, це – *міцність*

критерію. Рівень значимості α приймають рівним 0,05; 0,1; 0,01 або 0,005. Вибір довірчої імовірності P визначається конкретними задачами дослідження. При цьому слід урахувати, що зі зменшенням α зростає імовірність похибки другого роду.

При прийнятті або відкиданні гіпотези використовують три правила:

- гіпотеза, що перевіряється, відкидається, якщо похибка першого роду може проявитися у менше ніж $100\alpha = 1\%$ усіх випадків, тобто $P \geq 0,99$. Тоді розглянута різниця є значимою;

- гіпотеза, що перевіряється, приймається, якщо похибка першого роду може проявитися у більше ніж $100\alpha = 5\%$ усіх випадків, тобто $P \leq 0,95$. Тоді розглянута різниця є незначимою;

- гіпотезу, що відкидається, слід додатково обговорити, якщо число можливих похибок першого роду лежить в інтервалі між 5 і 1% ($0,95 < P < 0,99$). Необхідно провести додаткові дослідження.

Суть похибок першого і другого роду можна пояснити таким прикладом. Нехай нульова гіпотеза H_0 означає, що вміст компонента у флюїді (товарній фракції) задовольняє вимогам споживача (умови постачання). Якщо поставка флюїду відхиляється, хоча H_0 вірна, то ризикує виробник – похибка першого роду. Якщо поставка флюїду приймається, хоча H_0 невірна, то ризикує споживач – похибка другого роду.

Таким чином, гіпотеза або приймається, або відкидається. Прийняття гіпотези не означає того, що вона є єдино правильною. Прийнята статистична гіпотеза – це вірогідне твердження, що не суперечить досліду.

3.1.2.3. Критерій Ст'юдента (t-критерій)

Порівняння середніх значень

При порівнянні середніх значень сумісно розглядають довірчі інтервали двох статистичних сукупностей. Для оцінки довірчого інтервалу використовують t -критерій.

Нехай є дві статистичні вибірки: x – з параметрами $\bar{x}$ і S_x , що одержані при n_x вимірювань і y – з параметрами $\bar{y}$ і S_y при n_y вимірювань. Розподіли x і y близькі до нормального. Нульова гіпотеза полягає у припущенні, що математичні очікування μ_x і μ_y рівні, тобто $\mu_x - \mu_y = 0$.

Якщо дисперсії S_x^2 і S_y^2 розрізняються незначно, розраховують середньозважене двох дисперсій і параметр t :

$$\bar{S}^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}; \quad (3.12)$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\bar{S}^2}} \sqrt{\frac{n_x n_y}{n_x + n_y}}. \quad (3.13)$$

Число ступенів свободи:

$$f = n_x + n_y - 2. \quad (3.14)$$

Якщо $t > t_{95\%}$, розходження між $\bar{x}$ і $\bar{y}$ незначиме.

Порівняння сполучених пар

Роботу двох апаратів або два технологічних режими часто доводиться порівнювати в різних умовах, наприклад при зміні якості перероблюваної сировини, температури пульпи і т.п. Попарне порівняння дозволяє виключити варіацію, що пов'язана з впливом інших факторів.

При цьому оцінюється не розходження середніх $\bar{x} - \bar{y}$, а різниця пар спостережень $\Delta_i = x_i - y_i$. Варіаційний ряд Δ розглядається як самостійний з середнім $\bar{\Delta}$, дисперсією S_{Δ}^2 і числом ступенів свободи $f = n - 1$, де n – число сполучених пар спостережень. Тоді розраховують дисперсію і критерій Ст'юдента:

$$S_{\Delta}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n(n-1)}; \quad (3.15)$$

$$t_{\Delta} = \frac{|\bar{\Delta}|}{S_{\Delta}} > t_p. \quad (3.16)$$

Якщо $t_{\Delta} > t_p$, розходження вважають значимим, і навпаки.

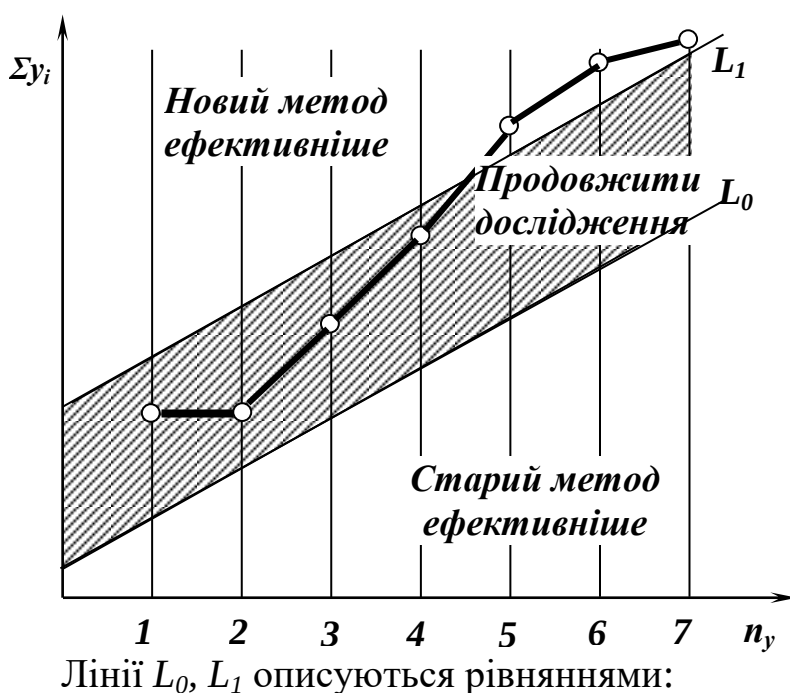
3.1.2.4. Послідовний аналіз Вальда¹

Якщо при дослідженні технологічного процесу кожний експеримент достатньо складний і трудомісткий, виникає задача зведення до мінімуму кількості таких експериментів за умови підтвердження гіпотези $\bar{y} \geq \bar{x} + \Delta$

¹ Абрахам Вальд (Abraham Wald (1902-1950) — угорський математик і статистик.

із заданою довірчою імовірністю P . Тут Δ – наперед задана величина, яка приймається експериментатором виходячи з технологічних, економічних та ін. міркувань.

При використанні методу послідовного аналізу Вальда математична обробка результатів виконується не після завершення серії дослідів, а після кожного дослідів. У результаті цієї обробки з'ясовується, чи можна прийняти одну з конкуруючих гіпотез (і яку саме) або продовжити дослідження. Число необхідних спостережень при цьому у середньому у три рази менше, ніж при класичному аналізі. Вальд показав, що при завданні похибки першого роду α і похибки другого роду β , можна отримати у координатах $\Sigma y_i - n_y$ три області, як показано на рис. 3.2.



$$L_0 = an - b; \quad (3.17)$$

$$L_1 = an + b, \quad (3.18)$$

де
$$a = \frac{\bar{x} + \bar{y}}{2}; \quad b = \frac{S_y^2}{\Delta} \ln \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad (3.19)$$

Приклад 3.3. Витрати при впровадженні системи автоматизації одного з технологічних вузлів свердловини окупляться, якщо вилучення природного вуглеводню підвищиться не менше, ніж на $\Delta \varepsilon = \bar{y} - \bar{x} = 2$ %. Середнє вилучення складає $\bar{x} = 82$ % при стандартному відхиленні $\bar{S}_x = 0,8$ %. Оскільки дослідження з метою встановлення раціональності впровадження системи автоматизації технологічного вузла виявилися трудомісткими, було прийняте рішення використати метод Вальда.

Виконуємо розрахунки наступних параметрів:

*Дисперсія S_y розраховується з використанням коефіцієнта варіації V_x :

$$V_x = S_{\bar{x}} / \bar{x} = 0,8/82 = 0,00976 = 0,976 \text{ \%}.$$

Прийmemo, що у будь-якому випадку $V_y \leq V_x$, тоді при

$$\bar{y} = \bar{x} + \Delta\varepsilon = 82 + 2 = 84$$

дисперсія S_y :

$$S_y = \bar{y} \cdot V_x = 84 \cdot 0,00976 = 0,82 \text{ \%}.$$

Виберемо $\alpha = 0,01$, $\beta = 0,01$ та розрахуємо коефіцієнти a і b .

$$a = \frac{\bar{x} + \bar{y}}{2} = \frac{82 + 84}{2} = 83,$$

$$b = \frac{S_y^2}{\Delta} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} = \frac{0,82^2}{2} \cdot \ln \frac{0,99}{0,01} = 1,55$$

Результати розрахунків статистичної оптимізації процесу наведені у табл. 3.3

Таблиця 3.3 – Результати дослідження статистичної оптимізації процесу

№ досліду	1	2	3	4	5	6
Y_i	83,1	83,5	83,8	84,2	84,0	84,3
$L_1 = an + b$	84,55	167,55	250,55	333,55	416,55	499,55
$L_0 = an - b$	81,45	164,45	247,45	330,45	413,45	496,45
ΣY_i	83,1	166,6	250,4	334,6	418,6	502,9

Результати досліджень показують, що впровадження автоматизації технологічного процесу є доцільним, тому що вже на четвертому досліді система оптимізації показує ефект (вилучення вуглеводневого флюїду Y_i досягає максимуму 84,2%), а п'ятий і шостий досліді підтверджують наявність ефекту.

3.1.2.5. Критерій Фішера (F-критерій)

Парне порівняння дисперсій

Дві вибіркові сукупності можуть не розрізнятись значимо за своїм середнім значенням, але розрізнятись за стандартними відхиленнями (або дисперсіями). Задача порівняння дисперсій виникає при порівнянні точності різних приладів або методів вимірювання, а також в розглянутих вище застосуваннях t -критерію, коли доводиться попередньо перевіряти рівність дисперсій.

Якщо різниця між ними лежить у межах можливих випадкових коливань, то ці вибірки належать до однієї генеральної сукупності. Нуль-гіпотеза полягає у припущенні, що $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. Для вирішення питання про випадкове або не випадкове розходження дисперсій розглядають відношення більшої емпіричної дисперсії до меншої:

$$S_1^2 / S_2^2 = F > 1. \quad (3.20)$$

Потім задають бажану надійність висновку $P = 0,95$ або $P = 0,99$ і по таблиці (додаток Б) критичне значення відношення F , що відповідає даним числам ступенів свободи f_1 і f_2 (число ступенів свободи f_1 відноситься до більшої емпіричної дисперсії). Якщо відношення (3.20), розраховане за результатами досліджень, буде більше критичного значення, то розходження дисперсій вважають не випадковим (значимим) з надійністю P .

Приклад 3.4. При визначенні вмісту води у видобутій нафті використані два методи аналізу. Першим методом аналізу виконано 5 вимірювань, другим – 8. Результати дослідження методів аналізу наведено у табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Результати дослідження методів аналізу

n	І аналіз			ІІ аналіз		
	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_i	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	27,5	0,04	0,0016	27,9	0,85	0,7225
2	27,0	- 0,44	0,1936	26,5	- 0,55	0,3025
3	27,3	- 0,14	0,0196	27,2	0,15	0,0225
4	27,6	0,16	0,0256	26,5	- 0,55	0,3025
5	27,8	0,36	0,1296	27,0	- 0,05	0,0025
6	—	—	—	27,4	0,35	0,1225
7	—	—	—	27,3	0,25	0,0625
8	—	—	—	26,8	0,25	0,0625
Σ	137,2	—	0,3700	216,4	—	1,6000
Середнє	27,44	—	—	27,05	—	—

Нуль-гіпотеза полягає у припущенні, що між методами аналізу немає розходження у відношенні відтворюваності результатів аналізів.

Виконуємо розрахунок наступних параметрів:

*Вибіркові дисперсії I і II:

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n_x - 1} = \frac{0,37}{5 - 1} = 0,0925;$$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n_y - 1} = \frac{1,60}{8 - 1} = 0,2657.$$

**Відношення більшої емпіричної дисперсії до меншої:*

$$F = S_y^2 / S_x^2 = 0,2657 / 0,0925 = 2,87.$$

При $f_x = 4$ і $f_y = 7$ по таблиці значень критерію Фішера (додаток Б) знаходимо $F_{(0,95; 4; 7)} = 6,09$.

Таким чином, отримане значення параметру F менше табличного і, відповідно, припущення, що між методами аналізу немає розходження у відношенні відтворюваності результатів аналізів правильне.

3.1.2.6. Критерій Кохрена (G-критерій)

Порівняння декількох дисперсій

Якщо серед декількох приладів (або декількох серій вимірювань) виявлений прилад (серія вимірювань), емпірична дисперсія S_1^2 якого помітно відрізняється від інших, необхідно з'ясувати, чи можна вважати відмінність виділеної дисперсії S_1^2 від інших випадковою чи цю відмінність слід вважати значимою. Для відповіді на це питання кожним з m досліджуваних приладів роблять однакове число n вимірювань, підраховують емпіричні дисперсії $S_1^2, S_2^2, \dots, S_m^2$ (при цьому $S_1^2 < S_i^2$) і порівнюють найбільшу дисперсію з сумою усіх дисперсій:

$$G = \frac{S_1^2}{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_m^2}. \quad (2.21)$$

Якщо відношення (3.21) буде більше критичного (додаток В), то відмінність першої дисперсії від інших вважається суттєвою, тобто перший прилад (перша серія вимірювань) володіє меншою точністю, ніж інші. У протилежному випадку для такого твердження немає достатніх підстав.

Приклад 3.5. Кожна з чотирьох лабораторій виконала аналіз 17 проб нафти для визначення процентного вмісту сірки при одних і тих же умовах. Дисперсії виявилися рівними відповідно 0,40; 0,25; 0,34 і 0,21. Чи можна вважати, що усі вимірювання забезпечують однакову відтворюваність результатів, тобто розходження між дисперсіями незначиме?

Виконуємо розрахунок критерію G :

$$G = \frac{S_1^2}{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_4^2} = \frac{0,40}{0,40 + 0,25 + 0,34 + 0,21} = 0,3333.$$

При числі ступенів свободи $f = 16$ і числі вибірок $k = 4$ по таблиці значень критерію Кохрена (додаток В) знаходимо $G_{(0,95; 17; 4)} = 0,4884$.

Таким чином, отримане значення параметру G менше табличного і можна зробити висновок, що розходження між дисперсіями незначиме і усі вимірювання забезпечують однакову відтворюваність результатів.

3.1.2.7. Критерій Пірсона (χ^2 -критерій)²

Порівняння розподілу ймовірностей

Критерій узгодженості Пірсона (критерій χ^2 або "критерій хі-квадрат") використовується для перевірки гіпотези про закон розподілу. Якщо необхідно порівняти не тільки основні параметри вибірки, а й увесь розподіл ймовірностей, застосовують критерій Пірсона χ^2 (додаток Г). Цим критерієм можна довести приналежність даної вибірки до нормального розподілу, довести, що два емпіричних розподіли належать до одного й того ж типу, визначити чи значимо відрізняється частота появи якої-небудь події від очікуваного значення у всіх інтервалах, де ці значення передбачені на основі теоретичних уявлень або математичної моделі.

Нуль-гіпотеза полягає у припущенні, що між емпіричними і теоретичними розподілами не існує ніякого розходження. Вибірку з n значень ділять на m класів (інтервалів), при цьому повинно бути $m \approx \sqrt{n}$. Для кожного такого класу визначають абсолютну частоту h значень вимірюваної величини і порівнюють її з частотою h_t , що теоретично очікується у відповідності з моделлю:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(h - h_t)^2}{h_t}. \quad (3.22)$$

Якщо теоретично знайдене значення h_t для окремих класів (інтервалів) достатньо велике ($h_t > 5$), то воно буде належати χ^2 -розподілу з числом ступенів свободи $f = m - k$. При цьому k задається числом параметрів, що необхідні для характеристики вибірки. Для нормального розподілу $k = 3$.

² У даному випадку критерій узгодженості Пірсона. Існує також коефіцієнт кореляції Пірсона (позначають «г») — в статистиці, показник кореляції (лінійної залежності) між двома змінними X та Y , який набуває значень від -1 до $+1$ включно.

Якщо $\chi^2 \succ \chi^2_{(P; f)}$, то гіпотеза, яка перевіряється, відкидається, тобто між емпіричним і теоретичним розподілами імовірностей існує значиме розходження. Розходження незначиме, якщо $\chi^2 \prec \chi^2_{(P; f)}$.

Приклад 3.6. На нафтопереробному заводі за добу трьома змінами випущено надпланової продукції відповідно: 2, 13 і 15 т. Чи можна вважати розходження між кількістю надпланової продукції по змінах випадковим? Дані про роботу змін наведені у табл. 3.5.

Таблиця 3.5 – Результати роботи змін

Випуск надпланової продукції	Зміна			Разом
	I	II	III	
Фактичний	2	13	15	30
Очікуваний	10	10	10	30

Очікувана кількість надпланової продукції повинна бути однаковою для кожної зміни і дорівнює $h_t = 30/3 = 10$.

Виконуємо розрахунок критерію χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(h - h_t)^2}{h_t} = \frac{(2-10)^2}{10} + \frac{(13-10)^2}{10} + \frac{(15-10)^2}{10} = 9,8.$$

Для рівня значимості $\alpha = 0,05$ і числа ступенів свободи $f = 3 - 1 = 2$ за табл. в додатку Г визначаємо параметр $\chi^2 = 6,0$. Значить випуск надпланової продукції значимо залежить від зміни.

3.1.3 Моделювання із застосуванням «активних» і «пасивних» методів експерименту

У практиці досліджень, оснований на плануванні експерименту і математичній обробці їх результатів одержали широке розповсюдження «пасивні» і «активні» методи експерименту.

Під «пасивним» експериментом звичайно розуміють одержання інформації про процес або об'єкти в умовах поточної експлуатації, при якій реєструються випадкові входні і вихідні параметри. Експериментатор знаходиться в становищі пасивного спостерігача. Завдання планування в цьому випадку зводиться до оптимальної організації збору інформації та вирішення таких питань, як вибір кількості та частоти вимірювань, вибір методу обробки результатів вимірювань. Методи обробки результатів

«пасивного» експерименту базуються на класичних *дисперсійному, кореляційному і регресійному* аналізах.

На відміну від «пасивного» «активний» експеримент передбачає наперед заплановану зміну вхідних параметрів, що дозволяє значно скоротити кількість дослідів. Методи планування оптимальних експериментів базуються на так званій «активній статистиці» або «активному експерименті», які використовують методи крутого сходження, симплексного, еволюційного і ротатабельного центрально-композиційного планування.

Застосовують два методи планування експерименту: класичний (метод Зайделя-Гауса) і статистичний.

При *класичному методі* по чергово змінюється кожний фактор до визначення часткового максимуму при постійному значенні усіх інших факторів. Число дослідів необхідне для знаходження оптимальних умов процесу, залежить від числа факторів, взаємного впливу факторів і числа варіацій кожного з них. Мінімальне число дослідів буде відповідати припущенню, що взаємодія факторів відсутня, а максимальне число дослідів буде відповідати припущенню, що оптимальне значення будь-якого фактора буде суттєво змінюватись залежно від поєднання інших. Наприклад, при чотирьох факторах і п'яти варіаціях мінімально необхідне число дослідів буде $5^4 = 625$.

При дослідженні багатокомпонентних флюїдів роблять вибірку постановку окремих серій дослідів. При цьому у більшості випадків вдається підібрати не оптимальний режим переробки таких флюїдів, а тільки деяке наближення до нього. Постановка ж повного експерименту для урахування взаємодії факторів, якщо й можлива, то малокорисна, тому що до часу закінчення експериментів результати перших виявляться непорівнянні з останніми внаслідок неконтрольованих змін властивостей вихідних матеріалів, обладнання і т.д. Крім того, більшість результатів, що отримані у таких громіздких експериментах, не являють інтересу, так як немає необхідності знати залежність параметра оптимізації в області, яка знаходиться далеко від оптимальних умов досліджуваного процесу.

Область застосування класичного методу обмежується знаходженням часткових залежностей між двома-трьома параметрами. Ці залежності являють інтерес, головним чином для теоретичної інтерпретації, особливо у випадку наявності двох або декількох екстремумів. У цьому випадку необхідно отримати експериментальні точки в усьому діапазоні зміни параметра.

Якщо метою дослідження є встановлення оптимальних умов процесу, класичний метод неефективний. Крім того, складні системи, наприклад ректифікаційна колона, часто взагалі не допускають зміни одного фактора внаслідок їхнього внутрішнього взаємозв'язку. Зміна одного фактора може служити причиною зміни інших.

Методи *статистичного планування експериментів* ґрунтуються на одночасній зміні багатьох факторів, при цьому плани експериментів допускають таку наступну статистичну обробку даних, яка дозволяє виділити вплив кожного окремого фактора і їхньої сукупності на зміну вихідних параметрів процесу. Метод статистичного планування можна застосовувати при таких обмежуючих умовах:

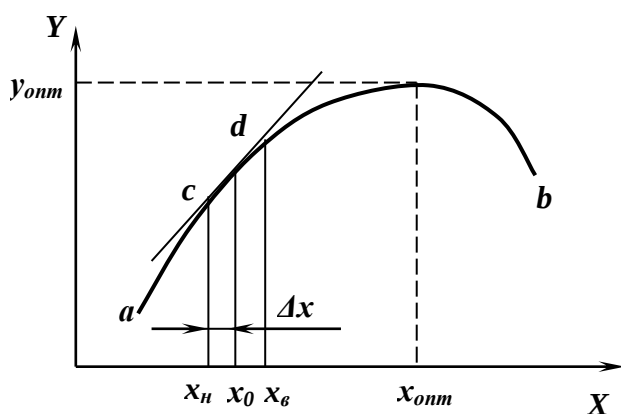
- існує вихідний параметр (цільова функція, функція відгуку) процесу, що кількісно і однозначно визначає його ефективність (можливо при обмеженнях, що накладаються на інші вихідні параметри);
- функція відгуку безперервна, тобто при зміні значень факторів ця функція змінюється безперервно;
- функція відгуку має один екстремум, тобто існує одне оптимальне співвідношення факторів, при якому цільова функція має максимальне (мінімальне) значення;
- відомі усі фактори, що суттєво впливають на процес, а фактори, що плануються у експерименті, управляються, тобто можна змінювати їхнє значення за раніше складеним планом;
- результати експериментів відтворювані. Похибка відтворюваності суттєво менше зміни вихідного параметра під впливом заданої зміни значень вхідних факторів.

Експериментально-статистичні методи дозволяють навіть при низькому рівні теоретичних знань про механізм процесу одержати математичну модель, яка включає усі суттєві фактори незалежно від їхнього фізичного смислу. Ці методи дозволяють при значному скороченні кількості дослідів отримати більшу інформацію, ніж при класичному методі. Статистика дозволяє оцінити надійність отриманих результатів, розрахувати довірчі інтервали окремих дослідів, екстремальних точок і коефіцієнтів рівнянь.

Припустимо, що на процес впливає тільки один фактор, тоді зміна параметра оптимізації y в залежності від фактора x може бути представлена графічно у вигляді кривої ab (рис. 3.3) і аналітично:

$$Y = f(X). \quad (3.23)$$

Така функція називається *функцією відгуку*, екстремум якої має координати x_{opt} і y_{opt} . При плануванні першої серії дослідів рівень фактора x_0 називається нульовим рівнем, Δx – інтервал варіювання, x_n – нижній рівень (кодується «-»), x_v – верхній рівень (кодується «+»). В результаті перших двох дослідів можна зробити висновок, що значення x необхідно збільшувати.



При двох факторах функція відгуку графічно може бути представлена як поверхня у тримірному просторі або рівнянням:

$$Y = f(X_1, X_2). \quad (3.24)$$

На рис. 3.4 нанесені криві рівного значення параметра оптимізації для двох змінних X_1 і X_2 .

При класичному методі спочатку дослідник фіксує змінну X_1 , рухається з точки O в напрямку змінної X_2 і визначає точку P , що відповідає екстремальному значенню параметра оптимізації. В точці P фіксується змінна X_2 і починається рух у напрямку осі X_1 . Що дозволяє знайти точку Q . Знову фіксується X_1 і продовжується рух по X_2 і т.д. до досягнення оптимуму. Очевидно, що більш ефективним є план, за яким первісно визначається напрямок Q , а докладніше вивчення поверхні відгуку здійснюється в оптимальній області.

У випадку великого числа факторів графічне представлення функції неможливе, а загальний вигляд аналітичного рівняння, яке її описує:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (3.25)$$

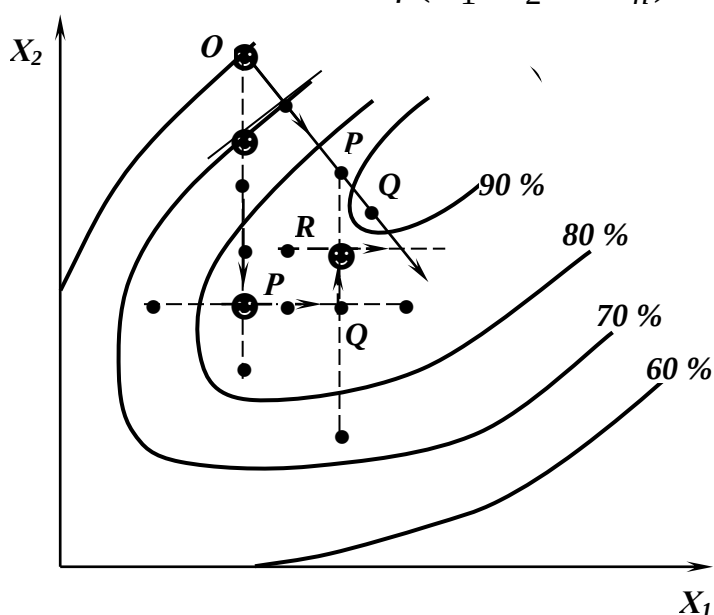


Рисунок 3.4 – Рух до максимуму поверхні відгуку методами однофакторного експерименту і крутого сходження.

Ефективність планування особливо відчутна при вивченні і моделюванні багатofакторних процесів.

Досліди повинні бути рандомізовані, тобто виконуватися у послідовності, яка встановлюється за допомогою таблиці випадкових чисел, або будь-якої процедури, що забезпечує випадковий характер проведення дослідів. Рандомізація дозволяє нівелювати систематичні (напр., періодичні) впливи факторів, що не контролюються.

3.1.4. «Пасивні» методи моделювання із застосуванням дисперсійного, регресійного і кореляційного аналізів

Обробка експериментальних даних при «пасивному» експерименті здійснюється з використанням *дисперсійного, кореляційного і регресійного аналізів*.

3.1.4.1. Дисперсійний аналіз

В основу дисперсійного аналізу покладено принцип: якщо на випадкову величину діють взаємно незалежні фактори А, В, ..., то загальна дисперсія дорівнює сумі дисперсій, зумовлених дією окремо кожного з факторів: $\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \dots$ Таким чином, дисперсійний аналіз використовує властивість адитивності дисперсії випадкової величини, що обумовлено дією незалежних факторів.

У технологічних процесах видобування і переробки природних вуглеводнів похибка відтворюваності технологічних експериментів, яка оцінюється за допомогою дисперсії, може бути наслідком не однієї, а декількох причин або операцій. Так, наприклад, при дослідженні якості нафти і продуктів її перегонки дисперсія результатів може складатися з ряду компонентів: хімічного аналізу, відбору проби та промислового експерименту. Якщо відома величина компонентів дисперсії, удосконалюють відповідні операції, щоб найбільш ефективно знизити сумарну помилку експерименту.

При напівпромислових та промислових дослідженнях важливість роздільної оцінки дисперсій, пов'язаних з варіацією сортності корисної копалини, точністю підтримки режиму видобування чи переробки і помилкою аналізу, визначається необхідністю підбору такого режиму технологічного процесу, який одночасно з високими середніми показниками забезпечує високу стабільність результатів при зміні умов.

Рішення подібних задач складає предмет дисперсійного аналізу. За допомогою дисперсійного аналізу визначаються дисперсії, що обумовлені дією кожного фактора окремо і їх взаємодією, і оцінюється статистична значимість цих величин з урахуванням похибки відтворюваності.

Дисперсійний аналіз можна виконувати тільки при наступних умовах:

- серії вимірювань можна розглядати як випадкові вибірки з генеральних сукупностей, які підпорядковані нормальному розподілу;
- дисперсії, що обумовлені похибками відтворюваності, для усіх серій вимірювань однорідні. Якщо такої упевненості немає, необхідно перевірити однорідність дисперсій з використанням критеріїв Кохрена або Фішера.

Однофакторний дисперсійний аналіз

У випадку дії на процес одного фактора (найпростіший випадок), задачу можна сформулювати таким чином: нехай спостерігають m незалежних нормально розподілених величин $x_1, x_2, \dots, x_m$, та при цьому припускають, що усі вони мають одне й теж середнє квадратичне відхилення S . На кожному рівні (значенні) змінного входного фактора виконується n спостережень (табл. 3.6).

Таблиця 3.6 – Результати спостережень

№ випробування, i	№ приладу (рівні фактора), j			
	1	2	3	m
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1m}
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2m}
...	...	...	...	...
n	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nm}
Групова середня, $\bar{x}_{epj}$	$\bar{x}_{ep1}$	$\bar{x}_{ep1}$	...	$\bar{x}_{epm}$

У задачі необхідно на рівні значимості α перевірити нульову гіпотезу про рівність групових середніх при допущенні, що групові генеральні дисперсії хоча й невідомі, але однакові.

Для рішення цієї задачі вводяться:

- *спільна сума* квадратів відхилень спостережених значень ознаки від спільної середньої:

$$S_{cn} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x})^2; \quad (3.26)$$

- *факторна сума* квадратів відхилень групових середніх від спільної середньої (характеризує розсіювання між групами):

$$S_{факт} = m \sum_{j=1}^m (\bar{x}_{epj} - \bar{x})^2; \quad (3.27)$$

- *залишкова сума* квадратів відхилень спостережених значень групи від своєї групової середньої (характеризує розсіювання всередині груп):

$$S_{зал} = S_{cn} - S_{факт}. \quad (3.28)$$

Для обчислення спільної і факторної сум зручні такі формули:

$$S_{cn} = \sum_{j=1}^m P_j - \frac{\left[\sum_{j=1}^m R_j \right]^2}{mn}, \quad (3.29)$$

$$S_{факт} = \frac{\sum_{j=1}^m R_j^2}{n} - \frac{\left[\sum_{j=1}^m R_j \right]^2}{mn}, \quad (3.30)$$

де $P_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}^2$ – сума квадратів спостережених значень ознаки на рівні

m_j ; $R_j = \sum_{i=1}^n x_{ij}$ – сума спостережених значень ознаки на рівні m_j .

Якщо спостережені значення ознаки є порівняно великими числами, то для спрощення обчислень віднімають з кожного значення одне й теж число C , яке приблизно дорівнює спільній середній.

Якщо зменшені значення $y_{ij} = x_{ij} - C$, то маємо:

$$S_{cn} = \sum_{j=1}^m Q_j - \frac{\left[\sum_{j=1}^m T_j \right]^2}{mn}, \quad (3.31)$$

$$S_{факт} = \frac{\sum_{j=1}^m T_j^2}{n} - \frac{\left[\sum_{j=1}^m T_j \right]^2}{mn}, \quad (3.32)$$

де $Q_j = \sum_{i=1}^n y_{ij}^2$ – сума квадратів зменшених значень ознаки на рівні m_j ;

$T_j = \sum_{i=1}^n y_{ij}$ – сума зменшених значень ознаки на рівні m_j .

Факторну і залишкову суми ділять на відповідне число ступенів свободи і знаходять факторну і залишкову дисперсії:

$$S_{факт}^2 = \frac{S_{факт}}{m-1}, \quad (3.33)$$

$$S_{зал}^2 = \frac{S_{зал}}{m(n-1)}. \quad (3.34)$$

Після цього порівнюють факторну і залишкову дисперсії за критерієм Фішера:

$$F_{\text{спост}} = S_{\text{факт}}^2 / S_{\text{зал}}^2 . \quad (3.35)$$

Якщо $F_{\text{спост}} < F_{\text{кр}}$ – розходження групових середніх незначиме.

Якщо $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$ – розходження групових середніх значиме.

Якщо факторна дисперсія виявиться меншою залишкової, то звідси випливає справедливність нульової гіпотези про рівність групових середніх, тому подальші обчислення (порівняння дисперсій за допомогою критерію F) зайві.

Однофакторний аналіз вимагає не менше трьох градацій фактора і не менше двох випробовувань у кожній градації.

Приклад 3.7. При сумісному аналізі точності групи вимірювальних приладів (потенціометрів) вирішується питання: чи можна вважати їхні систематичні похибки однаковими. Число потенціометрів – m ($m = 3$) і кожний з них вимірює рН однієї і тієї ж пульпи n раз ($n = 4$). Результати досліджень наведені у табл. 3.7.

Таблиця 3.7 – Результати досліджень

Число вимірювань n	Число рівнів фактора (число потенціометрів) m		
	1	2	3
1	13,5	13,0	12,1
2	13,2	12,4	12,2
3	13,1	12,6	13,4
4	13,0	12,0	13,1
Σ	58,2	50,0	50,8
Середнє	13,2	12,5	12,7

Для спрощення обчислень віднімаємо з кожного спостереженого значення спільну середню $\bar{x} = (13,2 + 12,5 + 12,7) / 3 = 12,8$ і переходимо до зменшених величин, напр., $y_{11} = x_{11} - 12,8 = 13,5 - 12,8 = 0,7$ і т.д.

Складають розрахункову таблицю (табл. 3.8) та з використанням підсумкового стовпця обчислюють спільну, факторну і залишкову суми квадратів відхилень при числі рівнів фактора $m = 3$ і числі вимірювань на кожному рівні $n = 4$.

Таблиця 3.8 – Розрахункова таблиця

№ дос- ліду	Рівні фактора						Підсум- ковий стовпець
	m_1		m_2		m_3		
	y_{i1}	y_{i1}^2	y_{i2}	y_{i2}^2	y_{i3}	y_{i3}^2	
1	0,7	0,49	0,2	0,04	- 0,7	0,49	
2	0,4	0,16	- 0,4	0,16	- 0,6	0,36	
3	0,3	0,09	- 0,2	0,04	0,6	0,36	
4	0,3	0,04	- 0,8	0,64	0,3	0,09	
Q_i		0,78		0,88		1,30	$\Sigma Q_i=2,96$
T_j	1,6		- 1,2		- 0,4		$\Sigma T_j=0$
T_j^2	2,56		1,44		1,69		$\Sigma T_j^2=5,69$

Виконуємо розрахунок наступних параметрів:

**Спільна сума квадратів відхилень:*

$$S_{cn} = \sum_{j=1}^m Q_j - \frac{\left[\sum_{j=1}^m T_j \right]^2}{mn} = 2,96 - 0 = 2,96 .$$

**Факторна сума квадратів відхилень:*

$$S_{факт} = \frac{\sum_{j=1}^m T_j^2}{n} - \frac{\left[\sum_{j=1}^m T_j \right]^2}{mn} = \frac{5,69}{4} - 0 = 1,42 .$$

**Залишкова сума квадратів відхилень:*

$$S_{зал} = S_{cn} - S_{факт} = 2,96 - 1,42 = 1,54 .$$

**Факторна дисперсія:*

$$S_{факт}^2 = \frac{S_{факт}}{m-1} = \frac{1,42}{3-1} = 0,71 .$$

** Залишкова дисперсія:*

$$S_{зал}^2 = \frac{S_{зал}}{m(n-1)} = \frac{1,54}{3(4-1)} = 0,17 .$$

Порівняння факторної і залишкової дисперсії за допомогою критерію Фішера:

$$F_{спост} = S_{факт}^2 / S_{зал}^2 = 0,71 / 0,17 = 4,17 .$$

По таблиці значень критерію Фішера (додаток Б) при числі ступенів свободи чисельника $f_1 = 2$, а знаменника $f_2 = 9$ знаходимо $F_{(0,95; 2; 9)} = 4,26$.

Так як $F_{\text{спост}} < F_{\text{кр}}$ немає підстав для відкидання нуль-гіпотези і, відповідно, розходження між груповими середніми незначиме, тобто усі групи спостережень вилучені з однієї генеральної сукупності.

Двофакторний дисперсійний аналіз

При збільшенні числа факторів, що впливають на результати дослідження, процедура дисперсійного аналізу принципово не змінюється, однак розрахунки ускладнюються.

Задача двофакторного дисперсійного аналізу (двоступінчастої класифікації, крос-класифікації) пов'язана з експериментом, у якому одночасно діють два фактори A і B , що варіюють на k і m рівнях відповідно.

Оцінку відтворюваності результатів досліджень за допомогою двофакторного дисперсійного аналізу розглянемо на прикладі.

Приклад 3.8. Досліджувались три реагентних режими приготування тампонажного розчину (фактор A) для чотирьох проб тампонажного матеріалу³ (фактор B). На кожній пробі з кожним режимом було проведено по два досліди. Необхідно оцінити вплив цих факторів на зміну твердості тампонажного каменю. Результати досліджень наведені у розрахунковій табл. 3.9.

Таблиця 3.9 – Результати опробування і розрахунку

№ режиму (фактор A)	№ проби тампонажного матеріалу (фактор B)				X_A	X_B
	1	2	3	4		
1	2	3	2	4	22	484
	2	4	3	2		
	$X_{11} = 4$	$X_{12} = 7$	$X_{13} = 5$	$X_{14} = 6$		
2	1	0	1	- 1	2	4
	2	- 1	1	- 1		
	$X_{21} = 3$	$X_{22} = - 1$	$X_{23} = 2$	$X_{24} = - 2$		
3	3	6	- 2	1	18	324
	2	5	1	2		
	$X_{31} = 5$	$X_{32} = 7$	$X_{33} = - 1$	$X_{34} = 3$		
X_B	12	17	6	7	42	1764
X_B^2	144	289	36	49	518	300/160

Розрахунок виконується за формулами наведеними в табл. 3.10, де X_A – сума усіх значень варіантів рядка A ; X_B – сума усіх значень варіантів

³ Тампонажні матеріали — матеріали, які при змішуванні з водою або водними розчинами солей, утворюють суспензії, здатні в умовах свердловини перетворюватися в практично непроникне тверде тіло.

стовпця B ; X – сума усіх значень варіантів таблиці; n – число варіантів у кожній клітинці.

Таблиця 3.10 – розрахункові формули

Розсіювання	Сума квадратів	Число ступенів свободи	Дисперсія
Між стовпцями A	$S_A^2 = \frac{\sum_{a=1}^k X_A^2}{mn} - \frac{X^2}{km}$	$f_A = k - 1$	S_A^2 / f_A
Між рядками B	$S_B^2 = \frac{\sum_{b=1}^m X_B^2}{kn} - \frac{X^2}{km}$	$f_B = m - 1$	S_B^2 / f_B
Взаємодія факторів AB	$S_{AB}^2 = \sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{n=1}^n X - \frac{X^2}{km} - (S_A^2 + S_B^2 + S_Z^2)$	$f_{AB} = (k - 1)(m - 1)$	S_{AB}^2 / f_{AB}
Відтворюваність	$S_Z^2 = \sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{n=1}^n X - \frac{\sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{n=1}^n X^2}{n}$	$f_Z = km \times (n - 1)$	S_Z^2 / f_Z
Сума	$S^2 = \sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{n=1}^n X^2 - \frac{X^2}{kmn}$	$f = km \times (n - 1)$	S^2 / f

З використанням формул табл. 3.10 виконуємо розрахунок наступних параметрів:

*Середні арифметичні:

$$X = \sum_{a=1}^k X_A = \sum_{b=1}^m X_B = 22 + 2 + 18 = 12 + 17 + 6 + 7 = 42;$$

$$\sum_{a=1}^k X_A^2 = 484 + 4 + 324 = 812;$$

$$\sum_{b=1}^m X_B^2 = 144 + 289 + 36 + 49 = 518 ;$$

$$\sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_{abi} \right)^2 = 4^2 + 7^2 + 5^2 + 6^2 + \dots + (-1)^2 + 3^2 = 300;$$

$$\sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{i=1}^n x_{abi}^2 = 2^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 1^2 + 2^2 = 160.$$

**Сума квадратів, що характеризують розсіювання окремих спостережень під впливом:*

– фактора A :

$$S_A^2 = \frac{\sum_{a=1}^k X_A^2}{mn} - \frac{\left(\sum_{a=1}^k X_A \right)^2}{kmn} = \frac{812}{4 \cdot 2} - \frac{42^2}{3 \cdot 4 \cdot 2} = 28,00;$$

– фактора B :

$$S_B^2 = \frac{\sum_{b=1}^m X_B^2}{kn} - \frac{\left(\sum_{b=1}^m X_B \right)^2}{kmn} = \frac{518}{3 \cdot 2} - \frac{42^2}{3 \cdot 4 \cdot 2} = 12,83;$$

– випадкових похибок:

$$S_Z^2 = \sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{i=1}^n x_{abi}^2 - \frac{\sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \left(\sum_{i=1}^n x_{abi} \right)^2}{n} = 160 - \frac{300}{2} = 10,00;$$

– взаємодії факторів:

$$S_{AB}^2 = \sum_{a=1}^k \sum_{b=1}^m \sum_{i=1}^n x_{abi}^2 - \frac{\left(\sum_{a=1}^k X_A \right)^2}{kmn} - (S_A^2 + S_B^2 + S_Z^2) =$$

$$= 160 - \frac{42^2}{3 \cdot 4 \cdot 2} - (28 + 12 + 10) = 36,50.$$

**Число ступенів свободи:*

$$f_A = k - 1 = 3 - 1 = 2;$$

$$f_B = m - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$f_{AB} = f_A \cdot f_B = 2 \cdot 3 = 6;$$

$$f_Z = km(n - 1) = 3 \cdot 4 \cdot (2 - 1) = 12.$$

** Середньозважені вибірккові дисперсії:*

$$\bar{S}_A^2 = S_A^2 / f_A = 28 / 2 = 14,00;$$

$$\bar{S}_B^2 = S_B^2 / f_B = 12,83/3 = 4,28;$$

$$\bar{S}_{AB}^2 = S_{AB}^2 / f_{AB} = 36,5/6 = 6,10;$$

$$\bar{S}_Z^2 = S_Z^2 / f_Z = 10/12 = 0,83.$$

**Оцінка значимості факторів A, B і AB за величиною розрахованого параметра Фішера:*

$$F_{A/Z} = \bar{S}_A^2 / \bar{S}_Z^2 = 14/0,83 = 16,87;$$

$$F_{B/Z} = \bar{S}_B^2 / \bar{S}_Z^2 = 4,28/0,83 = 3,55;$$

$$F_{AB/Z} = \bar{S}_{AB}^2 / \bar{S}_Z^2 = 6,1/0,83 = 7,35.$$

Порівнюємо розрахункові і табличні F-параметри і робимо висновки про значимість впливу досліджуваних параметрів на процес приготування тампонажного розчину.

Результати дисперсійного аналізу наведені у табл. 3.11.

Таблиця 3.11 – Результати дисперсійного аналізу

Розходження	S^2	f	$\bar{S}^2$	F_p	F_{99}
По реагентних режимах (A)	28,00	2	14,00	16,87	6,93
По якості проб тампонаж. матеріалу(B)	12,83	3	4,28	3,55	5,95
По взаємодії (AB)	36,50	6	6,10	7,35	4,82
Випадкове	10,00	12	0,83		
Повне	87,33				

Порівняння F-параметрів показує, що вплив факторів A і AB значимий ($F_p > F_{99}$), фактора B – незначимий ($F_p < F_{99}$).

3.1.4.2. Кореляційний і регресійний аналізи

Дисперсійний аналіз дозволяє підтвердити вплив тих або інших факторів на досліджувану результативну ознаку, але він не дає можливості визначити, ні ступінь їхнього впливу (тісноти зв'язку), ні форму залежності. Для вирішення цих питань використовують кореляційний аналіз. Щоб вивчити характер впливу однієї величини x на іншу y , виконують експеримент, при якому вимірюють значення величини y при різних значеннях величини x . Якщо дві змінні величини x і y залежать одна від одної так, що кожному значенню однієї з них відповідає цілком визначене значення іншої, то між ними є функціональний зв'язок. Цей зв'язок може бути виражений рівняннями, вид яких визначається характером існуючого зв'язку.

Автокореляція або автокореляційна функція — це кореляція функції з самою собою зміщеною на певну величину незалежної змінної. Автокореляція використовується для знаходження закономірностей в ряді даних, таких як періодичність. Часто застосовується у статистиці та обробці сигналів для аналізу функцій або серій даних. Графік автокореляційної функції можна отримати, відклавши по осі ординат коефіцієнт кореляції двох функцій (базової та функції зсунуті на величину T) а по осі абсцис величину T . Якщо вихідна функція строго періодична, то на графіку автокореляційної функції теж буде строго періодична функція. Таким чином з цього графіку можна судити про періодичність базової функції, а отже і про її частотні характеристики.

Кореляційний аналіз дозволяє оцінювати тісноту зв'язку різних параметрів і факторів, що впливають на процес. Цей метод широко застосовується при дослідженнях промислових процесів. При визначенні коефіцієнту кореляції, якщо він достатньо високий, можна одержати інформацію, яка дозволяє вибрати основні регульовальні впливи на процес, точки і методи вимірювання факторів і установити мінімально необхідне число параметрів, що вимірюються. Якщо коефіцієнт лінійної кореляції за абсолютною величиною малий, це свідчить про більш складну (нелінійну) залежність між вимірюваними параметрами або про суттєвий вплив на них інших параметрів. У цьому випадку необхідно обчислення більш складної залежності у вигляді нелінійного рівняння. Одержання таких рівнянь методом найменших квадратів є основою регресійного аналізу.

Для кореляційного і регресійного аналізів, як правило, використовуються дані промислового процесу (записи у робочих журналах, відстежені вхідні і вихідні параметри процесів у базах даних комп'ютерів диспетчера та операторів окремих технологічних операцій) і дані спеціального опробування та спеціальних досліджень.

Регресійні моделі можна використовувати, головним чином, для аналізу впливу окремих факторів або їхньої взаємодії. Крім того, на регресійному аналізі ґрунтується планування експериментів для об'єктів, статична характеристика яких за певними каналами має екстремум.

Метод найменших квадратів

Метод найменших квадратів застосовується у тих випадках, коли шукані величини не можна вимірити безпосередньо або представити у вигляді функцій вимірюваних величин. Для знаходження n невідомих величин достатньо виконати m серій спостережень ($m > n$), щоб скласти число рівнянь, необхідне для визначення невідомих величин.

При експериментальному вивченні залежності однієї величини у від іншої величини x виконують ряд вимірювань величини y при різних значеннях величини x . Наприклад, на ректифікаційній колоні отримані різні

вилучення фракції вуглеводнів певної густини при різній тривалості процесу перегонки нафти t в цьому апараті (що детермінується швидкістю висхідного потоку газів). Результати дослідження, що представлені точками в координатах $\varepsilon - t$, створюють кореляційне поле (рис. 3.5).

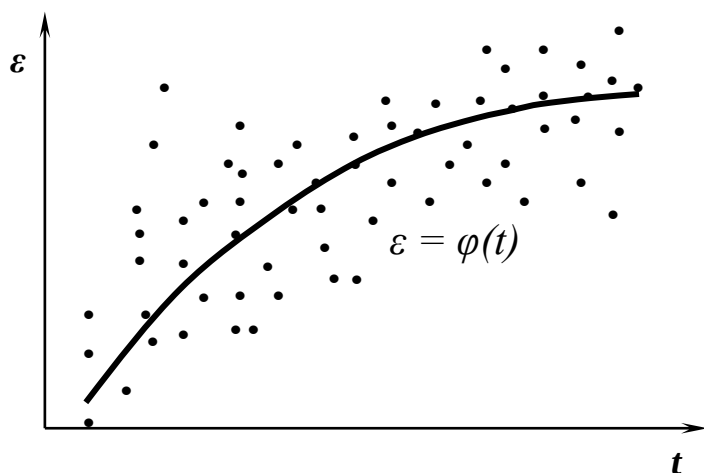


Рисунок 3.5. – Кореляційний зв'язок між тривалістю перегонки нафти і вилученням фракції певної густини.

Через це поле можна провести криву і підібрати формулу, що описує існуючу стохастичну залежність таким чином, щоб параметри цієї кривої були найкращими (з усіх інших кривих). Наявність випадкових похибок вимірювання вказує на недоцільність підбору формули, яка точно би описувала усі дослідні значення, тобто графік шуканої функції не повинен проходити через усі точки (рис. 3.5), а повинен згладжувати випадкові похибки.

Аналітичні вирази, що вибираються на основі теоретичних уявлень, мають вигляд:

$$y = b_1x + b_0; \quad (3.36)$$

$$y = b_2x^2 + b_1x + b_0; \quad (3.37)$$

$$y = b_1e^{b_2x} + b_0; \quad (3.38)$$

$$y = 1/(b_1x + b_0) \quad \text{і т.д.} \quad (3.39)$$

У загальному вигляді:

$$y = \varphi(x, b_0, b_1, \dots, b_n). \quad (3.40)$$

Оцінка параметрів $b_0, b_1, \dots, b_n$ визначається з умови, щоб сума квадратів відхилень вимірюваних значень y_n від розрахункових $\varphi(x_n, a_0, a_1, \dots, a_n)$, тобто величина

$$S^2 = \sum_{n=1}^N [y_n - \varphi(x_n, b_0, b_1, \dots, b_n)]^2, \quad (3.41)$$

приймала найменше значення.

Величина S^2 називається залишковою дисперсією і являє собою суму квадратів відстаней від кожної точки кореляційного поля до лінії регресії по вертикалі. Знаходження значень параметрів $b_0, b_1, \dots, b_n$, при яких функція набуває найменшого значення

$$S^2 = S^2(b_0, b_1, \dots, b_n) \rightarrow \min, \quad (3.42)$$

полягає в рішенні системи рівнянь:

$$\frac{\partial S^2}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial S^2}{\partial b_1} = 0; \quad \dots; \quad \frac{\partial S^2}{\partial b_n} = 0. \quad (3.43)$$

Система рівнянь (3.43) вирішується залежно від виду функцій (3.36) – (3.39). Найбільш вдалим є той вид формули, для якого мінімальна залишкова дисперсія S_{ad}^2 (дисперсія адекватності) є мінімальною.

Точність апроксимації оцінюється залишковою дисперсією S_{ad}^2 , яка визначається помилкою вимірювання величини y при кожному значенні x і, відповідно, не повинна суттєво відрізнятися від дисперсії відтворюваності y $S_{відтв}^2$. Порівняння за критерієм Фішера

$$F = S_{ad}^2 / S_{відтв}^2 \leq F_{P, f_1, f_2} \quad (3.44)$$

вказує на адекватність регресійної моделі.

Як міра оцінки інформативності рівняння регресії прийнято відношення дисперсій:

$$F = S_{(\bar{y})}^2 / S_{ad}^2, \quad (3.45)$$

де $S_{\bar{y}}^2$ – розсіювання відносно середньоарифметичного;

$$S_{(\bar{y})}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \text{середній квадрат відхилень (по ординаті) точок}$$

кореляційного поля від лінії $\bar{y} = C$;

$$S_{ad}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \phi(x_i)]^2 - \text{середній квадрат відхилень (по ординаті) то-}$$

чок кореляційного поля від емпіричної лінії регресії.

При оцінці практичної цінності рівняння регресії важливий не так статистичний рівень значимості, тобто перевищення F_m , як числове значення F . Не має смислу користуватися рівнянням регресії, для якого $F = 1,4$, навіть якщо воно формально значимо. Справді, якщо квадратична похибка,

яка визначає розсіювання результатів спостережень відносно рівняння регресії, менше, ніж похибка, яка характеризує розсіювання результатів відносно середнього, усього в $\sqrt{1,4} \approx 1,2$ рази, то зрозуміло, що переваги рівняння регресії у порівнянні з рівнянням $y = \bar{y}$ несуттєві.

Регресійні моделі технологічних процесів, що отримані як в результаті активного експерименту, так і в результаті пасивної обробки даних, можуть служити для розрахунку оптимальних значень параметрів. Математичні моделі містять також суттєву інформацію про вплив окремих факторів і ефектів взаємодії факторів. Величина коефіцієнтів рівняння оцінює ступінь впливу даного параметра або їхньої взаємодії. Суттєву інформацію дає знак, яким показує напрям зміни параметра оптимізації (його зменшення «-» або збільшення «+»).

Кореляція

Про наявність або відсутність зв'язку між двома випадковими величинами у першому наближенні судять по кореляційному полю.

Для характеристики тісноти зв'язку між величинами X і Y використовують безрозмірну величину – коефіцієнт кореляції r_{xy} , що змінюється у межах $-1 < r_{xy} < +1$. Позитивна кореляція між випадковими величинами характеризує таку імовірнісну залежність між ними, коли при зростанні однієї друга у середньому теж буде зростати. Негативна кореляція характеризує залежність, коли при зростанні однієї випадкової величини друга у середньому зменшуватиметься. Величина коефіцієнта кореляції визначає тісноту зв'язку між випадковими величинами: чим більше значення r_{xy} , тим тісніше статистичний зв'язок. Близьке до нуля значення r_{xy} свідчить про відсутність лінійного зв'язку.

Коефіцієнт парної кореляції визначається за формулами:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}}, \quad (3.46)$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.47)$$

$$r_{xy} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \right] - \bar{x} \bar{y}}{S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}}. \quad (3.48)$$

де n – число вимірювань; $S_{\bar{x}}$ і $S_{\bar{y}}$ – середньоквадратичні відхилення:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} \quad \text{і} \quad S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2} . \quad (3.49)$$

Надійність статистичних характеристик слабшає зі зменшенням обсягу вибірки. Принципово можливі випадки, коли відхилення отриманої величини коефіцієнта кореляції від нуля виявляється статистично незначимим. Зв'язок можна вважати достовірним, якщо:

$$|r| \geq tS_r, \quad (3.50)$$

де r – абсолютне значення коефіцієнта кореляції; t – критерій Ст'юдента; S_r – середньоквадратична похибка коефіцієнта кореляції:

$$S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}} . \quad (3.51)$$

Критерій надійності коефіцієнта кореляції:

$$\mu = |r|/S_r . \quad (3.52)$$

Якщо $\mu > 2,6$, зв'язок між змінними вважається значимим.

Практично в усіх випадках статистичного дослідження реального процесу коефіцієнт кореляції є досить грубою оцінкою тісноти зв'язку, який має смисл тільки при лінійній залежності між параметрами.

Приклад 3.9. На установку комплексної підготовки газу (УКПГ) надходить природний газ, що містить крім метану два інших компоненти – гази X і Y . При цьому в партіях сировини з підвищеним вмістом X звичайно спостерігається й більш високий вміст Y , тому є підстави очікувати, що ці величини знаходяться у зв'язку між собою. Аналізи 10 проб вихідного природного газу наведені у стовпцях 2 і 3 розрахункової таблиці 3.12.

Таблиця 3.12 – Вихідні дані і результати розрахунку

n	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$	$y_{обч}$
1	2	3	4	5	6	7
1	6,7	2,4	44,89	5,76	16,08	2,15
2	5,4	1,5	29,16	2,25	8,10	1,84
3	7,2	2,3	51,84	5,29	16,56	2,27
4	6,4	1,9	40,96	3,61	12,16	2,07
5	3,9	1,6	15,21	2,56	6,24	1,48
6	2,2	1,1	4,84	1,21	2,42	1,07
7	5,8	2,0	33,64	4,00	11,60	1,93
8	4,3	1,6	18,49	2,56	6,88	1,57
9	4,6	1,7	21,16	2,89	7,82	1,64
10	3,4	1,3	11,56	1,69	4,42	1,36
Σ	49,9	17,4	271,75	31,82	92,28	17,38
Середнє	4,99	1,74	-	-	-	1,74

Виконуємо розрахунок наступних параметрів:

**Середні квадрати відхилення:*

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{271,75}{10} - 4,99^2} = 1,51;$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{31,82}{10} - 1,74^2} = 0,40.$$

**Коефіцієнт кореляції:*

$$r_{xy} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i y_i)^2 \right] - \bar{x} \bar{y}}{S_{\bar{x}} S_{\bar{y}}} = \frac{\frac{92,28}{10} - 4,99 \cdot 1,74}{1,51 \cdot 0,40} = 0,90.$$

Одержаний коефіцієнт кореляції достатньо високий, що вказує на наявність тісного зв'язку між вмістом газів X і Y . Знайдемо рівняння регресії, яке дозволяє обчислити найбільш імовірний вміст одного з газів, якщо відомий вміст іншого.

**Коефіцієнт регресії:*

$$r \frac{S_y}{S_x} = \frac{0,90 \cdot 0,40}{1,51} = 0,24.$$

**Рівняння регресії Y по X :*

$$Y = 1,74 + 0,24(X - 4,99) = 0,54 + 0,24X.$$

З використанням рівняння регресії обчислюють значення $y_{обч}$ і порівнюють з заданими значеннями y_i . У даному випадку результат порівняння задовільний.

Множинна регресія

При вивченні множинної регресії аналітичні вирази у загальному вигляді, що вибираються на основі теоретичних уявлень про процес, мають вигляд:

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n, b_0, b_1, \dots, b_n). \quad (3.53)$$

Наприклад, при вивченні зв'язку між трьома змінними, дві з яких (x_1 і x_2) приймаються за незалежні, третя (y) – за функцію, їхня лінійна регресія визначається залежністю:

$$y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_0. \quad (3.54)$$

З геометричної точки зору це рівняння визначає площину у просторі змінних x_1, x_2, y . Для визначення параметрів b_0, b_1, b_2 використовують спосіб найменших квадратів. Сума квадратів відхилень фактичних аплікату y_i від обчислених $y_{обч,i}$ повинна мати найменше значення:

$$\phi = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{обч.i})^2 \rightarrow \min. \quad (3.55)$$

Функція ϕ буде мати мінімум, якщо b_0, b_1, b_2 задовольняють системі рівнянь:

$$\frac{\partial \phi}{\partial b_0} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial b_1} = 0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial b_2} = 0. \quad (3.56)$$

Диференціювання функції ϕ по змінних b_0, b_1, b_2 дозволяє одержати рівняння множинної регресії:

$$y_i - \bar{y} = b_1(x_{1i} - \bar{x}_1) + b_2(x_{2i} - \bar{x}_2), \quad (3.57)$$

де коефіцієнти b_1, b_2 визначають із застосуванням системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + b_2 \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2) = \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}); \\ b_1 \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2) + b_2 \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 = \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}). \end{array} \right. \quad (3.58)$$

Для оцінки тісноти зв'язку застосовують коефіцієнт множинної кореляції, який визначається через суми квадратів відхилень :

$$R = \sqrt{\frac{b_1^2 \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + b_2^2 \sum_{i=1}^n (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 - 2b_1b_2 \sum_{i=1}^n (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3.59)$$

або через парні коефіцієнти кореляції:

$$R = \sqrt{\frac{r_{yx1}^2 + r_{yx2}^2 - 2r_{yx1}r_{yx2}r_{x1x2}}{1 - r_{x1x2}^2}}, \quad (3.60)$$

де парні коефіцієнти кореляції:

$$r_{x1y} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{1i} y_i) \right] - \bar{x}_1 \bar{y}}{S_{\bar{x}_1} S_{\bar{y}}}; \quad (3.61)$$

$$r_{x_2y} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{2i} y_i) \right] - \bar{x}_2 \bar{y}}{S_{\bar{x}_2} S_{\bar{y}}}; \quad (3.62)$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{1i} x_{2i}) \right] - \bar{x}_1 \bar{x}_2}{S_{\bar{x}_1} S_{\bar{x}_2}}. \quad (3.63)$$

Зв'язок можна вважати достовірним, якщо:

$$|R| \geq t S_R, \quad (3.64)$$

де $|R|$ – абсолютне значення коефіцієнта кореляції; t – критерій Ст'юдента; S_R – середньоквадратична похибка коефіцієнта кореляції:

$$S_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}}. \quad (3.65)$$

Критерій надійності коефіцієнта кореляції:

$$\mu = |R| / S_R. \quad (3.66)$$

Приклад 3.10. В результаті опробування флюїду необхідно встановити залежність між вмістом нафти в легкій (нафтовій) фракції сепаратора (β) і важкій (водній) фракції (ϑ) та вилученням нафти у легку фракцію на певній стадії сепарації (ε). Результати опробування і розрахункові дані наведені у табл. 3.13.

З використанням вихідних даних табл. 3.13 складають рівняння множинної регресії:

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon} + b_1(\beta_i - \bar{\beta}) + b_2(\vartheta_i - \bar{\vartheta})$$

і виконують розрахунок коефіцієнтів і складають рівняння регресії:

$$\begin{cases} b_1 \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2 + b_2 \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})(\vartheta_i - \bar{\vartheta}) = \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}); \\ b_1 \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})(\vartheta_i - \bar{\vartheta}) + b_2 \sum_{i=1}^n (\vartheta_i - \bar{\vartheta})^2 = \sum_{i=1}^n (\vartheta_i - \bar{\vartheta})(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}), \end{cases}$$

тобто:

$$b_1 \cdot 0,971 - b_2 \cdot 0,258 = 11,780;$$

$$-b_1 \cdot 0,258 + b_2 \cdot 0,0854 = -3,590,$$

$$\text{звідки: } b_1 = 4,86; \quad b_2 = -27,38.$$

$$\varepsilon_i = 75,9 + 4,86(\beta_i - 7,78) - 27,38(\vartheta_i - 0,60)$$

$$\text{або } \varepsilon_i = 54,52 + 4,86\beta_i - 27,38\vartheta_i.$$

Оцінка тісноти зв'язку за коефіцієнтом множинної кореляції:

$$R = \sqrt{\frac{b_1^2 \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})^2 + b_2^2 \sum_{i=1}^n (\vartheta_i - \bar{\vartheta})^2 - 2b_1b_2 \sum_{i=1}^n (\beta_i - \bar{\beta})(\vartheta_i - \bar{\vartheta})}{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}},$$

тобто:

$$R = \sqrt{\frac{4,86^2 \cdot 0,971 + (-27,38)^2 \cdot 0,0854 - 4,86 \cdot (-27,38) \cdot (-0,258)}{162,9}} = 0,86$$

Величина коефіцієнта кореляції досить велика, що свідчить про тісний зв'язок досліджуваних параметрів.

Для встановлення достовірності розраховують середньоквадратичну помилку коефіцієнта кореляції:

$$S_R = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}} = \frac{1 - 0,86^2}{\sqrt{10}} = 0,08.$$

При $f = n - 1 = 9$ по таблиці значень критерію Ст'юдента (додаток А) знаходимо $t_{0,95} = 2,26$.

Оскільки

$$|R| > S_R \cdot t, \text{ тобто } 0,86 > 0,08 \cdot 2,26$$

отримана залежність достовірна з коефіцієнтом надійності (значимості):

$$\mu = R/S_R = 0,86/0,082 = 10,5 \quad i \quad \mu > t.$$

Таблиця 3.13 – Результати опробування і попередні розрахунки

n	β_i	ϑ_i	ε_i	$\beta_i - \bar{\beta}$	$\vartheta_i - \bar{\vartheta}$	$\varepsilon_i - \bar{\varepsilon}$	$(\beta_i - \bar{\beta})^2$	$(\vartheta_i - \bar{\vartheta})^2$	$(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2$	$(\beta_i - \bar{\beta}) \cdot (\vartheta_i - \bar{\vartheta})$	$(\beta_i - \bar{\beta}) \cdot (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$	$(\vartheta_i - \bar{\vartheta}) \cdot (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})$	$\varepsilon_{обч}$
1	8,0	0,48	82	0,22	- 0,12	6,1	0,0484	0,0144	37,21	- 0,0264	1,342	- 0,732	80,26
2	8,3	0,52	81	0,52	- 0,08	5,1	0,2704	0,0064	26,01	- 0,0416	2,652	- 0,408	80,62
3	8,1	0,47	80	0,32	- 0,13	4,1	0,1024	0,0169	16,81	- 0,0416	1,312	- 0,533	81,02
4	8,0	0,53	78	0,22	- 0,07	2,1	0,0484	0,0049	4,41	- 0,0154	0,462	- 0,147	78,89
5	7,9	0,62	76	0,12	0,02	0,1	0,0144	0,0004	0,01	0,0024	0,012	0,003	75,93
6	7,7	0,59	75	- 0,08	- 0,01	- 0,9	0,0064	0,0001	0,81	0,0008	0,072	0,009	75,79
7	7,5	0,65	74	- 0,28	0,05	- 1,9	0,0784	0,0025	3,61	- 0,0140	0,532	- 0,095	73,17
8	7,6	0,69	72	- 0,18	0,09	- 3,9	0,0324	0,0081	15,21	- 0,0162	0,702	- 0,351	72,75
9	7,4	0,74	71	- 0,38	0,14	- 4,9	0,1444	0,0196	24,01	- 0,0532	1,862	- 0,686	70,72
10	7,3	0,71	70	- 0,48	0,11	- 5,9	0,2304	0,0121	34,81	- 0,0528	2,832	- 0,649	70,56
Σ	77,8	6,00	759	-	-	-	0,9710	0,0854	162,90	- 0,2580	11,780	- 3,590	759,71
Сер	7,78	0,60	7,59	-	-	-	-	-	-	-	-	-	76,0

Таким чином, зв'язок між вмістом нафти у легкій фракції сепаратора (β) і важкій (водній) фракції (ϑ) та вилученням нафти у легку фракцію (ε) слід вважати значимим. Отримане рівняння регресії дозволяє з достатнім ступенем надійності розраховувати взаємозв'язані технологічні показники ($\beta, \vartheta, \varepsilon$) у залежності один від одного.

3.1.5. «Активний» метод оптимального планування експериментів

Існує декілька методів оптимального планування експериментів, які дозволяють при мінімальній кількості дослідів отримати максимальну інформацію про досліджуваний об'єкт.

3.1.5.1. Техніка постановки «активного» експерименту

Термінологія і основні поняття

Далі ми будемо мати справу з деяким абстрактним об'єктом, на якому здійснюється експеримент. У процесі експерименту дослідник ставить досліди.

Дослід – здійснення визначеної дії на об'єкт і реєстрація одержаного результату.

На об'єкт діють *фактори*. Фактором називається вхідна незалежна змінна, яка може приймати в деякому інтервалі часу визначені значення. Кожний фактор має область визначення (або існування). Ця область може бути безперервною або дискретною, а сам фактор кількісним або якісним.

Приклад кількісного фактора – вміст твердого в пульпі, а якісного фактора – сорт руди, тип реагенту, спосіб флотації і т.п.

До кожного фактора в активному експерименті висувають такі вимоги:

- фактор повинен бути *керованим*;
- фактор повинен бути *операційним*, тобто повинні бути вказані послідовність і спосіб його установки і контролю;
- фактор повинен бути *первинним*, тобто безпосередньо діяти на об'єкт, а не бути функцією інших, більш елементарних діянь;
- фактор повинен бути *незалежним* від інших факторів;
- фактор повинен бути *вимірним* достатньо точно.

До сукупності факторів висувається вимога сумісності, тобто всі їхні комбінації здійснимі, безпечні і незалежні.

Важливим поняттям є *область визначення фактора*. Ця область визначається обмеженнями. Обмеженнями можуть бути:

– *принципові*, напр., температура не може бути менше абсолютного нуля, для конкретного апарата може бути неможливою подача негативної кількості води, вміст компонента не може бути менше нуля і т.п. (це умови фізичної здійсненності);

– *технічні*, пов'язані з можливостями апаратури, дозаторів і т.п.

– *економічні*, пов'язані з дефіцитністю компонентів, тривалістю експерименту і т.п.

Зміна входних факторів приводить до зміни прийнятого критерію досліджуваного процесу (*критерій ефективності, параметр оптимізації, цільова функція*).

Критерій ефективності процесу – це вихідна величина, зміна якої цікавить експериментатора. Звичайно прагнуть досягти екстремального значення цього критерію. У багатьох випадках екстремум може бути технічно недосяжний, тоді знаходять найбільше (або найменше) значення критерію.

Наприклад, якщо прагнуть отримати максимальне вилучення (фракції, компонента суміші тощо), то саме вилучення – цільова функція, якщо прагнуть отримати максимальне вилучення при заданій якості компонента, то фактично відшукується умовний екстремум.

Між параметрами оптимізації і факторами звичайно існує деякий функціональний зв'язок, напр.: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Геометрично, функція для Y може бути представлена у вигляді поверхні, розташованої у багатомірному факторному просторі. Така, поверхня називається *гіперповерхнею*, а якщо функція f – лінійна, то *гіперплощиною*. Геометричне трактування функцій виявляється корисним, тому що у цьому випадку процес руху до екстремуму може бути ототожнений з підйомом (або спуском) на гору, правда, теж багатомірну.

Якщо залежність $Y = f(X_n)$ достатньо точно описує досліджуваний процес в області, яка цікавить експериментатора, то ця залежність називається *статичною моделлю процесу*.

Якщо у залежність включений час, тобто $Y = f(X_n, \tau)$, то така залежність називається *динамічною моделлю процесу*. Модель – це приблизний математичний опис процесу. Якість цього наближення оцінюється *помилками*.

Результат якого-небудь дослідів часто називають *відгуком*, а гіперповерхню – *функцією відгуку*.

У відповідності з цим на відміну від фізичного закону модель може бути доброю або поганою. Більше того, очевидно, існує багато моделей, які описують об'єкт. Різниця між ними буде проявлятися тільки у величині помилки.

Порівняльні експерименти. Метою багатьох робіт не є встановлення деяких абсолютних змінних величин, а тільки встановлення того факту, що деякий набір факторів краще іншого. У цьому випадку, якщо постійно спостерігається різниця між наборами вихідних факторів (тобто рейтинг їх впливу близький або змінюється), можна не вимагати точних вимірювань, а з використанням методів статистики, тільки з необхідною імовірністю встановити факт, що нас цікавить.

Етапи планування експерименту

Розглянуті раніше методи регресійного аналізу базуються на обробці результатів «пасивного експерименту», напр., даних опробування промислового процесу, при цьому математичні методи застосовують тільки на останньому етапі – при обробці результатів спостережень. Планування експерименту передбачає постановку дослідів за деякою раніше складеною схемою (*матрицею*), яка має спеціальні властивості.

Планування експерименту передбачає застосування математичних методів на усіх етапах: при аналізі апріорної інформації, плануванні експерименту, обробці його результатів і прийнятті рішень на проміжних етапах (для вибору стратегії досліджень) і у кінці роботи (для інтерпретації даних).

З ускладненням об'єктів досліджень ефективність традиційного підходу до здійснення активного експерименту, відповідно до якого варіювався один фактор, а інші підтримувались на постійному рівні, різко знизилася. У традиційному підході не враховувався взаємний вплив факторів, вплив середовища та наявність зворотних зв'язків. Крім того, при традиційному підході було потрібно проведення великого числа дослідів.

При активному плануванні експерименту усі фактори, що визначають процес, змінюють (варіюють) одночасно у відповідності з правилами планування, а результати експерименту подають у вигляді математичної моделі. Виділяють такі етапи планування:

- збір і аналіз апріорної інформації;
- обґрунтування критерію ефективності досліджуваного процесу;
- вибір залежних і незалежних змінних, області зміни незалежних змінних (факторного простору);
- визначення методів контролю параметрів;
- вибір типу математичної моделі;
- розробка методики і плану (послідовність проведення) експериментів;
- розробка схеми і методики випробування;
- визначення методу аналізу експериментальних даних;
- здійснення експерименту та перевірка статистичних передумов для отримання даних;

- обробка результатів отримання математичної моделі та її інтерпретація;
- видача рекомендацій.

Розглянемо докладніше деякі етапи експериментування.

3.1.5.2. Визначення критерію процесу та незалежних факторів

Вибір критерію ефективності процесу

Критерій ефективності, оптимізації, цільова функція, вихідний параметр – усе це формалізований зміст наших прагнень і ступінь розуміння, що добре, а що погано у конкретному технологічному процесі. У будь-яких дослідженнях вибір критерію визначає їхній успіх.

Вибір критерію ефективності – складна і важлива задача. Будь-який технологічний процес характеризується рядом вихідних показників. Серед них:

- безпосередньо вимірювані, такі як вихід продуктів, вміст фракції або корисного компонента в продуктах, обсяги переробки, якість продуктів тощо,
- технологічні критерії, що обчислюються: вилучення фракції, компонента, коефіцієнт селективності і ряд інших,
- техніко-економічні, що обчислюються з використанням перших двох груп, цін і витрат: собівартість переробки, рентабельність, прибуток, продуктивність праці і т.д.

Вилучення цільового продукту-вуглеводню є однією з найважливіших характеристик сепараційних процесів. Продуктивність процесу по готовому продукту – другий найважливіший показник. Третя характеристика процесу розділення – якість цільового продукту. Зазначені критерії процесу пов'язані між собою так, що ріст ефективності кожного з них знижує якоюсь мірою ефективність інших. Очевидно, що один показник, напр., вилучення, не може бути критерієм розділення без врахування якості одержуваних продуктів.

Основні вимоги до критеріїв ефективності процесу:

- критерій повинен бути чисельним і однозначним,
- критерій має враховувати кінцеву мету виробництва,
- критерій має бути максимально простим і, за можливістю, мати фізичний сенс.

Сьогодні існує понад 100 критеріїв ефективності технологічного процесу і жоден з них не задовольняє повністю сформульованим вимогам.

У кожному конкретному випадку залежно від поставленої мети приймають найбільш універсальний критерій.

При плануванні екстремальних експериментів часто як критерій приймається два показники. Один з них – основний, за яким відшукується раціональний режим (екстремум), і додатковий, котрий враховує, як правило, які-небудь обмеження.

Визначення незалежних факторів

При дослідженні технологічних процесів дуже важливо виявити усі фактори, що впливають на процес, а також оцінити ступінь їхнього впливу. Якщо який-небудь із значимих факторів не включений у розгляд, але має випадкові відхилення у деякому діапазоні значень, то погрішності результатів експерименту різко зростають. З одного боку, включення до плану досліджень усіх факторів, що суттєво впливають на процес, дуже важливе, тому що експеримент, направлений на відшукування оптимальних умов, може втратити сенс, якщо один або декілька важливих (значимих) факторів не враховані. З іншого боку, включення до програми досліджень усіх факторів, що суттєво впливають на процес, ускладнює задачу – збільшує кількість експериментів і утруднює одержання адекватної моделі.

Ступінь впливу різних факторів на процес неоднакова; звичайно тільки декілька факторів суттєво впливають на кінцеву величину, а інші впливають на неї значно менше. Задача полягає у виявленні й ідентифікації суттєвих факторів на «нульовому» фоні усіх інших, при цьому необхідно ураховувати як якісні, так і кількісні характеристики суттєвих факторів. Виділити суттєві фактори можна на основі аналізу, публікацій і опитування думок спеціалістів (експертна оцінка). Для аналізу такої апріорної інформації застосовують різні методи: дисперсійний аналіз, використання дробових і повних насичених планів експерименту, методи випадкового балансу і розгалуженої стратегії. При виборі факторів необхідно витримувати наступні умови:

- діапазони зміни факторів повинні бути технологічні і «розумні», не можна допускати таких значень, при яких можливі випуск браку або аварія;
- фактори в середині діапазону повинні підпорядковуватися усім передумовам методу найменших квадратів;
- при дуже вузькому діапазоні модель може бути неінформативною.

Фактори можуть мати і якісні відмінності, наприклад різні реагенти, різні конструкції і т.п.

При експериментах на обладнанні, що працює у безперервному режимі, необхідно визначити *тривалість перехідного процесу* після зміни значення будь-якого фактора. Відбір проб, зняття показань можна робити тільки в сталому режимі. Опробування слід робити тільки після закінчення часу t (рис. 3.6).

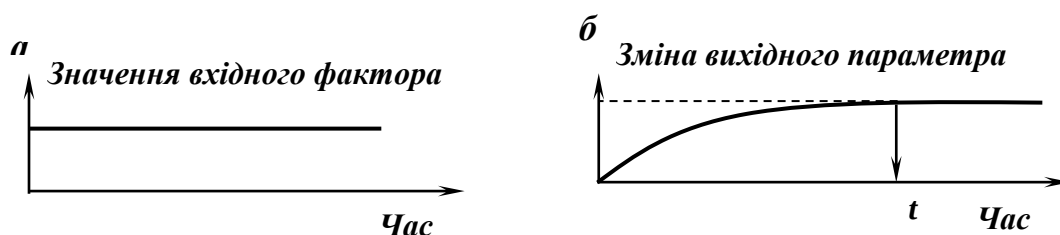


Рисунок 3.6. – Поведінка вихідного параметра при зміні вхідного фактора.

При дослідженні необхідно вибрати залежну змінну, або відгук (функцію відгуку) на вплив факторів. Відгук залежить від мети і специфіки досліджень. Він може бути технологічним (глибина переробки нафти і т.п.), економічним (прибуток, рентабельність і т.п.), статистичним і т.д. Відгук повинен бути чутливим до зміни факторів, легко обчислюваним, виражатися одним числом, мати фізичний смисл тощо.

Структуру моделі дослідник вибирає на основі апріорних знань та інтуїції, при цьому вибір моделі залежить також від знань про об'єкт досліджень, математичного апарату і мети досліджень. Якщо вигляд функції відгуку невідомий, її розкладають у степеневі ряди і подають у вигляді поліному. Поліноміальні моделі дуже ефективні, за певних умов розкладення у степеневі ряди можливе для усіх функцій. З використанням експериментальних даних отримують оцінки параметрів моделі:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (3.67)$$

де $\hat{y}$ – оцінка відгуку; b – оцінки коефіцієнтів.

Для визначення оцінок коефіцієнтів застосовують метод найменших квадратів. Щоб переконатися у правильності оцінки, здійснюють статистичний аналіз, при якому перевіряють значимість коефіцієнтів і адекватність моделі. Під перевіркою значимості коефіцієнту мають на увазі перевірку гіпотези про рівність його нулю, під адекватністю розуміють відповідність моделі дослідним даним.

3.1.5.3. Вибір структури моделі і плану експерименту

Завдяки можливості використання комп'ютера можна вибирати структуру моделі у відповідності до концепції «віяла моделей». Традиційно при дослідженнях розглядалася одна модель або сукупність різних моделей і з них вибиралася єдина (т.зв. дискримінація). Концепція «віяла моделей» полягає у тому, що модель, яка придатна для прогнозування значень від-

гуку, часто виявляється непридатною для екстраполяції, а модель, яка добре описує процес у лабораторних умовах, виявляється непридатною для промислових умов. Все це й обумовило необхідність розгляду різних моделей без їхньої дискримінації.

Наприклад, спочатку розглядають достатньо просту модель, що враховує тільки лінійні ефекти:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i. \quad (3.68)$$

Потім розглядають ефекти взаємодії факторів, тобто $x_i x_j$ при $i \neq j$:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i \neq j}^n b_{ij} x_i x_j, \quad (3.69)$$

після чого враховують квадратичні ефекти x_i^2 ; здійснюють перебудову незалежних змінних: $\ln x$, $\sqrt{x}$, $x^{3/2}$, e^x і т.п.

Розглянемо методи побудови моделей виду (3.69) із застосуванням ідеї активного планування експерименту.

Після вибору моделі (або їх сукупності) здійснюють експеримент, за результатами якого визначають параметри вибраної моделі. Активне планування експерименту передбачає проведення дослідів у відповідності з планом експерименту.

План експерименту визначає розташування дослідних точок у просторі незалежних змінних (факторному просторі), тобто умови проведення дослідів. План експерименту задається у вигляді матриці плану, напр., у вигляді таблиці кожний рядок якої відповідає умовам дослідів, а стовпчик – значенням незалежної змінної у кожному досліді. З використанням матричних позначень модель (3.69) можна записати як:

$$\hat{Y} = XB, \quad (3.70)$$

де $\hat{Y}$ – вектор-стовпець оцінок відгуку; X – матриця плану; B – вектор-стовпець оцінок коефіцієнтів.

Модель (3.69) має вигляд:

$$Y = XB + E, \quad (3.71)$$

де Y – вектор-стовпець спостережених значень відгуку; E – вектор-стовпець погрешностей.

Стандартний шлях визначення значень B – застосування методу найменших квадратів:

$$B = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (3.72)$$

У статистичному аналізі фундаментальну роль відіграє інформаційна матриця $(X^T X)/s_y^2$, а також зворотна до неї дисперсійна матриця. Виборо-

ром елементів матриці плану (матриці X) можна формувати статистичні властивості моделі.

Для подання планів у стандартній формі їх звичайно центрують з переносом початку координат у центр факторного простору. Крім того, при складанні матриці плану X , незалежні змінні x нормують і задають факторний простір:

$$-1 \leq x_i \leq 1; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad x_i = (x_i^* - x_{i0}^*) / \Delta x_i^*, \quad (3.73)$$

де x_i^* – значення i -го фактору в натуральному масштабі; x_{i0}^* – значення координат i -го фактору у центрі плану в натуральному масштабі, тобто $x_{i0}^* = (x_{i\max}^* - x_{i\min}^*) / 2$; Δx_i^* – інтервал варіювання i -го фактору, тобто $x_{i0}^* = (x_{i\max}^* - x_{i\min}^*) / 2$.

При складанні матриці плану можна задатись умовою ротатабельності, яка полягає у тому, що дисперсія оцінки функції відгуку не залежить від відстані r точки x від центру плану. Згідно з рівнянням (3.72) ця умова може бути записана так:

$$\begin{cases} Y^T (X^T X)^{-1} Y = \text{const}; \\ r = \sqrt{(x - x_0)^T (x - x_0)} = \text{const}. \end{cases} \quad (3.74)$$

План є насиченим, якщо число дослідів дорівнює числу коефіцієнтів моделі, і ненасиченим, якщо число дослідів більше числа коефіцієнтів.

Таким чином, планування експерименту полягає у тому, щоб до постановки дослідів забезпечити оптимізацію аналізу даних, ігнорування якої значно ускладнює обчислення та інтерпретацію даних.

Поняття оптимальності плану можна трактувати по-різному. Одну й ту ж задачу можна вирішувати за допомогою різних планів. Якщо властивості плану відомі, можна здійснити експеримент і аналіз даних з найбільшою ефективністю.

Критерії оптимальності планів пов'язані з властивостями інформаційної і дисперсійної матриць. Плани можна формувати з використанням критеріїв оптимальності оцінок коефіцієнтів, напр., з мінімізацією узагальненої дисперсії коефіцієнтів. Узагальнена дисперсія коефіцієнтів моделі визначається як дисперсія вектора коефіцієнтів, вона задається визначником дисперсійної матриці. Чим менше узагальнена дисперсія, тим менше визначник. Для ортогональних планів узагальнена дисперсія дорівнює добутку дисперсій коефіцієнтів моделі. Подібна оптимальність називається *D-оптимальністю* (за першою буквою слова *Determinant* – визна-

чник). При *D*-оптимальності точність визначення одного коефіцієнта може бути підвищена за рахунок зниження точності визначення інших. Якщо експериментатора не задовольняє ситуація, у якій він ризикує отримати деякі коефіцієнти з дуже великими дисперсіями оцінок, то він може застосувати інші критерії оптимальності. Наприклад, використати *A-оптимальні плани* (від слів *Average value* – середнє значення), для яких характерна мінімальна середня дисперсія оцінок коефіцієнтів. При цьому точність оцінок усіх коефіцієнтів буде однаковою. *A*-оптимальним планам відповідає мінімум сліду дисперсійної матриці, тобто мінімум суми діагональних елементів. Можна задатися вимогою, щоб дисперсії оцінок коефіцієнтів не були дуже великі. Цим вимогам відповідають *E-оптимальні плани* (від слів *Eigen value* – власне значення), у яких мінімізується максимальне власне число дисперсійної матриці. Використовують також інші критерії оптимальності планів. Серед критеріїв оптимальності планів, пов'язаних з прогностичними властивостями моделі, можна назвати *G*-критерій, який мінімізує максимальну дисперсію прогнозу. До планів, пов'язаних з прогностичними властивостями моделі, належать ротатабельні плани.

При реалізації будь-якого експерименту природне бажання експериментатора – скоротити число експериментів, спростити розрахунки, перейти від простої моделі, напр., першого порядку, до більш складних з використанням результатів попередніх дослідів (властивість композиційності плану) – ці вимоги необхідно враховувати при виборі того або іншого плану.

Але є небагато планів, які одночасно задовольняють багатьом критеріям оптимальності. Часто критерії оптимальності суперечливі, тому слід шукати компромісні плани: оптимальний по одному критерію і квазіоптимальний по іншим.

Розглянемо декілька найбільш показових планів експерименту, які можуть бути використані при дослідженні процесів і апаратів у нафтогазовій інженерії.

3.1.5.4. Факторне планування експериментів

Факторне планування дозволяє оцінювати лінійні та нелінійні ефекти взаємодії при великому числі незалежних змінних і отримувати моделі, що зв'язують залежну і незалежні змінні.

Повний факторний експеримент

У повному факторному експерименті (ПФЕ) для кожного фактора вибирається визначене число рівнів і потім здійснюються усі можливі їхні комбінації. У факторних експериментах варіюють одночасно усіма змінними. Недоліком ПФЕ є необхідність постановки великого числа дослідів,

тому що з ростом числа факторів число дослідів зростає за ступенем показника:

$$N = k^n, \quad (3.75)$$

де N – число дослідів; k – число факторів; n – число рівнів кожного фактора.

Усі можливі комбінації варіювання двох факторів на двох рівнях будуть вичерпані при постановці чотирьох дослідів ($N = 2^2$), а трьох факторів на двох рівнях – при постановці восьми дослідів ($N = 2^3$). Геометрична інтерпретація ПФЕ показана на рис. 3.7.

План експериментів формально представляється матрицею, де кожен рядок відповідає одному досліді і визначає його умови. При реалізації матриці кожен фактор може приймати тільки два значення – «верхнє» і «нижнє». Знаки «+1» або «-1» означають, на якому рівні знаходяться значення факторів («+1» – на верхньому рівні, «-1» – на нижньому).

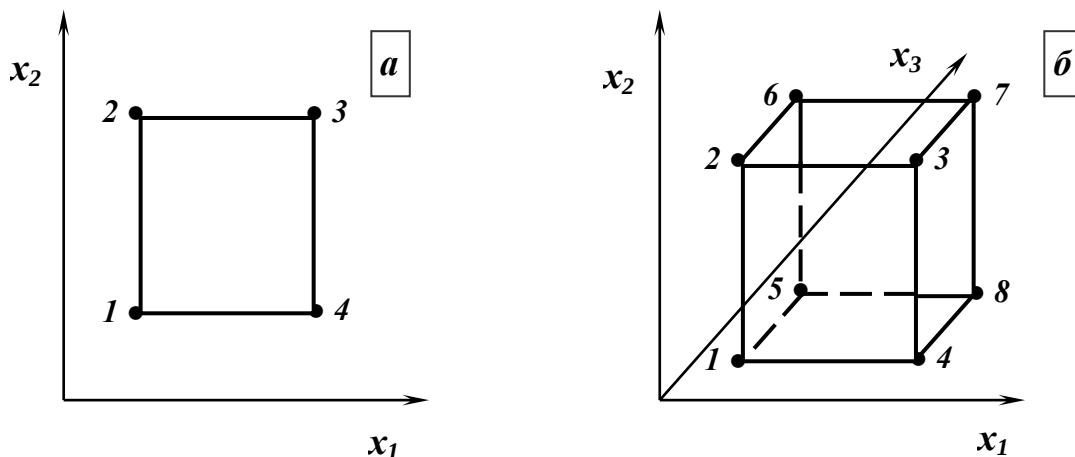


Рисунок 3.7 – Геометрична інтерпретація повного факторного експеримента:

a – план типу 2^2 ; b – план типу 2^3 .

При заповненні матриці керуються правилом: частота зміни знака (рівня) кожного наступного фактора удвічі менше попереднього. Якщо в матриці перебрані всі можливі комбінації значень факторів, то матриця подає повний факторний експеримент «ПФЕ».

Наприклад: матриця повного факторного експерименту при трьох факторах наведена у табл. 3.14, відповідно число рядків матриці – $N = 2^3 = 8$. У матриці умовно не показані числа «1» (але вони там присутні).

Таблиця 3.14 – Повний факторний експеримент для трьох незалежних змінних (планування типу 2³)

№ досліду	Фактори			Параметр оптимізації
	X ₁	X ₂	X ₃	Y
1	-	-	-	y ₁
2	+	-	-	y ₂
3	-	+	-	y ₃
4	+	+	-	y ₄
5	-	-	+	y ₅
6	+	-	+	y ₆
7	-	+	+	y ₇
8	+	+	+	y ₈

Перед реалізацією матриці планування задаються основними рівнями факторів (у натуральних одиницях: %, г/л, кг/т і т.д.) та інтервалами варіювання для кожного фактора. Основний рівень позначають: X_{oi} , інтервал варіювання – Δx (або λ). Кодове позначення основного, верхнього і нижнього рівнів відповідно «0», «+1» і «-1».

Тоді для матриці (табл. 3.14) умови проведення першого, другого і третього дослідів (значення факторів):

$$\begin{array}{lll}
 X_1 = X_{o1} - \lambda_1 & X_2 = X_{o2} - \lambda_2 & X_3 = X_{o3} - \lambda_3 \\
 X_1 = X_{o1} + \lambda_1 & X_2 = X_{o2} - \lambda_2 & X_3 = X_{o3} - \lambda_3 \\
 X_1 = X_{o1} - \lambda_1 & X_2 = X_{o2} + \lambda_2 & X_3 = X_{o3} - \lambda_3 \quad \text{і т.д.}
 \end{array}$$

Повний факторний експеримент для трьох факторів дозволяє окремо оцінити основні ефекти A , B , C , ефекти взаємодії першого порядку AB , AC , BC і ефект взаємодії другого порядку ABC .

Вибір нульової точки (центру експерименту) відповідає оптимальним значенням факторів на основі апріорної інформації, досвіду експериментатора і результатів попередніх дослідів. При виборі інтервалу варіювання Δx керуються наступним:

- усі значення факторів у матриці повинні бути реалізованими, тобто повинні знаходитись в області існування даних факторів;
- величина інтервалу від «+1» до «-1» повинна суттєво перевищувати помилку фіксування даного фактора;
- інтервал варіювання даного фактора повинен забезпечувати вплив на вихідні параметри процесу.

При постановці експерименту досліді слід рандомізувати. Рандомізація полягає у випадковому виборі черговості постановки дослідів. Для ви-

падкового вибору номерів дослідів можна використовувати таблицю випадкових чисел або лотерею. Рандомізацію застосовують для виключення можливої систематичної помилки дослідів.

Функція відгуку представлена поліномом першого порядку з урахуванням парних взаємодій факторів:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

Завдяки ортогональності планів ПФЕ, їхньої симетричності коефіцієнти рівняння регресії визначаються за формулами:

$$b_0 = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u ; \quad (3.76)$$

$$b_i = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} ; \quad i, j = 1, 2, \dots, n ; \quad (3.77)$$

$$b_{ij} = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} x_{ju} ; \quad i \neq j ; \quad (3.78)$$

$$b_{ijk} = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} x_{ju} x_{ku} ; \quad i \neq j \neq k, \quad (3.79)$$

де x_{ijk} – елементи матриці планування (+1 або -1), в якій ij – номер фактора, а u – номер дослідів.

Різні знаки при коефіцієнтах свідчать про прямо- чи обернено-пропорційний вплив відповідних членів рівняння (поліному) на функцію відгуку. Якщо коефіцієнти мають один знак, то одночасна зміна факторів більше впливає на функцію відгуку, ніж індивідуальна зміна кожного фактора.

Гіпотезу про однорідність вибірових дисперсій відтворюваності перевіряють за критерієм Кохрена $G_{табл.}$ зі ступенями свободи $f_1 = m - 1$ (m – число дослідних даних у кожній серії дослідів), $f_2 = N$ і мірою ризику α :

$$\text{при} \quad G = \frac{S_{y_{\max}}^2}{\sum_{1}^n S_y^2} < G_{табл} \quad (3.80)$$

гіпотеза про однорідність (рівність вибірових дисперсій одна одній) не відкидається. Розраховується оцінка дисперсії відтворюваності з ступенем свободи $f = f_1 \cdot f_2$:

$$S^2 = \left(\sum_{y=1}^n S_y^2 \right) / N . \quad (3.81)$$

У випадку неприйняття гіпотези про однорідність оцінки дисперсій відтворюваності можна збільшити число паралельних дослідів для варіантів варіювання з більшими значеннями вибіркової дисперсії або визнати невідтворюваність експерименту. Для виявлення джерел неоднорідності застосовують методи дисперсійного аналізу.

Значимість коефіцієнтів регресії перевіряють за допомогою критерію Ст'юдента. Коефіцієнт значимий, якщо:

$$|b_i| \geq t S_{bi} . \quad (3.82)$$

Можливі такі причини незначимості коефіцієнта регресії:

- інтервал варіювання фактора близький до оптимуму;
- інтервал варіювання вузький; чим менше інтервал варіювання, тим імовірніше, що навіть фактор з сильним впливом не виявить себе як істотний;
- параметр оптимізації процесу не залежить від варіювання фактору.

Якщо має місце перша або третя причина, значення фактора стабілізується на визначеному рівні; у другому випадку збільшують інтервал варіювання.

Після виключення незначимих коефіцієнтів перевіряють адекватність моделі – з'ясовують співвідношення між дисперсією адекватності S_{ad}^2 і дисперсією відтворюваності дослідних даних S^2 . Дисперсія адекватності S_{ad}^2 характеризує розсіяння результатів спостережень поблизу рівняння регресії, що оцінює істинну функцію відгуку:

$$S_{ad}^2 = m^{-1} (N - d)^{-1} \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y}_u)^2 , \quad (3.83)$$

де m – число паралельних дослідів; d – число оцінюваних параметрів в рівнянні регресії. Дисперсія адекватності оцінюється з $f = N - d$ ступенями свободи.

Якщо S_{ad}^2 не перевищує погрішності експерименту, оцінкою якої є S^2 , то вважається, що модель адекватна, а якщо $S_{ad}^2 > \delta^2$, то модель не можна вважати придатною. Адекватність перевіряється за критерієм Фішера з рівнем значимості $1 - \alpha$ і ступенями свободи $f_1 = N - d$ і $f_2 = N(m - 1)$:

$$\text{якщо відношення} \quad F = S_{ad}^2 / S^2 < F_{\alpha p} , \quad (3.84)$$

модель визнається адекватною. У випадку неприйняття гіпотези про адекватність моделі переходити до розгляду більш складної моделі не слід, доцільніше, якщо це можливо, провести експеримент з меншим інтервалом варіювання факторів.

Використання повного факторного експерименту не завжди доцільне, тому що з одного боку необхідне велике число дослідів, а з іншого – на першому етапі дослідження не потрібна висока точність рівнянь апроксимуючої поверхні. Тому частіше використовують дробовий факторний експеримент «ДФЕ».

Приклад 3.11. На експериментальній фабриці були проведені дослідження процесу фільтрування відмитих нафтоносних пісків⁴ на дисковому вакуум-фільтрі. Вивчали вплив вмісту твердого у пульпі ($X_1 = 30 - 60\%$), величини вакууму ($X_2 = 0,03 - 0,09$ МПа) і частоти обертання дисків ($X_3 = 0,2 - 0,5$ хв⁻¹) на питому продуктивність вакуум-фільтру (Y , т/год·м²).

Для планування експерименту був використаний ПФЕ типу 2³, який дозволив оцінити усі лінійні ефекти і усі їхні взаємодії. Матриця планування і результати експериментів наведені у табл. 3.15.

Функцію відгуку моделювали поліномом першого порядку з урахуванням парних взаємодій факторів:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3.$$

Коефіцієнти рівняння регресії визначаються за формулами:

$$b_0 = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u ; \quad b_0 = 1,21;$$

$$b_i = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} ; \quad b_1 = -0,099; \quad b_2 = 0,129; \quad b_3 = -0,179;$$

$$b_{ij} = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} x_{ju} ; \quad b_{12} = -0,019 ; b_{13} = 0,024; \quad b_{23} = -0,054;$$

$$b_{ijk} = N^{-1} \sum_{u=1}^N \bar{y}_u x_{iu} x_{ju} x_{ku} ; \quad b_{123} = -0,001.$$

⁴ Нафтоносні піски, бітумінозні піски — піски, які мають промислово значимі вмісти нафти. За оцінками експертів, нафтоносні піски і сланці світу можуть містити декілька трильйонів барелів нафти. Великі їх запаси є в Канаді (бл. 300 млрд барелів — більше, ніж запаси традиційної нафти у Саудівській Аравії), Австралії (у нафтових сланцях — бл. 28 млрд барелів), є поклади в Естонії, Швеції, США, Китаї та ін. країнах. Масштабні розробки цих пісків здійснюються в Канаді (фірма Suncor Energy).

Рівняння регресії має вигляд:

$$\hat{y} = 1,21 - 0,099x_1 + 0,129x_2 - 0,179x_3 - 0,019\tilde{d}_1x_2 + \\ + 0,024x_1x_3 - 0,054x_2x_3 - 0,001x_1x_2x_3.$$

Перевірка гіпотези про однорідність вибірових дисперсій відтворюваності. Критерій Кохрена $G_{табл.}$ з ступенями свободи: $f_1 = m - 1 = 6 - 1 = 5$, $f_2 = N = 8$ і мірою ризику $\alpha = 0,05$: $G_{табл.} = 0,4387$

$$\text{при } G = \frac{S_{y\max}^2}{n \sum_1 S_y^2} = 0,326 < G_{табл.} \text{ гіпотеза про однорідність чинна.}$$

Значимість коефіцієнтів регресії перевіряють за допомогою критерію Ст'юдента. Коефіцієнт значимий, якщо $|b_i| \geq tS_{bi}$.

$$S_{bi} = \sqrt{S^2 / Nm} = \sqrt{7,125 / 8 \cdot 6} = 0,0121.$$

$$\text{При } \alpha = 0,05 \text{ і } f = N(m-1) = 40 \quad t = 2,0211.$$

$$b_{кр} = tS_{bi} = 2,0211 \cdot 0,0121 = 0,0244.$$

Таким чином, коефіцієнти b_{12} , b_{13} і b_{123} є незначимими і рівняння регресії приймає вигляд:

$$\hat{y} = 1,21 - 0,099x_1 + 0,129x_2 - 0,179x_3 - 0,054x_2x_3.$$

Перевірка адекватності моделі:

$$S_{ад}^2 = m^{-1}(N - d)^{-1} \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y}_u)^2 = [6 \cdot (8 - 5)]^{-1} \cdot 100,8 \cdot 10^{-3} = 5,6 \cdot 10^{-3}.$$

Адекватність перевіряється за критерієм Фішера. При рівні значимості $1 - \alpha = 95\%$ і ступенях свободи $f_1 = N - d = 3$ і $f_2 = N(m - 1) = 40$ критерій Фішера $F_{кр} = 2,84$.

Відношення: $F = S_{ад}^2 / S^2 = 5,6 \cdot 10^{-3} / 7,125 \cdot 10^{-3} = 0,79 < F_{кр}$, модель визнається адекватною.

Таблиця 3.15 – Матриця планування і результати експерименту

Інтервали варіювання. № дослідів	Рівні факторів			Взаємодія факторів				Дослідні дані		Розрахунок δ
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$\bar{y}$	$S_y^2 \cdot 10^3$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Основний рівень $x_i = 0$	45	0,06	0,4							
Інтервал варіювання Δx	15	0,03	0,2							
Верхній рівень $x_i = + 1$	60	0,09	0,6							
Нижній рівень $x_i = - 1$	30	0,03	0,2							
№ дослідів:										
1	+	+	+	+	+	+	+	1,01	2,2	1,01
2	-	+	+	-	-	+	-	1,20	5,5	1,21
3	+	-	+	-	+	-	-	0,90	7,4	0,85
4	-	-	+	+	-	-	+	1,01	9,1	1,05
5	+	+	-	+	-	-	-	1,43	18,6	1,47
6	-	+	-	-	+	-	+	1,71	3,2	1,67
7	+	-	-	-	-	+	+	1,10	0,9	1,11
8	-	-	-	+	+	+	-	1,31	10,1	1,30

Примітка. У стовпці 9 наведені середні значення функції відгуку $\bar{y}$ (питома продуктивність вакуум-фільтру, $m^3/год \cdot m^2$); у стовпці 10 – дисперсія відтворюваності дослідних даних в кожній серії дослідів ($m = 6$); у стовпці 11 – результати розрахунку питомої продуктивності фільтру за отриманим рівнянням.

Дробовий факторний експеримент

При збільшенні числа факторів число варіантів варіювання в ПФЕ зростає за степеневим законом, напр., для дослідження 15 факторів із застосуванням ПФЕ потрібна постановка як мінімум $2^{15} = 32768$ дослідів.

Реалізувати стільки експериментів практично неможливо, перш за все через значні витрати часу і коштів. Але якщо останні й знайдуться, то за час проведення дослідів відбудуться неконтрольовані зміни сировини, обладнання та інших факторів, внаслідок чого отримані результати виявляться непорівняними. Крім того, при проведенні досліджень у багатьох випадках достатньо одержати тільки лінійну апроксимацію функції відгуку без оцінки деяких факторів взаємодії.

Зменшити необхідне число дослідів можна введенням у план 2^n більшої кількості факторів, ніж передбачається матрицею планування, тобто насиченням плану до числа дослідів кратного двом, напр., для трифакторного плану потрібно поставити чотири досліди (2^2). Для скорочення числа дослідів у матрицю планування слід ввести додаткові стовпці, що характеризують ефекти взаємодії, якими можна знехтувати. Наприклад, для трифакторного плану потрібно ввести фіктивний фактор x_3 і варіювати його як вектор-стовпець x_1x_2 . Таким чином, можна поставити чотири досліди замість $2^3 = 8$.

Звичайно плани дробового факторного експерименту (ДФЕ) позначають 2^{n-p} . З множини n факторів відбирають p допоміжних і $n - p$ основних факторів, для яких будують повний факторний план. Цей план потім доповнюють p стовпцями, що відповідають факторам, які залишилися.

Спосіб утворення кожного з p стовпців визначається генераторами плану ДФЕ – добутками основних факторів. У випадку плану 2^{n-p} повинно бути p генераторів. У випадку плану 2^{3-1} генератор плану рівний $x_3 = x_1x_2$.

Отриманий план (табл. 3.16) є напівреплікою (половиною) повного факторного плану, при цьому усі властивості повного факторного експерименту збережені.

Таблиця 3.16 – Дробовий факторний експеримент для трьох незалежних змінних (планування типу 2^{3-1})

№ дослідів	Фактори			Параметр оптимізації
	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	
1	-	-	+	y_1
2	-	+	-	y_2
3	+	+	+	y_3
4	+	-	-	y_4

Матриця ДФЕ являє собою $1/2$, $1/4$, $1/8$ і т.д. репліку, у якій стовпець одного з ефектів отримують перемноженням стовпців інших ефектів.

При виборі дробових реплік необхідно визначити і проаналізувати з урахуванням апріорної інформації змішування оцінок коефіцієнтів моделі. Для цього розраховують визначний контраст ДФЕ. Пояснимо його на прикладі дробової репліки 2^{3-1} . Для добутку трьох стовпців матриці виконується співвідношення $x_1x_2x_3 = +1$ – це і є визначний контраст. Таким чином, контраст – це добуток лівої і правої частин рівняння, що визначає генератори плану. Наприклад, для плану 2^{5-2} як генератори слід узяти співвідношення $x_4 = x_1x_3$ і $x_5 = x_1x_2x_3$. Визначні контрасти плану – $x_1x_3x_4$ і $x_1x_2x_3x_5$.

Узагальнюючий контраст плану будується з визначних контрастів та їхніх добутків у всіх можливих поєднаннях $n = 2, 3, \dots, p$. При перемноженні контрастів з урахуванням, що $x^2 = 1$, отримують ще один контраст $x_2x_4x_5$. Таким чином, узагальнюючий контраст рівний $x_1x_3x_4 = x_2x_4x_5 = x_1x_2x_3x_5$.

При перемноженні усіх складових узагальнюючого контрасту на фактори з урахуванням, що $x^2 = 1$, отримують правило змішування коефіцієнтів:

$$x_1 = x_3x_4 = x_1x_2x_4x_5 = x_2x_3x_5;$$

$$x_2 = x_1x_2x_3x_4 = x_4x_5 = x_1x_3x_5;$$

$$x_3 = x_1x_4 = x_2x_3x_4x_5 = x_1x_2x_5;$$

$$x_4 = x_1x_3 = x_2x_5 = x_1x_2x_3x_4x_5;$$

$$x_5 = x_1x_3x_4x_5 = x_2x_4 = x_1x_2x_3;$$

$$x_{12} = x_2x_3x_4 = x_1x_4x_5 = x_3x_5;$$

$$x_{23} = x_1x_2x_4 = x_3x_4x_5 = x_1x_5,$$

тобто $b_1 = \beta_{34} + \beta_{1245} + \beta_{235} + \beta_1$ і т.п.

Залежно від вибору генераторів отримують дробові факторні плани з різною вирішувальною здатністю. Число елементів у контрасті визначає вирішувальну здатність плану.

Слід віддавати перевагу дробовим факторним планам з найбільшою вирішувальною здатністю – головним дробовим факторним планам.

Для оцінок коефіцієнтів і аналізу моделей з використанням ДФЕ і ПФЕ застосовують одні й ті ж формули.

3.1.5.5. Метод крутого сходження

Факторне планування може успішно застосовуватись тільки тоді, коли дослідник знаходиться у оптимальній області. Вибір переважних факторів і оцінка їхньої значимості за коефіцієнтами лінійної регресії дозволяє спланувати наступні експерименти для досягнення оптимальної області найкоротшим шляхом.

Найкоротша відстань до максимуму (мінімуму) безперервної однозначної функції відгуку з будь-якої точки визначається градієнтом – прямою, яка перпендикулярна ізолініям параметру оптимізації (див. рис. 3.4):

$$\Delta f = \frac{\partial f}{\partial X_i} \bar{i} + \frac{\partial f}{\partial X_j} \bar{j} + \dots + \frac{\partial f}{\partial X_m} \bar{m}, \quad (3.85)$$

де $\partial f / \partial X_i$ – частинна похідна функції відгуку по i -му фактору; $\bar{i}, \bar{j}, \bar{m}$ – одиничні вектори у напрямку координатних осей факторного простору.

Оцінками частинних похідних $\partial f / \partial X_i$ є коефіцієнти лінійної регресії b_i , отже, для руху по градієнту необхідно змінювати фактори пропорційно їхньому коефіцієнту регресії та у той бік, куди вказує знак коефіцієнту. Цю зміну факторів називають кроком крутого сходження. У більшості випадків за крок крутого сходження кожного фактора можна приймати його коефіцієнт в моделі, виражений в одиницях вимірювання фактора. Для цього обчислюється добуток коефіцієнтів на інтервалі варіювання $b_i \Delta x_i$, і фактор з максимальним добутком приймається за базовий b_{iB} . Для нього вибирають крок варіювання Δx_{iB} . Пропорційно до базового визначають кроки й по інших факторах:

$$\Delta x_i = \Delta x_{iB} b_i / b_{iB}, \quad (3.86)$$

де Δx_i – новий крок варіювання для i -го фактора.

Кроковий процес руху по поверхні відгуку продовжується доти, доки дослідник не потрапить в екстремальну область, де лінійне наближення вже виявляється недостатнім. Момент переходу через екстремум буде супроводжуватися погіршенням значення вихідного параметра (параметра оптимізації). Таким чином, визначається оптимальна область.

Базовий крок варіювання визначається на основі тих же уявлень, що й первинний інтервал варіювання. Для якісних факторів на двох рівнях або фіксується кращий рівень, або градієнт реалізується двічі для кожного рівня окремо. Незначні фактори стабілізуються на будь-якому рівні у інтервалі ± 1 . Якщо немає спеціальних зауваг, вибирають нульовий рівень. Якщо ж, наприклад, за економічними міркуваннями доцільно підтримувати нижній рівень, то вибирають його. У русі по градієнту ці фактори не беруть участь.

Рух по градієнту можливий і у випадку отримання неадекватної моделі. У експеримент можуть бути включені й деякі фактори, коефіцієнти при яких виявилися незначимими, але вони важливі з технологічних міркувань. Причиною незначимості коефіцієнтів може бути невірний вибір інтервалів варіювання.

Приклад 3.12. *Необхідно визначити оптимальні умови вилучення флотоцією нафто-бітумних компонентів з промислових вод⁵.*

Фактори, їхні основні рівні й інтервали варіювання вибирали з урахуванням умов роботи флотаційного цеху очистки вод. Вивчали вплив шести факторів (x_1 – тривалість перемішування нафто-бітум вмісних вод з реагентами-флокулянтами, хв.; x_2 – витрата реагенту-флокулянту, г/т; x_3 – витрата рН-регулятора середовища, г/т; x_4 – тривалість аерації, хв.; x_5 – тривалість флотації, хв.; x_6 – витрата реагента-спінювача, г/т) на індекс селективності – параметр y :

$$y = \sqrt{\varepsilon(1-R)/[R(1-\varepsilon)]}, \quad (3.87)$$

де $\varepsilon = \gamma\beta/\alpha$ – вилучення нафто-бітумної компоненти у концентрат флотації, частки од.; α, β – вміст нафто-бітумної компоненти у вихідному продукті і концентраті, частки од.; γ – вихід концентрату, частки од.; R – вилучення домішок у концентрат, частки од.

$$R = \sqrt{\frac{\varepsilon(1-R)}{R(1-\varepsilon)}}. \quad (3.88)$$

Використано 1/4 репліки від факторного експерименту 2^{6-2} , реалізовано 16 дослідів.

За даними результатів ДФЕ (табл. 3.17) отримані оцінки коефіцієнтів регресії для вибраного параметру оптимізації y . Статистичний аналіз отриманого рівняння регресії показав, що воно адекватне з надійністю 95 %.

Таблиця 3.17 – Результати проведення ДФЕ

Фактор	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$	$\tilde{x}_6$
Основний рівень	3	15	50	7,5	8	10
Крок варіювання	–	10	– 4	– 1	1	3,5
Інтервал варіювання	2	10	15	7,5	2	6
Коефіцієнти регресії	0,3	0,768	– 0,196	– 0,197	0,31	0,44

⁵ Наприклад, у комплексі екологічних технологічних операцій при переробці нафти, очистці нафто-забруднених ґрунтів тощо

Послідовність застосування методу крутого сходження пояснюється табл. 3.18.

Таблиця 3.18 – Результати, що отримані при оптимізації цинкової флотації методом крутого сходження

№ досліджу	Фактори						Індекс селективності
	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$	$\tilde{x}_6$	
1	5	25	46	6,5	9	13,5	–
2	5	35	42	5,5	10	17,0	14,86
3	5	45	38	4,5	11	20,5	16,43
4	5	55	34	3,5	12	24,0	17,65
5	5	65	30	2,5	13	27,5	15,83
6	5	75	26	1,5	14	31,0	14,36

За базовий прийнятий фактор x_2 , тому що добуток коефіцієнта b_2 на інтервал його варіювання ($\Delta x_2 = 10$) дорівнює 7,68, тобто максимальний. Фактор x_1 у розрахунках не враховується і його рівень фіксований: $\tilde{x}_1 = 5$. Реалізація експериментів у точках 1 – 6 методу крутого сходження дозволила істотно покращити процес: досягти індексу селективності 17,65.

Таким чином, методом крутого сходження були визначені оптимальні умови процесу флотації нафто-бітумвмісних вод. Визначення оптимальних умов флотації з урахуванням шести факторів потребувало постановки 22 дослідів (16 дослідів по ДФЕ 2^{6-2} і 6 дослідів крутого сходження).

3.1.5.6. Еволюційне планування експериментів

Метод крутого сходження особливо ефективний при проведенні лабораторних досліджень, але у промислових умовах похибки вимірювань збільшуються у зв'язку із впливом додаткових неврахованих факторів. Крім того, не завжди можна варіювати змінними у великому діапазоні.

Еволюційне планування є подальшим розвитком методу крутого сходження. В промислових умовах на фоні впливу багатьох випадкових факторів (так званих шумів) необхідно встановити вплив досліджуваних факторів і при цьому не порушити виробничий процес. У таких умовах доцільно використовувати метод еволюційного планування.

При еволюційному плануванні, як і при методі крутого сходження, вибирається матриця планування і рівні варіювання. Досліди проводяться декількома послідовними циклами. Кожний цикл являє собою одноразову постановку усіх дослідів за прийнятою матрицею досліджень. Серії одна-

кових циклів складають фази досліджень. Після закінчення кожної фази можна змінити рівні варіювання матриці планування, перенести центр експериментів у кращу точку і ввести нові незалежні змінні. При еволюційному плануванні велику роль відводять технологічному аналізу отриманих результатів і обговоренню результатів кожної фази планування. Обробка результатів експериментів виконується тільки для циклів однієї фази. Фази при еволюційному плануванні математично не залежать одна від одної. Для усіх циклів кожної фази матриця планування і рівні варіювання залишаються незмінними.

Основним недоліком методу еволюційного планування є необхідність постановки великої кількості дослідів, тобто nN , де N – кількість циклів. Збільшення часу досліджень веде до нових труднощів, тому що змінюються характеристики сировини, обладнання та ін. Для запобігання впливу цих факторів виконують так зване блокове планування.

Блок-схема логічної послідовності виконання етапів досліджень при еволюційному плануванні наведена на рис. 3.8.

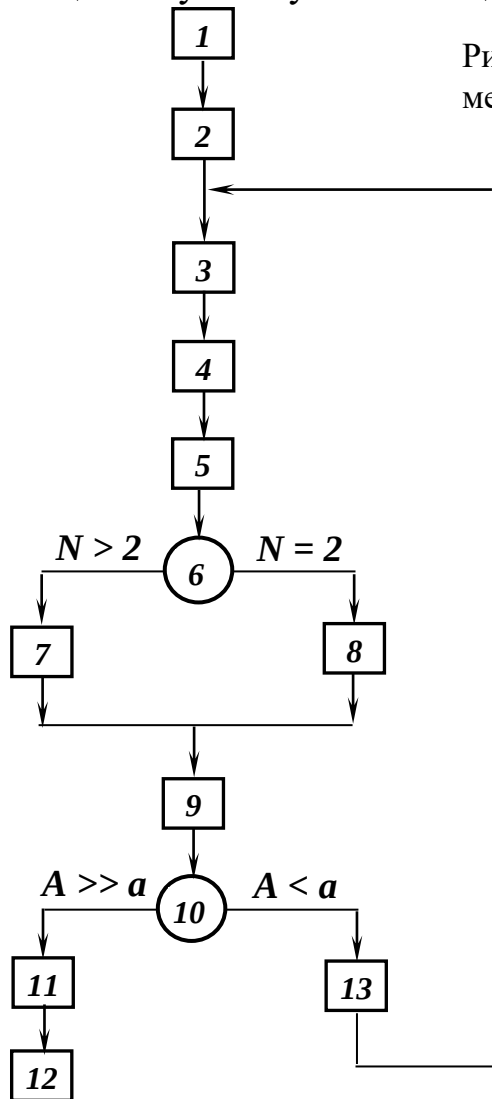


Рисунок 3.8. – Схема проведення досліджень методом еволюційного планування.

1. Визначити фактори дослідження і цільову функцію. Кожний фактор і цільова функція повинні мати чисельні визначення. Прийняти верхній x_j^+ і нижній x_j^- рівні варіювання для кожного фактора. Вибрати матрицю планування дослідів. Доповнити матрицю дослідями в центральній точці.

2. Реалізувати за матрицею планування два дублюючих цикли дослідів.

3. Знайти середній результат з усіх N циклів (у першому випадку з двох циклів – $N = 2$) по кожному i -тому режимному рівню (точці) матриці планування:

$$\bar{y}_i^{(N)} = \frac{\sum_{k=1}^N y_{ik}}{N}, \quad (3.89)$$

де k – номер циклу; N – число циклів.

4. Знайти ефекти по кожному j -тому фактору A_j і ефект зміни в середньому A_0 :

$$A_j = \frac{2 \sum_{i=1}^n y_i^{(N)} x_{ij}}{n}; \quad A_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i^{(N)} - n \bar{y}_0^{(N)}}{n - c}, \quad (3.90)$$

де $\bar{y}_i^{(N)}$ – середній результат по i -тому режиму з усіх поставлених циклів; n – число точок матриці планування (без центральної точки); c – число дослідів, які поставлені в центральній точці.

5. Знайти різницю r_i між середнім значенням попередніх циклів $\bar{y}_i^{(N-1)}$ і результатом даного циклу $Y_i^{(N)}$ по кожній i -тій режимній умові:

$$r_i = \bar{y}_i^{(N-1)} - Y_i^{(N)}. \quad (3.91)$$

У першому випадку визначається різниця між результатами першого і другого циклів, у другому – різниця між середнім першого і другого циклів і результатом третього і т.д.

За мінімальним і максимальним значеннями r_i визначають розмах:

$$R = r_{\max} - r_{\min}. \quad (3.92)$$

За даними R і k (табл. 3.19) знаходять похибки дослідів $\sigma_y = Rk$.

6. Якщо поставлено більше двох циклів ($N > 2$). Знаходять помилку по усіх циклах:

$$\bar{\sigma}_y = \frac{\sum_{k=1}^N \sigma_{yk}}{N - 1}. \quad (3.93)$$

7. Якщо циклів два ($N = 2$), $\bar{\sigma}_y$ не визначається.

Таблиця 3.19 – Значення коефіцієнта k

Число циклів N	Число дослідів в матриці планування з урахуванням центральної точки $(n + c)$								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,63	0,42	0,34	0,30	0,28	0,26	0,25	0,24	0,23
3	0,72	0,48	0,40	0,35	0,32	0,30	0,29	0,27	0,26
4	0,77	0,51	0,42	0,37	0,34	0,32	0,30	0,29	0,28
5	0,79	0,53	0,43	0,38	0,35	0,33	0,31	0,30	0,29
6	0,81	0,54	0,44	0,39	0,36	0,34	0,32	0,31	0,30
7	0,82	0,55	0,45	0,40	0,37	0,34	0,33	0,31	0,30
8	0,83	0,55	0,45	0,40	0,37	0,35	0,33	0,31	0,30
9	0,84	0,56	0,46	0,40	0,37	0,35	0,33	0,32	0,31
10	0,84	0,56	0,46	0,41	0,37	0,35	0,33	0,32	0,31
11	0,84	0,56	0,46	0,41	0,38	0,35	0,33	0,32	0,31
12	0,85	0,57	0,47	0,41	0,38	0,35	0,34	0,32	0,31

8. Знаходять довірчий інтервал для ефектів:

$$a = \frac{t\sigma_y}{2^{0,5m-1}\sqrt{N}} ; \quad a_0 = 0,9a , \quad (3.94)$$

де t – критерій Ст'юдента для $f = n(N - 1)$; m – число факторів.

9. Перевіряють достовірність ефекту $A^* = A \pm a$.

10. Якщо значення коефіцієнта $A > a$, можна визначити регулюючу дію $\Delta_j = A_j k^*$, де k – коефіцієнт пропорційності, який береться з урахуванням можливостей процесу і уявлення про нього.

11-12. Поставити дослід з коректованими значеннями факторів і проаналізувати з технологічної точки зору отримані результати, після чого намітити нову фазу досліджень або поставити ще один дослід з коректованим значенням факторів $x_j^{нов} = x_j^{нопер} + \Delta_j$.

13. Якщо значення коефіцієнтів менше або порівнянне з інтервалами $A < a$, отримане значення ефекту випадкове, вплив факторів не виявлений і потрібно повторити цикл при тих же режимах матриці планування.

Приклад 3.13. Досліджується робота нафтопереробного заводу. Необхідно вибрати оптимальне співвідношення двох типів нафти у суміші x_1 і x_2^m . Результати дослідів оцінюються ступенем переробки нафти ε .

1. Намічаємо матрицю планування дослідів з однією центральною точкою і вибираємо для першої фази варіювання факторів нижні рівні $x_1^- = 20$, $x_2^- = 20$ і верхні рівні $x_1^+ = 30$, $x_2^+ = 40$. Знаходимо значення основного рівня для центральної точки: $x_1^0 = 25$, $x_2^0 = 30$.

2. Виконуємо досліді відповідно до режимів матриці планування (перший цикл), а потім повторюємо їх (другий цикл). Отримані результати дослідів наведені в табл. 3.20.

Таблиця 3.20 – Результати дослідів I і II циклів

№ режиму (дослід)	Матриця планування			Результати дослідів в циклах ε , %		
	x_1	x_2	$x_1 x_2$	$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$
Центральний	x_1^0	x_2^0		60	64	64
1	x_1^-	x_2^-	+	37	25	31
2	x_1^+	x_2^+	+	75	73	80
3	x_1^+	x_2^-	–	54	72	62
4	x_1^-	x_2^+	–	52	46	51

3. Розраховуємо середнє значення результатів першого і другого циклів $\bar{y}_i^2$ і різницю в результатах першого і другого циклів по кожному режиму. Результати розрахунків представлені таблицею 3.21.

Таблиця 3.21 – Середнє значення результатів дослідів I і II циклів

Показники	Режим дослідів				
	0	1	2	3	4
Результат циклу:					
першого y_2^1	60	37	75	54	52
другого y_1^2	64	25	73	72	46
Різниця r_i	– 4	12	2	– 18	– 6
Середній результат з урахуванням I і II циклів	62	31	74	64	49

За найбільшим негативним значенням $r_{\min} = -18$ і найбільшим позитивним $r_{\max} = 12$ визначаємо розмах: $R = 12 - (-18) = 30$.

4. Визначаємо ефекти по кожному фактору за формулою (3.90):

$$A_1 = \frac{2 \cdot (-31 + 74 + 64 - 49)}{4} = 29; \quad A_{12} = \frac{2 \cdot (31 + 74 - 64 - 49)}{4} = -4;$$

$$A_2 = \frac{2 \cdot (-31 + 74 - 64 + 49)}{4} = 14;$$

$$A_0 = \frac{2 \cdot (31 + 74 + 64 + 49 - 4 \cdot 62)}{4 + 1} = -6.$$

5. За даними табл. 2.26 для $N = 2$ і $n = 4 + 1 = 5$ знаходимо значення коефіцієнта $k = 0,30$ і визначаємо помилку дослідів $\sigma_y = 30 \cdot 0,3 = 9$.

6. З використанням додатка А при рівні значимості $P = 0,05$ знаходимо критерій Ст'юдента ($t = 2,77$) і за формулою (3.94) для отриманих ефектів визначаємо довірчі інтервали:

$$a_1 = a_2 = \frac{2,77 \cdot 9}{2^{0,5 \cdot 2} \cdot \sqrt{2}} = 17,63 \approx 18; \quad a_0 = 0,9 \cdot 18 = 16,2.$$

Отриманий для ефектів довірчий інтервал дуже великий ($a > A$), тому не можна стверджувати, що розраховані значення ефектів є наслідком впливу факторів, а не випадковою величиною внаслідок похибок дослідів.

7. При тих же умовах ставиться новий цикл дослідів. Результати третього циклу наведені в табл. 3.22.

Таблиця 3.22 – Результати дослідів III циклу

Показники	Режим дослідів				
	0	1	2	3	4
Середній результат попередніх дослідів $\bar{y}_i^2$	62	31	74	64	49
Результат III циклу y_i^3	64	31	80	62	51
Різниця r_i	-2	0	-6	+2	-2
Новий середній результат з урахуванням I, II і III циклів $\bar{y}_i^3$	63	31	77	63	50

8. Після розрахунку нового середнього результату визначають розмах, який тепер дорівнює: $R = 2 - (-6) = 8$.

9. Нова похибка дослідів складає $\sigma_y = 8 \cdot 0,35 = 2,8$.

10. Визначаємо нові значення ефектів:

$$A_1 = \frac{2 \cdot (-31 + 77 + 63 - 50)}{4} = 29,5; \quad A_{12} = \frac{2 \cdot (31 + 77 - 63 - 50)}{4} = -2,5;$$

$$A_2 = \frac{2 \cdot (-31 + 77 - 63 + 50)}{4} = 16,5;$$

$$A_0 = \frac{2 \cdot (31 + 77 + 63 + 50 - 4 \cdot 63)}{4 + 1} = -6,2.$$

11. Визначаємо середню помилку: $\sigma_y = (9 + 2,8) / 2 = 5,9$.

12. Визначаємо нові довірчі інтервали:

$$a_1 = a_2 = \frac{2,3 \cdot 5,9}{\sqrt{3}} = 7,8; \quad a_0 = 0,9 \cdot 7,8 = 7,0.$$

13. Отримані значення для довірчих інтервалів менше ніж значення факторів $A^* = 29,5 \pm 7,8$, $A_2^* = 16,5 \pm 7,8$. Ефект взаємодії зменшився у порівнянні з попереднім циклом, але його величина не виходить за межі довірчого інтервалу $A_{12}^* = 2,5 \pm 7,8$. Тому можна вважати, що взаємодії факторів немає і отримане значення, яке дорівнює 2,5, випадкове, тобто фактично $A_{12} = 0$.

14. Ефект зміни у середньому $A_0 = -6,2$ порівнюється з помилкою $a = 7,0$. Це вказує на те, що область досліджень знаходиться далеко від оптимуму, для визначення якого значення факторів можна змінювати за лінійним законом. Приймаємо коефіцієнт пропорційності для зміни факторів, $k^* = 0,35$, тоді регулююча дія для них буде:

$$\Delta_1 = k^* A_1 = (29,5 \pm 7,8) \cdot 0,35 = 10,3 \pm 2,7 \approx 10 \pm 3 ;$$

$$\Delta_2 = k^* A_2 = (16,5 \pm 7,8) \cdot 0,35 = 5,8 \pm 2,7 \approx 6 \pm 3.$$

Коректоване значення факторів повинно знаходитись в межах:

$$x_1 = x_1^0 + \Delta_1 = 25 + (10 \pm 3) = 38 - 32;$$

$$x_2 = x_2^0 + \Delta_2 = 30 + (6 \pm 3) = 39 - 33.$$

Незважаючи на те, що отримане статистично достовірне значення факторів, похибка дослідів приводить до великого діапазону їхнього коректування. Для зниження цих меж доцільно поставити четвертий цикл дослідів. Обробка результатів для нього аналогічна.

3.1.5.7. Симплексний метод планування експериментів

Симплексний метод планування експериментів у порівнянні з методом крутого сходження при аналізі одного параметра оптимізації більш громіздкий і менш точний, але більш простий.

Сутність симплексного методу полягає у тому, що перша серія експериментів ставиться так, щоб точки, які відповідають умовам проведення дослідів, створювали правильний (регулярний) симплекс у багатомірному просторі. Правильний симплекс – це множина $n + 1$ рівновіддалених одна від одної точок у n -мірному просторі. Для $n = 2$ це рівнобічний трикутник, для $n = 3$ – тетраедр і т.д. Правильний симплекс з центром на початку координат у n -мірному просторі задається матрицею:

$$\begin{pmatrix} -k_1 & -k_2 & \dots & -k_{n-1} & -k_n \\ -R_1 & -k_2 & \dots & -k_{n-1} & -k_n \\ 0 & -R_2 & \dots & -k_{n-1} & -k_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_{n-1} & -k_n \\ 0 & 0 & \dots & R_{n-1} & -k_n \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_n \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

де $k_i = 1/\sqrt{2i(i+1)}$; $R_i = 1/\sqrt{2(i+1)}$; $i = 1, 2, \dots, n$.

У матриці кожний рядок відповідає одному з дослідів серії. У стовпчиках вказані кодовані значення факторів при одиничній довжині ребра симплексу. Наприклад, для двовірного простору $k_1 = 0,5$; $R_1 = 0,5$; $k_2 = 0,2887$; $R_2 = 0,4082$. Вершини початкового симплексу мають такі координати: $(-0,5; -0,2887)$; $(0,5; -0,2887)$; $(0; 0,4082)$. Перед проведенням експериментів необхідно вибрати інтервал варіювання кожного фактора і прийняти його рівним одиниці. Після побудови вихідного симплексу і проведення дослідів результати аналізують і вибирають вершину симплексу, в якій отримане найменше значення цільової функції (при пошуку максимуму).

Для руху до оптимуму необхідно поставити дослід у точці, яка є дзеркальним відображенням точки з мінімальним значенням функції відгуку відносно протилежної грані симплекса.

Для визначення умов проведення дослідів у відображеній точці використовують формулу:

$$x_{ij}^{n+2} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_{ij} - x_{ij}^*, \quad (3.96)$$

де x_{ij}^{n+2} – координата нової точки; x_{ij}^* – координата точки, яка відповідає найгіршому результату; $\sum_{i=1}^n (x_{ij})$ – сума координат усіх точок симплексу крім найгіршої.

На рис. 3.10 ілюструється рух правильного симплекса до екстремуму поверхні відгуку, представлений лініями рівного значення критерію ефективності двофакторного процесу (фактори X_1 і X_2).

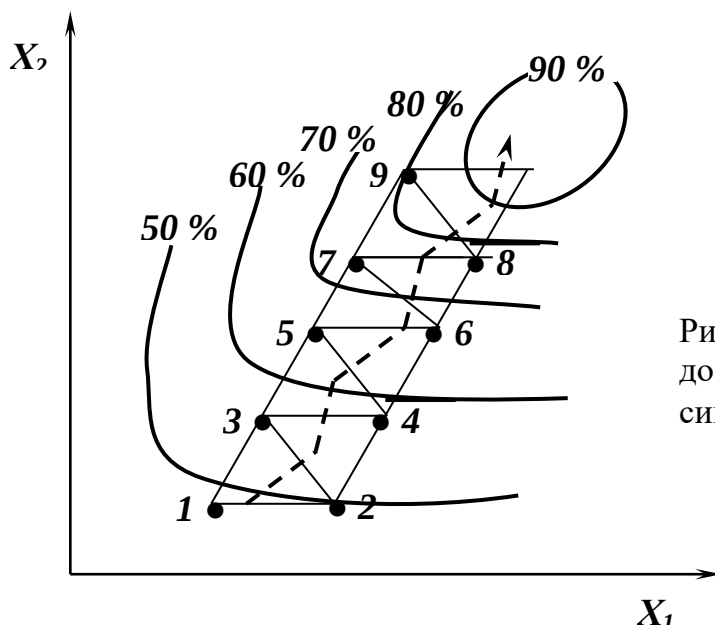


Рисунок 3.9. – Схема руху до оптимальної області симплексним методом.

Досліди, поставлені у вершинах симплексу 1, 2 і 3 показали, що найгіршим результатом виявився дослід 1. Наступний дослід ставиться у вершині 4, яка є дзеркальним відбиттям вершини 1 і створює з вершинами 1 і 2 новий симплекс. Далі порівнюються дослід у вершинах 2, 3 і 4. Найгірший результат (вершина 2) замінюють новою – вершиною 5, де проводиться наступний експеримент і т.д. При досягненні області оптимуму розмір симплекса зменшують. Умова досягнення оптимуму така:

$$\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} (y_i - y_m)^2} \right) / n \leq \varepsilon, \quad (3.97)$$

де ε – задана мала величина; y_m – середнє значення відгуку у вершинах симплекса.

Доцільно у кожній вершині симплекса дослід повторити декілька разів і в подальшому враховувати математичне очікування функції відгуку.

До переваг послідовного симплексного методу відносять простоту, високу ефективність (підвищується зі збільшенням числа параметрів оптимізації), можливість застосування у випадку тимчасового дрейфу характеристик об'єкта і поєднання вивчення поверхні функції відгуку з рухом симплекса до екстремуму. Недоліки даного методу – у неможливості опису поверхні відгуку (однак за даними, що отримані в результаті руху симплексів, можна побудувати рівняння регресії) і неможливості урахування якісних змін факторів.

Незважаючи на переваги, метод часто характеризується слабкою збіжністю і порівняно високою похибкою визначення оптимальних значень факторів в області екстремуму цільової функції, які обумовлені, головним чином, суб'єктивним вибором інтервалу зміни факторів, а також відбиттям симплексу без урахування поведінки цільової функції у досліджуваній області.

3.1.5.8. Ротатабельне центрально-композиційне планування експериментів

Для одержання статистичної моделі при плануванні експерименту в області оптимальних значень параметрів необхідно детально вивчити функцію відгуку. З цією метою її звичайно задають у вигляді полінома другого, а іноді й більшого ступеня. На основі поліноміальної моделі можна вирішувати різні задачі:

- інтерполяційні – прогнозування значення функції відгуку у середині досліджуваного факторного простору у будь-якій його точці;
- екстраполяційні – прогнозування функції відгуку для точки, розташованої поза факторним простором;
- оптимізаційні – визначення оптимальних значень параметрів на основі максимізації або мінімізації цільової функції.

Поліноміальна модель дозволяє оцінити ступінь впливу на функцію відгуку різних факторів, мінімізувати ресурси і побудувати різні графіки і діаграми. Математична модель майже стаціонарної області допомагає образно представити і досліджувати більш точно екстремальну поверхню відгуку. У більшості випадків екстремальну область можна описати поліномами другого порядку.

Розглянуте раніше факторне планування типу ПФЕ 2^n не дозволяє оцінити коефіцієнти при квадратичних членах моделі. Потрібно використовувати планування типу 3^n , але воно складне і потребує великого числа дослідів. Для досягнення цієї мети існує декілька методів планування експериментів – ортогональне центрально-композиційне, ротатабельне центрально-композиційне й ін. Останнє має більше переваг, тому що дозволяє одержати однакову точність моделі у всіх напрямках факторного простору. В основі цих методів лежить факторне планування типу ПФЕ 2^n , матриця якого доповнюється, так званими, «зоряними точками» (α) і нульовими (центральними) точками. Метод дозволяє одержати модель у вигляді:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i X_i + \sum_{i=1}^n b_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} X_i^2, \quad (3.98)$$

де b_0 – вільний член, b_i – коефіцієнти при лінійних членах, b_{ij} – коефіцієнти при взаємодіях, b_{ii} – коефіцієнти при квадратичних членах моделі, X_i – фактори.

Новий план експериментів розбивається як би на 2 частини, перша з яких (ПФЕ) дозволяє знайти коефіцієнти b_0 , b_j і b_{ji} , друга – при квадратичних членах.

Характеристика ротатабельного центрально-композиційного планування наведена у табл. 3.23.

Таблиця 3.23 – Характеристика ротатбельного центрально-композиційного планування

Число факторів	Число точок				α
	ПФЕ	зоряних	центральных	загальне	
2	4	4	5	13	1,414
3	8	6	6	20	1,682
4	16	8	7	31	2,000
5	32	10	10	52	2,378

Величина плеча зоряних точок розраховується за формулою:

$$\alpha = 2^{n/4}, \quad \text{де } n - \text{число факторів.}$$

Центральний ротатбельний композиційний план другого порядку для трьох факторів наведений у табл. 3.24.

У першій частині матриці представлений план ПФЕ 2^3 , у другій – зоряні точки, а у третій частині – нульові центральні точки.

Розрахунок коефіцієнтів моделі виконується за формулами:

$$b_0 = 0,166(o y) - 0,057 \sum_{j=1}^n (j j y), \quad (3.99)$$

$$b_j = 0,073(j y), \quad (3.100)$$

$$b_{jj} = 0,0625(j j y) + 0,0069 \sum_{j=1}^n (j j y) - 0,0568(o y), \quad (3.101)$$

$$b_{ju} = 0,125(j u y), \quad (3.102)$$

де $(o y) = \sum_i y_i$; $(j j y) = \sum_i X_{ji}^2 y_i$; $(j y) = \sum_i X_{ji} y_i$; $(j u y) = \sum_i X_{ji} X_{ui} y_i$.

Таблиця 3.24 – Ротатбельний центрально-композиційний план для трьох факторів

Матриця планування			Матриця обчислення					
X_1	X_2	X_3	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1
+1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
-1	+1	-1	1	1	1	-1	1	-1
+1	+1	-1	1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	+1	1	1	1	1	-1	-1
+1	-1	+1	1	1	1	-1	1	-1
-1	+1	+1	1	1	1	-1	-1	1
+1	+1	+1	1	1	1	1	1	1

-1,682	0	0	2,828	0	0	0	0	0
+1,682	0	0	2,828	0	0	0	0	0
2								
0	-1,682	0	0	2,828	0	0	0	0
0	+1,682	0	0	2,828	0	0	0	0
0	0	-1,682	0	0	2,828	0	0	0
0	0	+1,682	0	0	2,828	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Регресійний аналіз моделі здійснюється аналогічно плануванню ПФЕ 2^n , але дисперсії коефіцієнтів моделі розраховуються за іншими формулами:

$$b_0 = AN^{-1} \left\{ 2\lambda_1^2 [n+2] \sum_{\mu=1}^n y_{\mu} - 2\lambda_1 \lambda_2 \sum_{i=1}^n \sum_{\mu=1}^N x_{i\mu}^2 y_{\mu} \right\}; \quad (3.103)$$

$$b_i = \lambda_2 N^{-1} \sum_{\mu=1}^N x_{i\mu} y_{\mu}; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.104)$$

$$b_{ij} = \lambda_2^2 N^{-1} \lambda_1^{-1} \sum_{\mu=1}^N x_{i\mu} x_{j\mu} y_{\mu}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n; \quad i \neq j; \quad (3.105)$$

$$b_{ij} = AN^{-1} \left\{ \lambda_2^2 [(n+2)\lambda_1 - n] \sum_{\mu=1}^N x_{i\mu}^2 y_{\mu} + \right. \\ \left. + \lambda_2^2 (1 - \lambda_1) \sum_{i=1}^n \sum_{\mu=1}^N x_{i\mu}^2 y_{\mu} - 2\lambda_1 \lambda_2 \sum_{\mu=1}^N y_{\mu} \right\}; \quad (3.106)$$

$$\lambda_1 = (2^{n-p} N)(2^{n-p} + 2\alpha^2)^2; \quad (3.107)$$

$$\lambda_2 = (2^{n-p} + 2\alpha^2)^{-1} N; \quad (3.108)$$

$$A = \{2\lambda_1 [(n+2)\lambda_1 - n]\}^{-1}. \quad (3.109)$$

Ротатабельне центрально-композиційне планування експериментів раціонально використовувати тільки за умови отримання однорідної дисперсії оцінки цільової функції.

3.2. Аналітичні, комбіновані і спеціальні методи моделювання

3.2.1. Аналітичні і комбіновані методи моделювання

В основі аналітичних моделей технологічних процесів лежать фундаментальні закони енерго- і масопереносу, виражені у вигляді функціональних співвідношень (алгебраїчних, інтегрально-диференціальних, кінцево-різницевих і т.д.). Тому аналітичні моделі описують і розкривають сутність процесів і явищ, що протікають в досліджуваному об'єкті та визначають його властивості і поведінку.

Методи дослідження аналітичних моделей: аналітичні (отримують загальне рішення в явному вигляді і підставляють в нього значення граничних та початкових умов) і чисельні (загальні рішення в явному вигляді замінюються наближеними).

Як приклад аналітичних моделей можна назвати диференціальні рівняння. Фізичні процеси у загальному випадку можуть бути описані диференціальними рівняннями у часткових похідних. Для спрощення моделі об'єкт представляють у вигляді набору (системи) частин, які описуються функціями тільки однієї змінної – часу. При цьому задачі, що вирішуються у нафтогазовій інженерії, як правило, допускають лінеаризацію, яка спрощує моделі процесів – у такому випадку аналітична модель являє собою лінійне диференціальне рівняння.

Якщо технологічний процес має одну вхідну величину (вплив) $x(t)$ і одну вихідну величину $y(t)$, то лінійне диференціальне рівняння, що описує його властивості, має такий загальний вигляд:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = b_0 x + b_1 \frac{dx}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m x}{dt^m} \quad (3.110)$$

Рішення диференціальних рівнянь-моделей шукаються у вигляді функціональних залежностей. Такі аналітичні моделі технологічних процесів зручні при аналізі сутності фізичних (хімічних) процесів, але пошук їх рішень буває вельми складним. Громіздкість аналітичних виразів суттєво зменшує їх застосування у інженерній практиці.

Тобто, при якісному аналізі процесів, компаративному (порівняльному) підході застосування аналітичних моделей більш виправдане, ніж у випадку необхідності отримання конкретних числових оцінок вихідних параметрів об'єкта.

Якщо окремі елементи моделі (наприклад, коефіцієнти у аналітичному рівнянні) отримані статистичними (емпіричними) методами, то відповідні моделі є *аналітично-емпіричними*. Аналітичні методи іноді поєднують з графічними, одержуючи таким чином *графоаналітичні моделі*.

3.2.2. Графічні методи моделювання

3.2.2.1. Факторні моделі

Застосування факторної моделі використовує прийом типу «чорний ящик» й ілюструється рис. 3.10.

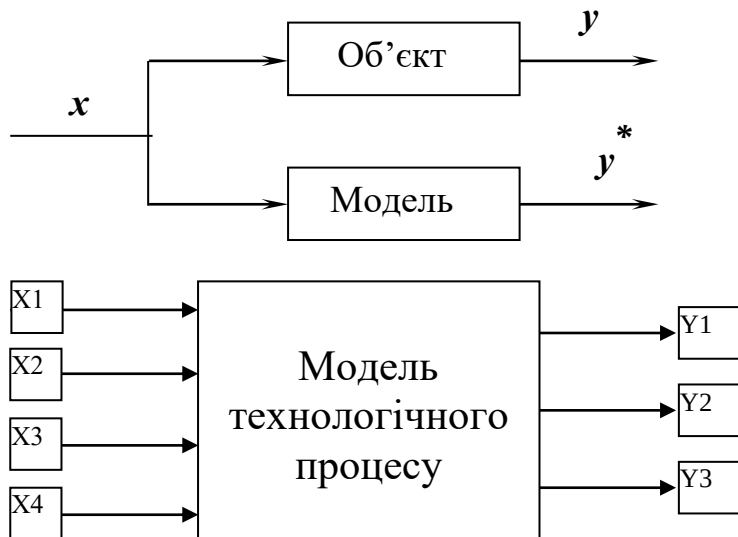


Рисунок 3.10. – Схема одержання моделі об'єкту:

X_n – входні фактори; Y_n – вихідні фактори

Вхідні X_n і вихідні Y_n параметри об'єкту встановлюють шляхом апріорної інформації, а також за допомогою попередніх експериментів. Задача моделювання полягає в тому, щоб значення y^* одержане на математичній моделі було близьким до реального значення y на виході об'єкту.

3.2.2.2. Феноменологічні моделі

Феноменологічний метод передбачає поділ технологічного процесу на субпроцеси. Такий прийом застосовується з метою спрощення і упорядкування процесу моделювання технологічного процесу. Кожен субпроцес вивчають окремо. Вихідні параметри попереднього субпроцесу є вхідними для наступного. Вихідні параметри останнього субпроцесу є вихідними для всього процесу.

Прикладом у нафтогазовій інженерії може бути феноменологічна модель свердловинного видобування вуглеводневого флюїду (рис. 3.11).

При застосуванні феноменологічного методу загальна модель процесу буде представлена сімейством (системою) рівнянь-моделей субпроцесів.

Феноменологічна модель містить механізм для опису явища, але може бути тимчасовою, – вона уточнюється в ході вивчення процесу.

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ

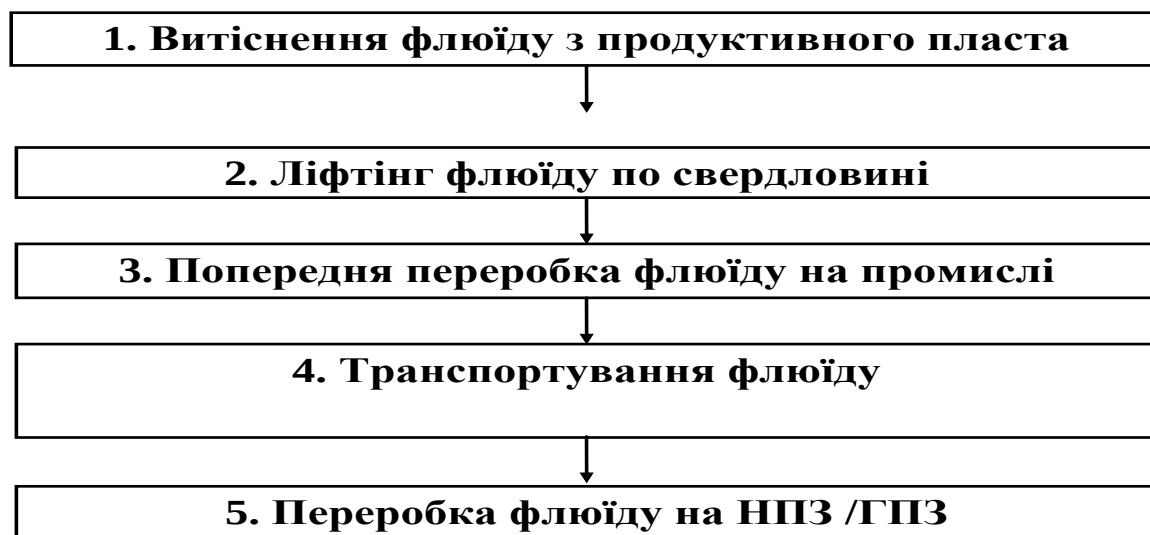


Рисунок 3.11. – Феноменологічна схема свердловинного видобування вуглеводневого флюїду.

3.2.2.3. Моделі-графи

Розповсюджений у всіх галузях науки і техніки метод графічного зображення процесів, залежностей, структур і т.п. за допомогою точок та ліній, що їх з'єднують, привів до створення специфічних і звичних для спеціалістів кожної галузі графічних схем типу електричних, технологічних, пневматичних, гідравлічних і т.п. У математиці ці питання вирішуються в теорії графів, яка є топологічним відображенням теорії множин.

Ця теорія може бути прикладена до будь-яких схематичних зображень процесів і служить загальним математичним інструментом для їх досліджень.

В ряді випадків використання математичного апарату теорії графів дозволяє зробити деякі висновки і спрощення, які не настільки очевидні в звичайних схемах. У цьому сенсі доцільно використання мови теорії графів і переклад на ці мови технологічних схем і залежностей, що розглядаються в нафтогазовій інженерії.

Графом називається сукупність об'єктів (вузлів) і зв'язків (дуг і ребер), що їх з'єднують. Тим самим дається уявлення про структуру об'єкту, що

досліджується, встановлюються зв'язки між його окремими вузлами, а якщо ввести для ребер відповідну масову характеристику, можна одержати й кількісну оцінку зв'язків.

Технологічні схеми у нафтогазовій інженерії, зокрема, переробки і транспорту флюїдів⁶, можуть бути представлені у вигляді їх станів, що поспідовно змінюються. Перехід флюїду з одного стану в інший при його переробці, зокрема, може бути представлений спрямованими графами, вершини яких позначають відповідний стан, а ребра – процеси переходу в новий стан. Процес характеризується багатореберним (за числом одержаних продуктів) графом (рис. 3.12). Вершини і ребра можуть бути пофарбовані різними кольорами у відповідності з прийнятими позначеннями: такий хроматичний граф містить підграфи різного кольору.

Граф має дві форми представлення: графічну і матричну (рис. 3.12). При цьому матриця графа називається матрицею інциденцій.

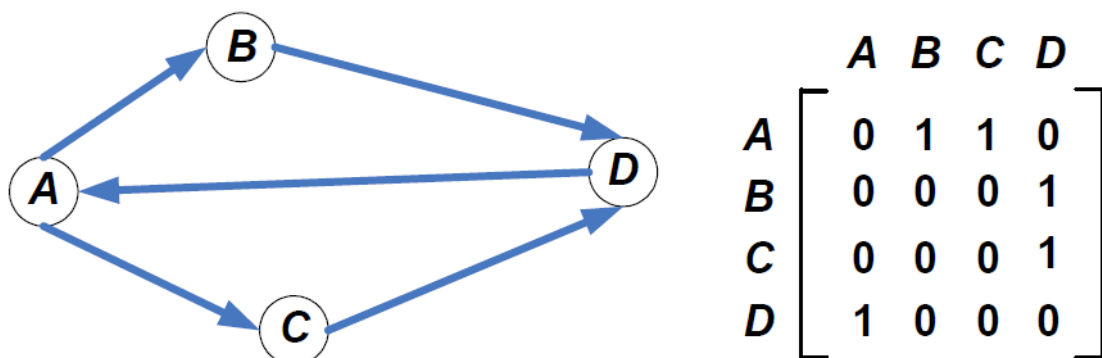


Рисунок 3.12. – Граф і матриця інциденцій

Граф – це фігура, що складається з точок (вершин) і з'єднують їх відрізків (ланок). Вершини графа – це точки на мережі, найбільш важливі для визначення відстаней або маршрутів руху. Ланки графа – це відрізки транспортної мережі, що характеризують наявність транспортного зв'язку між сусідніми вершинами. Ланки графа характеризуються числами, які можуть мати різний фізичний зміст. Найчастіше це відстань, але може використовуватися, наприклад, і час руху. Орієнтовані у напрямку ланки графа називаються дугами. Фактично будь-яка неорієнтована ланка графа включає в себе дві рівноцінні, але протилежно спрямовані дуги. Залежно від того, всі або частина ланок мають напрямок, граф є орієнтованим або змішаним. У матриці наявність зв'язку фіксується одиницею, а її відсутність – нулем.

⁶ Білецький В. С., Фик М. І. /За редак. І. М. Фика. Основи транспорту природних вуглеводнів (підручник). — Харків: НТУ ХПІ, Львів: «Новий Світ- 2000», 2019—274 с.

Теорія графів одна з найнеобхідніших для розрахунків транспортних мереж, оскільки кожне ребро крім напрямку може мати вагу, в тому числі комплексного типу.

У нашому випадку маємо справу з орієнтованим графом (графом, у якого ребра мають напрямки).

Теорія графів для дослідження технологічних процесів дозволяє більш глибоко оцінити структуру процесу. При порівнянні двох або декількох технологічних схем, що призначені для переробки одного й того ж матеріалу з одержанням тих же кінцевих продуктів, порівняння графів дає можливість вибрати найбільш короткий і, отже, найбільш економічний процес з меншим числом операцій. На графі чітко виділяються цикли операцій над окремими проміжними продуктами. Наявність таких циклів вказує на існування продуктів, що циркулюють або накопичуються в процесі, і для яких необхідно найти точку виводу.

Моделювання за допомогою графів не обмежуються аналізом технологічних схем, а дозволяє при використанні статистичних даних виділити значимі фактори, що впливають на процес, визначити мінімальний набір критеріїв оптимізації і іншу інформацію.

3.2.3. Спеціальні методи моделювання

До спеціальних можна віднести методи моделювання процесів видобування і переробки нафтогазових флюїдів, які мають обмежене застосування – для специфічної сировини (наприклад, нафтоносні піски – процеси і апарати їх переробки аналогічні процесам і апаратам збагачення корисних копалин, що обумовлює аналогічність моделей⁷⁷), при попередньому моделюванні, у спеціальних умовах – зокрема моделювання на основі елементів прогнозування, евристичне моделювання, адаптаційне моделювання. Сюди ж примикають метод розмірностей та метод аналогій, описані в розділі 2.

3.2.3.1. Моделювання на основі елементів прогнозування

Іноді раціональне рішення інженерної задачі ґрунтується на результатах, які на момент прийняття рішення ще невідомі або знаходяться в досліджуваному діапазоні значень аргументів. Виникає необхідність прогнозувати результати за тими даними, що вже є.

⁷⁷ Білецький В. С., Смирнов В. О. Моделювання процесів збагачення корисних копалин: (Монографія) — Донецьк: Східний видавничий дім, 2013. – 304 с.

Екстраполяція результатів

Екстраполяція результатів застосовується, якщо бажано знати значення функції $y(x^*)$, аргумент якої x^* лежить поза досліджуваним діапазоном. Екстраполяція оснований на апроксимації існуючих даних тією або іншою залежністю і розрахунку за нею значення функції в потрібній області значень аргумента. Вона здійснюється найчастіше з використанням поліномів першого і другого ступенів. Чим далі знаходиться область, яка екстраполюється, тим більше імовірність похибки.

Найпростіше виконувати екстраполявання для функції одного аргумента. У цьому випадку прогноз здійснюється таким чином:

– за відомими значеннями x і y будується графік і по кривій вибирають порядок полінома. Для спрощення наступних розрахунків змінні краще центрувати відносно постійної складової;

– для явно лінійної залежності $y = b_0 + b_1 x$ по останніх двох точках знаходять параметри прямої b_0 і b_1 за формулами:

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{n \sum xy - \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ b_0 &= \bar{y} - b_1 \bar{x} \end{aligned} \right\} \quad (3.111)$$

– для нелінійної залежності використовують поліном другого ступеня, вибирають три останні точки і сумісним вирішенням системи рівнянь (4.3) знаходять коефіцієнти b_0 , b_1 і b_2 :

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= y_1 - b_1 x_1 - b_2 x_1^2 \\ b_0 &= y_2 - b_1 x_2 - b_2 x_2^2 \\ b_0 &= y_3 - b_1 x_3 - b_2 x_3^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.112)$$

– підставляють в отримане рівняння значення x^* і знаходять yx^* ;

– якщо спостерігається розкид точок, визначати параметри полінома по трьох останніх точках не можна і слід використовувати метод найменших квадратів.

Інтерполяція результатів

Інтерполяційні формули дозволяють розрахувати значення функції при значенні аргументу, який знаходиться всередині досліджуваного інтервалу. Наприклад, при значенні аргументу $x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ відомо значення функції $y_0, y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n$. Необхідно визначити величину функції y^* при $x = x^*$, якщо x^* лежить в діапазоні $x_0 \leq x^* \leq x_n$. Для рішення таких задач існує багато інтерполяційних формул. Найбільш зручна для технічних розрахунків інтерполяційна формула Лагранжа, тому що вона

не накладає обмежень на інтервал зміни x . Інтерполяція полягає в тому, що експериментальні точки апроксимуються поліномом. У загальному вигляді формула Лагранжа має вигляд:

$$y(x^*) = \sum y_i \frac{(x^* - x_0)(x^* - x_1) \dots (x^* - x_{i-1})(x^* - x_{i+1}) \dots (x^* - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}. \quad (3.113)$$

Для двох точок $x_1 = a$ і $x_2 = b$ рівняння буде:

$$y(x^*) = \frac{x^* - b}{a - b} y_a + \frac{x^* - a}{b - a} y_b. \quad (3.114)$$

Для трьох точок $x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_3 = c$:

$$y(x^*) = \frac{(x^* - b)(x^* - c)}{(a - b)(a - c)} y_a + \frac{(x^* - a)(x^* - c)}{(b - a)(b - c)} y_b + \frac{(x^* - a)(x^* - b)}{(c - a)(c - b)} y_c. \quad (3.115)$$

3.2.3.2. Евристичне моделювання

Евристичні моделі отримують шляхом формалізації моделей процесів, що сформувалися у робочого або інженера, який веде процес, але звичайно не відтворені ними в необхідній узагальненій формі. В результаті одержання інформації про процес, що безперервно надходить, численних проб і особистих спостережень, людина, яка безпосередньо керує процесом (наприклад, оператор установок, буровий майстер тощо), володіє дуже стійкою і визначеною моделлю конкретного процесу.

Метою евристичного моделювання є така оцінка ефектів факторів, яка дозволяє в кількісній формі записати модель. У цьому сенсі дуже зручною є форма бесіди у вигляді уявного експерименту.

Однак робочому важко оцінити одразу вплив декількох факторів, тому опитування виконується послідовно по кожному фактору. Результати опитування заносять у спеціальну таблицю (табл. 3.25) і після обробки отриманих даних розраховують модель процесу. Суть методу пояснюється на прикладі.

Першим результатом отримання таких моделей є узгодження досвіду і уявлень про процес. Узгодження моделей усіх робочих свідчить про однаковість знань про процес, при розбіжностях – можна з'ясувати їхню причину та покращити уявлення окремих робочих про процес. У подальшому модель можна використовувати для оптимізації процесу. Крім того евристичний метод дозволяє коротким і простим способом визначити квазіоптимальні режими і квазіоптимальні закономірності.

Таблиця 3.25. – Результати опитування (анкета для отримання моделі процесу)

№ пи- тан ня	Значення факторів, що впливають на процес (запитан- ня)				Значення вихідних по- казників процесу (відповіді)	
	x_1	x_2	x_3	x_4	ε	A
0	$x_{10} = 1,3$	$x_{20} = 0,04$	$x_{30} = 20$	$x_{40} = 120$	$\varepsilon_0 = 85$	$A_0 = 9,0$
1	$+\Delta x_1 = 0,1$	0	0	0	$\Delta \varepsilon_1 = 3$	$\Delta A_1 = 0,3$
2	$-\Delta x_1 = -0,1$	0	0	0	$\Delta \varepsilon_2 = -5$	$\Delta A_2 = -0,4$
3	0	$+\Delta x_2 = 0,01$	0	0	$\Delta \varepsilon_3 = 2$	$\Delta A_3 = 0,2$
4	0	$-\Delta x_2 = -0,01$	0	0	$\Delta \varepsilon_4 = -3$	$\Delta A_4 = -0,2$
5	0	0	$+\Delta x_3 = 5$	0	$\Delta \varepsilon_5 = 3$	$\Delta A_5 = 0,4$
6	0	0	$-\Delta x_3 = -5$	0	$\Delta \varepsilon_6 = -6$	$\Delta A_6 = -0,5$
7	0	0	0	$+\Delta x_4 = 20$	$\Delta \varepsilon_7 = -4$	$\Delta A_7 = -0,3$
8	0	0	0	$-\Delta x_4 = -20$	$\Delta \varepsilon_8 = 1$	$\Delta A_8 = 0,1$

Отримання квазіоптимальних режимів полягає у тому, що вибирають робочих, які мають кращі результати ведення процесу, і приймають рекомендований ними середній режим. Зазвичай, це називається *передачею передового досвіту*.

Квазіоптимальні режими для різних умов, представлені рівняннями, називаються квазіоптимальними закономірностями. Для цього виділяють серед вхідних факторів керовані (позначимо їх z), і некеровані (позначимо їх x). Слід узгодити з робочими однакове поняття найкращих показників і сформулювати цільову функцію: наприклад, під найкращими у бурінні слід розуміти режими, які забезпечують в даних умовах максимальну проходку свердловини⁸ і мінімальну кількість поломок обладнання (максимальний наробіток до відмови⁹). Визначити нормальні (середні) значення збурюючих факторів (некерованих) і значення керованих факторів, необхідні для досягнення кращих результатів.

3.2.3.3. Адаптаційне моделювання

Адаптаційні методи дозволяють для отримання моделі використовувати дані одразу ж без їхнього накопичення. Це важливо, по-перше, у випадку отримання і обробки великої кількості даних і, по-друге, що головніше, модель можна використовувати в процесі її отримання. Цей випадок найбільш яскраво виявляється в умовах безперервного використання результатів спостереження за процесом для покращення моделі.

⁸ Проходка в бурінні — основний показник, що характеризує обсяг бурових робіт у натуральній формі

⁹ Наробіток об'єкта від початку експлуатації до виникнення першої відмови

Частково ця ідея відбивається в схемах так званого «поточного» аналізу, який полягає у тому, що регресійну модель на кожному черговому кроці спостереження отримують заново зрушенням використаного масиву даних на один номер і розташуванням на звільненому місці результату нових спостережень. У цьому випадку повністю зберігається схема регресійного аналізу, яка доповнюється тільки ідеєю перерахунку моделі. Адаптаційний метод дозволяє перераховувати модель за даними одного-єдиного, останнього спостереження. Метод дає добрі результати для лінійних моделей.

Адаптаційний метод належить до «пасивних», тому усі методичні вказівки про збір даних повністю відносяться до цього методу. Однак цей метод можна використовувати також і при активній зміні вхідних факторів.

Схема методу така.

Якщо існує модель для N -го спостереження, то після отримання $N + 1$ -го спостереження коефіцієнти змінюють за формулою:

$$a_{jN+1} = a_{jN} + (y_{N+1} - y_{N+1\text{прогн}}) / (\gamma + \sum_{j=0}^k x_{jN+1}^2), \quad (3.116)$$

$$y_{N+1\text{прогн}} = a_{0N} + a_{1N}x_{N+1}, \quad (3.117)$$

де N – номер спостереження; γ – деяке число, яке враховує вплив перешкод (чим більші перешкоди, тим більше γ); k – число коефіцієнтів у рівнянні (включаючи a_0).

Достатньо добрі результати дає використання спрощених формул, де для корекції використовується коефіцієнт $b = 2/k$ при низькому рівні перешкод, який знижується по відношенню до цієї величини при підвищенні рівня перешкод:

$$a_{jN+1} = a_{jN} + bx_{jN}(y_{N+1} - y_{N+1\text{прогн}}), \quad (3.118)$$

тобто

$$a_{jN+1} = bx_{jN+1}\Delta y_{N+1}. \quad (3.119)$$

При цьому значення x_j використовують у відносній формі:

$$x_j = (x_{jn} - x_{jn0}) / (x_{jn\text{max}} - x_{jn0}), \quad (3.120)$$

де x_{jn} – природне значення x_j ; $x_{jn\text{max}}$ – максимальне природне значення; x_{jn0} – нульове природне значення x_j .

Для отримання 10 %-ної точності моделі на кожний коефіцієнт моделі необхідно по 10 спостережень у випадку нормального розподілу x . Завжди приймається $x_0 = 1$.

Запитання для контролю знань студентів

1. *Розкрити суть теорії подібності. Теорема подібності.*
2. *Розкрити тему «Статистичні критерії розходження»*
3. *Описати критерій Ст'юдента (t-критерій)*
4. *Описати послідовний аналіз Вальда*
5. *Описати критерій Фішера (F-критерій)*
6. *Описати критерій Кохрена (G-критерій)*
7. *Описати Критерій Пірсона*
8. *Охарактеризувати моделювання із застосуванням «активних»*
9. *і «пасивних» методів експерименту*
10. *Описати дисперсійний аналіз*
11. *Описати кореляційний аналіз*
12. *Описати регресійний аналіз*
13. *Описати основні кроки постановки «активного» планованого експерименту*
14. *Описати метод крутого сходження*
15. *Описати симплексний метод планування експериментів*
16. *Описати ротатабельне центральне-композиційне планування*
17. *Пояснити різницю між статистичними і аналітичними математичними моделями*
18. *Описати графічні методи моделювання*
19. *Описати факторні моделі*
20. *Описати феноменологічні моделі*
21. *Описати моделі-графи*
22. *Описати моделювання на основі елементів прогнозування (екстраполяція та інтерполяція результатів)*
23. *Описати евристичне моделювання*
24. *Описати адаптаційне моделювання*

4. ПРОГРАМНІ ПРОДУКТИ І МЕТОДИКИ МОДЕЛЮВАННЯ

Практика вирішення інженерних та дослідницьких задач з нафтогазової інженерії станом на 20-і роки XXI ст.. використовує десятки програмних продуктів – як універсальних, так і спеціалізованих. Серед універсальних, зокрема, застосовуються Statgraphics, SolidWorks, Microsoft Excel, Mathcad, MATLAB та ін.. До спеціалізованих, зокрема, належать HISYS, Gas-Mode, Gas-drive, OLGA, PIPESIM та ін.. У цьому розділі ми зупинимося на описі програмних продуктів і методик моделювання процесів і пристроїв, найбільш часто застосовуваних у нафтогазовій інженерії.

4.1. Методика обробки експериментальних даних за допомогою програмного пакету Statgraphics Plus

4.1.1. Застосування Statgraphics для обробки даних повного факторного експерименту (на прикладі центрально-композиційних ротатбельних планів другого порядку)

4.1.1.1. Розробка плану

Для розробки регресійної моделі застосований ротатбельний центральнокомпозиційний план експерименту. Функція відгуку – W . Досліджувався вплив на технологічний процес чотирьох основних факторів, обраних на підставі апріорних даних: (X_1) , (X_2) , (X_3) , (X_4) . Вибрані фактори задовольняють вимогам керованості, взаємонезалежності, однозначності, яким повинні задовольняти варіативні фактори при плануванні експерименту. Область факторного планування представлена в табл.4.1.

Таблиця 4.1 – Область факторного планування

Фактор	Код фактора	Одиниця виміру	Рівні факторів				
			-2	-1	0	+1	+2
1	X_1		100	150	200	250	300
2	X_2		6,0	8,0	10,0	12,0	14,0
3	X_3		40	50	60	70	80
4	X_4		0	50	100	150	200

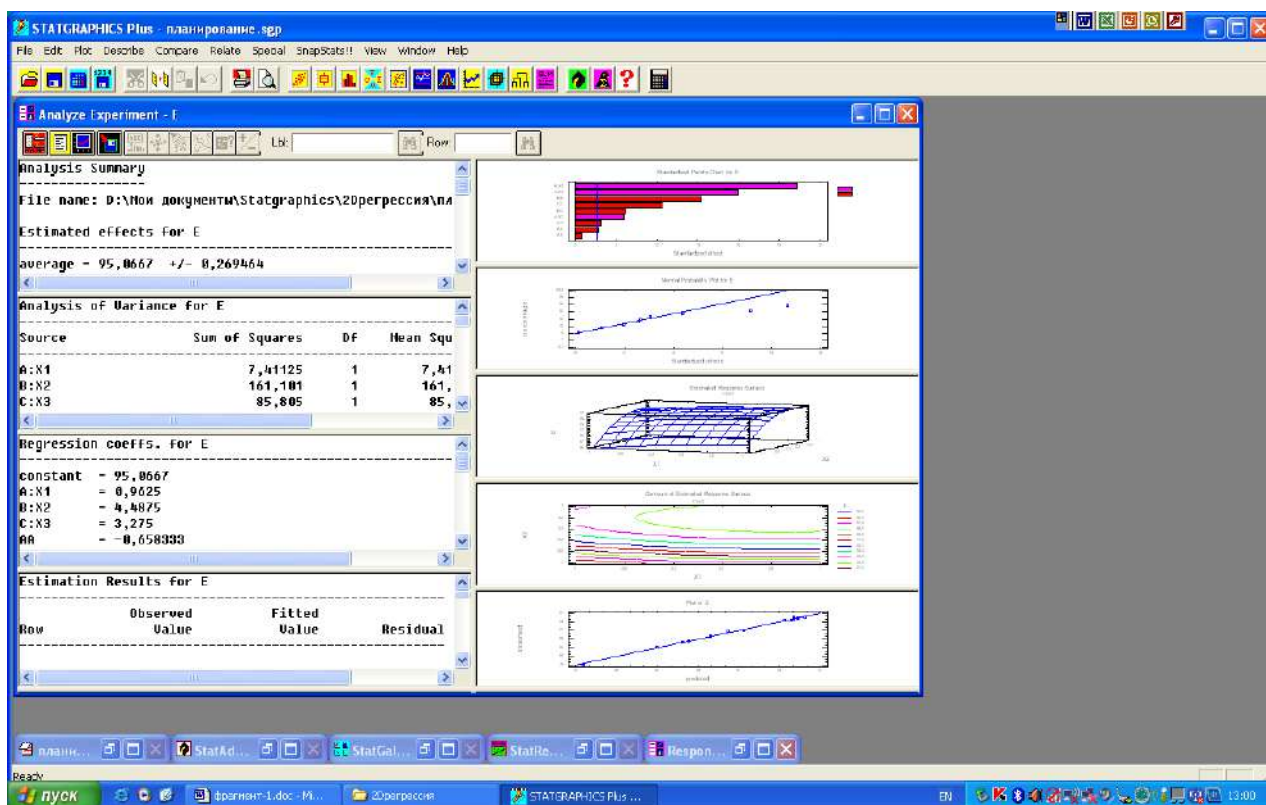


Рисунок 4.1 – Робочий інтерфейс програми Statgraphics при роботі в модулі DOE

Двічі клацнувши на робочому столі комп'ютера на ярлику відкриємо вікно програми **STATGRAPHICS** (рис. 4.1).

Виберемо меню **Special Experimental Design Create Design**. Система відобразить вікно діалогу для завдання параметрів плану експерименту. Встановимо перемикач **Design Class** (тип плану) в положення **Response Surface** (поверхня відгуку). Введемо 1 в полі числа змінних відгуку. Занесемо 4 в поле кількості вхідних факторів. Заповнене вікно діалогу зображено на рис.4.2. Натиснемо кнопку **OK**. На екрані з'явиться ще одне

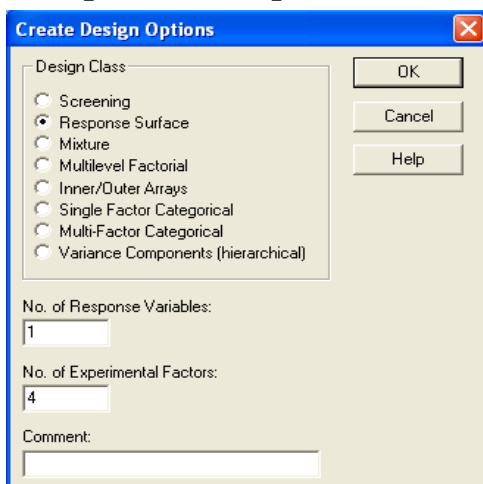


Рис.4.2 – Вікно діалогу для вибору параметрів плану.

вікно діалогу для опису досліджуваних вхідних факторів.

Для фактора **A** введемо ім'я **X1** і кодовані значення верхнього рівня (+1) і нижнього рівня (-1).

Виберемо положення перемикача **B** (фактор **B**). Для фактора **B** введемо ім'я **X2** і кодовані значення верхнього рівня (+1) і нижнього рівня (-1).

Аналогічним чином задамо імена і значення верхнього та нижнього рівня для двох, що залишилися факторів (**X3** і **X4**) – див. рис. 4.3.

Натискаємо кнопку **ОК**. На екрані з'явиться вікно діалогу для опису функції відгуку. Введемо позначення відгуку **W**, а також його розмірність – див. Рис.4.4.

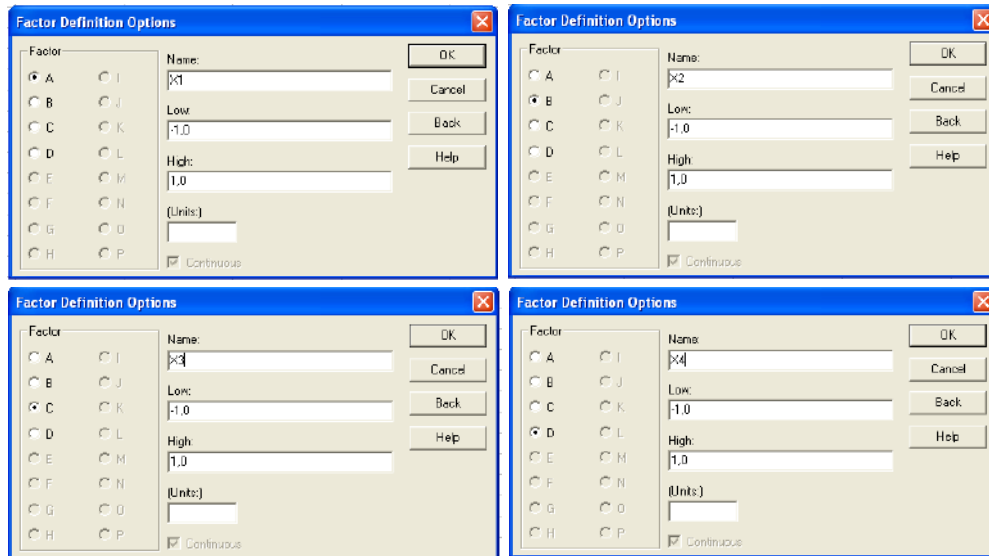


Рис.4.3. – Вікна діалогів для опису вхідних факторів.

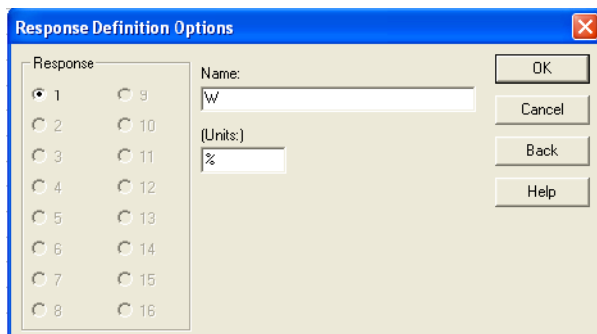


Рис.4.4 – Вікно діалогу для опису функції відгуку.

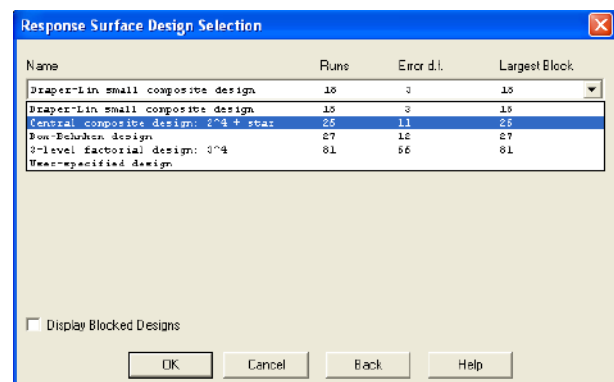


Рис.4.5 – Вікно діалогу з параметрами поверхні відгуку.

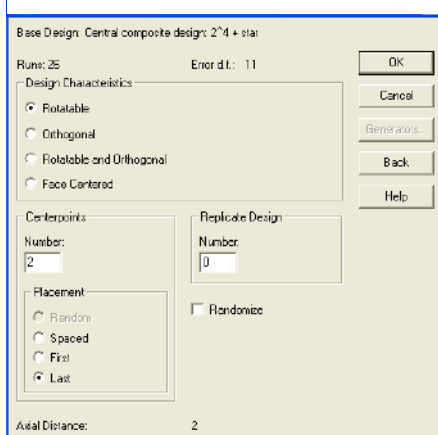


Рис.4.6 – Опції вибраного композиційного плану.

Натиснемо кнопку **ОК**. На екрані з'явиться діалогове вікно з параметрами поверхні відгуку (див. Рис.4.5).

Використовуючи кнопку зі стрілкою вниз, розгорнемо список передбачуваних варіантів, виберемо **central composite design: $2^4 + star$** (центрально-композиційний план $2^4 + \text{зірка}$) і натиснемо кнопку **ОК**. З'явиться вікно діалогу опцій обраного композиційного плану (див. Рис. 4.6). У верхньому рядку вікна з'являється найменування плану, нижче виведені загальна кількість необхідних експериментів (**Runs**) і число ступеней свободи для помилки (**Error df**). Перемикач **Design**

Characteristics (характеристики плану) встановимо в положення **Rotatable** (ротатабельний). Перемикач **Placement** (положення в план-матриці експерименту центральних точок) встановимо в положення **Last** (наприкінці) і знімемо прапорець **Randomise** (рандомізація). Кількість експериментів в центрі плану залишимо без змін (2 досліди). У нижній частині вікна наведено значення «зоряного плеча», яке для наших умов становить 2.

Натиснемо кнопку **ОК**. Система видасть зведення експериментального плану у вікні атрибутів поверхні відгуку (рис.4.7).

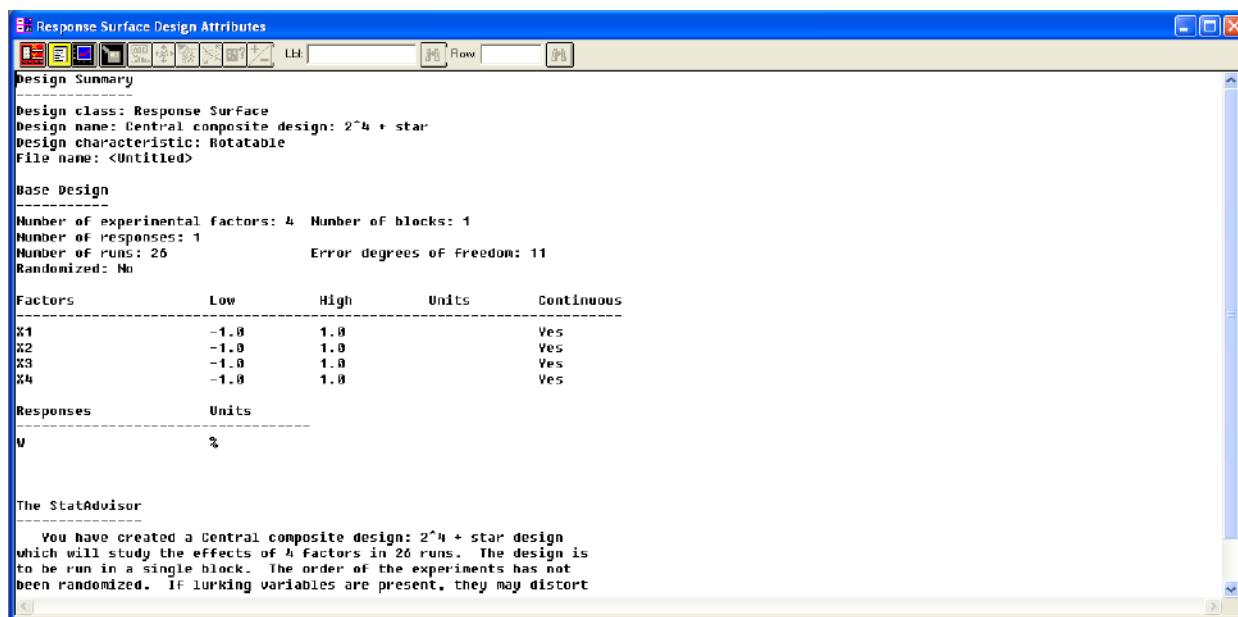
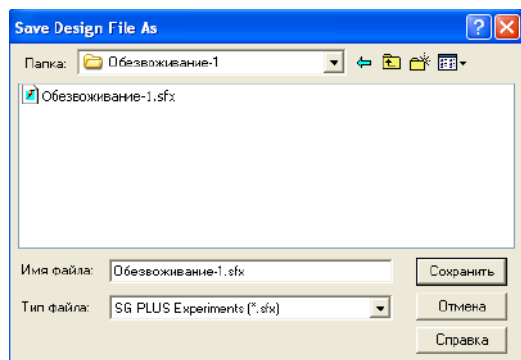


Рис. 4.7. – Зведення у вікні атрибутів поверхні відгуку.

Зведення включає ім'я плану і його тип, а також коментарі до експерименту. Тут же наведена інформація про фактори, відгуку, кількості експериментів, числі блоків, кількість центральних точок і ступенях свободи для помилки.

4.1.1.2. Задання імені, збереження плану експерименту і роздруківка робочої таблиці



Виберемо **File Save Design File As**, з'явиться відповідне вікно діалогу (рис.4.8). Задамо ім'я плану **План-1.sfx** в папці **План-1** і натиснемо кнопку **ОК**. Дослідник тепер готовий продовжити свій експеримент і почати збирати дані.

Рис.4.8 – Задання назви експериментального плану.

Насамперед необхідно роздрукувати робочу таблицю, в якій зазначений порядок проведення експериментів. У вікні атрибутів поверхні відгуку натиснемо кнопку табличних опцій (рис. 4.9). У вікні діалогу

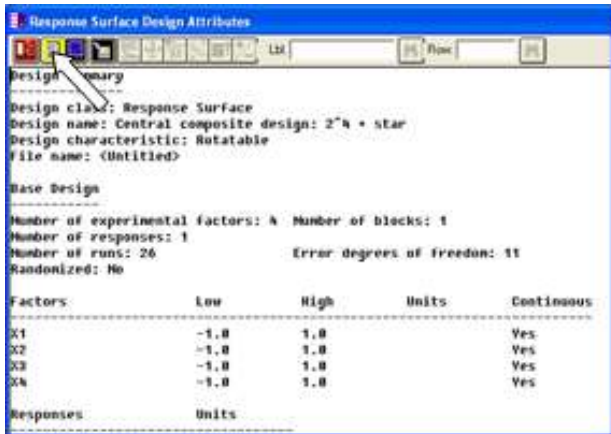


Рис.4.9 – Вікно атрибутів поверхні відгуку.

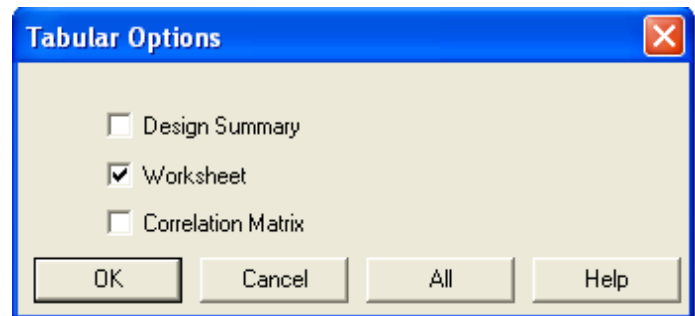


Рис.4.10 – Вікно діалогу для відображення робочої таблиці.

Run	X1	X2	X3	X4	Y
1	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	
2	1,0	-1,0	-1,0	-1,0	
3	-1,0	1,0	-1,0	-1,0	
4	1,0	1,0	-1,0	-1,0	
5	-1,0	-1,0	1,0	-1,0	
6	1,0	-1,0	1,0	-1,0	
7	-1,0	1,0	1,0	-1,0	
8	1,0	1,0	1,0	-1,0	
9	-1,0	-1,0	-1,0	1,0	
10	1,0	-1,0	-1,0	1,0	
11	-1,0	1,0	-1,0	1,0	
12	1,0	1,0	-1,0	1,0	
13	-1,0	-1,0	1,0	1,0	
14	1,0	-1,0	1,0	1,0	

Рис.4.11 – Робоча таблиця плану експерименту.

встановимо прапорець **Worksheet** (робоча таблиця), знімемо прапорець **Design Summary** (зведення плану) і натиснемо кнопку **OK** (рис.1.10). Робоча таблиця відобразиться у другому вікні на полі аналізу. Двічі натиснемо на заголовку вікна робочої таблиці і тим самим максимізуємо її розміри (див. рис.4.11).

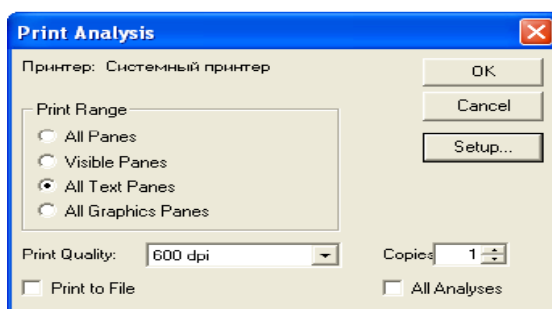


Рис.4.12 – Вікно діалогу друку.

Виберемо з меню **File Print** – система надає вікно діалогу для роздрукування плану експерименту, що проводиться. Встановимо перемикач в положення **All Text Panes** (рис.4.12) і натиснемо кнопку **OK**. Система роздрукує зведення проведеного аналізу і робочу таблицю для збору даних.

4.1.1.3. Проведення експерименту

Надалі здійснювалася серія лабораторних експериментів зі значеннями досліджуваних параметрів відповідно до роздрукованої матриці планування. Матриця планування і результати її реалізації представлені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Матриця планування та експериментальні дані.

X_1	X_2	X_3	X_4	W
-1	-1	-1	-1	24,5
1	-1	-1	-1	26
-1	1	-1	-1	25,9
1	1	-1	-1	28
-1	-1	1	-1	22,5
1	-1	1	-1	24,3
-1	1	1	-1	22,3
1	1	1	-1	24,9
-1	-1	-1	1	22,9
1	-1	-1	1	23,3
-1	1	-1	1	25
1	1	-1	1	26
-1	-1	1	1	23
1	-1	1	1	24
-1	1	1	1	23,2
1	1	1	1	24,7
-2	0	0	0	23
2	0	0	0	26,3
0	-2	0	0	22,9
0	2	0	0	25
0	0	-2	0	25,9
0	0	2	0	23,2
0	0	0	-2	25,7
0	0	0	2	23,7
0	0	0	0	24,5
0	0	0	0	24,5

Для введення значень цільової функції **W** у вихідну таблицю відкриємо файл "План-1.sfx" (рис.4.13).

	BLOCK	X1	X2	X3	X4	W	Col 7	Col 8	Col 9	Col 10
1	1	-1	-1	-1	-1	24,5				
2	1	1	-1	-1	-1	26				
3	1	-1	1	-1	-1	25,9				
4	1	1	1	-1	-1	28				
5	1	-1	-1	1	-1	22,5				
6	1	1	-1	1	-1	24,3				
7	1	-1	1	1	-1	22,3				
8	1	1	1	1	-1	24,9				
9	1	-1	-1	-1	1	22,9				
10	1	1	-1	-1	1	23,3				
11	1	-1	1	-1	1	25				
12	1	1	1	-1	1	26				
13	1	-1	-1	1	1	23				
14	1	1	-1	1	1	24				
15	1	-1	1	1	1	23,2				
16	1	1	1	1	1	24,7				
17	1	-2	0	0	0	23				
18	1	2	0	0	0	26,3				
19	1	0	-2	0	0	22,9				
20	1	0	2	0	0	25				
21	1	0	0	-2	0	25,9				
22	1	0	0	2	0	23,2				
23	1	0	0	0	-2	25,7				
24	1	0	0	0	2	23,7				
25	1	0	0	0	0	24,5				
26	1	0	0	0	0	24,5				
27										
28										
29										
30										
31										

Рис. 4.13 – План-матриця експерименту з введеними в неї значеннями цільової функції W.

У таблиці плану експерименту введемо в колонку **W** порядково відповідні значення цільової функції. Збережемо таблицю вибравши опції **File Save Save Design File**.

4.1.1.4. Аналіз експериментальних даних

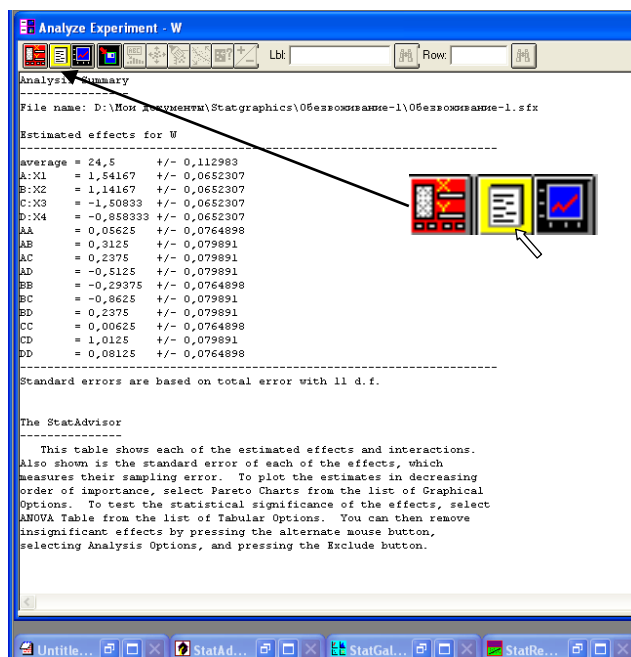


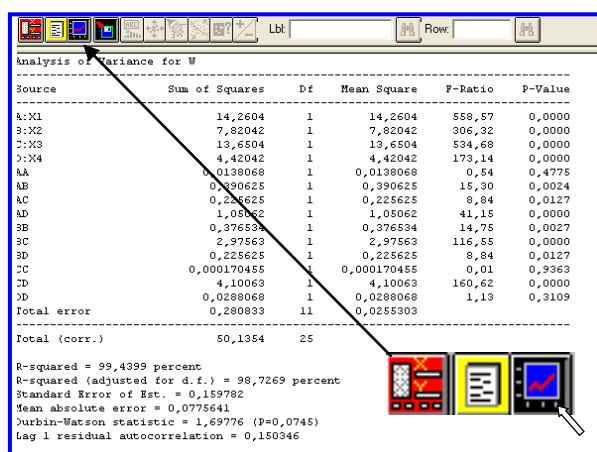
Рис.4.14 – Первинне зведення

Вибираємо в меню **Special |Experimental Design Analyze Design** - з'явиться відповідне вікно діалогу. Двічі клацнемо на **W** для введення імені цільової функції в поле даних і натиснемо кнопку **OK**. Система відобразить первинну зведення проведеного аналізу (рис.4.14). Для детального аналізу отриманої регресійної моделі натиснемо кнопку табличних опцій (друга зліва у верхньому ряду жовтого кольору). На екрані з'явиться вікно діалогу. Виберемо опції **ANOVA Table** (таблиця дисперсійного аналізу), **Regression** **Coefficients**

(коефіцієнти рівняння регресії) і **Predictions** (передбачення функції). Натиснемо кнопку **ОК**. У області аналізу з'явиться три додаткових вікна.

Двічі клацаємо лівою кнопкою миші у вікні дисперсійного аналізу для максимізації його розміру (рис.4.15).

Таблиця дисперсійного аналізу дозволяє оцінити статистичну значущість коефіцієнтів отриманої регресійної моделі. Коефіцієнти моделі, для яких р-рівень (**p-value**) менше 0,05, вважаються статистично значущими при довірчій ймовірності 95%. Як видно з наведених на рис. 4.15 даних, статистично значущими є коефіцієнти при лінійних членах рівняння регресії, членах, які відповідають парній взаємодії і коефіцієнт



Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
A:X1	14,2604	1	14,2604	558,57	0,0000
B:X2	7,82042	1	7,82042	306,32	0,0000
C:X3	13,6504	1	13,6504	534,68	0,0000
D:X4	4,42042	1	4,42042	173,14	0,0000
AA	0,0138068	1	0,0138068	0,54	0,4775
AB	0,390625	1	0,390625	15,30	0,0024
AC	0,225625	1	0,225625	8,84	0,0127
AD	1,05062	1	1,05062	41,15	0,0000
BC	0,376534	1	0,376534	14,75	0,0027
BD	2,97563	1	2,97563	116,55	0,0000
CD	0,225625	1	0,225625	8,84	0,0127
CC	0,000170455	1	0,000170455	0,01	0,9363
DD	4,10063	1	4,10063	160,62	0,0000
DD	0,0288068	1	0,0288068	1,13	0,3109
Total error	0,280833	11	0,0255303		
Total (corr.)	50,1354	25			

R-squared = 99,4399 percent
R-squared (adjusted for d.f.) = 98,7269 percent
Standard Error of Est. = 0,159782
Mean absolute error = 0,0775641
Durbin-Watson statistic = 1,69776 (P=0,0745)
Lag 1 residual autocorrelation = 0,150346

Рис.4.15 – Дисперсійний аналіз

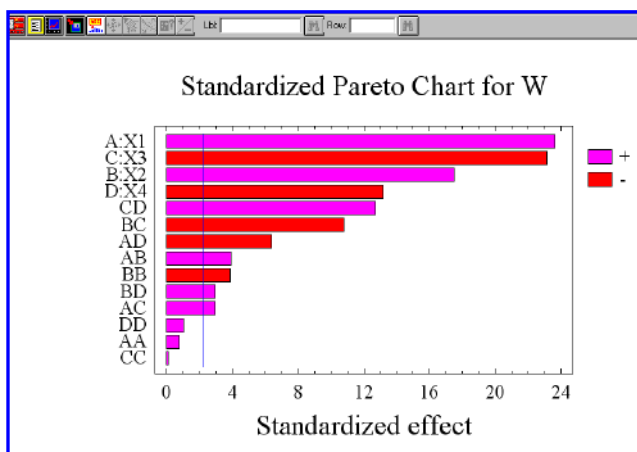


Рис.4.16 – Парето-карта коефіцієнтів

при X_2^2 . При цьому коефіцієнти при X_1^2 , X_3^2 і X_4^2 є статистично незначущими і при розрахунках за отриманою моделі можуть не враховуватися.

Найбільш зручно і наочно значимість коефіцієнтів моделі можна перевірити за допомогою Парето-карти. Для цього клацнемо кнопку графічних опцій (див. рис.4.15) для виклику відповідного вікна діалогу. Встановимо прапорець **Pareto Chart** (Парето-карта) і натиснемо кнопку **ОК** (рис.1.16). Горизонтальні стовпці, що перетинають вертикальну лінію, що відповідає 95% довірчої ймовірності, свідчать про статистичну значущість відповідних коефіцієнтів моделі. Парето-карта наочно підтверджує статистичну незначущість коефіцієнтів при X_1^2 , X_3^2 і X_4^2 , встановлену вище за допомогою таблиці дисперсійного аналізу (рис.4.15).

Парето-карта також дає уявлення про порівняльну значущість вхідних факторів для досліджуваного процесу. Збільшення довжини горизонтальних стовпців свідчить про збільшення впливу на процес відповідного фактора. Як видно з рис. 4.16, на досліджуваний технологічний процес найбільш істотно впливає чинник X_1 . Далі за значимістю фактори убують в наступній послідовності: $X_3 \rightarrow X_2 \rightarrow X_4$.

Колонки, колір яких відзначений знаком плюс, відповідають факторам і їх парним взаємодіям, які сприяють зростанню цільової функції. І, навпаки, колонки, колір яких відзначений знаком «мінус», відповідають факторам і їх парним взаємодіям, які сприяють зменшенню значень цільової функції.

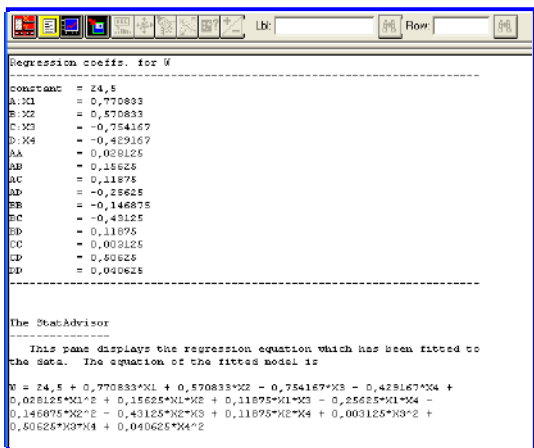


Рис.4.17 – Значення коефіцієнтів рівняння регресії.

Двічі клацнемо лівою кнопкою миші у вікні **Regression Coefficient** для максимізації його розміру (рис.4.17). У цьому вікні представлені значення коефіцієнтів рівняння регресії. У нижній частині цього ж вікна представлено саме рівняння регресії у вигляді полінома другого ступеня. Відповідно до даних, наведених на рис.4.17, рівняння регресії

з урахуванням значущості коефіцієнтів має вигляд:

$$W = 24,5 + 0,770833X_1 + 0,570833 \cdot X_2 - 0,754167 \cdot X_3 - 0,429167 \cdot X_4 + 0,026125 \cdot X_1^2 + 0,15625 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,11875 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,25625 \cdot X_1 \cdot X_4 - 0,146875 \cdot X_2^2 - 0,43125 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,11875 \cdot X_2 \cdot X_4 + 0,009125 \cdot X_3^2 + 0,50625 \cdot X_3 \cdot X_4 + 0,00625 \cdot X_4^2 \quad (4.1.)$$

Адекватність отриманої моделі досліджуваному процесу підтверджується високим значенням (близько 100%) коефіцієнта детермінації $R^2 = 99,44\%$, а також малим значенням стандартної помилки оцінки $SE = 0,1598$ (див. рис.4.15).

Натиснемо на кнопки графічних опцій і у вікні **Graphical Options** (властивості графіка) виберемо опцію **Diagnostic Plots** (діагностичний графік). У новому графічному вікні, що з'явилося, двічі клацнемо лівою кнопкою миші для максимізації його розміру. У цьому ж вікні клацнемо правою кнопкою миші і в контекстному виберемо опцію **Pane Options**. У новому графічному вікні, що з'явилося **Diagnostic Plot Options** (властивості діагностичного графіка) відзначимо опцію **Observed vs Predicted** (відповідність між експериментальними і розрахунковими даними) і натиснемо кнопку **OK**. У вікні в графічній формі дано порівняння експериментальних (observed) та розрахункових (predicted) даних (рис.4.18).

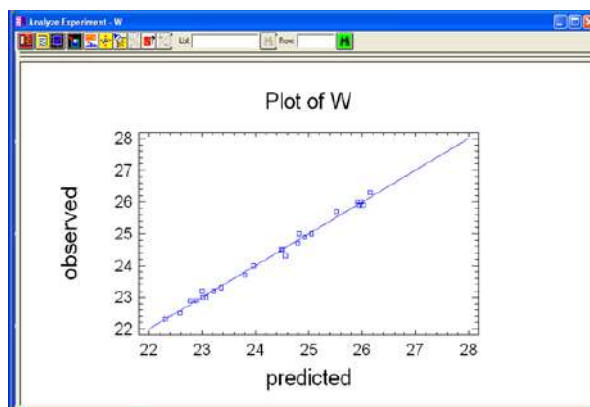
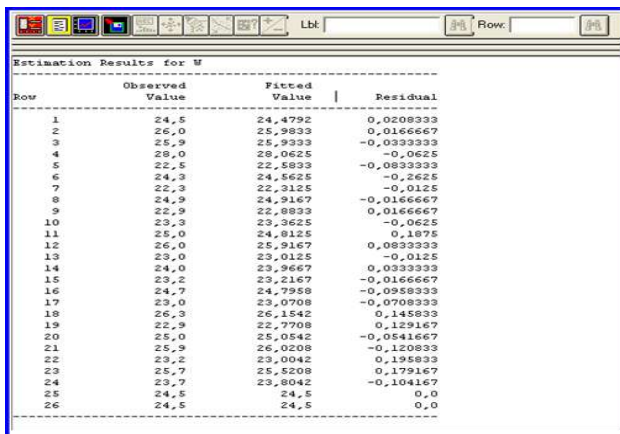


Рис.4.18 – Графік порівняння експериментальних (observed) і розрахункових (predicted) значень цільової функції.

Як видно, в більшості випадків різниця між цими даними невелика. Більшість експериментальних точок знаходиться поблизу прямої лінії.



Row	Observed Value	Fitted Value	Residual
1	24,5	24,4792	0,0208333
2	26,0	25,9833	0,0166667
3	25,9	26,9333	-0,0333333
4	28,0	28,0625	-0,0625
5	22,5	22,5833	-0,0833333
6	24,3	24,5625	-0,2625
7	22,3	22,3125	-0,0125
8	24,9	24,9167	-0,0166667
9	22,9	22,8833	0,0166667
10	23,3	23,3625	-0,0625
11	25,0	24,8125	0,1875
12	26,0	26,9167	0,0833333
13	23,0	23,0125	-0,0125
14	24,0	23,9667	0,0333333
15	23,2	23,2167	-0,0166667
16	24,7	24,7958	-0,0958333
17	23,0	23,0708	-0,0708333
18	26,3	26,1542	0,145833
19	22,9	22,7708	0,129167
20	25,0	25,0542	-0,0541667
21	25,9	26,0208	-0,120833
22	23,2	23,0042	0,195833
23	25,7	25,5208	0,179167
24	23,7	23,8042	-0,104167
25	24,5	24,5	0,0
26	24,5	24,5	0,0

Рис.4.19 – Таблиця порівняння експериментальних і розрахункових даних.

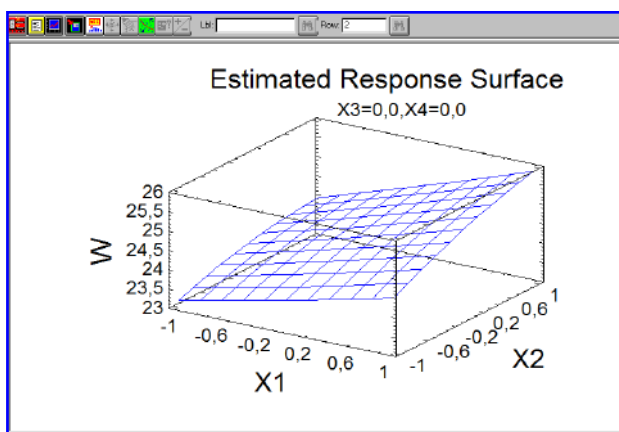


Рис.4.20 – Тримірний графік залежності $W = f(X_1, X_2)$.

виберемо дві опції **Response Plots** (графіки функції відгуку) і натиснемо кнопку **OK**. У правій колонці аналізу з'явиться два нові вікна. Двічі клацнемо лівою кнопкою миші у вікні **Estimated Response Surface** (оцінка поверхні відгуку) для його максимізації (рис.4.20). У цьому вікні представлений тривимірний графік залежності цільової функції **W** від факторів **X1** і **X2**. При цьому, як видно, фактори **X3** і **X4** зафіксовані на нульовому рівні. Натиснемо в межах вікна правою кнопкою миші. У контекстному меню виберемо опцію **Pane Options**. З'явиться вікно **Response Plot Options** (властивості графіка функції відгуку) (рис.4.21). В області цього

Повернемося в головне вікно двічі клацнувши лівою кнопкою миші. У колонці табличних опцій двічі клацнемо лівою кнопкою миші у вікні **Estimation Results for W** (оцінка результатів для функції відгуку **W**) для максимізації його розміру (див. Рис.4.19). У цьому вікні наведені експериментальні (**observed**) і розрахункові (**fitted**) значення цільової функції **W** в точках план-матриці експерименту. У четвертій колонці таблиці наведені «залишки» (**residual**), як різниця між експериментальними і розрахунковими (передбаченими) значеннями цільової функції. Малі абсолютні значення цих залишків є додатковим свідченням адекватності отриманої регресійної моделі досліджуваному процесу.

Повернемося в головне вікно двічі клацнувши лівою кнопкою миші. Натискаємо на кнопки графічних опцій і у вікні **Graphical Options** (властивості графіка)

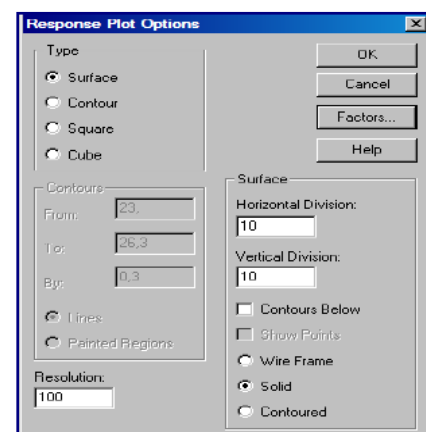


Рис.4.21- Контекстне меню Response Plot Options.

вікна **Type** (тип графіка) встановимо опцію **Surface** (поверхня). В області вікна **Surface** встановимо число поділок горизонтальної та вертикальної шкали графіка на рівні 10 а також виберемо опцію **Solid**. Для якісного відображення графіка поверхні відгуку опцію **Resolution** (роздільна здатність) встановимо не нижче 100. Для збереження введених установок натиснемо кнопку **OK**.

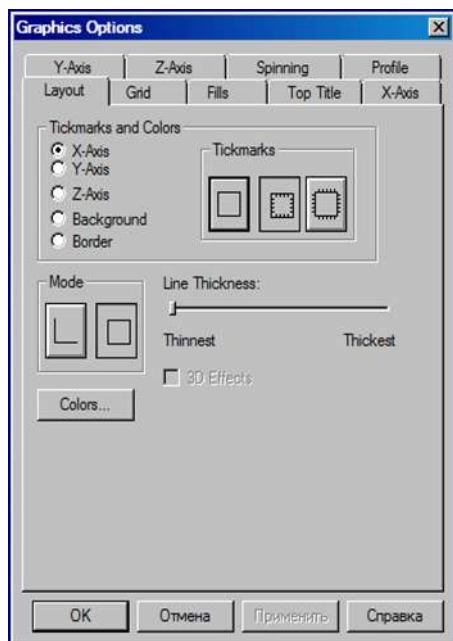


Рис.4.22 Вікно регулювання властивостей графіка.

Повторно клацнемо в межах вікна правою кнопкою миші. У контекстному меню виберемо опцію **Graphics Options**. Закладки вікна **Graphics Options** (див. Рис.4.22) дозволяють відформатувати тривимірний графік – змінити характер забарвлення поверхні, змінити межі зміни значень вхідних параметрів, виконати розмітку осей і т.д. Для зміни положення графіку в тривимірному просторі натисніть зелену кнопку в рядку меню графічного вікна (див. рис.4.23).



Рис. 4.23 – Регулювання положення графіка у тривимірному просторі.

При цьому стають доступними жовті кнопки і повзуни зміни положення графіка в горизонтальній і вертикальній площині. Натискання кнопок призводить до безперервного обертання графіка навколо відповідної осі. Повторне натискання кнопки призводить до зупинки обертання. Повзуни призначені для дискретної зміни положення графіка.

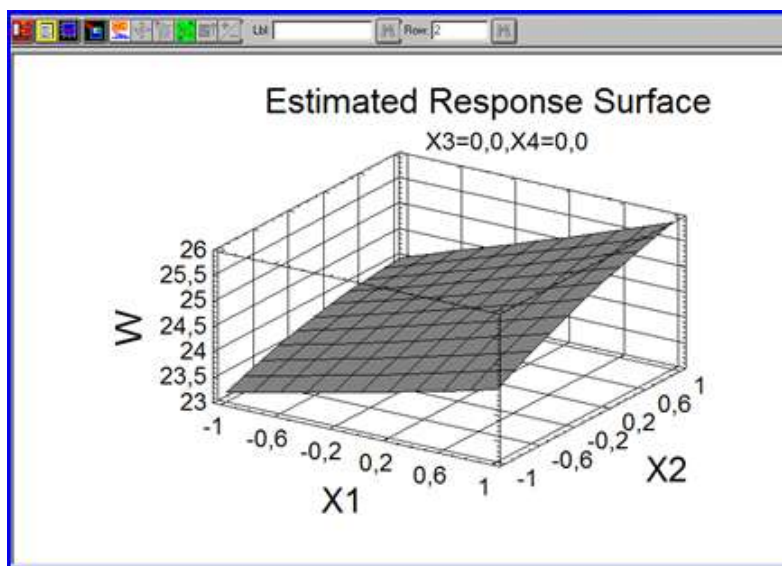


Рис.4.24 – Варіант форматування графіка поверхні

На рис.4.24 показаний можливий варіант форматування тривимірного графіка поверхні відгуку. Для вибору іншої пари вхідних параметрів знов клацніть в графічному вікні правою кнопкою миші, виберіть у контекстному меню опцію **Pane Options** і у вікні **Response Plot Options** (див. рис.4.21)

виберіть опцію **Factors** (фактори). З'явиться діалогове вікно **Response Plot Factors** (фактори функції відгуку) (див. рис.4.25). Тут можна вибрати будь-яку пару вхідних параметрів, задати інтервали їх варіювання, а також фіксовані значення інших факторів.

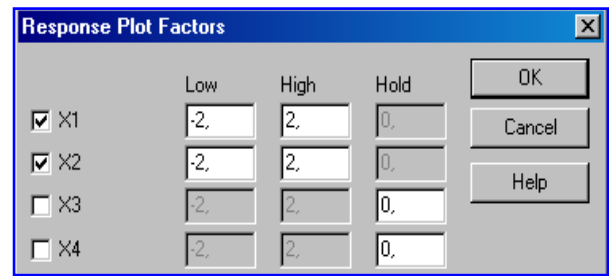


Рис.4.25 – Діалогове вікно Response Plot Factors.

У головному меню аналізу **Analyze Experiment** двічі клацаємо у вікні **Contours of Estimated Response Surface** (оцінка контурного графіка функції відгуку) для максимізації його розміру (рис.4.26, а). Показаний контурний графік являє собою контури проекцій рівних значень функції відгуку на площину. Форматування контурного графіка здійснюється так само як і графіка поверхні відгуку. На рис.4.26, б наведено приклад відформатованого контурного графіка.

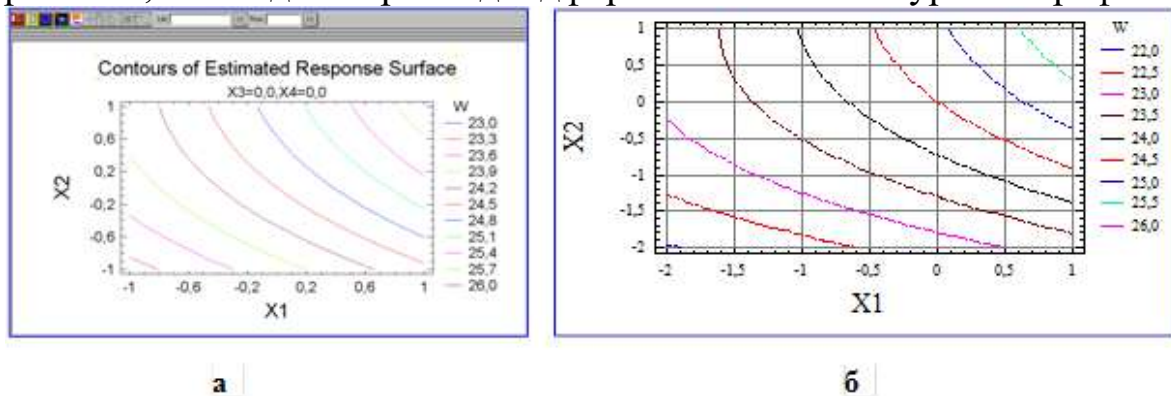


Рис. 4.26 – Контурний графік поверхні відгуку:
а – первинний; б – відформатований.

Будь-який з графіків програми **STATGRAPHICS** може бути скопійований в буфер обміну **Windows** і вставлений, наприклад, в документ **Microsoft Word**. Крім того, графіки можуть бути збережені в більшості відомих форматів - **wmf (windows metafiles); jpg (JPEG 24 bit color); tif (TIF color)** і ін. Копіювання в буфер обміну або збереження у вигляді графічного файлу здійснюється за допомогою контекстного меню, що викликається при клацанні правою кнопкою миші у вікні графіка.

На рис. 4.27 показано узагальнене вікно графічного аналізу отриманого рівняння регресії, скомпоноване в текстовому редакторі **Microsoft Word**.

Проаналізуємо отримані результати. Як видно з тривимірних перетинів гіперповерхні $W(X_i)$ і контурних кривих цих поверхонь, функція відгуку W зростає в міру збільшення фактора (X_1) і зростання фактора (X_2). У той же час зростання фактора (X_3) призводить до зниження функції відгуку W .

Надалі необхідно на фізичному рівні проаналізувати якісні тенденції впливу факторів, що по суті є логічно-перевірочною процедурою. Якщо

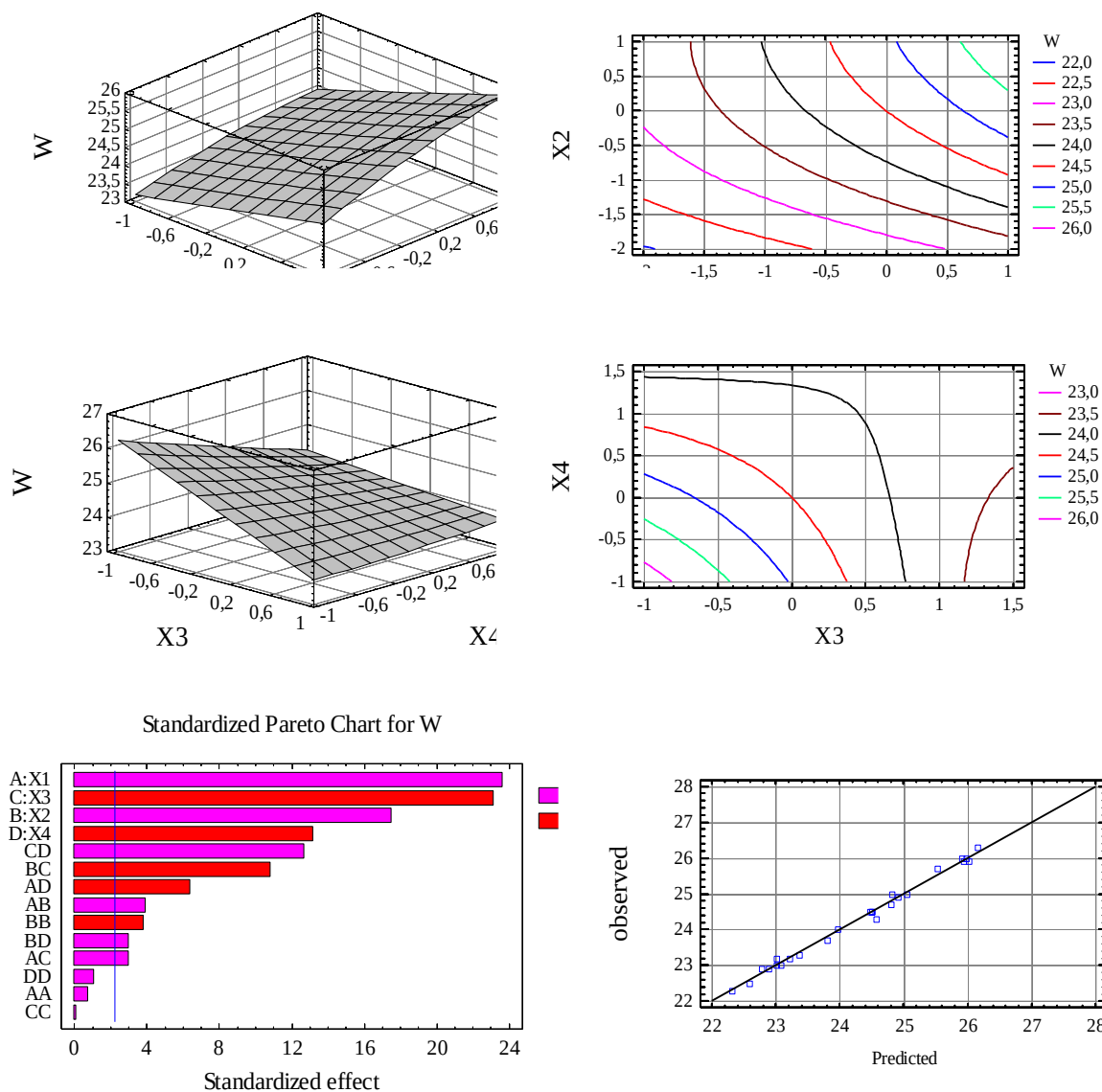


Рис. 4.27. Узагальнене вікно графічного аналізу отриманого рівняння регресії вплив факторів відповідає класичним уявленням про вплив зазначених факторів на функцію відгуку W, то дані приймаються.

Отже, механічні фактори в модельованому технологічному процесі є домінуючими.

Для збереження результатів досліджень у вигляді файлу проекту виберемо пункти меню **File Save As Save Statfolio As**. У вікні (рис.4.28) задамося ім'ям файлу проекту (наприклад, **План-1.sgp**) і збережемо його в тій же папці, що й файл вихідних даних **План-1.sfx**.

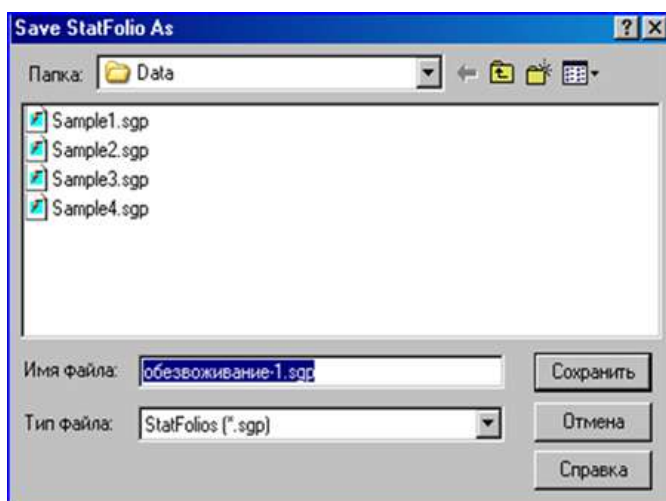


Рис.4.28 - Збереження результатів досліджень.

4.1.2. Застосування Statgraphics для обробки даних симплекс-гратчастого (центроїдного) планування експериментів як способу моделювання систем типу «склад-властивість»

У практиці технологічних процесів іноді доводиться вирішувати завдання оптимізації складу багатокомпонентної суміші. У нафтогазовій галузі це, наприклад, визначення оптимального складу композиційних реагентів, бурового і тампонажного розчинів тощо. Звичайні методи активного планування експерименту в даному випадку застосувати не можна, так як на незалежні змінні накладено обмеження:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1; x_i \geq 0, \quad (4.2.)$$

де x_i – вміст i -того компонента в суміші, що з n компонентів, частки одиниці, тобто вміст усіх компонентів у будь-якої суміші завжди дорівнює одиниці або 100%.

У цих випадках застосуємо метод активного планування експерименту для дослідження систем типу «склад-властивість». Так як сума часток всіх компонентів, що складають суміш, дорівнює одиниці, то факторний простір може бути представлено правильним симплексом, для трьох компонентів – правильним трикутником, для чотирьох – правильним тетраедром і т.д. Властивості складу досліджуються в наперед заданих точках симплекса, які утворюють так звану *симплексну ґратку*.

У разі трикомпонентної суміші кожній точці трикутної діаграми відповідає один, цілком певний склад, а кожному складу відповідає одна точка на діаграмі. У кожній вершині трикутної діаграми вміст одного компонента становить 100%. На протилежній цій вершині стороні вміст цього компонента дорівнює нулю. Сторони трикутника відповідають бінарним сумішам (див. рис. 4.29).

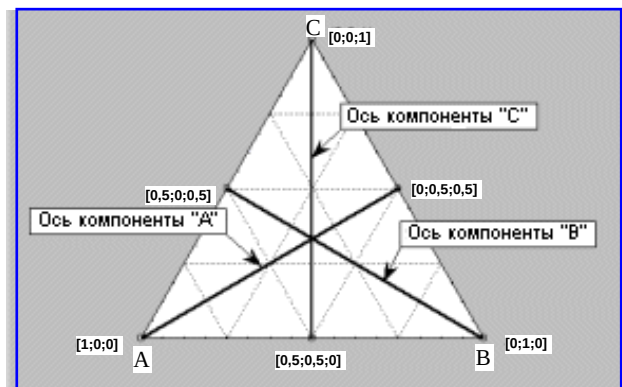


Рис.4.29 – Трикутна діаграма трикомпонентної суміші.

Розглянемо побудову концентраційного трикутника

Гіббса¹, використовуваного при розробці та аналізі плану експерименту. З кожної вершини правильного трикутного симплекса проведемо висоту, розділимо кожну з них, наприклад, на десять частин і, провівши через отримані ділення прямі, паралельні відповідним сторонам трикутника,

¹ Геометричною фігурою, на площині якої зображують склад потрібних сплавів, служить рівносторонній концентраційний трикутник, введений Д.Гіббсом, К.Стоксом і Г.Розебомом

отримаємо трикутну сітку (див. рис. 4.30). Відлік ведемо від точок перетину висот і сторін трикутника. Кожна точка, що лежить в межах трикутного симплекса характеризується трьома координатами (вмістом компонентів А, В і С). Наприклад, точці а на рис.4.30 відповідає такий вміст компонентів: $A = 0,2$; $B = 0,5$; $C = 0,3$.

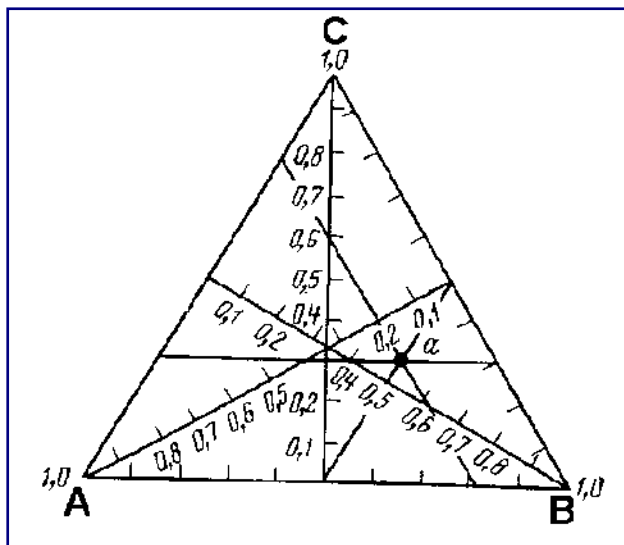


рис.4.30 – Концентраційний трикутник Гіббса

Як правило, поверхні відгуку в багатокомпонентних системах мають вельми складний характер. Для

адекватного опису таких поверхонь використовують поліноми високих

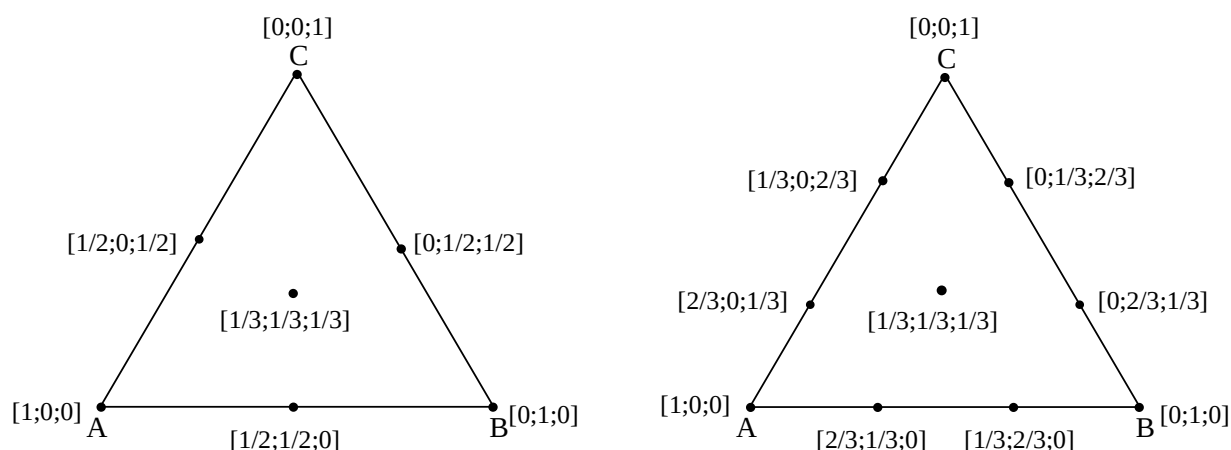


Рис.4.31. – Розташування дослідів на симплексі при розробці квадратних і кубічних моделей.

ступенів. У разі трикомпонентних систем найбільш часто застосовуються плани другого і третього порядку, з розробкою квадратних і кубічних моделей відповідно. Розташування дослідів на симплексі для цих моделей представлено на рис.4.31.

Розглянемо особливості симплекс-гратчастого планування для випадку визначення оптимального складу суміші, наприклад, суміші, яка складає буровий розчин.

У подібних дослідженнях доцільно використовувати симплексцентроїдний план Шеффе, що забезпечує рівномірний розкид експериментальних точок у факторному просторі. В якості цільової функції використовували стабільність бурового розчину.

4.1.2.1. Розробка і збереження плану експерименту

Двічі клацаємо на ярлику програми **STATGRAPHICS** на робочому столі комп'ютера для ініціалізації системи. У рядку меню програми виберемо **Special | Experimental Design | Create Design** – система видасть вікно діалогу для розробки експериментального плану.

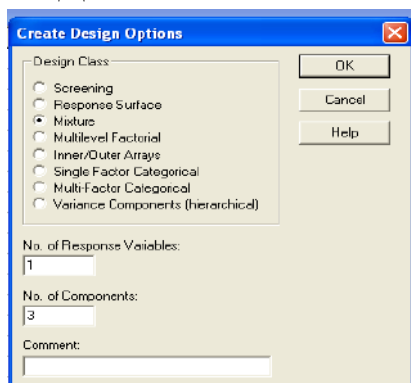


Рис.4.32. – Вікно діалогу для розробки експериментального плану.

Встановимо перемикач типу експериментального плану в положення **Mixture** (суміш). Задамо число функцій відгуку 1 і кількість компонентів (в даному випадку класів крупності) 3. Поле коментарів (**comment**) залишимо порожнім. Заповнене вікно діалогу показане на рис.4.32.

Натиснемо кнопку **ОК**. На екрані з'явиться вікно діалогу для опису компонентів шихти. Тут задаються імена компонентів, верхні і нижні межі їх значень і одиниці виміру (див. рис. 4.33.). Заповнимо вікно діалогу. Позначимо вміст колоїдної твердої фази бурового розчину (до 1 мкм) **X1** і задамо нижню та верхню межі варіювання 0 і 1. Кількість мулової фракції (1-50 мкм) позначимо як **X2** і задамо її межі варіювання від 0 до 1. Аналогічним чином зробимо з фактором «вміст пісків» (понад 50 мкм) **X3**.

У всіх випадках в поле **Mixture Total** (сумарна суміш) встановлюємо 1. Поле **Units** (розмірність) залишимо порожнім.

Натискаємо кнопку **ОК**. Система видає вікно діалогу для завдання параметрів функції відгуку.

Позначимо функцію відгуку (стабільність бурового розчину²) як **P**, а також вкажемо її розмірність в поле **Units** - **МПа** (див. рис.4.34.).

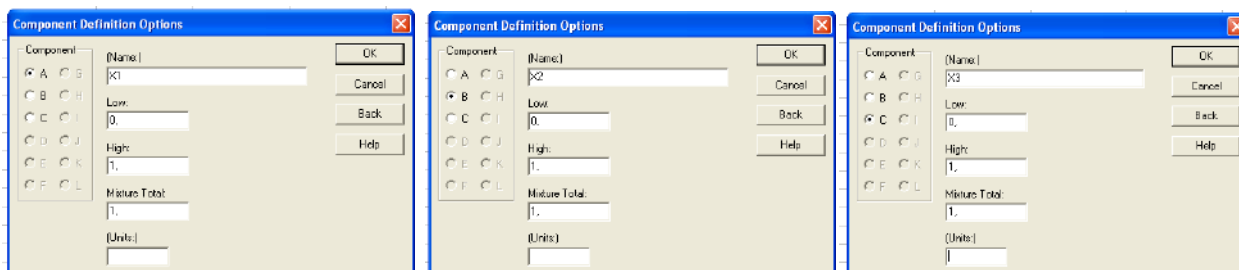


Рисунок 4.33. – Вікна діалогів для опису компонентів бурового розчину.

² Стабільність характеризує здатність розчину утримувати частинки в підвішеному стані. Вона визначається величиною різниці густини нижньої і верхньої половин об'єму однієї проби після відстою протягом 24 год. Для звичайних розчинів її величина повинна бути не більше 0,02 г / см³, а для обважнених - 0,06 г / см³.

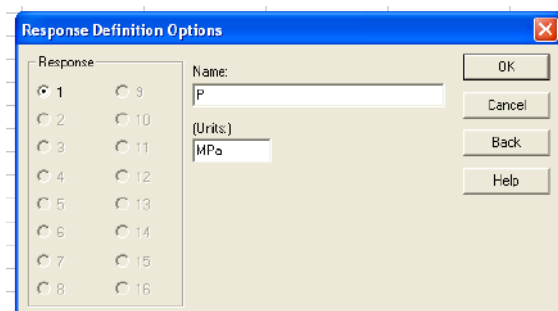


Рис. 4.34. – Вікно діалогу для опису функції відгуку.

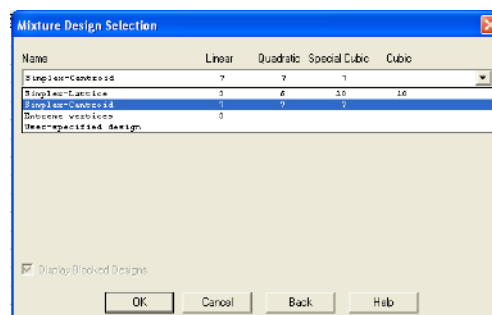


Рис. 4.35. – Вікно діалогу для вибору типу експериментального плану

Натиснемо кнопку **OK**. На екрані з'явиться наступне вікно діалогу для вибору типу плану (див. рис. 4.35).

За допомогою кнопки зі стрілкою вниз розкриємо список доступних планів. Виберемо **Simplex-Centroid** (симплекс-центроїдний план), потім натиснемо кнопку **OK**. На екрані з'явиться вікно діалогу для завдання параметрів обраного експериментального плану. Заповнимо вікно діалогу. У полі завдання типу моделі виберемо **Special Cubic** (спеціальна кубічна).

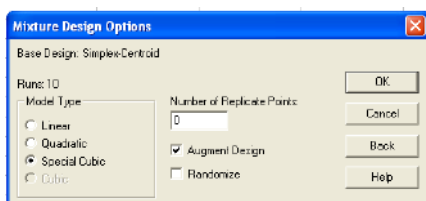


Рис.4.36. – Вікно діалогу для завдання параметрів

Спеціальна кубічна модель в нашому випадку являє собою квадратичну модель плюс зважений добуток трьох компонентів суміші. Перемикач поставимо в положення **Augment Design** (розширений план) і знімемо прапорець **Randomize** (рандомізація). Заповнене вікно діалогу наведено на рис. 4.36.

Натискаємо кнопку **OK**. Система видасть зведення обраного типу експериментального плану (див. рис. 4.37). Дане зведення включає в себе тип плану, видається загальна інформація про компоненти шихти, функції відгуку і експерименти. Після перегляду цього матеріалу його необхідно зберегти. Виберемо з меню **File | Save Design File As**. З'явиться відповідне вікно діалогу (рис. 4.38.). Назвемо наш план **rozchyn.sfx** і натиснемо кнопку **OK**. Тепер все приготовлено для проведення розробленого плану в життя, збирання й введення експериментальних даних для подальшої обробки.

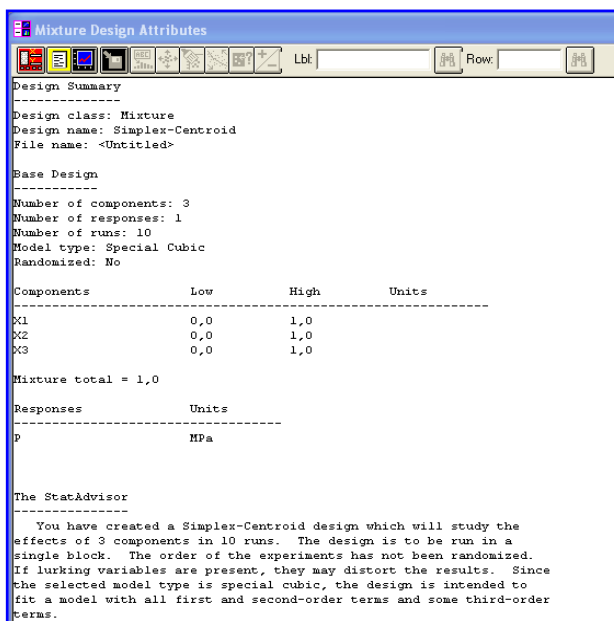


Рис.4.37.- Зведення плану експерименту

Відкриємо файл **rozchyn.sfx**. Перед нами з'явиться вікно з матрицею планування (рис. 4.39.).

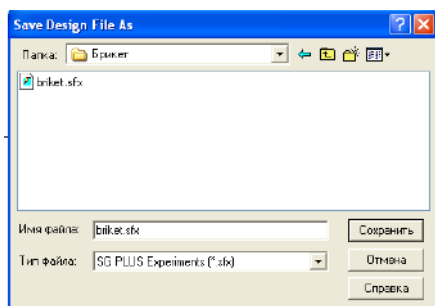


Рис. 4.38. – Збереження плану експерименту

	BLOCK	X1	X2	X3	P	Col 6
1	1	1	0	0		
2	1	0	1	0		
3	1	0	0	1		
4	1	0,5	0,5	0		
5	1	0,5	0	0,5		
6	1	0	0,5	0,5		
7	1	0,333333	0,333333	0,333333		
8	1	0,666667	0,166667	0,166667		
9	1	0,166667	0,666667	0,166667		
10	1	0,166667	0,166667	0,666667		
11						

Рис. 4.39. – Матриця планування експерименту

Роздрукуємо план-матрицю експерименту. Для цього виберемо з меню

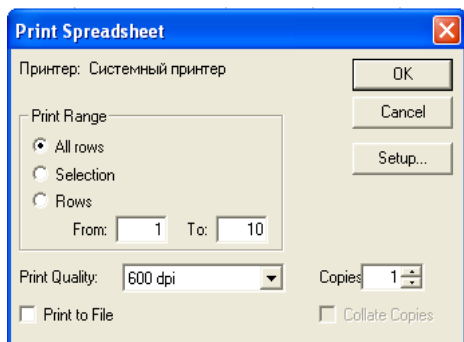


Рис. 4.40. – Вікно діалогу друку

File Print - система надасть вікно діалогу для роздрукування план-матриці проведеного аналізу (рис. 4.40). Встановимо перемикач в положення **All Rows** (усі рядки таблиці) і натиснемо кнопку **ОК**. Система роздрукує робочу таблицю для збору даних.

Після реалізації матриці експерименту шляхом проведення лабораторних досліджень та отримання значень цільової функції в кожному з дослідів отримана таблиця 4.2.

Таблиця 4.2.– Матриця планування і результати експериментів

№ досліджу	Компоненти бурового розчину			Стабільність Р,
	X ₁	X ₂	X ₃	
1	1	0	0	19,1
2	0	1	0	18,8
3	0	0	1	14,0
4	0,5	0,5	0	20,5
5	0,5	0	0,5	16,7
6	0	0,5	0,5	15,6
7	0,3333	0,3333	0,3333	19,3
8	0,6666	0,1666	0,1666	19,8
9	0,1666	0,6666	0,1666	19,1
10	0,1666	0,1666	0,6666	16,7

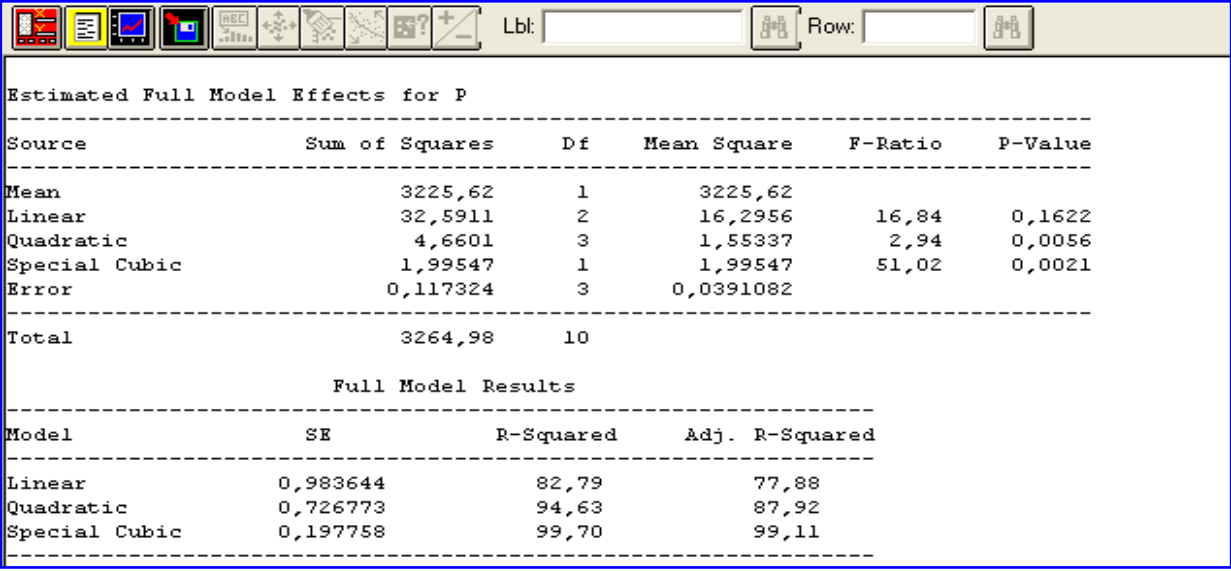
У вікні файлу **rozchyn.sfx** двічі клацнувши мишею на заголовку вікна відкриємо електронну таблицю. Внесемо в неї дані для 10 значень функції відгуку, отриманих експериментальним шляхом. Виконаємо команду **File | Save Design File**. Система збереже введені дані.

4.1.2.2. Аналіз експериментальних даних

Виберемо з меню **Special | Experimental Design | Analyze Design**. На екрані з'явиться вікно діалогу для введення аналізованих змінних. Двічі клацнемо лівою кнопкою миші на змінній **P** і натиснемо кнопку **OK**.

Система видасть зведення проведеного аналізу (рис. 4.41.).

У зведенні наведено стандартні статистичні характеристики для кожного типу поліноміальної моделі. З отриманих цифр випливає, що статистично значущі ефекти спостерігаються у спеціальній кубічній



Estimated Full Model Effects for P					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Mean	3225,62	1	3225,62		
Linear	32,5911	2	16,2956	16,84	0,1622
Quadratic	4,6601	3	1,55337	2,94	0,0056
Special Cubic	1,99547	1	1,99547	51,02	0,0021
Error	0,117324	3	0,0391082		
Total	3264,98	10			

Full Model Results			
Model	SE	R-Squared	Adj. R-Squared
Linear	0,983644	82,79	77,88
Quadratic	0,726773	94,63	87,92
Special Cubic	0,197758	99,70	99,11

Рис. 4.41. – Загальне зведення результатів аналізу експериментальних даних

моделі (р-значення менше 0,05). Так як у спеціальній кубічній моделі значення **SE** (квадратні корені з середніх квадратів помилок) менше, а значення коефіцієнтів детермінації **R-квадратів** більше, ніж у інших моделей, подальший аналіз буде орієнтований на спеціальну кубічну модель.

Натиснемо кнопку табличних опцій  (друга зліва у верхньому ряду). На екрані з'явиться відповідне вікно діалогу. Встановимо прапорець **Model Results** (результати моделі) і натиснемо кнопку **OK**. Система відобразить в другому табличному вікні статистики, розраховані для спеціальної кубічної моделі. Двічі клацнемо на цьому другому вікні для максимального збільшення його розмірів (див. рис. 4.42.). Як випливає з

отриманих цифр, всі члени спеціальної кубічної моделі мають значимі ефекти ($p < 0,05$), крім одного коефіцієнта AC (X_1X_3). З урахуванням значущості коефіцієнтів рівняння регресії має наступний вигляд:

$$P = 19,1118 \cdot X_1 + 18,7481 \cdot X_2 + 14,0754 \cdot X_3 + 6,11977 \cdot X_1 \cdot X_2 - 3,15295 \cdot X_2 \cdot X_3 + 45,3178 \cdot X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \quad (4.3)$$

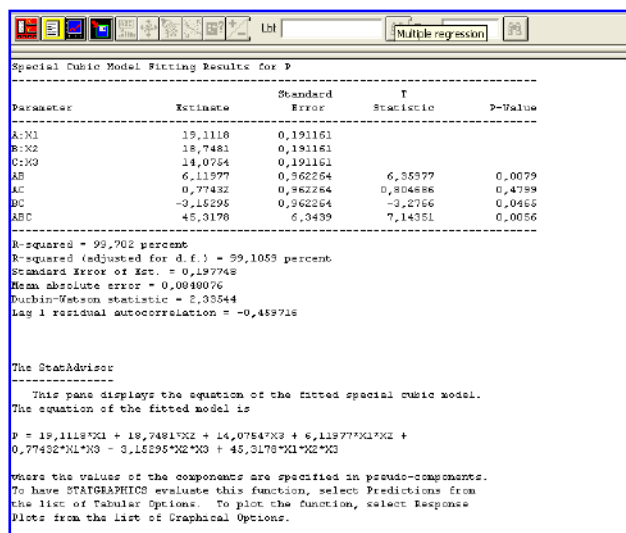


Рис. 4.42. – Результати розрахунків спеціальної кубічної моделі.

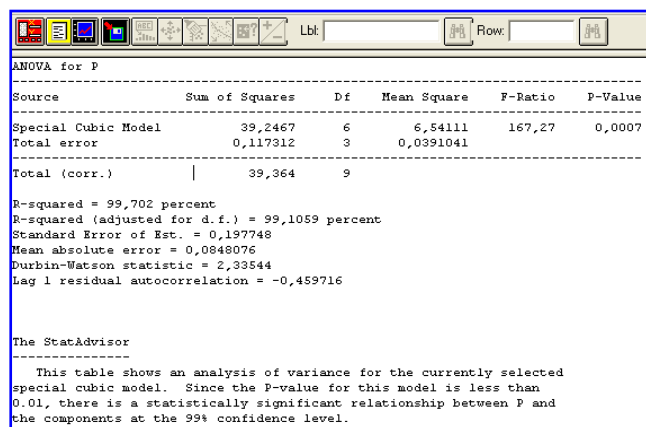


Рис. 4.43. – Таблиця дисперсійного аналізу.

Випробуємо спеціальну кубічну модель в цілому за допомогою дисперсійного аналізу. Для цього викличемо ще раз вікно діалогу табличних опцій. Встановимо прапорець **ANOVA Table** (таблиця дисперсійного аналізу). Система додасть на екран вікно з вказаною таблицею. Двічі клацнувши на ньому лівою кнопкою миші, збільшимо розміри таблиці (див. рис. 4.43.). Високий рівень значущості ($p < 0,05$), велике (більше 99%) значення коефіцієнта детермінації R-квадрат і мале значення стандартної помилки оцінки SE ($SE = 0,1977$) свідчать про адекватність отриманої моделі досліджуваному процесу.

Знову звернімося до меню табличних опцій, натиснувши кнопку

У новому діалоговому вікні встановимо прапорець **Optimization** (оптимізація) і натиснемо кнопку **OK**. У лівій колонці статистичних таблиць

з'явиться нове вікно **Optimize Response**, в якому система видає оптимальний склад вихідних компонентів, що забезпечує максимальне або мінімальне значення цільової функції (див. рис. 4.44.). Щоб вказати системі, про який екстремум цільової функції йде мова, клацнемо правою кнопкою миші в полі таблиці і в контекстному меню виберемо опцію **Pane options**. У діалоговому вікні яке з'явився при цьому встановимо в поле

Type of Optimization (тип оптимізації) прапорець **Maximize** (максимальний) – див. рис. 4.45. Зазначений вибір обумовлений тим, що в наших дослідженнях ставиться завдання створення композиції трьох складових бурового розчину (колоїд, мул і піски), що забезпечує необхідну стабільність бурового розчину. Тому перед системою ставиться завдання знаходження екстремуму-максимуму цільової функції (в'язкості розчину P).

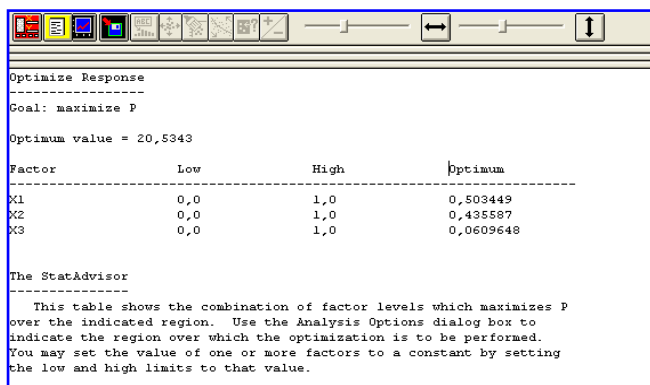


Рис. 4.44. – Оптимізація цільової функції

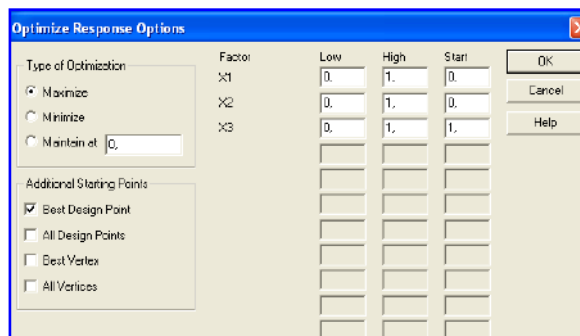


Рис. 4.45. – Вибір типу оптимізації цільової функції

Щоб проілюструвати отримані результати, звернемося до графічних відображень. Натиснемо кнопку графічних опцій (третя зліва у верхньому ряду). Система видасть вікно діалогу для їх завдання. Виберемо два графіки функції відгуку **Response** і натиснемо кнопку **OK**. Праву частину екрану займуть **Estimated Response Surface** (графік поверхні функції відгуку) і її контурний графік **Contours of Estimated Response Surface**.

Двічі клацаємо лівою кнопкою миші для максимізації розмірів верхнього графічного вікна Estimated Response Surface (див. рис. 4.46.). На графіку чітко простежується екстремальний характер залежності в'язкості бурового розчину від його складу.

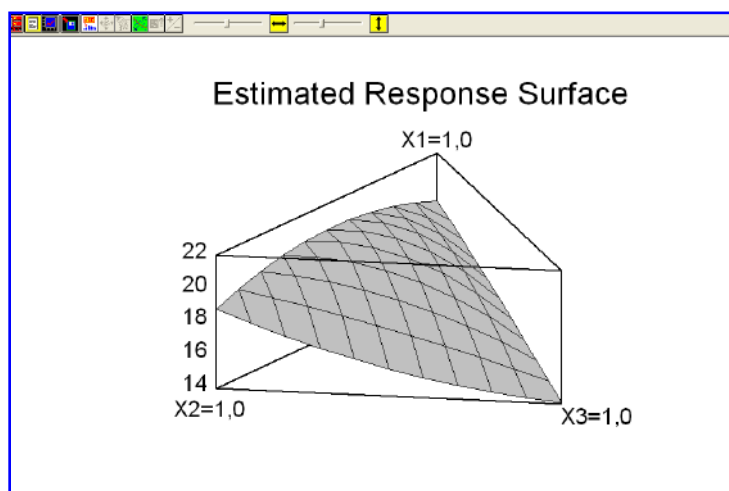


Рис. 4.46. – Графік поверхні функції відгуку

Натиснемо двічі лівою кнопкою миші на нижньому графіку **Contours of Estimated Response Surface**. На рис. 4.47. представлений первісний контурний графік поверхні відгуку у вигляді контурних ліній рівних значень проєкцій цільової функції P на трикомпонентний

симплекс. У цьому ж вікні клацнемо правою кнопкою миші і в контекстному меню виберемо опцію **Painted Regions** (пофарбовані області). У результаті графік зміниться і буде являти собою сукупність забарвлених зон, які відповідають певному інтервалу зміни цільової функції (див. рис.4.47 б).

Чорною точкою на обох контурних графіках позначено оптимальне співвідношення компонентів, що забезпечує необхідну стабільність. Це співвідношення приведено нами на рис.4.44.

Для збереження результатів досліджень у вигляді файлу проекту виберемо пункти меню **File | Save As | Save Statfolio As.** У вікні задамося ім'ям файлу проекту (наприклад, **rozchyn.sqp**) і збережемо його в тій же папці, що й файл вихідних даних **rozchyn.sfx**.

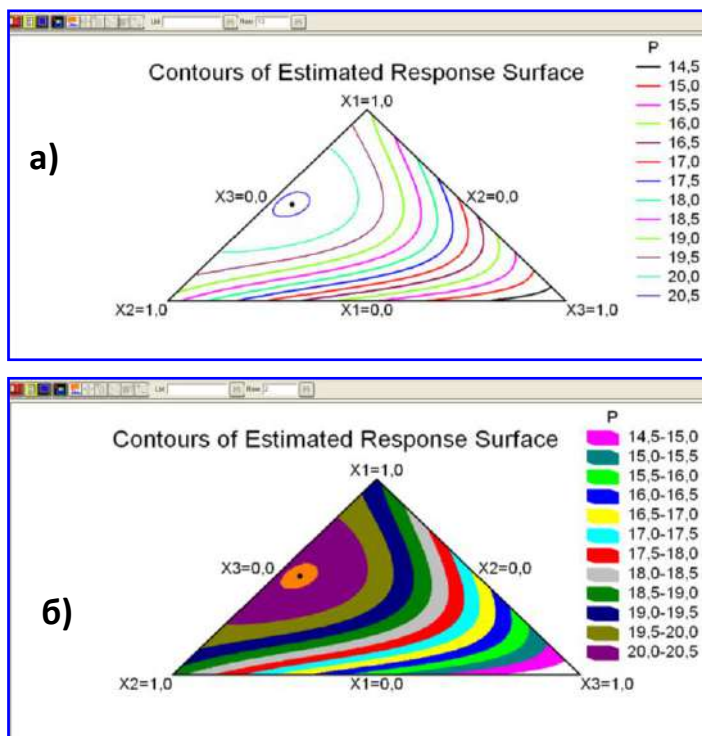


Рис. 4. 47 – Контурні графіки поверхні відгуку

4.2. Застосування програми Microsoft Office Excel для отримання поліноміальної моделі об'єкту

За допомогою програми Microsoft Excel можна виконати апроксимацію лінії тренда цільової функції, визначеної експериментально (при фізичному моделюванні). Цю операцію реалізують способом поліноміального згладжування.

Отже, вихідна інформація – це отримана експериментально регресія, скажімо, втрат напору по трубопроводу і від швидкості потоку рідини або гідросуміші V , тобто експериментальна крива $i(V)$.

Для отримання моделі-поліному необхідно покроково виконати такі дії:

Крок 1. З експериментальних даних визначаємо точки для побудови графіка.

Крок 2. Створюємо таблицю $i(V)$ у Microsoft Office.

Крок 3. Будуємо графік у Microsoft Office Excel. Для цього виділяємо таблицю з даними і переходимо у вкладку “Вставка”. Далі в блоці інструментів “Діаграми” натискаємо на “Точкова” зі списку вибираємо

“Точкова з гладкими кривими”. Після цих маніпуляцій графік буде готовий, але його потрібно оформити, тобто підписати графік.

Крок 4. Створення лінії тренду. Натискаємо правою кнопкою миші по самому графіку і вибираємо пункт “Додати лінію тренда”. Відкривається вікно, де можна зробити різні налаштування. Наприклад, можна змінити тип згладжування і апроксимації, вибравши один з шести пунктів: експоненціальна; лінійна; логарифмічна; поліноміальна; статична; лінійна фільтрація.

Крок 5. Вибираємо поліноміальне згладжування. У вікні “Побудова лінії тренду” встановлюємо позначку в позицію “Поліноміальна”.

Крок 6. Праворуч від нього розташоване поле “Ступінь”. При виборі значення “Поліноміальна” воно стає активним. В ньому можна вказати будь-яке статичне значення від 2 до 6. Даний показник визначає число максимумів і мінімумів функції.

Крок 7. Вибираємо, наприклад, ступінь 5 для більшої точності. Потім встановлюємо позначку напроти пункту “Показувати рівняння на діаграмі”, щоб на діаграмі відобразилось рівняння згладжувальної функції.

Крок 8. Після цього для нашої роботи, обов'язково, потрібно встановити позначку напроти позиції “Помістити на діаграму величину достовірної апроксимації (R^2)”. Коефіцієнт детермінації R^2 — статистичний показник — міра залежності варіації. В розрахунок беремо $R^2 \leq 0.95$.

Після цих операцій маємо поліноміальну модель експериментальної регресії і відповідний їй коефіцієнт детермінації R^2 .

Приклад застосування програми Microsoft Office Excel для отримання математичної поліноміальної моделі технологічного процесу поданий у наступному розділі цього посібника.

4.3. Методика побудови 3D-моделей конструкцій та їх елементів

3D-моделювання — це процес розробки математичного представлення будь-якої тривимірної поверхні об'єкта за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення.

Продукт моделювання — 3D-модель. Вона може бути представлена у вигляді програмного коду або відображена як 3D-модель, а також за допомогою двовимірного зображення, що створюється за допомогою процесу рендерингу³. 3D-моделі можуть створюватись вручну або автоматично.

Сучасну промисловість неможливо уявити без моделювання продукції до виробництва. З появою 3D-технології виробники отримали можливість

³ комп'ютерна візуалізація (англ. *Rendering*) — в комп'ютерній графіці — процес отримання зображення за моделлю з допомогою комп'ютерної програми.

значної економії матеріалів і зменшення фінансових витрат на інженерне проектування⁴. За допомогою 3D-моделювання дизайнери-графіки створюють тривимірні зображення деталей і об'єктів, які в подальшому можна використовувати для створення прес-форм і прототипів об'єкта, імпортувати в інші середовища, наприклад, для одержання моделей параметричних полів – температури, тиску, швидкості рідин і газів, механічних напруг тощо у пристроях і їх елементах.

Тривимірна графіка дозволяє детальніше відобразити всю сутність моделі, особливості побудови і її роботи до найдрібніших деталей. Вона поєднує в собі прийоми та інструменти, необхідні для створення об'ємних об'єктів в тривимірному просторі.

Під *прийомами* варто розуміти способи, алгоритми формування тривимірного графічного об'єкта – розрахунок його параметрів, креслення «скелета» або об'ємної не деталізованої форми. Виділяють чотири основних прийоми створення 3D-моделі:

- Сплайнове моделювання (термін «сплайн» означає криві, що бувають різних типів):

- NURBS⁵ — поверхні NURBS визначаються кривими, на які впливають «важкі» контрольні точки. Крива слідує за точками (але не обов'язково дотикається до них).

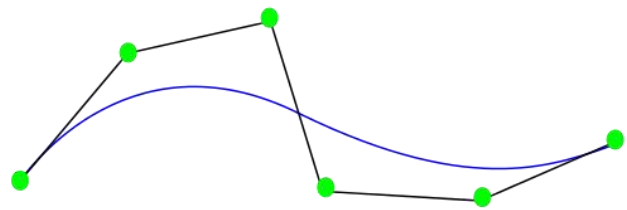


Рисунок 4.48 – NURBS-сплайн

- Патчі і криві Безье — простий тип NURBS;

- Бі-сплайни (англ. *Bi-spline*) — це спеціальний тип сплайнів, які можуть бути швидко обчислені, як сума базових функцій;

- Rational spline — раціональні криві поділяються за ступенем багаточлена;

- Non-uniform (нерівномірні) — дозволяє можливість нерівномірної параметризації вздовж поверхні;

- Полігональне моделювання — багатокутне моделювання — це підхід для 3D моделювання об'єктів шляхом подання або апроксимації їх поверхонь з використанням багатокутників.

- Моделювання за допомогою сабдивів (англ. *Subdivision surfaces*) — розбиття поверхні — метод, що представляє гладку поверхню за допомогою приблизної шматково-лінійної полігональної сітки. Гладка поверхня може бути зображена за допомогою приблизної сітки як границя рекурсивного поділу кожної полігональної грані на дрібніші грані, які краще апроксимують гладку

⁴ Олег Матвійків, Сергій Ткаченко, Володимир Хаханов Інженерне проектування складних об'єктів і систем Engineering Design of Complex Objects and Systems Навчальний посібник <http://cad.lp.edu.ua/project/b2.pdf>

⁵ Неоднорідний раціональний B-сплайн, NURBS (англ. Non-uniform rational B-spline) — математична форма, що застосовується в комп'ютерній графіці для генерування та подання кривих та поверхонь.

поверхню. Це один із сучасних способів 3D-моделювання, який прогресивно розвивається і все більш нарощує конкуренцію двом попереднім.

Інструментами є професійні програми для 3D-моделювання. В першу чергу – SolidWork, ProEngineering, 3DMAX, а також деякі інші програми для об'ємної візуалізації предметів і простору.

SolidWorks (SolidWorks Corporation) застосовується для дизайну, деталізації та візуалізації продуктів, систем, машин та оснащення.

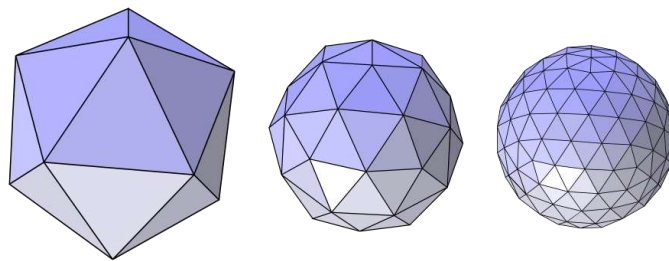


Рисунок 4. 49 – Моделювання за допомогою сабдивів – розбиття поверхні

ProEngineering – система автоматизованого проектування, інженерного аналізу та підготовки виготовлення виробів будь-якої складності і призначення. ProEngineering Enterprise SE (Standard Edition) – повний інструментальний пакет, що забезпечує комплексне рішення задач розробки виробу і точно відповідає сучасним вимогам глобально розподілених виробничо-конструкторських груп.

3DMAX у своєму розпорядженні має засоби для створення різноманітних за формою і складністю тривимірних комп'ютерних моделей, реальних чи фантастичних об'єктів навколишнього світу, з використанням різноманітних технік і механізмів, включаючи полігональне моделювання, в яке входять Editable mesh (редагована поверхня) і Editable poly (редагований полігон). Це найпоширеніший метод моделювання, який використовується для створення складних моделей.

SketchUp Pro (Trimble) – програма для моделювання, що підтримує 2D та 3D моделі. Безкоштовна версія також доступна та інтегрована в Google Earth. SketchUp – програма для моделювання відносно простих тривимірних об'єктів. Основною особливістю цієї програми є майже повна відсутність вікон попередніх налаштувань. Всі геометричні характеристики під час або зразу після закінчення дії інструменту задаються з клавіатури в поле Value Control Box (поле контролю параметрів), яке знаходиться в правому нижньому кутку робочої області, справа від напису Measurements (панель вимірів).

AutoCAD – дво- і тривимірна система автоматизованого проектування і креслення, що включає в себе повний набір інструментів для комплексного тривимірного моделювання (підтримується твердотільне, поверхневе і полігональне моделювання). AutoCAD дозволяє отримати високоякісну візуалізацію моделей за допомогою рендеринга mental ray. Також в програмі реалізовано управління тривимірним друком (результат моделювання

можна відправити на 3D-принтер) і підтримка хмар точок (дозволяє працювати з результатами 3D-сканування). Тим не менш, слід зазначити, що відсутність тривимірної параметризації не дозволяє AutoCAD безпосередньо конкурувати з машинобудівними САПР, такими як Inventor, SolidWorks та іншими.

КОМПАС-3D – інтерактивний графічний редактор з сучасним інтерфейсом, оснащений інструментальними засобами, які дозволяють створювати твердотілі об'єкти з використанням набору елементарних параметричних тіл (паралелепіпед, циліндр та ін.). Основні компоненти КОМПАС-3D – система тривимірного моделювання, універсальна система автоматизованого 2D-проектування КОМПАС-Графік, модуль проектування специфікацій і текстовий редактор. Він легкий в освоєнні та має довідкову систему. Базові можливості системи включають в себе функціонал, який дозволяє спроектувати виріб будь-якого ступеня складності в 3D, а потім оформити на це виріб комплект документації, необхідний для його виготовлення відповідно до діючих стандартів.

4.3.1. Методика побудови 3D-моделі з використанням графічного редактора КОМПАС-3D

Розглянемо методику побудови 3D-моделі з використанням графічного редактора КОМПАС-3D (в більшості програм принцип побудови досить схожий). В першу чергу варто ознайомитися з інтерфейсом системи. Варто почати з створення документа креслення (Файл-Створити-Креслення). Відкриється головне вікно системи, в якому будуть відображені наступні елементи (рис. 4.50, табл. 4.1):

- головне меню;
 - панель інструментів
- (стандартна, вид, поточний стан);
- компактна панель;
 - рядок повідомлень;
 - панель властивостей;
 - вікно документа;
 - шаблон креслення формату A4 у вікні документа.

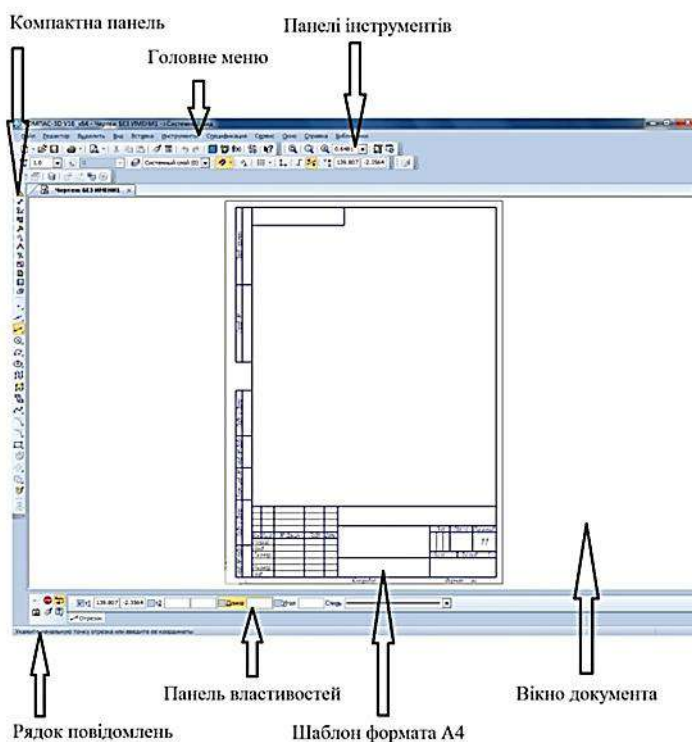
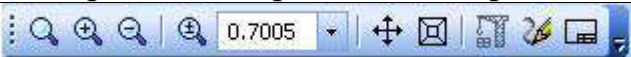


Рисунок 4. 50 – Елементи інтерфейсу програми Компас-3D

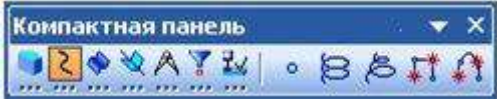
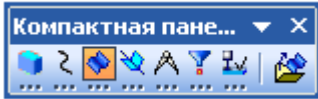
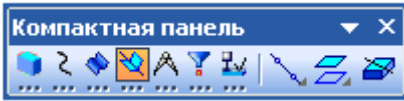
Таблиця 4.1. – Елементи інтерфейсу ПЗ Компас-3D та їх призначення

Головне меню (2D, 3D)	 Містить в собі основні меню програми. З його допомогою можна створити новий файл, зберегти, відправити його на друк, налаштувати інтерфейс, створити і відредагувати креслення, підключити бібліотеки і багато іншого
Стандартна панель	 Розташована в верхній частині екрану. Тут продубльовані найбільш часто використовувані команди: «Створити документ», «Відкрити», «Зберегти», «Відправити на друк»
Панель «Вид»	 Містить команди для керування зображенням. Можна змінювати масштаб, наближати, видаляти креслення
Панель поточного стану	 Розташовані кнопки для управління курсором, його координати. Також тут можна встановити/заборонити прив'язки курсору, включити/вимкнути сітку (як в AutoCAD), режим ортогонального креслення
Панель «Компактна» (2D, 3D)	 Найпопулярніша панель у користувача Компаса. Тут є все, що потрібно для створення і редагування креслення: геометричні фігури, розміри, позначення. Панель «Компактна» складається з панелі перемикавання та інструментальних панелей. На рис. активізована інструментальна панель «Геометрія» (точки, допоміжні лінії, відрізки, окружності).
Панель властивостей	 Спочатку її на екрані немає, вона з'являється при створенні будь-якого елемента креслення і служить для управління процесом створення цього елемента. Наприклад, при створенні відрізка, як показано на малюнку, можна задати координати двох його точок, кут, довжину, стиль лінії

Панель «Компактна» для 3D документів радикально відрізняється, панелі інструментів тут зовсім інші:

- редагування деталі;
- просторові криві;
- поверхні;
- допоміжна геометрія;
- виміри (3D);
- фільтри;
- елементи оформлення.

Таблиця 4.2 – Панелі інструментів для 3D документів

Назва панель	Зображення панелі та її команди
Редагування деталі	 Команди для побудови елементів деталі шляхом додавання матеріалу (операції видавлювання, обертання, кінематична операція і операція по перетинах) і шляхом видалення матеріалу (вирізати видавлюванням, обертанням, кінематично, по перетинах). Інші команди: деталь-заготовка, фаска, отвір, ребро жорсткості, ухил, оболонка, перетин поверхнею, масив по концентричній сітці, дзеркальний масив, булева операція
Просторові криві	 Команди точка, спіраль циліндрична, спіраль конічна, ламана, сплайн
Поверхні	 Доступна тільки одна команда: імпорт поверхні з файлу формату ACIS (розширення .sat)
Допоміжна геометрія	 Доступні вже відомі нам команди: вісь через дві вершини, зміщена площину, лінія роз'єму
Виміри (3D)	 Команди для різних обчислень: відстань і кут, довжина ребра, площа, МЦХ моделі, інформація про об'єкт
Фільтри	 Команди використовуються в тому випадку, коли конструктору важко виділити якийсь об'єкт моделі. Наприклад потрібно виділити ребро, а так як поруч з ребром грань помилково може виділитися вона. Для того, щоб цього не відбувалося можна фільтрувати межі, ребра, вершини, конструктивні площини, конструктивні осі. Спочатку активна команда «Фільтровать все», яка означає, що може бути виділений будь-який елемент
Елементи оформлення	 Команди дозволяють проставити на 3D моделі деталі лінійний розмір, кутовий, радіальний, діаметральний, шорсткість, базу, лінію-виноску, допуск форми

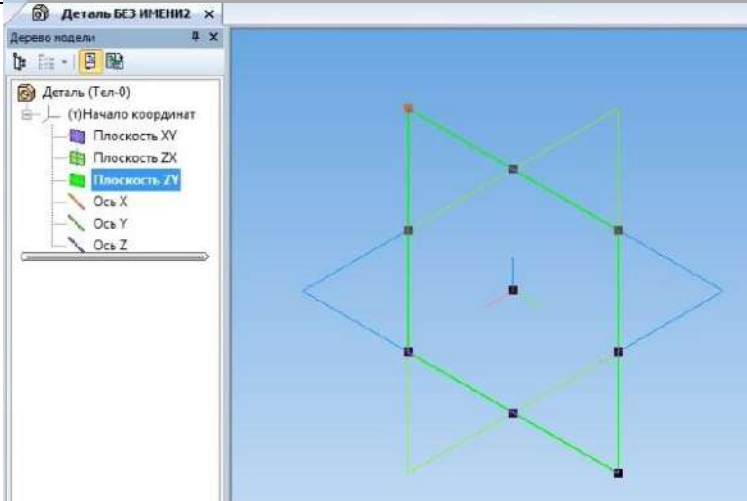
Кнопки миші працюють наступним чином:

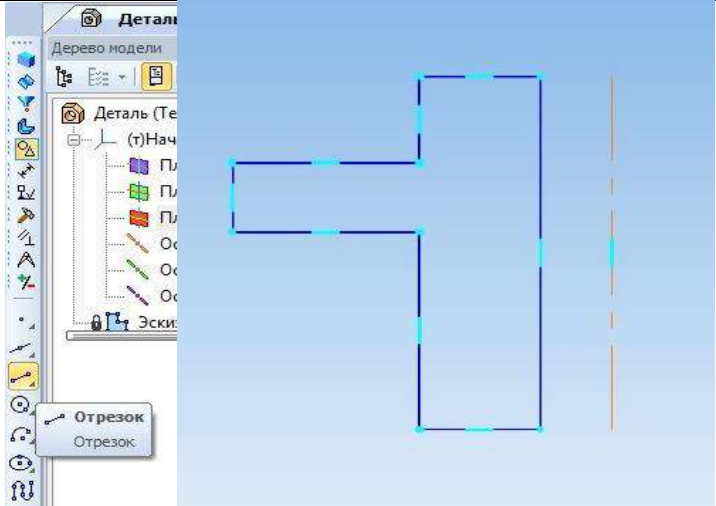
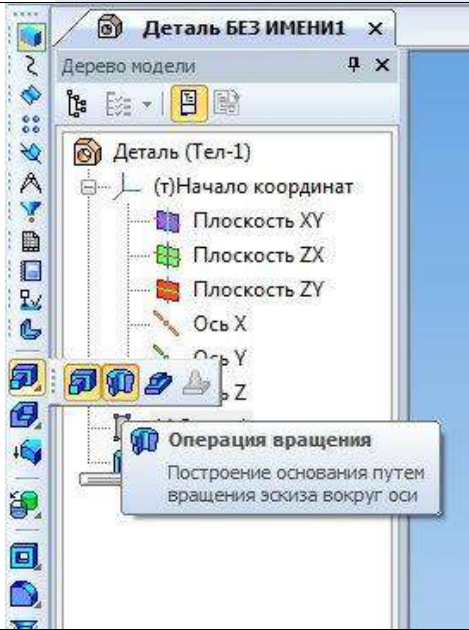
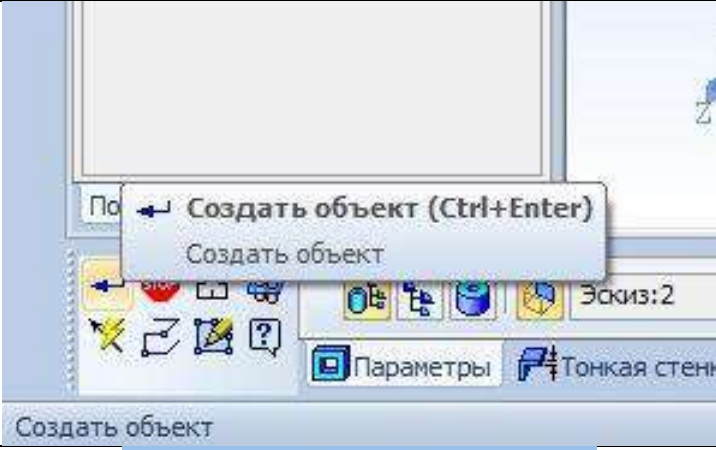
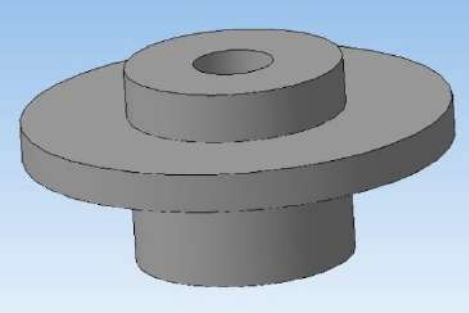
- ліва – дозволяє обирати елементи меню, об'єкти в графічній області, а також об'єкти в «дереві конструювання» FeatureManager;
- права – дозволяє відображати контекстне меню;
- середня – дозволяє обертати, переміщувати, а також змінювати масштаб деталі або збірної моделі.

Перед початком побудови 3D моделі необхідно провести аналіз креслення деталі, а саме визначити які операції будуть при проектуванні основними, яка буде послідовність побудови моделі деталі. Спочатку слід використовувати основні формотворчі операції (видавлювання, обертання), а останніми операціями, природно, будуть - побудова фасок, заокруглень, оболонки і т.д. Розглянемо, наприклад, різні способи побудови 3D моделі деталі "Фланець".

Перший спосіб передбачає створення деталі за 1 операцію обертання. Це найбільш раціональний варіант. Приклад покрокової побудови деталі наведена в табл. 4.3.

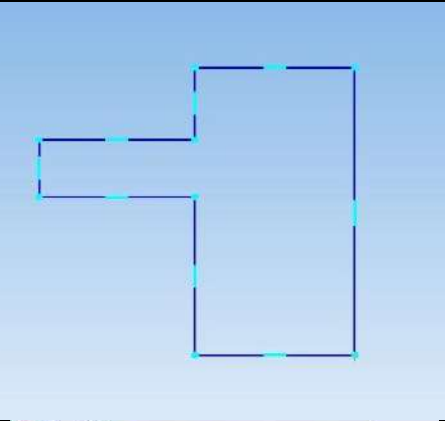
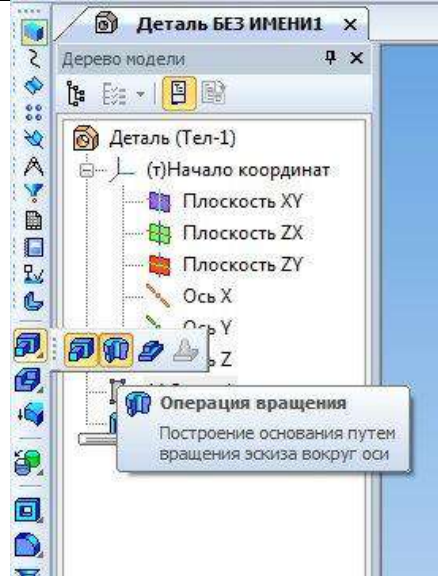
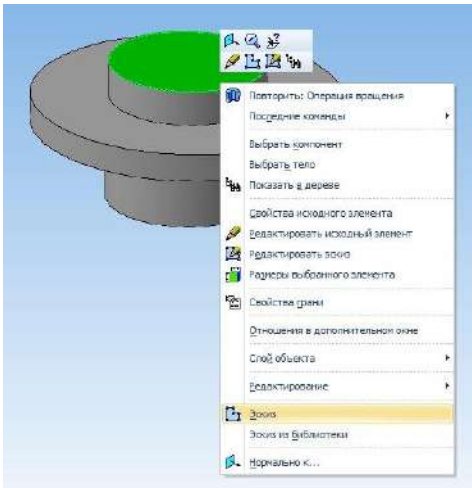
Таблиця 4.3 – Приклад покрокової побудови 3D-моделі деталі «Фланець» за одну операцію

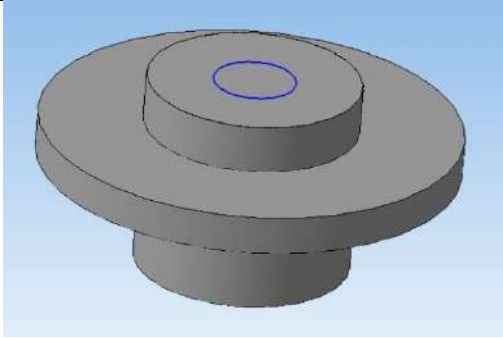
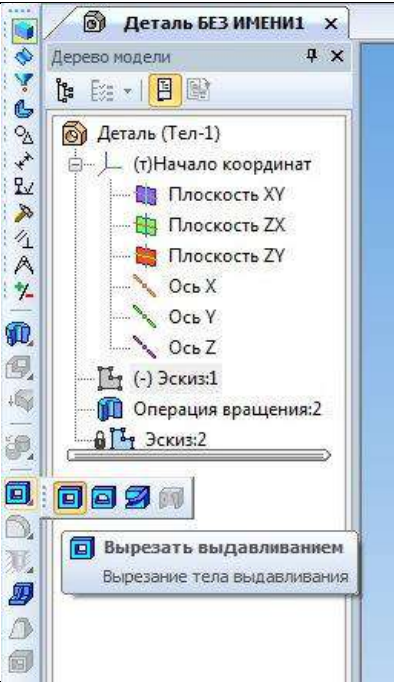
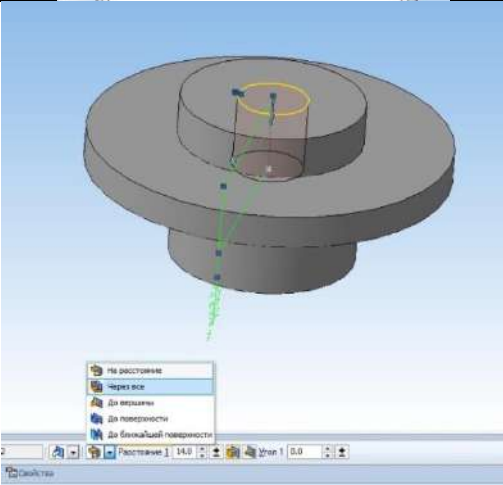
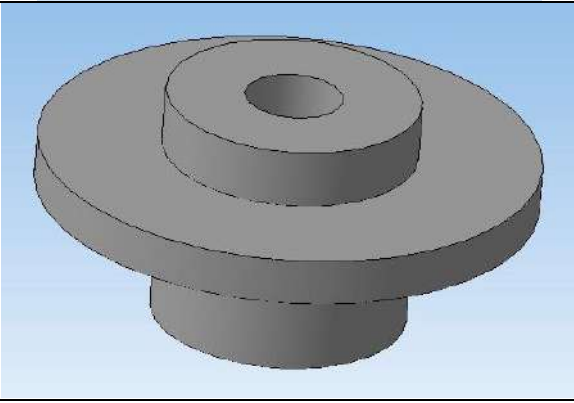
Опис дій	Зображення
Створюємо новий документ. Вибираємо деталь.	
Вибираємо площину для побудови ескізу	

За допомогою інструменту «відрізок» креслимо ескіз деталі	
В меню операцій, попередньо виділивши ескіз, обираємо «обертання»	
Для підтвердження операції на панелі властивостей натискаємо «створити об'єкт»	
Після підтвердження з'являється 3D-модель деталі	

Другий спосіб побудови цієї ж деталі більш трудомісткий, та й такий файл важить на 20% більше (але теж дуже мало – всього до 100 Кб). Він передбачає дві операції: перша – обертання, друга – видавлювання отворів. Приклад покрокової побудови деталі за цим способом наведена в табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – Приклад покрокової побудови 3D-моделі деталі «Фланець» за дві операції

Опис дій	Зображення
За допомогою інструменту «відрізок» креслимо ескіз деталі, так як і в першому способі	
В меню операцій, попередньо виділивши ескіз, обираємо «обертання»	
Виділимо площину на тілі деталі, натискаючи по ній правою кнопкою миші, та обираємо «ескіз»	

Будуємо ескіз у вигляді кола для прорізання отвору	
В меню операцій, попередньо виділивши ескіз, обираємо «вирізати видавлюванням»	
На панелі властивостей обираємо відстань на яку необхідно зробити виріз, в даному випадку обираємо «наскрізь»	
Підтверджуємо операцію та отримаємо 3D-модель деталі	

Можна, звичайно, побудувати цю деталь за допомогою інших операцій (1 - видавлювання, 2 - приклеювання обертанням). Але варто обирати найпростіший спосіб.

Таким чином, розглянувши приклади побудови фланцю, можна бачити що навіть найпростішу деталь мона побудувати різними способами. Тому ще на етапі аналізу креслення рекомендується вибрати найбільш доцільний варіант побудови 3D-моделі деталі, особливо під час побудови більш складних деталей, адже всі операції відображаються в «дереві побудови» і виникає більше складностей у пошуках необхідного ескізу у разі потреби виправлень.

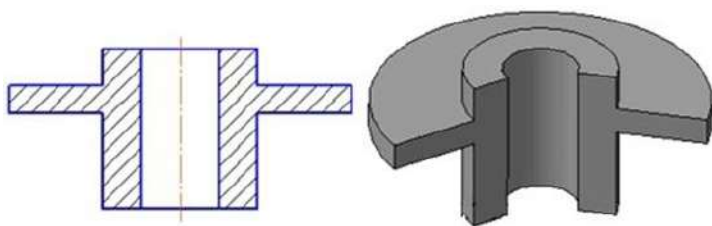


Рисунок 4.51. – Креслення та 3D-модель деталі "Фланець"

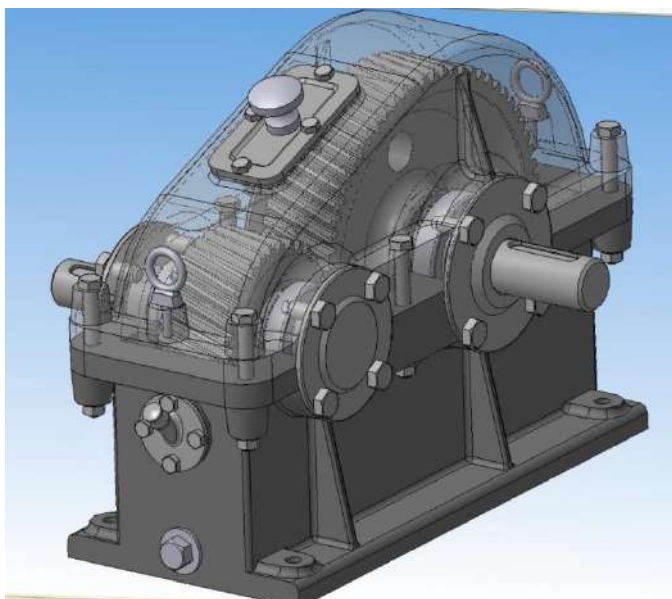


Рисунок 4.52. – Тривимірна модель редуктора

Для моделювання збірних конструкцій (наприклад, редуктора, рис. 4.51) необхідно спочатку підготувати всі окремі деталі. Коли всі елементи побудовані, створюється файл збірної моделі з розширенням `-.a3d` (Новий документ – Збірка – Ок).

Збірну модель також мона створювати різними варіантами. Наприклад, спосіб побудови "від низу до верху" передбачає проектування 3D-збірки, куди послідовно вставляють раніше створені компоненти. Потім між ними створюються сполучення.

Таким чином, для фіксації в редукторі кришки підшипника між нею і корпусом необхідно створити 2 сполучення: «Співвісність» самої кришки та валу редуктора і «Співпадіння об'єктів».

4.4. Моделювання технологічних процесів та конструкцій за допомогою програмного середовища SolidWorks

SolidWorks є конструкторською системою твердотільного параметричного моделювання машинобудівних конструкцій спеціально розробленою для використання на персональних комп'ютерах під

управлінням операційної системи Windows. Стандартний графічний користувацький інтерфейс Windows і засоби твердотілого параметричного моделювання дозволяють створювати тривимірні моделі деталей, складальні одиниці, генерувати креслення, значно знижуючи терміни проектування і зменшуючи час виходу виробів на ринок.

Програмний комплекс SolidWorks включає базові конфігурації **SolidWorks Standard, SolidWorks Professional, SolidWorks Premium**, а також різні прикладні модулі:

Управління інженерними даними: **SolidWorks Enterprise PDM**

Інженерні розрахунки: **SolidWorks Simulation Professional, SolidWorks Simulation Premium, SolidWorks Flow Simulation**

Електротехнічне проектування: **SolidWorks Electrical**

Розробка інтерактивної документації: **SolidWorks Composer**

Механообробка, ЧПУ: **CAMWorks**

Верифікація УП: **CAMWorks Virtual Machine**

Контроль якості: **SolidWorks Inspection**

Аналіз технологічності: **SolidWorks Plastics, DFM** і ін.

Некреслярські технології: **SolidWorks MBD** та ін.

Можливості окремих підпрограм SolidWorks.

SolidWorks Standard включає:

Гібридне параметричне моделювання: твердотільне моделювання, моделювання поверхонь, каркасне моделювання та їх комбінацію.

Проектування виробів з урахуванням специфіки виготовлення: деталі з пластмас, листовий матеріал, прес-форми і штампи металоконструкції тощо.

Проектування збірок: проектування «знизу вгору» і «зверху вниз». Проектування від концепції. Робота зі складними збірками: SpeedPak – управління продуктивністю системи, відображеннями, конфігураціями, робота з мозаїчними даними, режим скорочених збірок і креслень.

Бібліотеки проектування: єдина бібліотека фізичних властивостей матеріалів, текстур і штриховок. Типові конструктивні елементи, стандартні деталі і вузли, елементи листових деталей, профілі прокатного сортаменту і т. П. Бібліотека стандартних компонентів від постачальників-виробників.

Пряме редагування геометрії: технології Instant3D.

Проектування на основі баз знань: технології DriveWorksXpress.

Експертні системи:

SketchXpert - аналіз конфліктів в ескізах, пошук оптимального рішення.

FeatureXpert, FilletXpert, DraftXpert – автоматичне керування елементами заокруглень і похилів, оптимізація порядку побудови моделі.

Instant3D – динамічне пряме редагування 3D-моделей деталей і зборок, стандартних компонентів.

DimXpert – автоматизована проstanовка розмірів і допусків в 3D-моделі, а також розмірів в кресленнях, можливість роботи з імпортованою геометрією.

AssemblyXpert – аналіз продуктивності великих збірок, підготовка варіантів рішень щодо поліпшення швидкодії.

MateXpert – аналіз сполучень збірок, пошук оптимального рішення.

Інженерний аналіз: експрес-розрахунки масово-інерційних характеристик, кінематики та динаміки механізмів, міцності і аеро / гідродинаміки.

Аналіз технологічності моделі: механообробка, обробка листа, лиття, заповнення прес-форм.

Екологічна експертиза проекту: технології SustainabilityXpress.

Оформлення креслень по ЕСКД.

SolidWorks Professional

Включає функціональні можливості SolidWorks Standard, а також:

Бібліотеки стандартних виробів (SolidWorks Toolbox): кріплення, підшипники, прокатний сортамент, кулачки, шків, шестерні і т. П.) За стандартами ISO, ANSI, BSI, DIN, JIS, CISC, PEM®, SKF®, Torrington® , Truarc®, Unistrut®.

Інтерактивна документація: підготовка даних для IETK⁶ - Photoview 360, eDrawings Professional.

Розпізнавання і параметризація імпортованої геометрії: технології FeatureWorks.

Автоматична перевірка і коректування моделей / креслень на відповідність стандартам підприємства (СТП): технології Design Checker.

Порівняння документів SolidWorks: деталі, збірки, креслення: технології SolidWorks Utilities.

Планування завдань (Task Scheduler).

SolidWorks Premium

Включає функціональні можливості SolidWorks Standard і SolidWorks Professional, а також:

Проектування трубопроводів (SolidWorks Routing): жорсткі збірні трубопроводи (на зварці і різьбі), гнуті трубопроводи, гнучкі підводки і

⁶ IETK – інтерактивні електронні технічні керівництва

шланги. Формування даних для згинів трубопроводів. Бібліотеки стандартних елементів.

Зворотний інжиніринг (ScanTo3D): перетворення відсканованої хмари точок в 3D-моделі SolidWorks.

Аналіз розмірних ланцюгів в 3D-моделі збірки (TolAnalyst): розрахунок і оптимізація допусків і посадок.

Обмін даними з радіотехнічними САПР (CircuitWorks): двонаправлений обмін даними з радіотехнічним САПР (P-CAD, Altium Designer, Mentor Graphics, CADENCE і ін.).

Інженерний аналіз: *SolidWorks Motion* – комплексний динамічний і кінематичний аналіз механізмів. *SolidWorks Simulation* – розрахунок на міцність конструкцій (деталей і зборок) в пружній зоні.

SolidWorks Motion призначений для розрахунку руху механізмів. Модуль використовує інформацію, що міститься в збірках SolidWorks з можливістю уточнення розрахункової моделі за допомогою його процедур. SolidWorks Motion є третім, найбільш функціональним інструментом SolidWorks, для імітації руху. Перші два рівні: рух збірки і фізичне моделювання, присутні в базовій конфігурації ***SolidWorks Standard***, можуть бути використані для створення кінематичної моделі збірки, імітації руху без отримання чисельних характеристик. Після цього інформація без будь-яких додаткових дій сприймається на рівні SolidWorks Motion.

SolidWorks Routing – модуль проектування трубопроводів. Часто при проектуванні приладів і обладнання виникає завдання створення трубопроводів і комунікацій, які б об'єднали компоненти збірок і зробили тривимірну модель завершеною. Включення трубопровідної обв'язки в тривимірну модель виробу дозволяє вирішити багато проблем уже на етапі проектування і уникнути ситуації, коли на етапі монтажу виявляється, що труби неправильно зігнуті і заважають роботі інших систем або в існуючій конструкції недостатньо вільного місця для прокладки всіх необхідних комунікацій.

Завдання створення тривимірних моделей трубопроводів виникає при проектуванні приладів і обладнання різних галузей машинобудування, при створенні гідравлічних і пневматичних систем, в нафтогазовій промисловості при створенні трубопровідної обв'язки, а також при проектуванні різних інженерних комунікацій, підводок і шлангів.

Бібліотеки стандартних виробів ***Toolbox SolidWorks*** використовуються для забезпечення автоматичного сполучення стандартних виробів при вставці в збірку та надають можливість групових операцій. Toolbox дозволяє проводити проектувальні розрахунки балок і підшипників. Бібліотеки Toolbox редагуються і налаштовуються під конкретні завдання будь-якого підприємства.

SolidWorks Simulation – універсальний інструмент для розрахунку на міцність конструкцій (деталей і зборок) в пружній зоні. SolidWorks Simulation існує в трьох конфігураціях: власне SolidWorks Simulation, SolidWorks Simulation Professional та SolidWorks Simulation Premium. Однак, навіть в мінімальній конфігурації модуля міцнісного аналізу забезпечується повноцінний статичний аналіз, як деталі, так і збірки з використанням кінцевих елементів твердого тіла, поверхонь і балок. Реалізовано різноманітні контактні умови і всілякі віртуальні з'єднувачі.

Модуль SolidWorks Simulation дозволяє проводити інженерні розрахунки і моделювати різних впливи навколишнього середовища на виріб. Основними можливостями SolidWorks Simulation є: - лінійний аналіз; - втомний аналіз металу; - нелінійний аналіз; - тепловий аналіз; - частотний аналіз; - аналіз виробів з пластмаси і гуми; - динамічний аналіз.

SolidWorks Flow Simulation є модулем гідрогазодинамічних аналізу в середовищі SolidWorks.

Для модуля Flow Simulation немає різниці між геометричними сутностями, створеними в SolidWorks або імпортованими в базовий модуль (наприклад, 3D-моделі з програми КОМПАС).

Модуль Flow Simulation програмного середовища SolidWorks дає можливість моделювання процесів:

- стаціонарні і нестаціонарні течії;
- стискувані і нестискувані (рідини або гази) течії, включаючи до-, транс- і надзвукові режими;
- ідеальні і реальні гази;
- неньютонівські рідини;
- одно- і багатокomпонентні течії без хімічних взаємодій і розділення фаз;
- спільні розрахунки течії рідини або газу та теплопередачі всередині твердого тіла без наявності границі розділення газ – рідина;
- ламінарні і турбулентні течії, враховуючи їх перехід;
- «заморожування» течій для розділення «швидких» і «повільних» процесів;
- течії в пористих середовищах з урахуванням теплопровідності стінок;
- урахування шорсткості стінок;
- зовнішні і/або внутрішні течії;
- конвекційний теплообмін, вільна, вимушена або змішана конвекція;
- радіаційний теплообмін з управлінням прозорістю стінок і розділенням властивостей стінок для теплообміну випромінюванням і сонячною радіацією;
- розрахунок траєкторій твердих частинок і крапель в потоці та ін.

Початковими і граничними умовами можуть задаватися наступні вихідні параметри:

- швидкість, тиск (статичний, динамічний, оточуючого середовища), масові та об'ємні витрати;
- температура, концентрація компонентів, параметри турбулентності;
- витратно-напірні характеристики віртуальних вентиляторів;
- різноманітні типи стінок, включаючи шорсткість, коефіцієнт тепловіддачі і параметри умовного середовища на стінках, що не межують з реальним текучим середовищем;
- джерела тепла (об'ємні і поверхневі), віртуальні тепло вентилятори;
- можливості вказати залежність граничних умов та параметрів від часу та координат;
- симетрія відносно базових площин і періодична симетрія.

Управління обчислювальними операціями виконуються безпосередньо по згенерованій розрахунковій сітці моделі SolidWorks, що створюється автоматично в області твердого тіла. Сітка адаптується в залежності від геометричних характеристик моделі і поля вирішення.

Результати дослідів виводяться у вікні SolidWorks. Існує можливість виводу функції на будь-якій площині у вигляді кольорових епюр, векторів та ізоліній, відображення результатів за допомогою ізоповерхонь. За результатами розрахунків можна створювати тривірні траєкторії; виводити характеристики розрахунків, розподіл будь-якої характеристики вздовж будь-якої кривої в MS Excel.

Приклад застосування підпрограм **SolidWorks Standard** для моделювання міцності деталей і пристосувань, **SolidWorks Flow Simulation** для гідродинамічного аналізу течії флюїдів та гідросумішей в нафтогазовій інженерії поданий у наступному розділі цього посібника.

4.5. Програма моделювання стаціонарного потоку PIPESIM⁷

Симулятор PIPESIM з моделювання багатофазного потоку покликаний вирішувати питання, пов'язані зі стаціонарним потоком флюїду, і оптимізувати його видобуток.

PIPESIM — лідируючий в галузі інструмент моделювання стаціонарного багатофазного потоку, що забезпечує точне моделювання різних сценаріїв і умов видобутку флюїду.

⁷ Лінки: <https://docplayer.ru/59436568-Pipesim-2015-modelirovanie-stacionarnogo-mnogofaznogo-potoka.html>
https://docplayer.ru/59436568-Pipesim-2015-modelirovanie-stacionarnogo-mnogofaznogo-potoka.html#show_full_text
https://sis.slb.ru/products/pipesim/flow_modeling/
https://sis.slb.ru/news/software_release/vykhod-novoy-versii-pipesim-2020-1/

PIPESIM був вперше випущений в 1984 році і орієнтований на проектування виробничих систем, що знаходяться в суворих кліматичних умовах таких, як Північне море. PIPESIM безперервно удосконалювався, розширюючи можливості.

PIPESIM дозволяє оптимізувати систему видобутку протягом усього життєвого циклу родовища за допомогою застосування новітніх наукових рішень, спрямованих на вирішення проблем забезпечення заданого рівня видобутку.

Для точного моделювання в основі PIPESIM лежать сучасні наукові підходи в областях:

- -Багатофазної течії
- -Теплопередачі
- -Поведінки рідин

Моделі потоку враховують ефект проковзування і режими течії, наявність пробок і втрати тиску на всьому виробничому шляху. Завдяки даним опціям користувач може моделювати і управляти системами збору і розподілу флюїду на нафтогазоконденсатодобувному підприємстві.

4.5.1. Типові завдання, які вирішуються за допомогою програми PIPESIM:

- Підбір оптимального розміру ліфтових труб / обсадних колон
- Моделювання припливу з пласта (модель закінчення) з детальним розрахунком скін-фактору
- Моделювання водо- або газонагнітальних свердловин
- Вибір оптимального розташування і конфігурації перфорації
- Визначення оптимальної довжини горизонтального стовбура
- Моделювання багатопластових свердловин, включаючи ефект перетікання між зонами
- Оптимізація видобутку інтелектуальних свердловин за допомогою моделювання керованих свердловинних клапанів
- Обчислення очікуваного приросту продуктивності внаслідок зниження скін-фактора⁸
- Діагностика накопичення рідини на вибої газових свердловин і оцінка заходів для усунення проблеми
- Моделювання трубного, затрубного або змішаного потоку

⁸ Скін-фактор — гідродинамічний параметр, що характеризує додатковий фільтраційний опір течії флюїдів у навколосвердловинній зоні пласта, який спричиняє зниження видобутку (дебіт) в порівнянні з досконалою (ідеальною) свердловиною. Причини скін-фактора: гідродинамічна недосконалість розкриття пласта, забруднення навколосвердловинної зони, інші нелінійні ефекти (турбулентна течія, розгазування, стиснення скелета гірської породи і т. д.).

-Налаштування параметрів закінчення і профілю температури-тиску на промислові дані з використанням автоматичних регресій

-Генерація таблиць Vertical Flow Performance (VFP) для гідродинамічних симуляторів

-Виконання аналізу чутливості для визначення параметрів, що найбільш сильно впливають на видобуток і продуктивність свердловин

-порівняння різних методів механізованого видобутку і вибір оптимального режиму (штангові свердловинні насосні установки (ШСНУ), гвинтові і заглибні насоси, Газліфт)

-Проектування систем механізованого підйому флюїду (штангові, гвинтові, електровідцентрові насоси, Газліфт)

-Моделювання ефектів від нагнітання газу по гнучких насосно-компресорних трубах

-Ідентифікація проблем, пов'язаних зі стабільністю подачі потоку, таких як ерозія, корозія, утворення твердої фази (солі, гідрати, парафіни, асфальтени)

- Прогнозування виникнення пульсацій в райзерах (морських стояках)

- Моделювання внутрішньо свердловинного обладнання, такого як штуцери, підземні обмежувальні клапани, сепаратори і нагнітачі хімреагентів тощо.

4.5.2.Основні методи моделювання стаціонарного багатофазного потоку

Для однофазного потоку застосовуються такі математичні моделі: Moody, AGA (з налаштуванням коефіцієнта тертя), PanhandleA & B (з налаштуванням ефективності потоку), Hazen-Williams (з налаштуванням C-фактора), Weymouth (з налаштуванням ефективності потоку), Cullender-Smith.

Для багатофазного горизонтального потоку застосовуються такі математичні моделі: Beggs & Brill, Baker Jardine Revised (для конденсатного потоку), Dukler, AGA & Flanagan, Eaton Oliemans (Neotec), Mukherjee & Brill, Oliemans, Xiao (механістична) Dukler, No-Slip.

Для багатофазного вертикального потоку застосовуються такі математичні моделі: Beggs & Brill, Duns & Ros, Ansari (механістична), Govier, Aziz & Fogarasi, Gray, Gregory (Neotec), Hagedorn & Brown, Mukherjee & Brill, Orkiszewsk.

Калібрування

PIPESIM містить опцію, яка дозволяє автоматично підібрати множники коефіцієнтів затримки рідини і тертя, множник коефіцієнта теплопередачі U-value для налаштування на фактичні виміри тиску і

температури. Крім того, операція порівняння кореляцій потоку допомагає швидко підібрати оптимальну модель.

Карти режимів течії

PIPESIM будує карти режимів течії в будь-якій обраній точці системи. PIPESIM має шаблони, які можуть бути використані користувачем для програмування власних алгоритмів розрахунку двофазної і трифазної кореляції. Створена dll-бібліотека на основі шаблону може бути підключена як плагін.

Теплопередача

Точне прогнозування параметрів теплопередачі залежить від температурних властивостей флюїду, прогнозування формування твердих фаз. PIPESIM враховує різні механізми теплопередачі, включаючи: конвекцію, теплопровідність, випромінення. Крім того, враховується ефект Джоуля-Томсона і фрикційне нагрівання.

Моделі теплопередачі в PIPESIM включають залежність від режиму течії флюїду, враховують коефіцієнт теплопровідності внутрішньої стінки трубопроводу, зокрема, наявність теплоізоляційного покриття, а також теплові властивості навколишнього середовища. PIPESIM реалізує методики розрахунку теплопередачі в занурених (заглиблених) і частково заглиблених трубах (рис. 4.53.). Доступні методи: Модель Kreith, Модель Kaminsky (залежить від режиму течії).

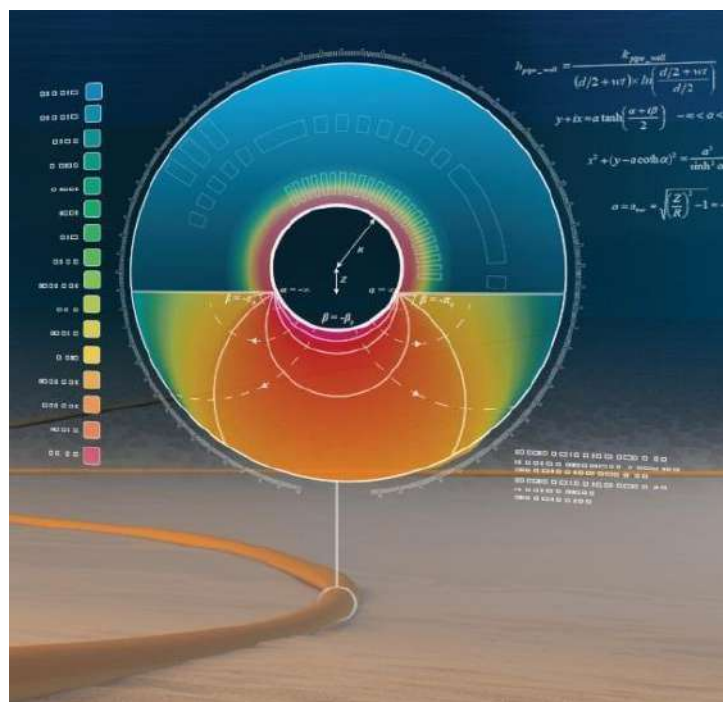


Рисунок 4.53. – Модель температурних полів при теплопередачі «трубопровод-середовище»

PIPESIM дозволяє виводити детальну інформацію по розрахунку теплового потоку для аналізу можливих ускладнень: розрахунок і звітність по газогідратах, асфальтенах, парафінах. При цьому виконується розрахунок також з обігрівом (напр., електричним) трубопроводів.

Моделювання властивостей флюїду

Точний опис поведінки флюїду має вирішальне значення для коректного моделювання виробничої системи.

Моделі PIPESIM охоплюють всі види нафтових флюїдів від надважкої до легкої нафти і конденсату. Залежно від типу флюїду, користувачі можуть зробити вибір з широкого набору функцій для моделювання PVT⁹ властивостей флюїду. Відповідно враховується широкий діапазон в'язкості флюїду. Є опція для розрахунку течії емульсій, обчислення точки інверсії фаз. Визначаються домішки газу для налаштування поправочного коефіцієнта стисливості і розрахунків корозії.

Виконується установка температурних даних для всіх фаз (газ, вода, нафта) з метою точного термодинамічного моделювання та деяких стандартних методів розрахунку ентальпії флюїду для прогнозу енергетичного балансу. Залежно від вибору термодинамічного пакета, надається доступ до широкого набору рівнянь стану і залежностей кінетичних властивостей флюїду. PIPESIM включає наступні композиційні методи (пакети підпрограм):

- ECLIPSE
- CompositionaloIMultiflash
- GERG 2008.

Забезпечується інтерполяція властивостей флюїду і транспортування з використанням ряду додатків Schlumberger і сторонніх програм: PVTsim (Calsep) Multiflash (KBC) ScaleChem (OLI Systems) GUTS (MSI)

Моделі пари в PIPESIM, як однокомпонентної системи, використовують таблиці пари ASME. Моделі пари застосовні як до видобувних свердловин, так і до нагнітальних свердловин, для розрахунків одиничних гілок і мережевих моделей.

Продуктивність свердловин

Застосування PIPESIM – точний, швидкий і ефективний спосіб допомогти користувачеві збільшити продуктивність і оцінити потенціал пласта. Це не тільки моделі багатофазного потоку з резервуара-колектора до гирла свердловини, а також розрахунок механізованих способів видобутку, включаючи штангові, гвинтові, електровідцентрові насоси і

⁹ PVT – акронім Pressure (тиск), Volume (об'єм), Temperature (температура).

газліфт. Інтерактивне графічне представлення стовбура свердловини дозволяє користувачеві швидко створити модель свердловини і переглянути змодельовані лінії течії на діаграмі. Крім того, не перемикаючись на мережевий режим, можна легко задати наземне обладнання та флюїд.

Дизайн параметричної моделі і основних розрізів свердловини показано на рис. 4.54.

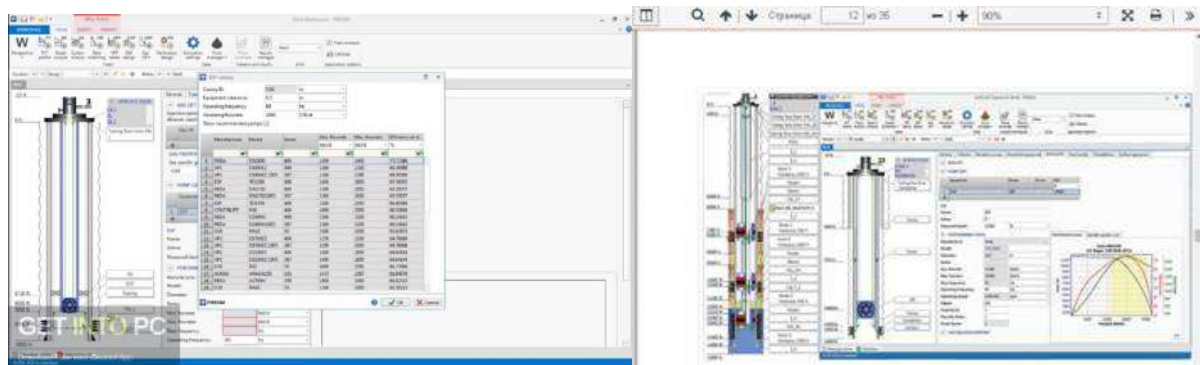


Рисунок 4.54. – Подання параметричної моделі і основних розрізів свердловини у PIPESIM

PIPESIM дозволяє: проектувати оптимальні закінчення свердловин, підбирати оптимальні системи механізованої видобутку, встановлювати проблеми, що обмежують потенціал свердловини, оптимізувати видобуток на існуючих свердловинах.

Моделювання закінчення

PIPESIM включає всі стандартні криві припливу для вертикальних, горизонтальних свердловин і свердловин з різними видами закінчення, наприклад, ГРП. Моделюється і складне багатопластове та багатфакторне закінчення (рис. 4.55.).

Модель вертикального закінчування дозволяє розрахувати Індекс продуктивності по газу (PI), Індекс продуктивності по рідині (без врахування поправки Вогеля і поправки на водну фазу). При цьому

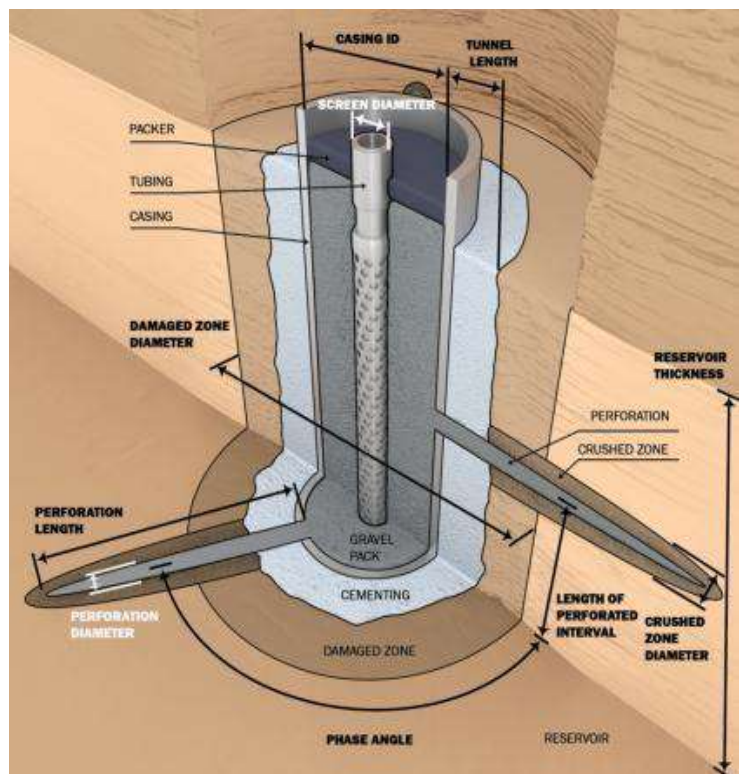


Рисунок 4.55. – Приклад моделювання процесу закінчення свердловини

використовуються: рівняння Фетковича (тільки рідина), рівняння Джонса (газ і рідина), рівняння Вогеля (тільки рідина), рівняння протитиску (тільки газ), рівняння Форгеймера (тільки газ). Всі вказані рівняння дозволяють розрахувати залежні параметри на основі введених користувачем даних випробувань свердловин. Аналогічно, з використанням відповідних рівнянь, моделюється ГРП, горизонтальне закінчення.

Розрахунок скін-фактора

PIPESIM підтримує наступні параметри закінчення: відкритий стовбур-гравійний фільтр (відкритий вибій і перфорація), перфорація ГРП з фільтром (тільки для вертикальних свердловин). Більшість параметрів, що відповідають за розрахунок скін-фактора, доступні для аналізу чутливості та невизначеності. І для горизонтальних, і для вертикальних закінчень, користувач може задати скін-фактор, отриманий з даних тестування свердловини.

За визначенням скін-фактор описується формулою:

$$S = \ln r_c / r_c^* \quad (4.4.)$$

де S — скін-фактор, r_c — радіус реальної свердловини по долоту в інтервалі розтину пласта, r_c^* — приведений радіус свердловини — це модельний радіус досконалої (ідеальної) свердловини, при якому її розрахункова продуктивність збігається з продуктивністю реальної свердловини при інших рівних умовах.

Після підстановки приведенного радіусу замість реального радіусу в гідродинамічні формули, що описують фільтрацію до досконалої свердловини, ці формули стають придатними для аналізу реальної недосконалої свердловини.

Проектування механізованого видобутку. Газліфт.

PIPESIM дозволяє вибрати найбільш підходящий метод механізованого підйому і провести детальне проектування газліфта або електро-відцентрового насоса (ЕВН). Інструменти оцінки чутливості дозволяють проаналізувати параметри механізованого видобутку (об'єм закачування газу / кількість ступенів ЕВН) так, щоб отримати оптимальний видобуток. Для газліфта PIPESIM пропонує розрахунки з урахуванням розміщення нових і встановлених мандрелей¹⁰ газліфтих клапанів, а також вибір дизайну клапана для визначення оптимальної глибини його установки, використовуючи стандартизовані методи проектування газліфта. PIPESIM також включає базу даних виробників

¹⁰ Мандрель — стрижень або шпindelь клапана.

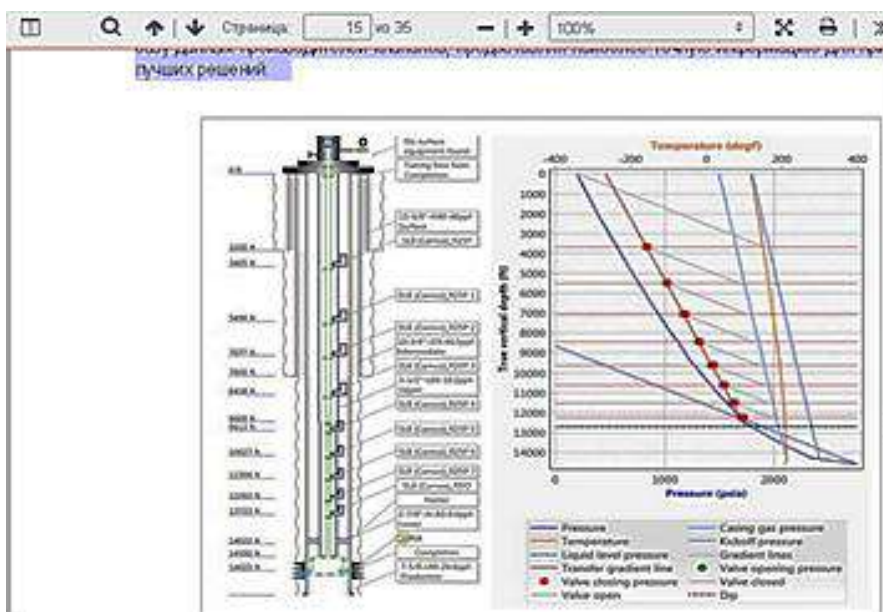
клапанів, надаючи найбільш точну інформацію для прийняття кращих рішень.

PIPESIM використовує передові методи для виконання проектування та діагностики газліфтних свердловин. Система газліфтних свердловин може бути використана в різних операціях з моделювання свердловин і транспортних мереж, включаючи оптимізацію родовища. Деякі ключові особливості: База даних газліфтних клапанів включає кілька типів / серій і розмірів різних виробників. Користувачі можуть легко додавати нові клапани в базу даних.

Доступно декілька методів проектування (IPO-Surface Close, IPO-pt-Min-Max & PPO). Визначення розмірів клапанів. Дизайн може бути заснований на граничних умовах по тиску або для фіксованого рівня видобутку. Облік втрат тиску на тертя газу, що закачується через кільцевий простір. Опція перегляду проектних рішень доступна при зміні розміщення клапанів, зміні в одному або декількох клапанах, зміні в профілі температури і т.д.

Результати і графіки проектування включають (рис. 4.56):

- 1.Рекомендовані клапани: модель, розміщення, розмір і т.д.
- 2.Рекомендовані тестові тиски відкриття для всіх клапанів.
- 3.Розрахунки пропускної здатності клапана (рівняння Thornhill-Craver).
- 4.Профілі тиску і температури в НКТ і



затрубному просторі. Рисунок 4.56. – Приклад розрахунку моделі свердловини з встановленими і розставленими клапанами по глибині

5.Вхідні дані, результати проектування і графік перепадів тиску між клапанами.

6.Діагностика газліфта, яка враховує умови закачування газу та граничні умови для забезпечення робочого режиму кожного клапана (відкритий / закритий / дроселювання). Графічні результати діагностики: залежність видобутку і закачування з урахуванням статусу клапана. Таблиця продуктивності з даними про режим роботи кожного клапана. Коригувальний фактор температури азоту, включаючи Winkler-Eades і DAK-Sutton для високого тиску. Перевірка роботи системи клапанів з допомогою рівнянь закладених в програмі у порівнянні з реальними

даними; в якості вхідних параметрів використовуються загальна витрата закачуємого газу і тиск нагнітання.

Гвинтові насоси

PIPESIM дозволяє моделювати гвинтові насоси. Основні вихідні дані: база гвинтових насосів; криві продуктивності гвинтових насосів для різних розмірів і номінальних дебітів від різних виробників. PIPESIM дозволяє проектувати гвинтовий насос з верхнім і нижнім розміщенням двигуна, визначати коефіцієнти напору, поправки в'язкості і сепарації газу. Після цього виконується моделювання свердловин з гвинтовими насосами.

Моделювання системи перфорації свердловини

Ключовими характеристиками дизайну перфорації в PIPESIM є детальна інформація про конфігурацію свердловини, включаючи свердловинний флюїд і цемент за обсадною колоною, властивості породи, додавання перфоратора в базу даних, геологічний розріз на інтервалі перфорації.

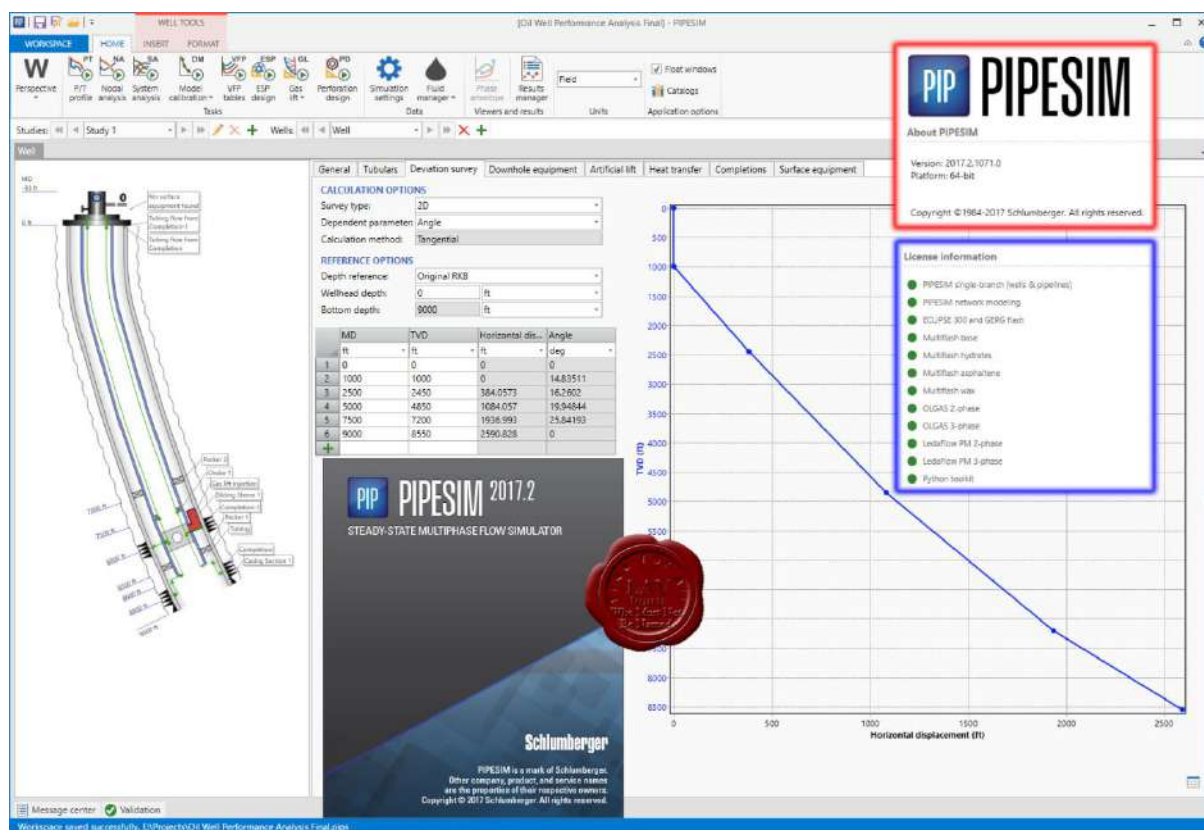


Рисунок 4.57. – Моделювання привибійної ділянки стовбура свердловини з деталізацією конструкції.

Вузловий аналіз та інші операції

Вузловий аналіз широко відомий як метод оцінки продуктивності свердловин і має велике значення в розумінні поведінки системи в цілому. Вузловий аналіз в PIPESIM дозволяє побудувати графіки припливу-відтоку в будь-якій точці системи і виконати аналіз чутливості по будь-якій системній змінній, забезпечуючи розуміння того, де є можливості збільшення дебіту. На додаток до вузлового аналізу PIPESIM пропонує цілий ряд інших опцій для широкого кола робочих процесів свердловинного моделювання.

Зокрема, робочі процеси в моделях окремої гілки, профіль температури / тиску, розраховує ряд змінних (витрата, розподіл тиску, властивості рідини, теплофізичні властивості, характеристики багатофазних потоків, параметри забезпечення потоку і т.д.) на всьому шляху течії флюїду. Визначення невідомих граничних умов: тиск або витрата Умови роботи обладнання при відомих тиску і витраті.

Вузловий аналіз включає стандартний аналіз продуктивності свердловини, який також може бути застосований для системи простого трубопроводу. Практичне застосування даного виду аналізу включає дизайн свердловини і закінчення, вибір і дизайн типів механізованого видобутку, розміри обладнання, виявлення «вузьких місць» системи, аналіз забезпечення потоку та ін.

Розрахунки виробничих ризиків

Найбільш серйозні виробничі ризики пов'язані з транспортуванням флюїдів. При одночасному транспортуванні у свердловині або трубопроводі нафти, води і газу, ризики потенційно зростають. Проблеми можуть бути пов'язані з нестійкістю течії, осадженням твердих компонентів, які потенційно здатні блокувати потік, ерозією і корозією, що є причиною руйнування трубопроводу.

PIPESIM пропонує найповніший в галузі набір робочих ресурсів для моделювання сталого плинину, як при проектуванні систем клієнтського рівня, так і виробничих операцій. PIPESIM часто застосовується для виявлення ситуацій, які в подальшому вимагають більш детального підходу до моделювання нестационарної течії, використовуючи програмний продукт **OLGA**.

До таких випадків можна віднести зупинку / запуск свердловин, виведення свердловин на режим, видалення гідратів, очищення свердловин і трубопроводів. Спільно **PIPESIM** і **OLGA** пропонують найбільш комплексне рішення задач моделювання при вивченні систем мультифазного потоку.

PIPESIM дозволяє проектувати, оптимізувати трубопроводи і таке обладнання, як насоси, компресори, мультифазні бустери з метою збільшення видобутку і зниження капіталовкладень. Точно моделювати

багатофазні стаціонарні потоки, теплообмін і поведінку рідини для забезпечення надійної доставки рідини до пункту призначення.

Модельовання наземного обладнання

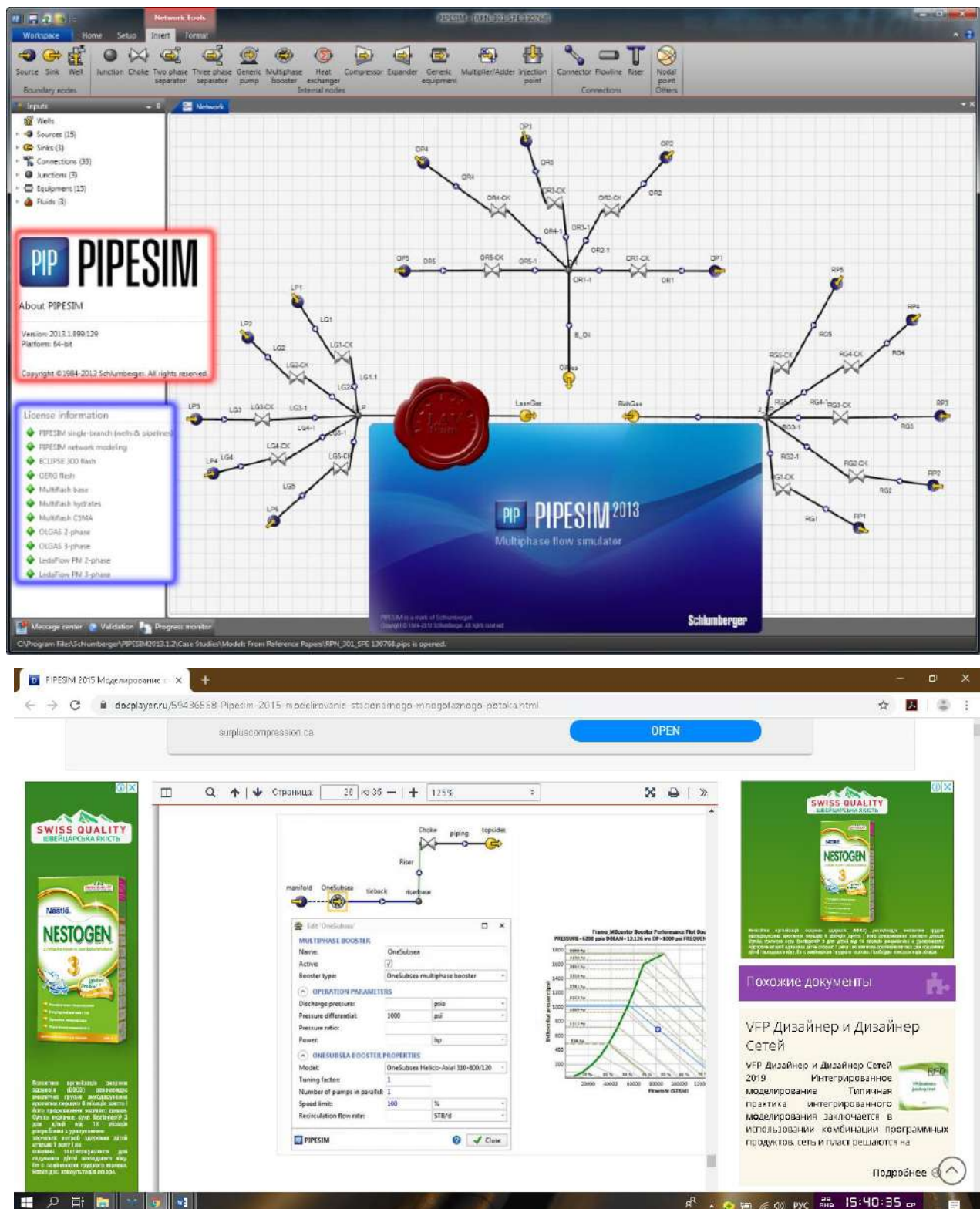


Рисунок 4.58. – Приклад моделювання багатофазної течії на поверхні з встановленим насосом і запірною арматурою

Моделювання наземної схеми показано на рис. 4.58. Забезпечення безперебійного режиму подачі потоку для наземного обладнання включає

моделювання таких об'єктів: трубопроводи і стояки, насоси В PIPESIM існує спрощений і детальний режим завдання трубопроводів і стояків, PIPESIM надає можливість моделювати штуцери і дроселі, як на поверхні, так і в свердловині.

У тому числі: можливість задавати нерівності труби для розрахунку в умовах негоризонтального ґрунту і можливості моделювати як стояки, так і спускні вертикальні труби. Використання вимірних значень тиску і температури (якщо такі є) для налаштування моделі з використанням складних алгоритмів регресії. Моделювання електрообігріву трубопроводів. Схематичне відображення геометричних профілів трубопроводів і стояків. Можливість задання кривих PQ при виборі джерела, що відобразить продуктивність свердловини при зміні умов.

Для розрахунку втрат тиску в докритичному або критичному потоці в PIPESIM також доступні різні кореляції. Також доступні розширені опції для налаштування режиму роботи штуцера заданням спеціальних коефіцієнтів потоку для рідкої і газової фаз, коефіцієнта витрати, C_p / C_v , фактора розширення газу і т.д. Управління продуктивністю насоса за допомогою застосування обмежень для перепаду тиску, потужності тощо або їх комбінацій. Розрахунок параметрів насоса перепад тиску, потужність і т.д. для одного або декількох наборів умов експлуатації.

Термодинамічна модель або задані користувачем криві. Більшість параметрів роботи насоса: тиск, перепад тиску, потужність, число ступенів (якщо є), швидкість течії флюїду. PIPESIM дозволяє вибрати обладнання різного типу для визначення його впливу на конструкцію всієї системи. При проектуванні систем в PIPESIM можуть бути використані складні аналізи чутливості зі зміною ключових параметрів розрахунку. Це дозволяє оптимально розрахувати трубопроводи і підібрати розмір обладнання. PIPESIM дозволяє моделювати багатофазні насоси з OneSubsea (Рис.6.), Включаючи створення карт продуктивності на основі точних умов експлуатації.

Мережеве моделювання

Після створення схем і установки всіх наземних одиниць обладнання (рис.7.), конфігурації і обв'язки можуть вирішуватися такі основні завдання мережевого моделювання:

- Проектування і управління системами збору нафти і газу з урахуванням обмежень системи

- Швидке визначення місць в системі, які найбільш схильні до проблем забезпечення безперебійності потоку, таких як ерозія, корозія і утворення гідратів

- Визначення переваг додавання нових свердловин, компресорів, трубопроводів і т.д.

- Визначення оптимального розміщення насосів і компресорів
- Проектування і контроль засетями закачування газу або води
- Аналіз ряду змінних, таких як тиск, температура і параметри забезпечення безперебійного потоку в складних траєкторіях течії
- Оцінка переваг кільцевих трубопроводів і перетинів для зменшення протитиску
- Розрахунок повної пропускної здатності месторожденія для забезпечення заданих рівней видобутку
- Оптимізація розміщення газліфта в свердловинах.

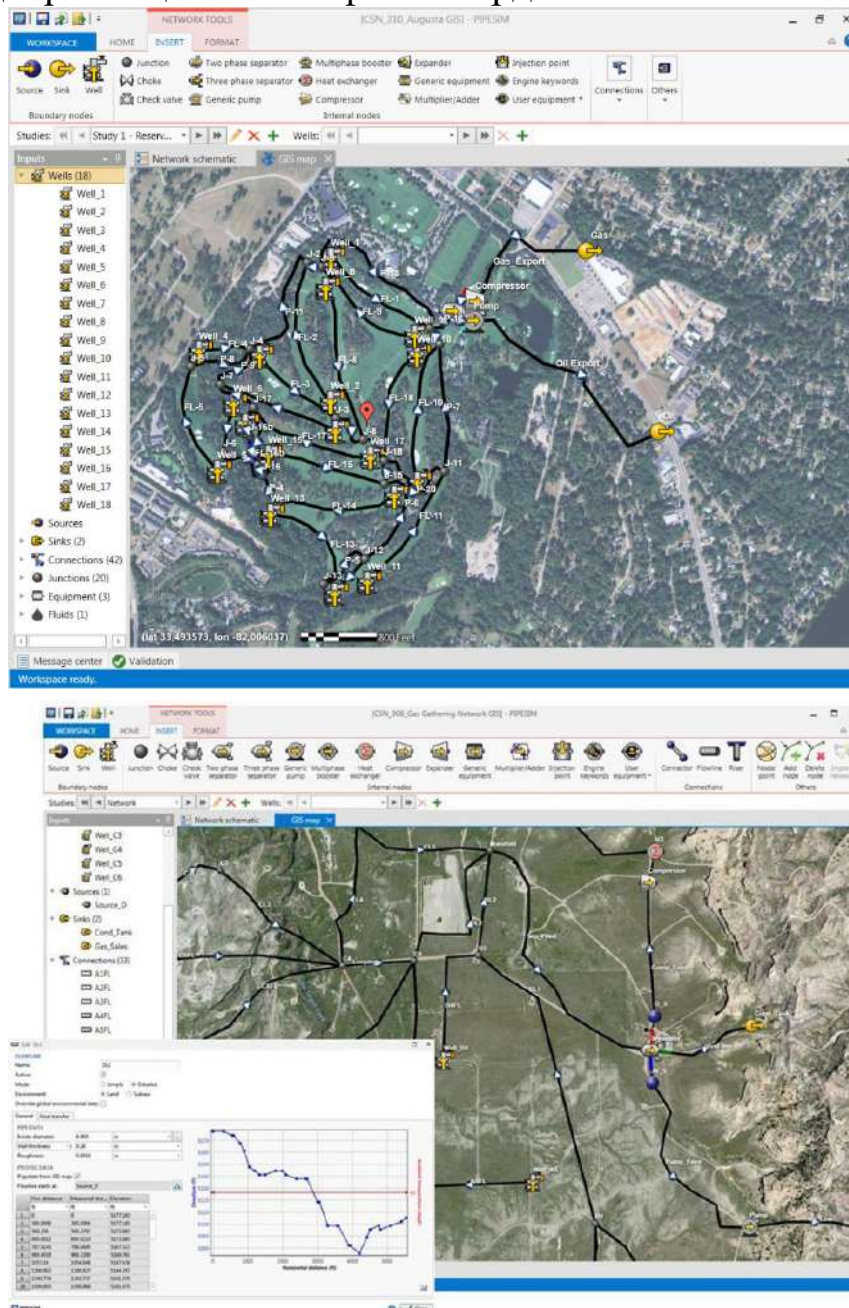


Рисунок 4.59. – Моделювання з розстановкою обладнання на місцевості і профілюванням трас

4.6. Програма моделювання нестационарного потоку OLGA¹¹

Загальна характеристика

OLGA — це інструмент для моделювання транспортування суміші нафти, природного газу та води у трубопроводі, так званого багатофазного транспорту. Коротка назва «OLGA» — від «oil and gas simulator». Основний виклик багатофазного потоку рідини — це утворення в трубопроводах пробок нафти та води, що спричиняє великі проблеми на приймальному кінці (кінцевому терміналі трубопроводу) — на платформі або на береговому заводі. Інструмент OLGA дає можливість моделювати і обчислювати багатофазні нестационарні потоки (на відміну від програми PIPESIM, яка моделює стаціонарні потоки, див. п. 4.5.).

Ідея цього інструменту була задумана у 1979 році двома дослідниками IFE, Норвегія: Даг Малнес та К'єлл Бендіксен (Dag Malnes and Kjell Bendiksen).

Перша версія OLGA була профінансована Statoil і була готова в 1980 році. Інструмент був розроблений надалі IFE у співпраці з SINTEF у 1980-х роках. 1 січня 1984 року Statoil, IFE та SINTEF підписали спільну галузеву угоду щодо подальшого розвитку OLGA.

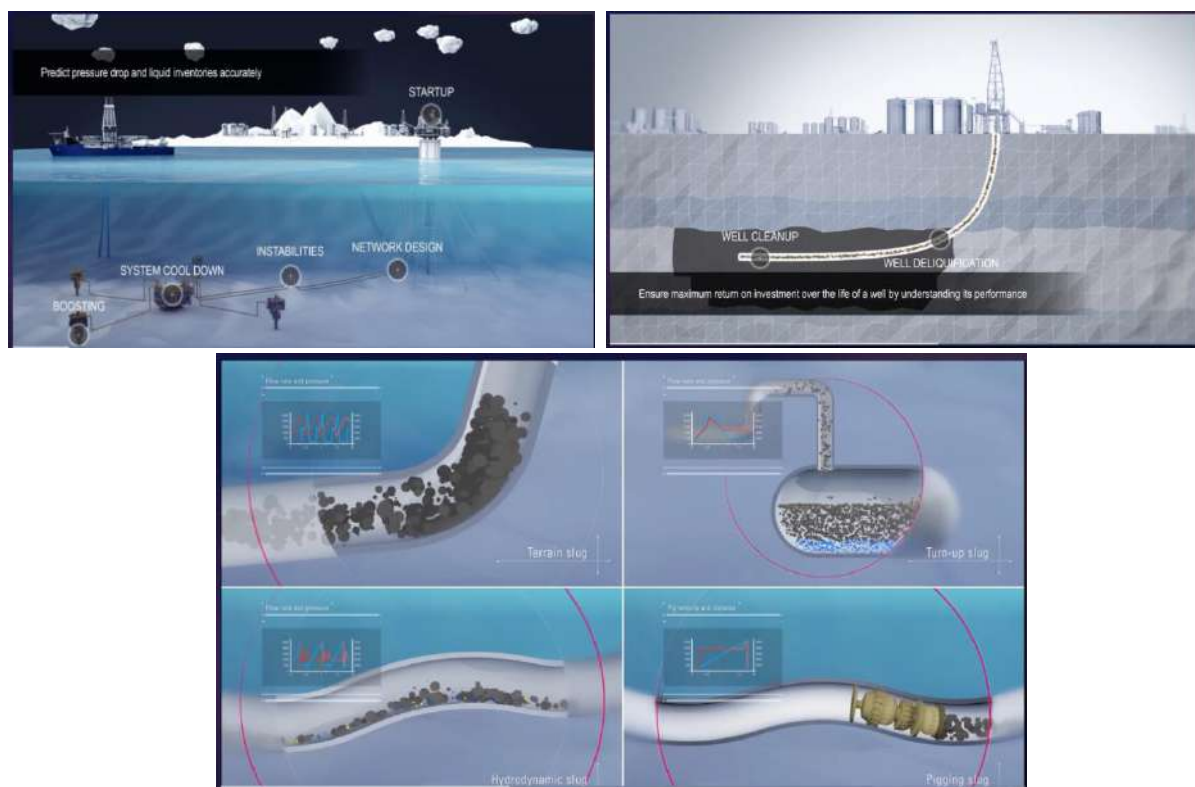


Рисунок 4.60. – Типові об'єкти моделювання ресурсом OLGA

¹¹ Лінки: <https://www.software.slb.com/products/olga>

<https://sis.slb.ru/products/olga/>

<https://rload.net/soft/editor/30065-olga-skachat-programmu-s-klyuchom-besplatno.html> Скачати програму

IFE несе основну відповідальність за розробку моделі, в той час як технічні експерименти проводилися в лабораторії SINTEF в Тіллері.

До 2012 року група SPT володіла правами на OLGA. У березні 2012 року, Schlumberger оголосив угоду з Altor Fund II на придбання SPT Group. Придбання було завершено у II кварталі. На момент придбання SPT Group, заснована в 1971 році, штаб-квартира розташована в Норвегії, в якій працювало приблизно 280 осіб у 11 країнах. Інструмент постійно розробляється та продовжує розвиватися, серед інших у проекті HORIZON II, де партнерами є IFE та SPT Group.

OLGA широко впроваджена на світовому ринку — близько 90 % об'єктів. Ця технологія вважається центральним успіхом для досліджень у нафтовій галузі Норвегії.

OLGA дозволяє розробляти нафтові та газові родовища в більш глибоких морях і далі від берега, ніж це було б інакше можливо без цієї технології, наприклад, родовища Тролль, Ормен Ланге та Снехвіт.

4.6.1. Типові завдання, які вирішуються за допомогою програми OLGA

Динамічний симулятор мультифазного потоку OLGA дозволяє розраховувати зміни параметрів потоку в свердловинах і трубопроводах залежно від часу, зокрема, перехідні режими потоку.

Моделювання перехідних процесів є необхідним компонентом для техніко-економічних обґрунтувань і проектування розробки родовищ. Динамічне моделювання має ключове значення для глибоководного видобутку і широко використовується в наземному і морському газонафтовидобутку.

Моделювання перехідних процесів з використанням OLGA забезпечує якісно інший рівень інженерних розрахунків в порівнянні з класичним стаціонарним підходом, дозволяючи прогнозувати зміну в часі сотень параметрів, таких як швидкість потоку в цілому і кожної фази окремо, компонентного складу флюїду в цілому і кожної фази окремо, температури, тиску, осадження домішок, змін режиму експлуатації і т.д.

Ключові інженерні розрахунки, виконувані за допомогою ресурсу OLGA:

- Контроль рівня рідини в свердловинах, трубопроводах і сепараторах
- Розрахунок типорозміру і пропускної здатності пробко уловлювачів та сепараторів
- Комплексне моделювання поведінки твердих фаз (гідрати, парафіни, пісок)

- Моделювання процедур експлуатації свердловин, трубопроводів та інших об'єктів промислу, наприклад, запуск, зупинка, продування, поршнювання, інгібування тощо
- Планування заходів щодо захисту від небезпечних ситуацій. Наприклад, розрахунки густини, витрати і тиску подачі розчину глушіння для запобігання викидам нафти і газу, розрахунки контраварійних параметрів обладнання АСУ на обв'язки родовища і т.д.
- Оцінка екологічних ризиків при експлуатації в умовах вічної мерзлоти і при підводному покладі

Додаткові модулі розширеного функціоналу OLGA

OLGA має модуль тонкого налаштування (Tuning), що дозволяє користувачам OLGA отримувати доступ до ряду параметрів рушія OLGA і точно налаштовувати моделі на фактичні або експериментальні дані.

OLGA має модуль для користувача розширень (Plug-in). Цей модуль дозволяє користувачам підключати власні бібліотеки до рушія OLGA для розрахунку параметрів або процедур, що не входять до функціоналу комерційної версії OLGA.

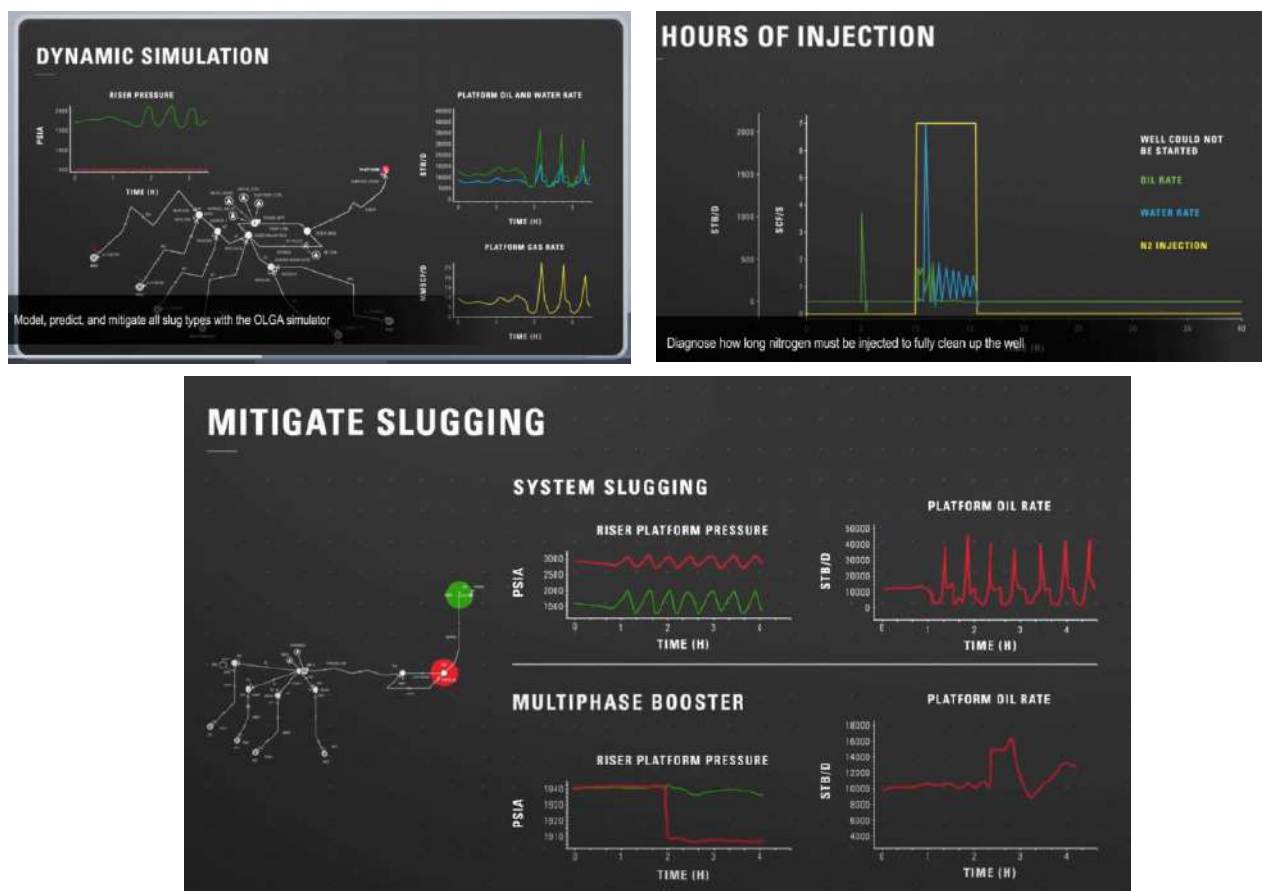


Рисунок 4.61. – Приклад представлення результатів розрахунків на інтерфейсі ресурсу OLGA

Моделювання твердих фаз

Розрахунок поведінки парафінів і гідратів

Процеси формування та осадження твердих речовин в ході нормальної експлуатації, запланованої чи аварійної зупинки, є об'єктом пильної уваги при проектуванні та розробці технічних регламентів.

OLGA має спеціалізовані модулі для розрахунків випадання, осадження, плавлення і фізичного видалення твердих парафінів (Wax), а також утворення гідратів, формування і руху гідратних пробок.

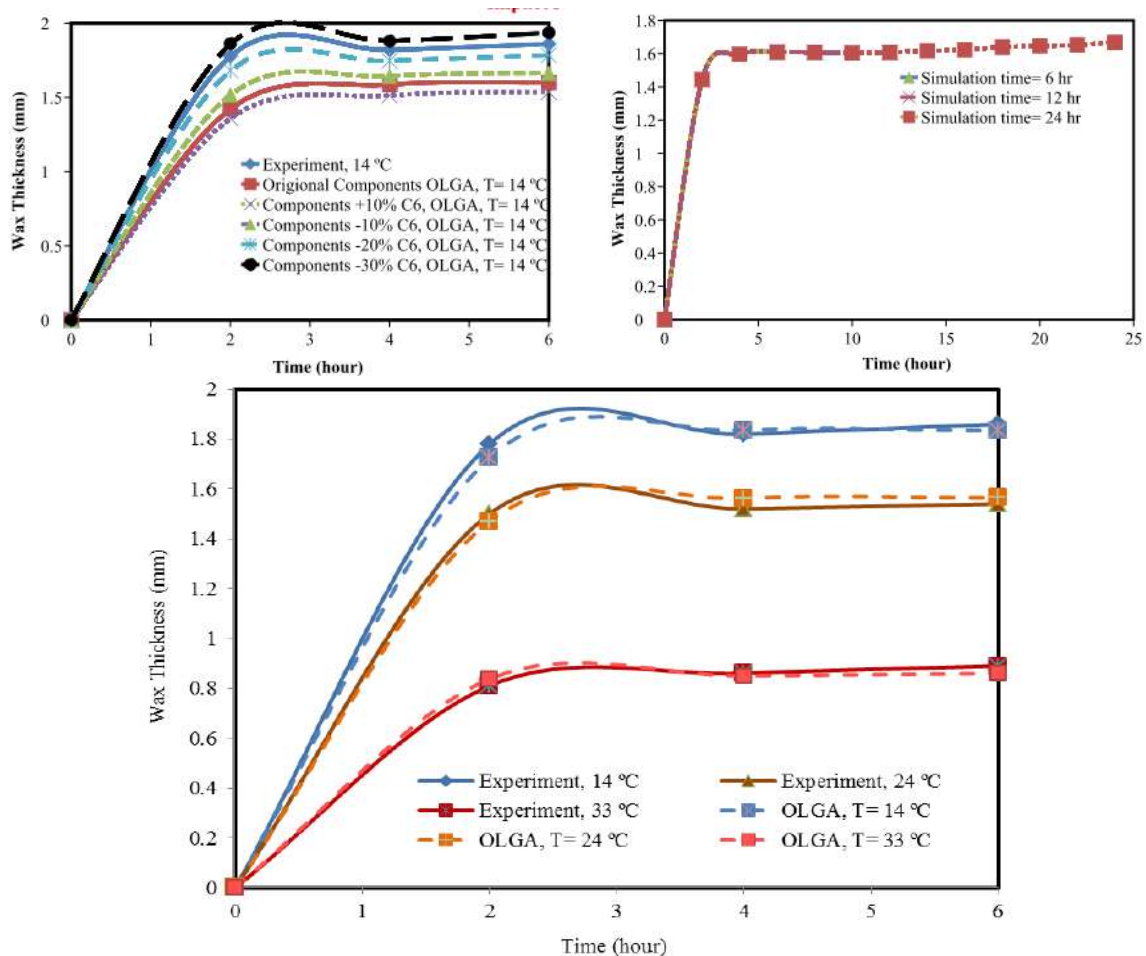


Рисунок 4.62. – Приклад аналізу даних по осадженню парафінів на стінці трубопроводу: а – вплив на прогнозовану товщину шару парафіну складу сирої нафти, швидкість потоку 2,7 л / хв., температура 14 ° С.

б – вплив часу на модельну товщину парафіну при 2,7 л / хв, температура теплоносія 14 ° С, пористість парафіну 0,6.

в – порівняння експериментальних результатів з результатами моделювання при швидкості потоку 2,7 л / хв.¹²

¹² За результатами: Global Journal of Engineering Science and Researches. - AN EXPERIMENTAL AND SIMULATION STUDY OF WAX DEPOSITION IN HYDROCARBON PIPELINE // Muhammad Ali Theyab & Pedro Diaz / Chemical and Petroleum Engineering Department, London South Bank University, United Kingdom
https://www.researchgate.net/publication/318215056_AN_EXPERIMENTAL_AND_SIMULATION_STUDY_OF_WAX_DEPOSITION_IN_HYDROCARBON_PIPELINE

Відстеження концентрації інгібіторів

OLGA має модуль, що дозволяє відстежувати концентрацію і ефективність інгібіторів, таких як: метанол, етанол і моноетиленгліколь, по всій модельованій системі (Inhibitor Tracking).

Моделювання свердловин (OLGA для свердловин)

У зв'язку з сучасним повсюдним збільшенням числа складних свердловин, нафтогазовій галузі потрібні передові інструменти моделювання, необхідні для планування та експлуатації цих свердловин з прийнятним рівнем ризику. Звуження меж безпечної експлуатації зі збільшенням складності актуалізує точне моделювання, при якому перехідні процеси мають критичне значення.

Динамічний симулятор мультифазного потоку OLGA дає можливість інженерам передбачати гідродинамічну поведінку потоку в свердловині і визначати оптимальний режим, що дозволяє усунути або мінімізувати потенційні проблеми. OLGA дозволяє аналізувати можливі сценарії експлуатації, діагностувати проблеми стабільності потоку, аналізувати роботу внутрішньосвердловинного обладнання, передбачати результати і наслідки різних режимів роботи свердловин як у короткостроковій, так і довгостроковій перспективі для максимально ефективної роботи кожної свердловини.

OLGA Wells підходить для будь-яких типів свердловин – від найпростіших до свердловин з комплексними закінчення і складною геометрією, в тому числі довгих горизонтальних або похилих, зі складними тривимірними траєкторіями, багатопластових, в тому числі з «інтелектуальними» закінчення, з бічними стовбурами, великого діаметра, з декількома НКТ, що використовують закачування / видобуток через затруб, газліфтних і т. д.

На додаток OLGA має свій окремий гідродинамічний симулятор ROCX, що дозволяє детально досліджувати ефекти взаємодії вибою і привибійної зони пласта з урахуванням перебігу подій у свердловині.

Динамічний аналіз свердловин із застосуванням OLGA дозволяє інженерам передбачати ускладнення і розробляти процедури експлуатації на віртуальній свердловині, мінімізуючи проблеми.

Моделювання трубопроводів (OLGA для трубопроводів)

Симулятор OLGA є індустріальним стандартом серед інструментів проектування і аналізу експлуатації трубопроводів. Головний модуль OLGA Core дозволяє вирішити більшість проблем, пов'язаних з нормальною експлуатацією трубопроводу в стаціонарному і перехідному режимах.

Також розроблено ряд додаткових модулів для більш ефективного вирішення конкретних завдань:

- розрахунків поведінки гідродинамічних пробок (Slugtracking),
- теплопередачі в складних конфігураціях заглиблення і складних породах, зокрема, у вічній мерзлоті (FEMTherm),
- відстеження компонентного складу відкладів у трубопроводах (Comptracking),
- моделювання мультифазних насосів (Pumps),
- моделювання неньютонівських рідин (Complex Fluids),
- високоточного моделювання розшарованих режимів для газо- і газоконденсатопроводів (OLGA HD),
- моделювання корозії і розрахунків течії однокомпонентних флюїдів,
- моделювання потоку частинок (Particle flow models),
- моделювання потоку для стаціонарних розрахунків (Flow models for steady-state calculations),
- динамічні моделі гідратів (Hydrate Kinetics models).

Зазначені модулі можуть використовуватися як для моделювання трубопроводів, так і для моделювання свердловин.

4.7. Моделювання із застосуванням пакету прикладних програм MATLAB¹³ і Simulink¹⁴¹⁵

MatLab – одна з найстаріших, ретельно пророблених і перевірених часом систем автоматизації математичних розрахунків, побудована на розширеному представленні і застосуванні матричних операцій. Звідси й пішла назва системи – MATrix LABoratory – матрична лабораторія.

MATLAB як мова програмування була розроблена Клівом Моулером (англ. *Cleve Moler*) наприкінці 1970-х років. Спочатку MATLAB призначався для проектування систем управління, але швидко завоював популярність у багатьох інших наукових і інженерних областях¹⁶¹⁷¹⁸.

¹³ Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.

https://elprivod.nmu.org.ua/files/mathapps/%D0%94%D1%8C%D1%8F%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%B2_matlab_%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BD%D1%8B%D0%B9%20%D1%81%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%83%D1%87%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%B%D1%8C.pdf

¹⁴ Дьяконов В. П. Simulink 5/6/7: Самоучитель. – М.: ДМКПресс, 2008. – 784 с.

https://elprivod.nmu.org.ua/files/modeling/%D0%94%D1%8C%D1%8F%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%B2_Simulink%20%D0%A1%D0%B0%D0%BC%D0%BE%D1%83%D1%87%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C.pdf

¹⁵ SIMULINK <https://exponenta.ru/simulink>

¹⁶ Моделирование систем телекоммуникаций в системе MATLAB +Simulink: учебное пособие /И. А. Стефанова – Самара: ПГУТИ, 2018. – 112 с.

<https://www.docme.ru/doc/4246822/stefanova-modelirovanie-sistem-telekommunikatsij-v-sistem...>

¹⁷ Ходырев А.И. Компьютерное моделирование работы оборудования с применением пакета MathCAD: Учебное пособие по дисциплине «Основы компьютерного моделирования». – М.: РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина, 2017. – 139 с.

MATLAB також широко використовувався і в освіті, зокрема, для викладання лінійної алгебри та чисельних методів.

Matlab постачається як комплекс Matlab + Simulink + Toolbox + Blockset (рис. 4.63.).

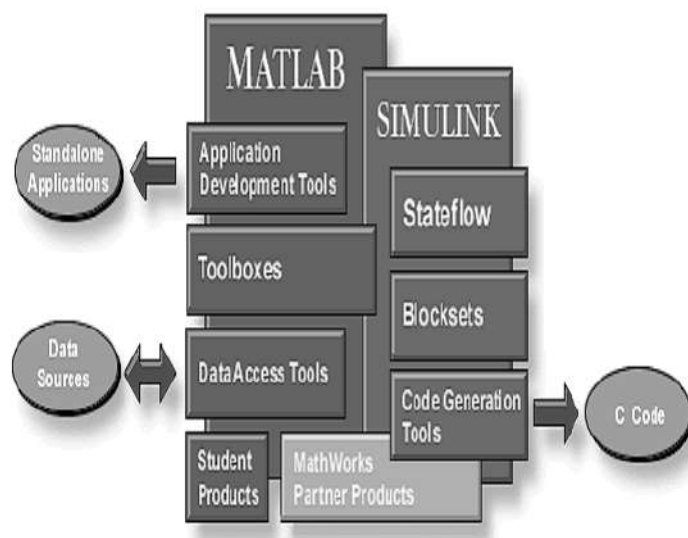


Рисунок 4.63. – Структура системи Matlab + Simulink

Однією із основних задач системи Matlab завжди було надання користувачам потужної мови програмування, орієнтованої на технічні і математичні розрахунки і здатної перевершити можливості традиційних мов програмування, котрі багато років використовувались для реалізації чисельних методів.

Основні функції MatLab

MATLAB надає користувачеві велику кількість функцій для аналізу даних, які покривають майже всі області математики, зокрема:

- Матриці та лінійна алгебра — алгебра матриць, лінійні рівняння, власні значення і вектори, сингулярності, факторизація матриць та інше.
- Многочлени та інтерполяція — корені многочленів, операції над многочленами та їх диференціювання, інтерполяція та екстраполяція кривих.
- Математична статистика та аналіз даних — статистичні функції, статистична регресія, цифрова фільтрація, швидке перетворення Фур'є та інші.
- Обробка даних — набір спеціальних функцій, включаючи побудову графіків, оптимізацію, пошук нулів, чисельне інтегрування та інше.

https://www.gubkin.ru/faculty/mechanical_engineering/chairs_and_departments/machines_and_equipment/Hodirev_19-12-2017.pdf

¹⁸ MATLAB and Simulink Requirements

<https://www.mathworks.com/support/requirements/product-requirements-platform-availability-list.html#ML>

- Диференційні рівняння — вирішення диференційних і диференційно-алгебраїчних рівнянь, диференційних рівнянь із запізнюванням, рівнянь з обмеженнями, рівнянь в часткових похідних та інше.
- Розріджені матриці — спеціальний клас даних пакету MATLAB, що використовується у спеціалізованих додатках.
- Цілочисельна арифметика — виконання операцій цілочисельної арифметики в середовищі MATLAB.

Основні інструменти MatLab¹⁹

Інструменти (англ. *toolbox*) **MatLab** – це колекції функцій, написаних на мові MATLAB для вирішення певного класу задач. Компанія **Mathworks** постачає набори інструментів, які використовуються в багатьох областях, включаючи такі:

Цифрова обробка сигналів, зображень і даних: DSP Toolbox, Image Processing Toolbox, Wavelet Toolbox, Communication Toolbox, Filter Design Toolbox – набори функцій, що дозволяють вирішувати широкий спектр завдань обробки сигналів, зображень, проектування цифрових фільтрів і систем зв'язку.

Системи управління: Control Systems Toolbox, μ -Analysis and Synthesis Toolbox, Robust Control Toolbox, System Identification Toolbox, LMI Control Toolbox, Model Predictive Control Toolbox, Model-Based Calibration Toolbox – набори функцій, що полегшують аналіз і синтез динамічних систем, проектування, моделювання та ідентифікацію систем управління, включаючи сучасні алгоритми управління, такі як робастної управління, H_∞ -управління, ЛМН-синтез, μ -синтез та інші.

Фінансовий аналіз: GARCH Toolbox, Fixed-Income Toolbox, Financial Time Series Toolbox, Financial Derivatives Toolbox, Financial Toolbox, Datafeed Toolbox – набори функцій, що дозволяють швидко і ефективно збирати, обробляти і передавати різну фінансову інформацію.

Аналіз і синтез геофізичних карт, включаючи три вимірні: Mapping Toolbox.

Збір та аналіз експериментальних даних: Data Acquisition Toolbox, Image Acquisition Toolbox, Instrument Control Toolbox, Link for Code Composer Studio – набори функцій, що дозволяють зберігати й обробляти дані, отримані в ході експериментів, у тому числі в реальному часі. Підтримується широкий спектр наукового та інженерного вимірювального обладнання.

¹⁹ Основи роботи в MATLAB

https://wiki.cuspu.edu.ua/index.php/%D0%9E%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8_%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B8_%D0%B2_MATLAB

Візуалізація та подання даних: Virtual Reality Toolbox – дозволяє створювати інтерактивні світи і візуалізувати наукову інформацію за допомогою технологій віртуальної реальності та мови VRML.

Засоби розробки: MATLAB Builder for COM, MATLAB Builder for Excel, MATLAB Builder for NET, MATLAB Compiler, Filter Design HDL Coder – набори функцій, що дозволяють створювати незалежні програми з середовища MATLAB.

Взаємодія з зовнішніми програмними продуктами: MATLAB Report Generator, Excel Link, Database Toolbox, MATLAB Web Server, Link for ModelSim – набори функцій, що дозволяють зберігати дані в різних видів таким чином, щоб інші програми могли з ними працювати.

Бази даних: Database Toolbox – інструменти роботи з базами даних.

Наукові та математичні пакети: Bioinformatics Toolbox, Curve Fitting Toolbox, Fixed-Point Toolbox, Fuzzy Logic Toolbox, Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox, OPC Toolbox, Optimization Toolbox, Partial Differential Equation Toolbox, Spline Toolbox, Statistic Toolbox, RF Toolbox – набори спеціалізованих математичних функцій, що дозволяють вирішувати широкий спектр наукових і інженерних задач, включаючи розробку генетичних алгоритмів, вирішення завдань в приватних похідних, цілочисельні проблеми, оптимізацію систем та інші.

Нейронні мережі: Neural Network Toolbox – інструменти для синтезу і аналіз нейронних мереж.

Нечітка логіка: Fuzzy Logic Toolbox – інструменти для побудови та аналізу нечітких множин.

Символьні обчислення: Symbolic Math Toolbox – інструменти для символьних обчислень з можливістю взаємодії з символьним процесором програми Maple.

Крім перерахованих вище, існують тисячі інших наборів інструментів для MATLAB, написаних іншими компаніями і ентузіастами.

Моделювання рідинних систем²⁰

Simscape Fluids™ (раніше **SimHydraulics®**) надає бібліотеки компонентів для моделювання рідинних систем. Він включає моделі гідравлічних насосів, клапанів, приводів, трубопроводів та теплообмінників. Simscape Fluids допомагає розробляти системи управління та перевіряти продуктивність на рівні системи. Ви можете створювати власні моделі компонентів за допомогою мови Simscape, що базується на MATLAB®.

²⁰ Simscape Fluids <https://www.mathworks.com/products/simscape-fluids.html>

Вікна системи MATLAB²¹

Після запуску програми MATLAB на екрані з'являється основне вікно системи (рис. 4.64.), складене з вікон наступного призначення:

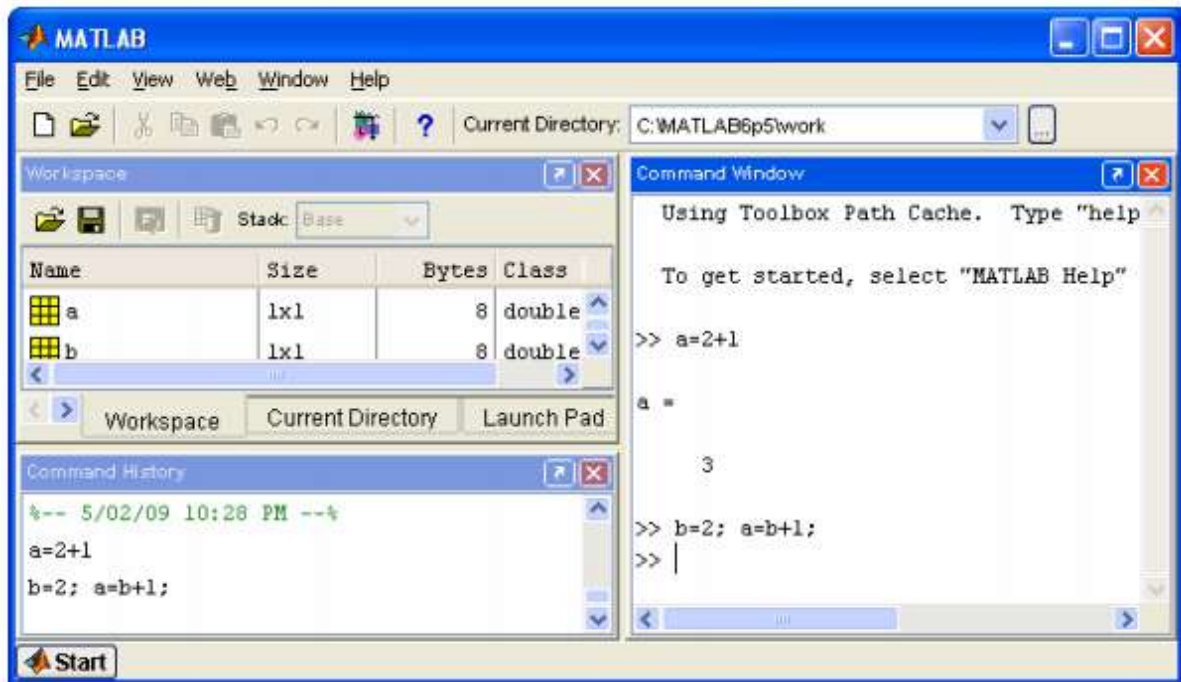


Рисунок 4.64. – Основне вікно системи MATLAB

Command Window

призначене для введення команд і виведення результатів обчислень і повідомлень про помилки;

Command History

у вікні виводиться список команд, що виконувалися раніше, і час завантажень системи;

Workspace

забезпечує перегляд змінних і внесення в них змін;

Current Directory

призначене для перегляду і установки поточної папки;

Launch Pad

забезпечує швидкий доступ до встановлених розширень MATLAB, довідкової системи та документації.

Обчислення в режимі діалогу виконуються в командному вікні Command Window.

>> запрошення для введення команди. Команда виконується після натискання клавіші Enter.

²¹ В.В.Сидорик, С.Г.Погирницькая. ПРАКТИКУМ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ В СРЕДЕ MATLAB – Минск-2012

https://rep.bntu.by/bitstream/handle/data/3858/Praktikum_po_modelirovaniyu_v_srede_MATLAB.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Крапка з комою в кінці виразу відмінює виведення результату.

Програми створюються у вікні Редактора, що викликається командою File> New> M-File (рис. 4.65.).

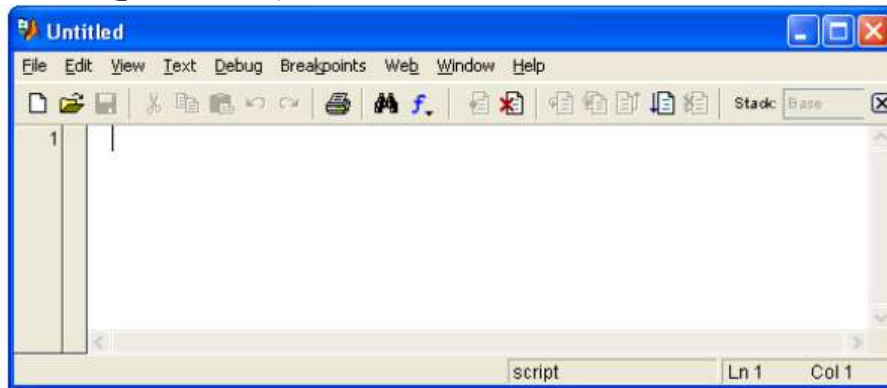


Рисунок 4.65. – Вікно Редактора MATLAB

Приклад роботи з Control System Toolbox²²

Control System Toolbox надає алгоритми і програми для систематичного аналізу, проектування і налаштування лінійних систем управління (систем автоматичного регулювання (керування) САР (САК)). Система може бути представлена як передавальна функція, простір станів, модель частотної характеристики. Додатки та функції, такі як графік реакції відгуку на ступінчастий вплив (перехідна характеристика) і графік Бодє²³, дозволяють аналізувати і візуалізувати поведінку системи в часовій і частотній областях.

Ви можете налаштувати параметри компенсатора (коригувальної ланки), використовуючи інтерактивні методи, такі як формування ЛАФЧХ розімкнутої системи і метод кореневого годографа. Control System Toolbox автоматично налаштовує компенсатори SISO і MIMO, включаючи ПІД-регулятори. Компенсатори можуть включати кілька переналаштовувальних блоків, що охоплюють кілька контурів зворотного зв'язку. Можна налаштувати контролери з табличним управлінням і вказати кілька цілей налаштування, таких як відстеження еталона, усунення перешкод і допустимі межі стійкості. Для перевірки правильності налаштування доступні перевірки показників якості регулювання, зокрема, часу наростання вихідного сигналу, величини перерегулювання, часу досягнення заданого значення вихідного параметра, а також коефіцієнт підсилення сигналу і запас по фазі, а також інші перевірки (рис. 4.66.).

²² CONTROL SYSTEM TOOLBOX (Опис і Вебінар) <https://exponenta.ru/control-system-toolbox>

²³ Логарифмічна амплітудно-фазова частотна характеристика (поширена абревіатура - ЛАФЧХ, в іноземній літературі часто називають діаграмою Бодє або графіком Бодє) – уявлення частотного відгуку лінійної стаціонарної системи в логарифмічному масштабі.

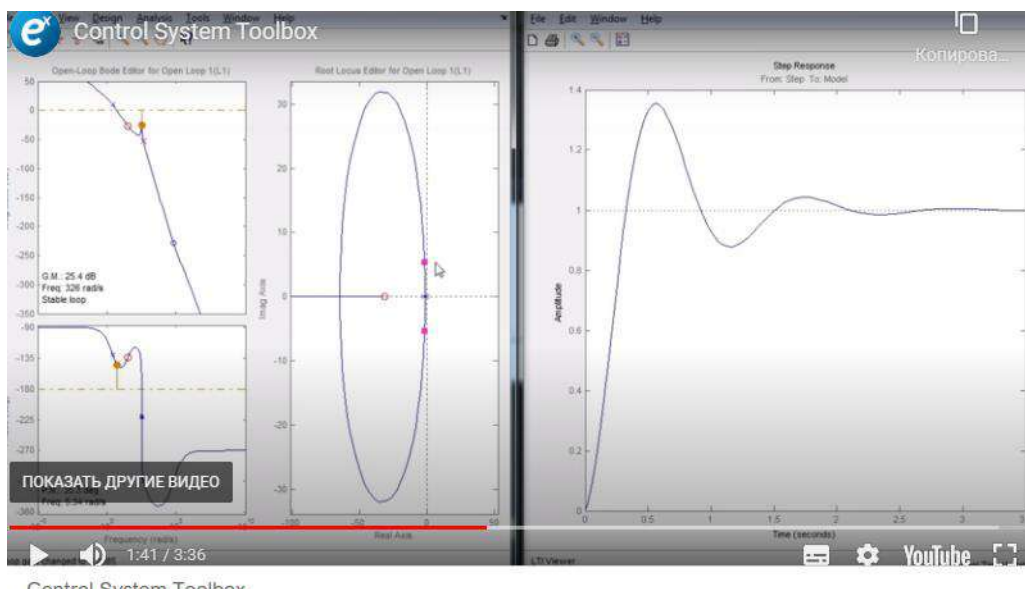


Рисунок 4.66. – налаштування САР за допомогою Control System Toolbox²⁴

Control System Toolbox дозволяє створювати лінійні моделі систем управління (САР (САК)), використовуючи передавальні функції. Моделюються SISO або MIMO безперервні або дискретні системи. Безперервні моделі можуть бути дискретизовані за допомогою команд MATLAB або інтерактивних завдань Live Editor. Порядок системи може бути скорочений зі збереженням динаміки за допомогою додатка Model Reducer.

Control System Toolbox дозволяє автоматично підібрати коефіцієнти підсилення ПІД-регулятора за допомогою програми PID Tuner, інтерактивних завдань Live Editor або функцій командного рядка (рис. 4.67.).

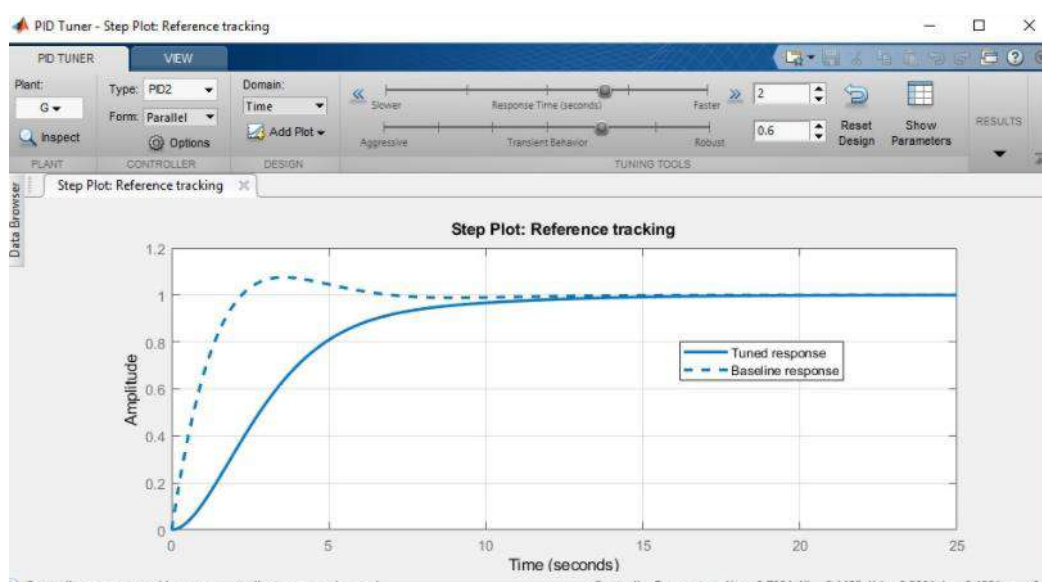


Рисунок 4.67. – Налаштування PID-регулятора з двома ступенями свободи (суцільна лінія) і порівняння його з PID-регулятором з одним ступенем свободи (пунктирна лінія) в додатку PID Tuner²⁵.

²⁴ Фрагмент Вебінару <https://exponenta.ru/control-system-toolbox>

Для налаштування ПІД-регулятора проводиться ідентифікація об'єкта управління за допомогою System Identification Toolbox. Доступне налаштування дискретних і безперервних ПІД-регуляторів з однією і двома ступенями свободи.

4.8. Моделювання із застосуванням пакету прикладної програми Hysys²⁶

Aspen Hysys (або просто Hysys) — це симулятор хімічного процесу, який використовується для математичного моделювання хімічних процесів, від одиничних операцій до повних хімічних заводів та нафтопереробних заводів.

Hysys здатний виконувати багато основних розрахунків хімічної техніки, у тому числі масових балансів, енергетичного балансу, рівноважної рідини, теплопередачі, масопередачі, хімічну кінетику, фракціонування та падіння тиску. HYSYS широко використовуються в промисловості та наукових дослідженнях для стаціонарного та динамічного моделювання, процесу розробки, моделювання продуктивності та оптимізації хімічних процесів²⁷

Назва "**Hysys**" утворена від назви компанії **HyProtech**, яка створила програмне забезпечення, та слова "**Systems**".

Основні задачі моделювання хіміко-технологічних процесів:

- набір термодинамічних даних по чистих компонентах (База Даних HYSYS – понад 2500 речовин);
- засоби представлення властивостей природних вуглеводневих сумішей, головним чином – нафти і газоконденсату;
- розрахунок термодинамічних властивостей, зокрема, коефіцієнта фазової рівноваги, ентальпії, ентропії, густини, розчинності газів і твердих речовин в рідинах і фугітивності²⁸ пари;
- набір моделей для розрахунку окремих елементів технологічних схем – процесів;
- засоби для формування технологічних схем з окремих елементів;

²⁵ Фрагмент Вебінару <https://exponenta.ru/control-system-toolbox>

²⁶ Будник В.А. МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ ПО ПРОГРАММЕ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН. Работа в среде «HYSYS». Салават 2010

²⁷ Кузнецов О.А. Основы работы в программе Aspen Hysys. Москва-Берлин: Директ-Медиа. 2015. – 153 с.

²⁸ Фугітивність — величина, підстановка якої в рівняння стану ідеального газу замість тиску, дозволяє використовувати таке рівняння для опису реальних газів. Фугітивність (f_B) речовини у газовій суміші дається рівнянням $f_B = \lambda_B \lim_{p \rightarrow 0} (p_B / \lambda_B)$, де p_B — парціальний тиск, λ_B — абсолютна активність.

-засоби для розрахунку технологічних схем, що складаються з великого числа елементів з'єднаних між собою.

Основні об'єкти для моделювання:

- ректифікаційні колони;
- теплообмінні апарати різних типів: нагрівачі, холодильники, ребойлери, конденсатори;
- трубопроводи різних конфігурацій, від горизонтальних до вертикальних, з розрахунком гідравлічних опорів двофазних потоків;
- реактори: ідеального витіснення та ідеального змішування, рівноважні, стехіометричні.

За допомогою великого набору вбудованих утиліт HYSYS забезпечує розрахунок:

- умов гідратоутворення та його інгібування;
- точки роси по воді і вуглеводнях;
- товарних властивостей нафтопродуктів;
- розмір ємностей і трубопроводів;
- нестационарного процесу скидання тиску з ємності або системи ємностей в аварійному режимі.

4.8.1. Приклад розрахунку ректифікаційної колони

Операція «Колона» в HYSYS є підсхемою, що містить операції і потоки, які обмінюються інформацією з головною схемою.

Перед інсталяцією «Колони» необхідно вирішити, якого типу колону ви хочете інсталювати. Тип колони визначається наявністю конденсатора і ребойлера. У HYSYS є п'ять основних типів колон:

Абсорбер – колона, що має тільки тарілчасту секцію.

Екстрактор рідина-рідина – колона, що має тільки тарілчасту секцію.

Абсорбер з ребойлером – колона, що має тарілчасту секцію і ребойлер.

Абсорбер з конденсатором – колона, що має тарілчасту секцію і конденсатор.

Ректифікаційна колона – колона, що має тарілчасту секцію, ребойлер і конденсатор.

Використовуючи «Касу об'єктів» або клавішу F12, виберемо, наприклад, операцію *Абсорбер з ребойлером*. Відкриється вікно Інспектора введення (рис. 4.68.).

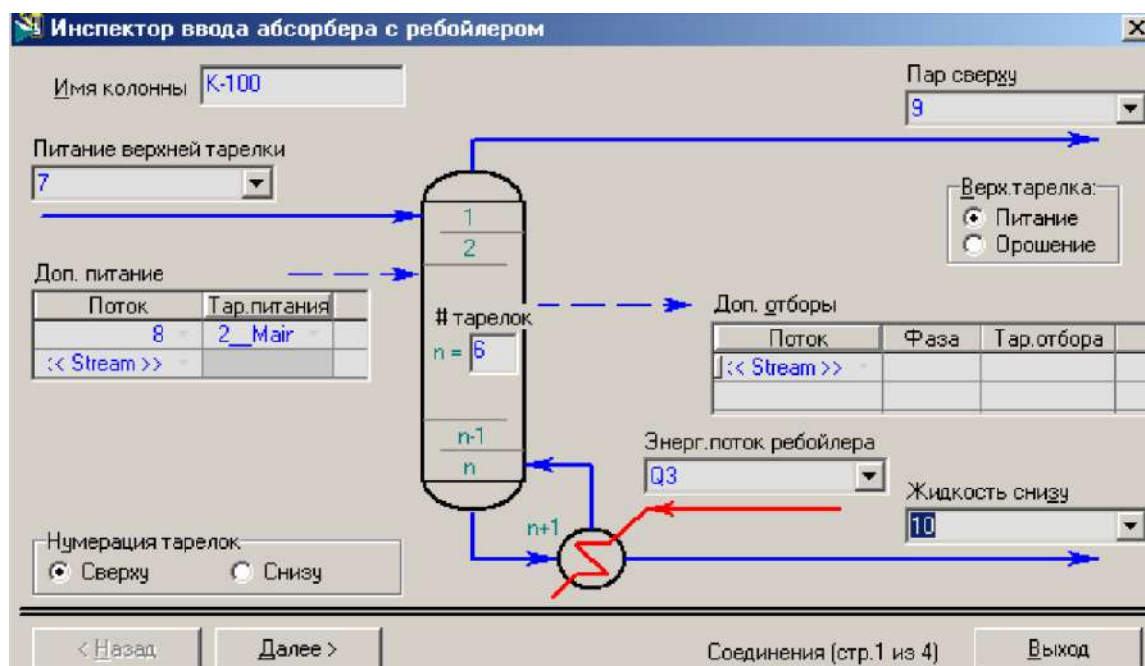


Рисунок 4.67. – Вікно Інспектора введення

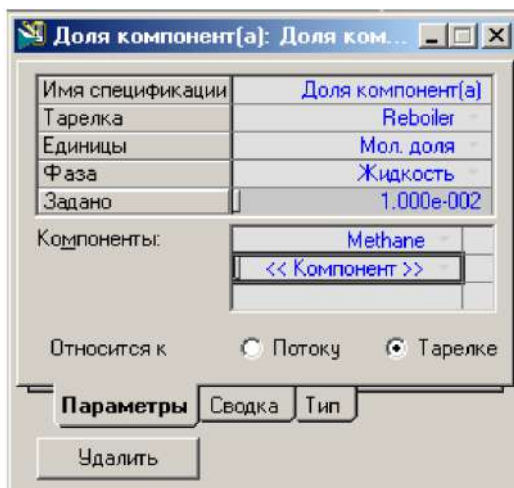
Сторінка Інспектора введення дає можливість задати основну інформацію, яка потрібна для розрахунку колони. Включення і виключення Інспектора введення – на закладці «Розрахунок» у вікні «Налаштування розрахунку». У спеціалізованому вікні колони перейдіть на сторінку Монитор закладки Дані. У груповій рамці «Специфікації» перераховані специфікації, прийняті програмою за замовчуванням:

Спецификации							
	Задано	Рассчитано	Отн.ошибка	Актив.	Оценка	Текущая	
Отбор пара сверху	<empty>	<empty>	<empty>	☒	☒	☒	
Расход куб.продукта	<empty>	<empty>	<empty>	☐	☒	☐	
Паровое число	<empty>	<empty>	<empty>	☐	☒	☐	
				Просмотр	Доб.специфик	Актив/Неактив	Заменить неакт.
				Число степ.свободы 0			

Ви можете використовувати ці специфікації або замінити їх іншими, більш придатними для Вашої завдання. Число і тип специфікацій залежить від обраного типу колони.

Для абсорбера з ребойлером активною специфікацією за замовчуванням є відбір пари зверху колони. Розрахуємо колону на іншу специфікацію – молярна частка метану в кубовій рідині становить 0.01.

Натисніть кнопку «Додати специфікацію», виберіть тип специфікації – «Частка компонента» і задайте наступні параметри специфікації:



Вкажіть, що нова специфікація є активною (поставте прапорець в стовпці *Активн.*), а колишня специфікація – *Відбір пари зверху* не є активною (приберіть прапорець). Зверніть увагу, що при цьому змінюється значення в полі «Число ступенів свободи». Коли робимо специфікацію активною, число ступенів свободи зменшується на одну. Відповідно, коли робимо специфікацію неактивною, число ступенів свободи збільшується на одну.

Розрахунок колони можна починати, коли число ступенів свободи дорівнює нулю.

Запуск розрахунку Колони – кнопка Пуск. Коли розрахунок колони буде завершено, ознайомлюємося з результатами на закладках «Робоча таблиця» і «Результати».

Запитання для контролю знань студентів

1. Описати і прокоментувати програмний пакет *Statgraphics*.
2. Застосування *Statgraphics* для обробки даних центрально-композиційних ротатабельних планів другого порядку.
3. Застосування *Statgraphics* для обробки даних симплекс-гратчастого (центроїдного) планування експериментів як способу моделювання систем типу «склад-властивість»
4. Застосування програми *Microsoft Office Excel* для отримання поліноміальної моделі об'єкту.
5. Описати методику побудови 3D-моделі з використанням графічного редактора *КОМПАС-3D*
6. Охарактеризувати методику моделювання технологічних процесів та конструкцій за допомогою програмного середовища *SolidWorks*
7. Охарактеризувати програму моделювання стаціонарного потоку в *PIPESIM*
8. Охарактеризувати програму моделювання нестаціонарного потоку в *OLGA*
9. Охарактеризувати моделювання із застосуванням пакету прикладних програм *MATLAB* і *Simulink*
10. Охарактеризувати моделювання із застосуванням пакету прикладної програми *Hysys*

5. ПРИКЛАДИ МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ У НАФТОГАЗОВІЙ ІНЖЕНЕРІЇ

Виходячи з особливостей моделювання у нафтогазовій справі (п.1.3.) у цьому розділі ми розглянемо три групи методів дослідження об'єктів (явищ, пристроїв, процесів) у цій галузі:

1) геологічне моделювання;

2) класичне (типове) моделювання технологічних процесів і пристроїв;

3) моделювання процесів видобування вуглеводневих флюїдів.

При цьому, з геологічного моделювання як окремого напрямку, який вивчається в рамках прикладної нафтогазової геології, ми подамо його загальну характеристику (п. 1).

Основну увагу зосередимо на класичному (типовому) моделюванні технологічних процесів і пристроїв характерних для *нафтогазової інженерії*, зокрема, для свердловинних технологій, фізичних і хімічних процесів і пристроїв переробки флюїдів-вуглеводнів, їх транспортування (п. 2.).

Моделювання об'єктів-процесів видобування вуглеводневих флюїдів, що протікають у геологічному середовищі – пласті-колекторі, кольматацийній зоні тощо подаємо в оглядовому плані (моделюванню видобування природних вуглеводнів в освітній програмі зі спеціальності 185 присвячено окремий курс).

5.1. Геологічна та гідродинамічна моделі нафтогазового родовища

Основною проблемою розробки родовищ є отримання максимального коефіцієнта охоплення та коефіцієнта вилучення вуглеводнів. Для досягнення максимального результату на початку ХХІ ст. активно використовується геологічне моделювання. Побудова тривимірних цифрових геологічних моделей нині вже стала складовою обґрунтування буріння свердловин і складання планів розробки родовищ вуглеводнів, включаючи оцінку економічної ефективності, пропонованих геолого-технологічних рішень. Значною мірою це пов'язано з ускладненням будови родовищ і новими технологіями видобутку, наприклад, бурінням горизонтальних свердловин. Разом з тим, це – порівняно молодий напрям у прикладній нафтогазовій геології, що виник близько 15 років тому.

Розробкою математичних принципів і алгоритмів тривимірного геологічного моделювання на початку ХХІ ст. займаються провідні наукові колективи в Стенфордському університеті, Норвезькому

комп'ютерному центрі, Французькому інституті нафти, Науковій школі в Нансі.

Розвиток програмних пакетів геологічного моделювання забезпечується, з одного боку, появою нових принципів і алгоритмів 3D-моделювання (нейронні мережі, математична статистика, ґрид-технології) – розширенням функціональності за рахунок включення та інтеграції нових модулів (аналіз даних сейсморозвідки, супровід буріння горизонтальних свердловин, апскейлінг – масштабування зображення). Отже сьогодні, тривимірне цифрове геологічне моделювання стало ефективним, технічно і економічно доцільним напрямком і вітчизняної нафтогазової геології.

У світі лідерами розробки програмного забезпечення для геологічного моделювання є Schlumberger, Landmark Graphics та Roxar Software Solutions. Ця трійка компаній тримає левову частку ринку в сфері E&P (Engineering & Production). Серед їх клієнтів можна знайти таких нафтових гігантів як: Statoil, Hydro, BP, TotalFinaElf, Philips, Halliburton. PGS, Shell, ChevronTexaco, WinterShal, Conoco, Unocal, OXY, Apache тощо.

Крім названих розробників також існує ряд інших фірм, що постачають програмне забезпечення: Smedvig Technologies, Roxar Software Solutions, Western Atlas, Landmark Graphics, Paradigm Geophysical, CogniSeis, CGG Petrosystems, PGS Tigress, Seismic Microtechnology, GeoMatic, Quick look, Tigress, Western Atlas, DV-Geo.

Схему процесу геологічного моделювання на прикладі використання програмного забезпечення компанії Schlumberger показано на рисунку 5.1. Схема залучення вхідних даних для побудови статичної моделі родовища вуглеводнів подана на рисунку 5.2. Типовий склад пакета програмного забезпечення при геологічному моделюванні показано на рисунку 5.3.

Залежно від мети, яку перед собою ставлять розробники, моделі поділяють на такі групи:

- повномасштабні – моделі для підрахунку запасів та моніторингу процесу розробки;
- секторні – виконуються для групи свердловин та слугують для вирішення проблем по вилученню остаточної запасів, оцінки впливу на пласт окремих геолого-технічних заходів;
- навколосвердловинні – слугують для моделювання процесів буріння горизонтальних та бокових стовбурів.

Моделі можна також розподілити за іншими категоріями, наприклад, за повнотою вивчення родовища, чи за актуальністю моделі. За призначенням розрізняють моделі **геологічні (статичні)** та **гідродинамічні**.



Рисунок 5.1. – Схема процесу геологічного моделювання

Створенням статичних 3D-моделей вирішують, як правило, наступні завдання:

- підрахунок запасів вуглеводнів;
- планування (проектування) свердловин;
- оцінка невизначеностей і ризиків;
- підготовка основи для гідродинамічного моделювання.

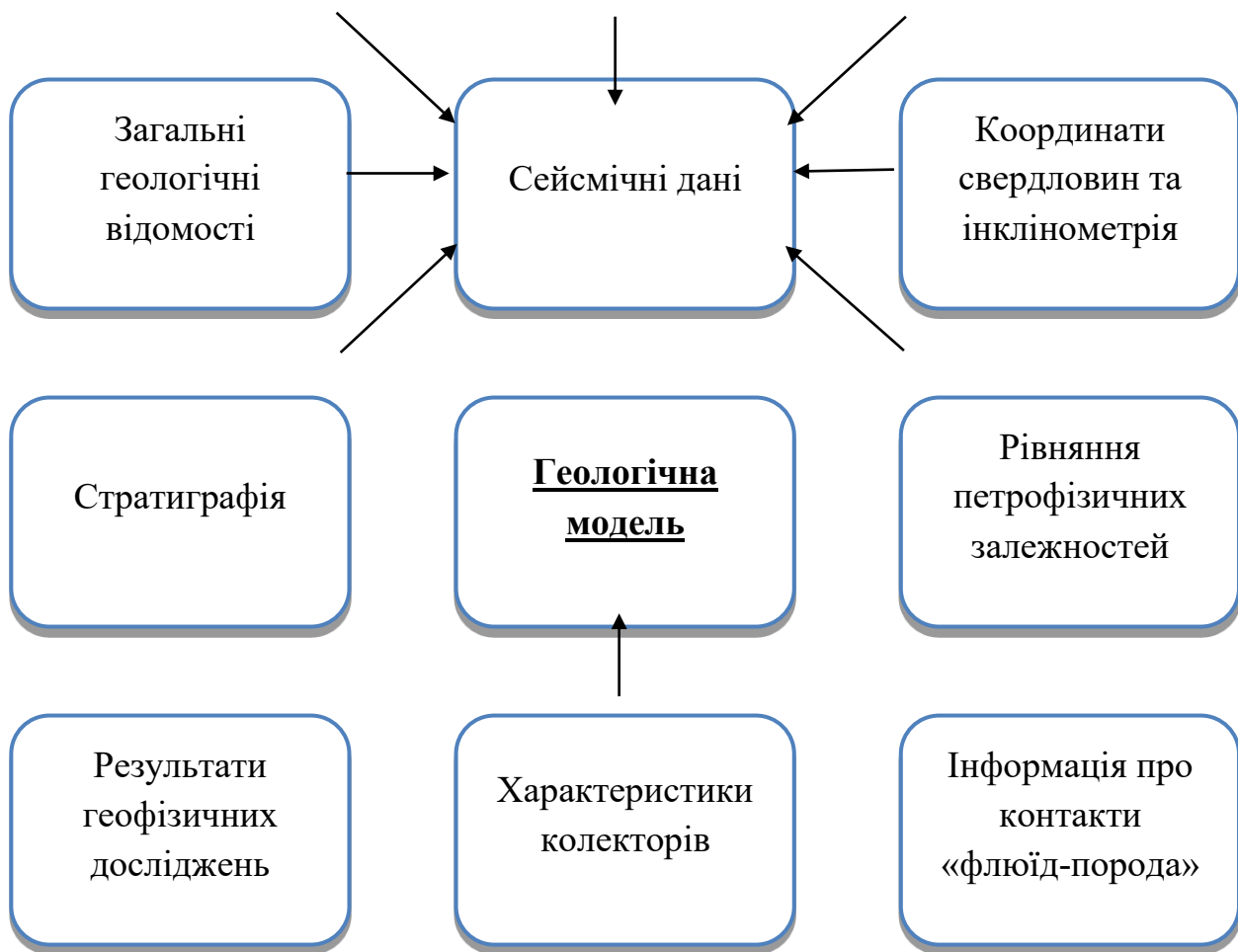


Рисунок 5.2 – Вхідні дані для побудови статичної моделі родовища вуглеводнів

Одним з ключових етапів, що впливають на подальшу технологію створення моделі є аналіз вхідних даних (рис. 5.2) про об'єкт, який включає:

- місця розташування свердловин, таблиці інклінометрії – потрібно мати точні географічні координати кожної свердловини з прив'язкою до їх імен, кути їх нахилу, азимути та глибини;
- аналіз положення флюїдних контактів (флюїдна модель) – виділення газоводяних контактів (ГВК), водонафтових контактів (ВНК), газонафтових контактів (ГНК), їх глибини на різних площах родовища;
- аналіз літології – полягає у створенні дискретного тривимірного поля типів порід;
- аналіз колекторів (петрофізична модель) – полягає у визначенні фізичних властивостей породи, що утримує флюїд: коефіцієнти пористості, проникності, насичення, фракційний склад пісковиків та ін.;



Рисунок 5.3 – Типовий склад пакета програмного забезпечення при геологічному моделюванні

– фаціальний аналіз (седиментаційна модель) – дає можливість відновити умови осадонакопичення та умови середовища. Включає в себе сейсмофаціальний, біофаціальний та літофаціальний аналізи, а також аналіз загальногеологічних даних;

– аналіз даних сейсморозвідки (сейсмологічна модель) – основною метою є отримання так званого “сейсмічного куба”, що є основою для створення скелету моделі. Слід зазначити, що отримати якісні дані сейсмічної розвідки в Україні без проведення повторних робіт іноді буває складно. Причина полягає в тому, що більшість родовищ залягають на досить великих глибинах, а дані сейсмічних досліджень майже завжди застарілі, та в силу недосконалості технологій тих часів, можуть не давати точних показів на глибинах залягання продуктивних горизонтів.

Технологія геологічного моделювання 3D має наступні основні етапи:

1. Збір, аналіз і підготовка інформації, завантаження даних.
2. Структурне моделювання (створення каркаса).
3. Створення сітки (3D), осереднення (перенесення) свердловинних даних на сітку.
4. Фаціальне (літологічне) моделювання.
5. Петрофізичне моделювання.

6. Підрахунок запасів вуглеводнів.

Побудована таким чином модель об'єкта розробки використовується потім для прогнозування і планування видобування, оцінки запасів, комплексної оптимізації пласта. На заключному етапі моделювання по мірі накопичення інформації про об'єкт модель пласта уточнюється, вдосконалюється, відображає нову інформацію про пласт, технологічні рішення, застосовувані на родовищі, і може використовуватися для подальшого управління процесом розробки. У цьому випадку можна говорити про **постійно діючу геолого-технологічну модель родовища**.

Використання геологічних моделей в якості основи для гідродинамічних розрахунків висуває до них низку вимог, що є несуттєвими для підрахунку запасів, але досить значимими для динамічних розрахунків.

По-перше, модель має бути детальною: повинна відображати латеральну та вертикальну неоднорідність пласта-колектора.

Також одним з головних критеріїв є реалістичність: геологічна модель повинна відповідати уявленням та знанням про геологічну будову родовища. Так, наприклад, пласт, складений нашаруванням пісковиків та глин, не може бути представлений одним пластом пісковика з коефіцієнтом вмісту глини.

Слідування цим простим, але важливим вимогам допомагає побудувати модель, здатну відтворити найбільш точне відображення процесів, що проходять на глибині.

Гідродинамічні моделі слугують для:

- відстеження процесу відбору запасів (моніторинг розробки);
- більш точного прогнозу майбутнього відбору продукції;
- моделювання геолого-технічних заходів з інтенсифікації видобутку;
- забезпечення більш зваженого підходу до вибору раціонального варіанту розробки.

Розробки в області чисельного гідродинамічного моделювання і створення суперкомп'ютерів завжди були взаємопов'язані. Дослідження в чисельному моделюванні почалися наприкінці 1950-х як розширення концепції матеріального балансу. Деякі фундаментальні концепції та математичні методи, розроблені протягом перших двох десятиліть досліджень, є актуальними і зараз (кінцево-різницева дискретизація, IMPES, повнонеявний метод, моделі композиційної та «чорної нелеткої нафти», моделі свердловин, та ін.).

З появою мейнфреймів і суперкомп'ютерів у 1980-х роках і випуском комерційних симуляторів родовищ (наприклад, перший реліз Eclipse був випущений в 1983 році), чисельне моделювання стало стрімко розвиватися.

До кінця 1990-х років моделювання перестало бути справою тільки вузьких фахівців. Станом на 2020 р. у більшості країн світу законодавчо закріплено вимогу для компаній-операторів підтверджувати проекти розробки родовищ чисельними гідродинамічними моделями.

Технічні можливості реалізації геологічного моделювання різко зростають. Наприклад, у 1998 році одна модель Eclipse родовища на Середньому Сході (1600000 активних осередків, більше 500 свердловин, 30 років історії розробки, п'ятикомпонентна модель флюїду) розраховувалася на відповідному 64-процесорному комп'ютері RISC-послуг за 20 годин. У 2004 році та ж модель розраховувалася за 15 годин на ПК кластері (вісім процесорів, ОС Linux). Це означає, що для досягнення однакової продуктивності, за 6 років число необхідних процесорів знизилися у 8–10 разів, вартість апаратного забезпечення – в 300 разів.

На рисунку 5.4. показано приклад створення моделі родовища на етапі інтерпретації даних сейсмічної розвідки.

Порівнюючи можливості програмного забезпечення компаній Schlumberger, Landmark Graphics та Roxar Software Solutions, слід зазначити, що всі вони мають досить схожий набір функцій:

- інтерпретація сейсміки;
- кореляція;
- петрофізика;
- інтерпретація ГДС;
- побудова геологічної моделі;
- підрахунок запасів;
- ре-масштабування моделі;
- гідродинамічне моделювання.

Однак, програмні продукти Petrel та Eclipse (Schlumberger) також дають змогу виконувати моніторинг та економічний розрахунок роботи родовища, чого інші програми не забезпечують.

Процес моделювання родовищ нафти та газу досить складний, та може включати не лише стандартні модулі програмного забезпечення, а й більш специфічні системи. До таких систем відносять: LOGGER, Bore Drilling, Well Spacing, AHOT.

Система LOGGER служить для візуалізації результатів геофізичних досліджень і виконує наступні функції:

- графічне відображення каротажних діаграм;
- налаштування візуалізації;
- експорт зображень в формати, необхідні для роботи основних програмних модулів.

Програмний засіб Bore Drilling слугує для формування систем розбурювання та кущування свердловин. Основні функції:

- Формування схем розміщення свердловин на основі даних розташування пробурених свердловин та водонафтових /газоводяних контактів;
- візуалізація та налаштування отриманих схем;
- формування схем куців свердловин;
- додавання горизонтальних стовбурів.

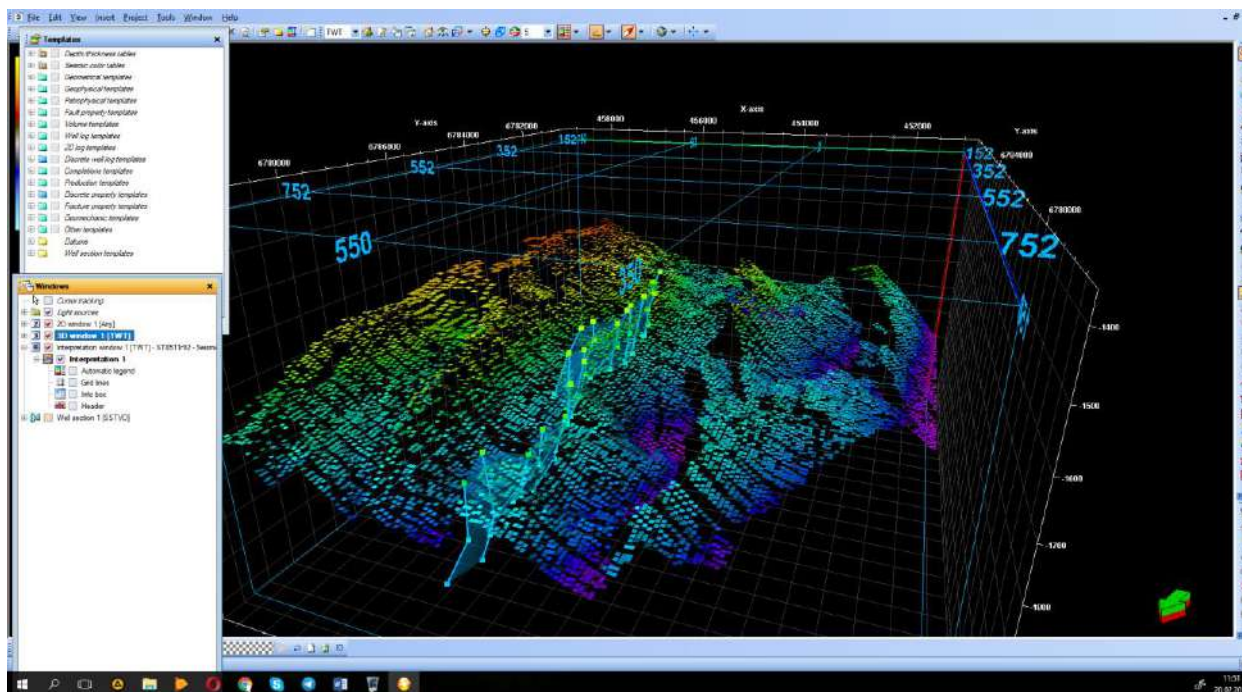


Рисунок 5.4. – 3D модель родовища на етапі інтерпретації даних сейсмічної розвідки¹

Система Well Spacing виконує функції забезпечення взаємозв'язку між програмними продуктами компаній Schlumberger, Landmark, Roxar та іншими.

Основне призначення системи АНОТ полягає в аналізі результатів розрахунків гідродинамічної моделі та допомозі спеціалісту в оформленні проектної документації. Основні функції:

- Перевірка відповідності режимів роботи свердловин характеру зміни пластового тиску
- Розрахунок середніх дебітів свердловин та короткий економічний опис їх рентабельності
- Візуалізація та експорт звітів у відповідності до регламентних документів.

¹ Моделювання в нафтогазовій галузі / В. Білецький, П. Сергєєв, М. Фик, С. Козирець // Геотехнології : [наук. журнал / Харків. нац. техн. ун-т «Харківський політехн. ін-т»]. – Харків, 2018. – № 1. – С. 86–98.

5.1.1. Приклад застосування програми Petrel для геологічного моделювання²

Для створення геологічної моделі найбільш оптимально використовувати програмний продукт Petrel фірми Schlumberger. У робочий проект Petrel завантажується уся наявна геолого-геофізична інформація по площі робіт. В першу чергу до робочого проекту імпортуються наступні дані по свердловинах.

1. Координати устя свердловин, альтитуду, дані вимірів інклінометрії³ (використовуються для створення траєкторій свердловин у моделі) (рис. 1).

У випадку, якщо необхідно точно повторити в моделі траєкторії свердловин, розрахованих маркшейдерською службою, рекомендується створювати траєкторію через позиційний каротаж (X, Y, Z), використовуючи таблиці поправок до інклінометрії. Ці таблиці використовуються для введення поправок до альтитуду свердловин (для «переміщень» свердловин) у припущенні наявності похибок інклінометрії за результатами аналізу структурних поверхонь і флюїдних контактів.

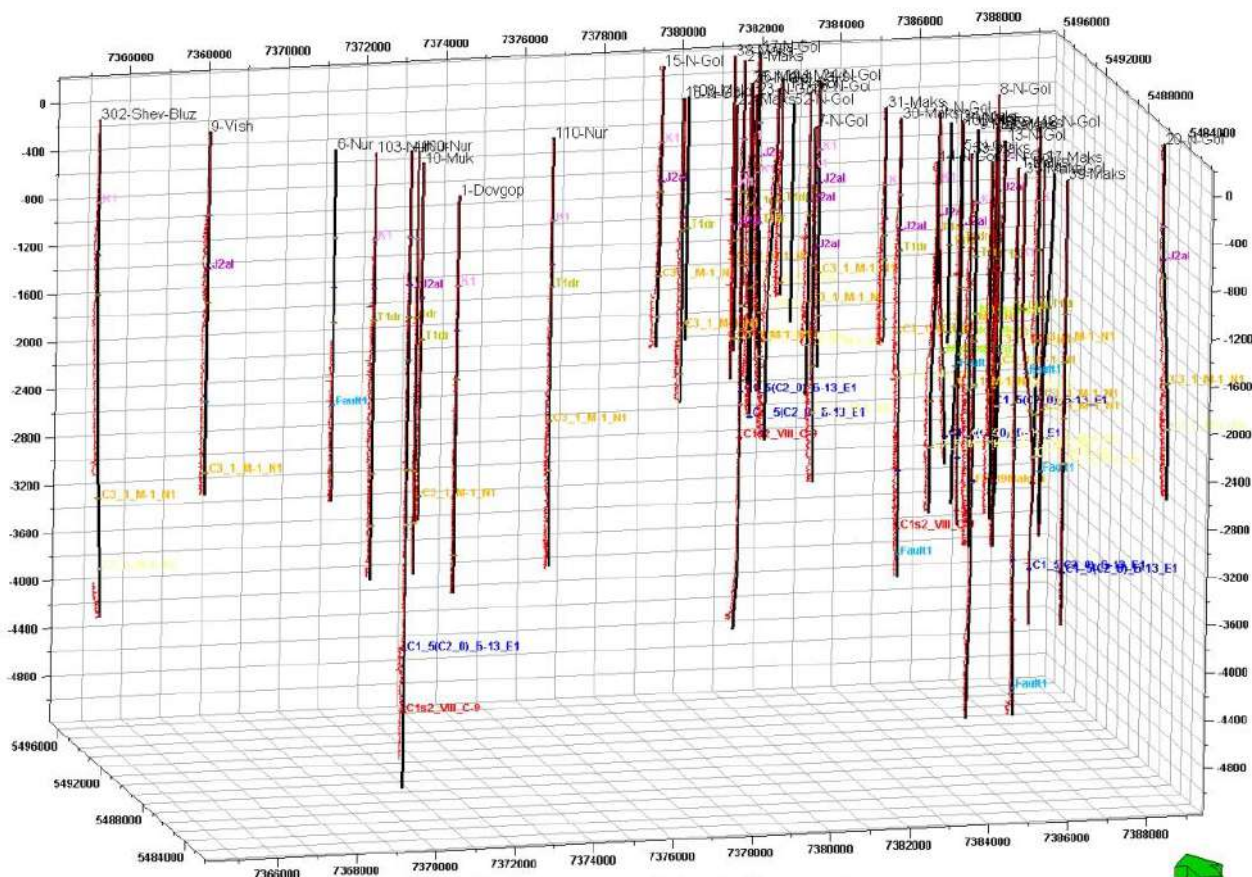


Рисунок П1 – Візуалізація пробурених свердловин в 3D вікні, координати устя і розраховані маркшейдерською службою прирощення по трьох осях

² Автор п. 5.1.1. – Сергій Левонюк, УкрНДІгаз, НТУ ХПІ.

³ Важливо відзначити, що останнім часом в старих свердловинах в масовому порядку проводяться повторні вимірювання інклінометрії (гіроскопи), які необхідно обов'язково зібрати і врахувати.

2. Координати пластоперетинів, розраховані маркшейдерською службою, використовуються для контролю пластоперетинів, розрахованих у проєкті після кореляції пластів, а також для створення штучних вертикальних свердловин в моделі, коли відсутні дані інклінометрії. В цьому випадку координати усть приймаються рівними координатам пластоперетинів, а альтитуди – сумі альтитуд і подовжень на покрівлю пласта.

При порівнянні координат пластоперетинів треба мати на увазі, що алгоритми розрахунку траєкторій свердловин за інформацією про кути і азимутах в різних програмах можуть відрізнятися.

3. Стратиграфічні розбивки, розраховані геологом в проєкті – використовуються як основа при формуванні структурного каркасу.

4. Криві геофізичних досліджень у свердловинах (ГДС) – використовуються для кореляційних побудов, виділення літотипів, оцінки характеру насичення і ФЄВ, прив'язки даних сейсморозвідки (рис. П2).

5. Відбиття флюїдних контактів в свердловинах – використовуються для побудови карт флюїдних контактів і геометризації покладів. Інтервали перфорації, результати випробувань і роботи свердловин, гідродинамічного каротажу використовуються для обґрунтування та коригування положення флюїдних контактів.

6. Дати буріння і введення свердловин до експлуатації, карти накопичених відборів і закачування використовуються при відборі свердловин з неспотвореним впливом розробки на величини початкової насиченості K_n .

7. Кількісні (визначення K_n , $K_{пр}$, K_v) і якісні (опис) дослідження керна. Застосовуються при налаштуванні даних ГДС для подальшої масової інтерпретації, а також при створенні концептуальної моделі.

8. Загальні та геологічні дані:

- карти ефективних і нафтонасичених товщин 2D – використовуються для контролю якості побудови, і, якщо потрібно, коригування 3D моделі;
- топоснова, полігони спеціальних дозволів, газоводяні контакти, порушення, зони заміщення і

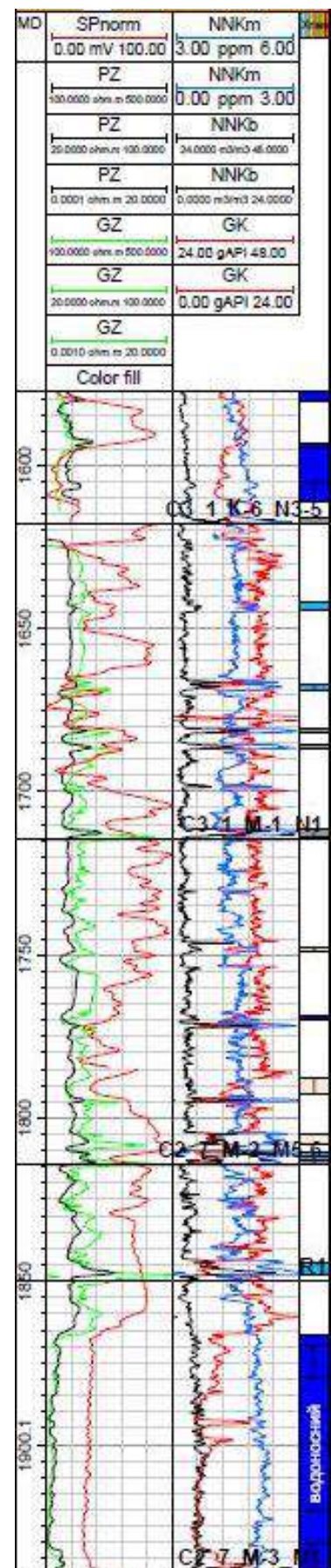


Рисунок П2 – Каротажна діаграма свердловини з результатами геофізичних досліджень у свердловинах (ГДС)

виклинювання, водоохоронних зон – використовуються як вихідні дані для двовимірної картопобудови і 3D моделювання, для контролю якості побудови і, якщо потрібно, коригування 3D моделі. Зазвичай, ця інформація зводиться на з'єднану схему вивченості, яка є базовою картою при створенні моделі;

- текст звіту з підрахунку запасів (проектного документа), звіти по вивченню надр є тією фактологічною базою, на якій базується оцінка запасів і побудова моделі.

Як правило, дані, зібрані з різних джерел, завантажуються до програмного продукту моделювання, де створюється новий робочий проект. Більшість сучасних пакетів геологічного моделювання мають файлову організаційну структуру.

Типовий набір основних модулів найбільш розповсюджених пакетів тривимірного геологічного моделювання включає до себе модулі:

- імпорту та експорту даних,
- кореляції пластів за свердловинними даними,
- інтерпретації даних сейсмозвідки (як правило, це – виділення порушень, трасування горизонтів і побудови карт, атрибутивний аналіз, тобто «сейсміка для геологів»),
- аналіз даних (побудова крос-плотів, варіограм, гістограм),
- побудова та редагування карт, точок, полігонів,
- побудова моделі тектонічних порушень,
- побудова структурно-стратиграфічного каркаса,
- осереднення свердловинних даних на сітку,
- літологічне моделювання,
- петрофізичне моделювання,
- підрахунок запасів,
- планування свердловин,
- аналіз невизначеностей і ризиків,
- калькулятор (кубів, карт, каротажних кривих, атрибутів),
- оформлення звітної графіки.

При необхідності в цей набір включають модуль моделювання тріщинуватості. Модуль інтерпретації каротажних кривих, як правило, в цей набір не входить. Інтерпретацію каротажних кривих зазвичай виконують петрофізики в окремому спеціалізованому пакеті.

Як правило, межі ділянки моделювання в плані вибираються на основі вихідних даних – на 1,5-2 км ширше кордонів зовнішнього контуру нафтоносності або меж ліцензії.

Вибір меж моделювання в розрізі визначається, з одного боку, цільовим геологічним завданням і умовами гірничого відводу, з іншого – можливостями використовуваної техніки та програмного пакета. У деяких випадках, після вивчення гідродинамічних процесів, виникає необхідність моделювання сусідніх вище або нижчезалеглих пластів, навіть якщо вони водоносні.

Детальна кореляція розрізів свердловин

Детальна кореляція розрізів свердловин є основним методом вивчення внутрішньої будови надр, побудованим на принципі зіставлення розрізів свердловин з метою виділення в розрізах і простежування за площею пластів-колекторів і непроникних прошарків між ними (рис. ПЗ).

Детальна кореляція, на відміну від кореляції регіональної або загальної, відображає макронеоднорідність будови продуктивних горизонтів і пластів.

Детальна кореляція, яка є основою для побудови моделі родовища, покладу або продуктивного горизонту, визначає адекватність моделі реальному геологічному об'єкту. Від якості виконання детальної кореляції залежать: точність підрахунку запасів, обґрунтованість технологічних рішень при розробці покладів вуглеводнів, надійність прогнозу кінцевої віддачі вуглеводнів тощо.

В основу детальної кореляції покладено такі основні положення.

1. Виявлення та облік послідовності нашарування відкладів.

Розрізи, складені осадовими породами, являють собою чергування шарів різного літологічного складу, вік яких послідовно зменшується знизу вгору по розрізу, тобто кожен вище розташований пласт молодше нижчого.

При згідному заляганні пластів їх чергування має закономірну послідовність, яка в розрізах, які розкриті різними свердловинами, однакова, тобто не порушена.

При незгідному заляганні пластів послідовність нашарування порушена в результаті перерв у осадконакопиченні, розмивів, тектонічних порушень з порушенням суцільності пластів, що проявляється в поступовій зміні товщини відкладів, у випаданні або повторенні в розрізах сусідніх свердловин пластів або великих інтервалів розрізу.

2. Виділення реперів і реперних кордонів.

Репером називають пласт, витриманий по площі і товщині, який літологічно відрізняється від вище і нижче розташованих відкладів. Якщо пласт має характерну, яскраво виражену на діаграмах ГДС поверхню, його називають реперним кордоном. Слід зазначити, що реperi в залежності від їх витриманості і розповсюдження по площі поділяються на категорії: регіональні, локальні та місцеві.

Багатьом продуктивним горизонтам із згідним заляганням притаманна паралельність або віялоподібність кордонів між пластами та прошарками, що їх складають. Нерідко реалізація кореляції відкладів ускладнює фаціальну мінливість пластів-колекторів і непроникних прошарків між ними.

Детальна кореляція включає послідовність дій, яка завершується побудовою схем детальної кореляції, що відображають розташування і співвідношення пластів (прошарків-колекторів) і непроникних розділів між ними.

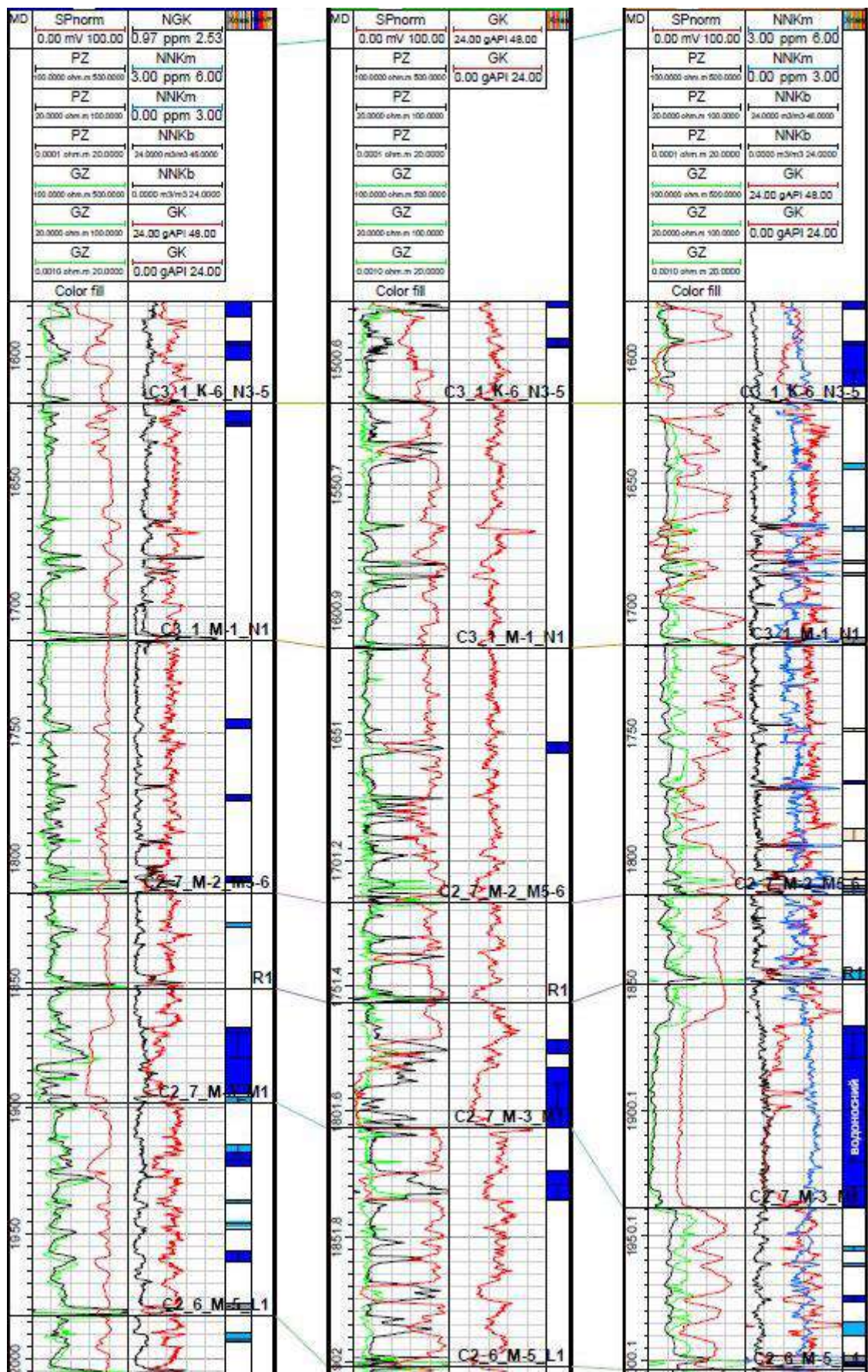


Рисунок ПЗ – Приклад кореляції розрізів свердловин

Детальна кореляція розрізів свердловин за даними ГДС вручну починається із знаходження в розрізах свердловин регіональних і локальних реперів і виділення продуктивної робочої частини розрізу. На цій стадії виконують розчленування продуктивної частини у розрізах свердловин, тобто поділяють її на однорідні за ГДС інтервали і проводять їх якісну літологічну інтерпретацію. За наявності достатніх даних виконують кількісну інтерпретацію, тобто, використовуючи кондиційні межі, в розрізі свердловин виділяють пласти-колектори і непроничні розділи між ними.

На наступній стадії виявляють загальні закономірності будови продуктивної частини розрізу і примітні риси нашарування. На діаграмах ГДС знаходять реперні кордони та репери, в якості яких найбільш зручно вибирати пласти глинистих або щільних карбонатних порід. Слід виявляти реперні елементи, як в межах продуктивної частини розрізу, так і за її межами.

Після проведення розчленування розрізів всіх свердловин визначають еталонну свердловину з найбільш повним, чітко диференційованим розрізом, що містить всі продуктивні пласти і реперні елементи, і, бажано, розташовану в центрі об'єкту. На еталонному розрізі відзначають виявлені репери і проводять індексацію продуктивних пластів.

По завершенні підготовчого етапу приступають безпосередньо до детальної кореляції розрізів свердловин. З розрізом еталонної свердловини по чергово порівнюють розрізи сусідніх свердловин, тобто виконують парну кореляцію розрізів свердловин. Для цього в парі свердловин поєднують виявлені репери, і зіставляють розрізи свердловин, звертаючи увагу на зміну товщини між реперами і послідовність нашарування.

Потім знизу вгору корелюють відклади, які залягають між однойменними реперами, в першу чергу, звертаючи увагу на непроничні (глинисті) розділи, а потім пласти-колектори між ними. При порушенні нашарування зіставлення свердловин проводять також і зверху вниз.

У випадках, якщо свердловина не розкриває основний репер, використовують репери перехоплення, тобто додаткові репери, які не настільки витримані по площі, але мають характерну конфігурацію кривих ГДС і розташовані поруч з основним. Зіставлення розрізу свердловини завершується індексацією однойменних пластів згідно еталонному розрізу.

Потім послідовно проводять парні кореляції свердловин, розташованих в безпосередній близькості від прокоригованих свердловин тощо. По мірі перегляду каротажу розрізи свердловин по можливості групують, виділяючи певні типи розрізів. При наявності декількох типів розрізів для кожного типу обирають опорну свердловину. Кореляцію виконують окремо для кожного типу розрізів, згодом пов'язуючи їх між собою. Перевірка детальної кореляції здійснюється по профілях, що перетинаються між собою.

Детальна кореляція формується у вигляді декількох схем кореляції, вирівняних по поверхні одного з основних реперів, яка називається лінією зіставлення або вирівнювання. Якщо в результаті детальної кореляції встановлено, що послідовність нашарування не порушена і межі паралельні, положення лінії зіставлення не має особливого значення.

При віялоподібності кордонів лінію порівняння слід обирати всередині інтервалу, що корелюється. При порушенні послідовності нашарування в нижній частині продуктивного горизонту лінію порівняння слід взяти вище межі незгідності, у випадку порушення у верхній частині – нижче поверхні незгідності.

На схемах детальної кореляції в послідовності, яка відповідає профілю на схемі розташування свердловин, розміщують діаграми ГДС (масштаб 1:200), поєднуючи поверхню відповідного репера з лінією вирівнювання. Спочатку послідовно з'єднуються основні, потім додаткові репери, глинисті розділи і пласти-колектори.

При згідному заляганні межі проводяться прямими лініями, при незгідному – хвилястими; фаціальні заміщення показуються ламаною вертикальною лінією між свердловинами.

Таким чином, схеми детальної кореляції повинні відображати витриманість або уривчастість пластів-колекторів і співвідношення їх з непроникними розділами. Результати детальної кореляції – відбиття стратиграфічних меж продуктивного горизонту, покрівлі та підшви пластів-колекторів, які знімаються з діаграм ГДС вручну.

Використання результатів сейсморозвідувальних робіт

У більшості випадків сейсмічні дані дозволяють в значній мірі уточнити геологічну будову в міжсвердловинному просторі. Необхідність використання всієї доступної геолого-геофізичної інформації при прогнозі будови продуктивних пластів не викликає сумніву, однак правомірність застосування сейсмічних даних та достовірність цих результатів в кожному конкретному випадку до сьогодні досліджена недостатньо. Як правило, статистика верифікованості прогнозних сейсмічних і фактичних геологічних параметрів виявляється більш оптимістичною. Покладатися тільки на математичний апарат, який перетворює сейсмічну хвильову картину в прогнозні геологічні характеристики пласта необачно, не дивлячись на те, що це значно спрощує процес створення геологічних моделей. З метою підвищення достовірності прогнозу геологічної будови пластів, необхідно залучати результати фаціального і палеогеографічного аналізів, які є перевіреними часом методами геологічного моделювання.

Ефективним є сейсмостратиграфічний аналіз, який в сукупності з матеріалами регіональних досліджень і аналізом свердловинної інформації, дозволяє на якісному рівні встановлювати закономірності в будові продуктивних пластів. За матеріалами опису керна і регіональних досліджень відновлюються палеогеографічні умови формування осадов. На підставі аналізу каротажних діаграм проводиться фаціальний аналіз, що дозволяє розділяти територію на ділянки з різними умовами осадонакопичення. Застосування палеотектонічного і палеоструктурного аналізів дозволяє прогнозувати локальні джерела знесення осадового матеріалу і шляхи його транспортування. Врахування диференційованого ущільнення теригенного матеріалу у

сукупності з аналізом загальних товщин інтервалів дозволяє передбачити ступінь піскуватості відкладів.

Результатом підготовки принципової моделі є цифрові трендові карти, найчастіше карти ефективних товщин. На цих картах виділені геологічні особливості, які неможливо отримати методами інтерполяції, але які віддзеркалюють знання і досвід геолога, що будує модель. Наш досвід побудови геологічних моделей свідчить про те, що повне уявлення про кореляції пластів і їх будову виникає тільки після побудови цифрової тривимірної моделі.

Незважаючи на багато обмежень, використання динамічних характеристик відбитих хвиль для прогнозування товщини і колекторських властивостей продуктивних пластів стає стандартною процедурою. Використання сейсмічних атрибутів дозволяє прогнозувати поширення колектора в моделі з достовірністю не меншою, ніж тільки за даними ГДС. За сейсмічними атрибутами проводиться виділення зон поширення колектора при наявності літологічно екранованих покладів і, власне, розрахунок цифрових карт ефективних товщин і коефіцієнту пористості. Зазвичай розглядається кілька видів атрибутів (амплітуда, акустичний імпеданс (комплексний акустичний опір середовища), неоднорідність відображення і ін.) та їх реалізації в різних часових вікнах на сейсмічних розрізах.

Існують різні способи підвищення надійності та оптимізації статистичних зв'язків між сейсмічними атрибутами і параметрами, визначеними за даними ГДС. Основним фактором, що визначає ефективність прогнозування, є вибір сейсмічного атрибута або їх сукупності, положення палеогеоізохронної поверхні і оптимального часового інтервалу. Множинна регресія за кількома найбільш інформативними атрибутами дозволяє в багатьох випадках підвищити якість статистичного зв'язку. Встановлено, що зі збільшенням числа використовуваних атрибутів помилка прогнозу спочатку зменшується, а потім зростає. Існують також додаткові математичні прийоми, що призводять до поліпшення зв'язків сейсмічних атрибутів з параметрами, визначеними за даними ГДС. Сюди відносяться методи факторного і кластерного аналізів, метод головних компонент, штучні нейронні мережі та інші.

До робочого проекту геологічної моделі імпортується сейсмічні куби в форматі *.sgy, а також результати інтерпретації – ізогіпси та тектонічні порушення (рис. П4).

Створення структурного каркасу

Основні три джерела і три складові частини структурного каркаса моделі – це стратиграфічні розбивки (маркери) пластів у свердловинах, стратиграфічні поверхні пластів і площини тектонічних порушень, організовані в тектонічну модель. При побудові структурного каркаса передбачається, що вже виконана вся підготовча робота: відкориговані пласти на основі концептуальної моделі осадонакопичення, введені поправки на інклінометрію свердловин згідно з

прийнятою флюїдною моделлю, виконані двовимірні побудови карт стратиграфічних поверхонь пластів.

Двовимірні побудови карт структурних поверхонь при 3D моделюванні в цілому аналогічні побудовам карт при підрахунку запасів. Зазвичай число стратиграфічних поверхонь в моделі істотно перевищує число опорних геологічних горизонтів, які надійно простежуються та які з ними асоційовані. Тому спочатку виконується побудова основних стратиграфічних поверхонь пластів, пов'язаних з регіональними етапами осадо накопичення. Після цього виконується побудова інших (додаткових) стратиграфічних поверхонь через карти стратиграфічних товщин по свердловинах, виходячи з прийнятої моделі осадо накопичення.

У випадку, коли проміжна поверхня повинна бути конформна одночасно двом основним стратиграфічним поверхням, побудова здійснюється з використанням карти пропорцій товщин. Наприклад, спочатку будується за свердловинними даними карта h/H , де h – товщина верхнього шару в свердловинах, а H – сумарна товщина верхнього і нижнього шару, тобто всієї пачки. Потім ця карта множиться на сумарну карту стратиграфічних товщин, отриману вирахуванням з карти покрівлі пачки А карти підшви пачки Б. Додаванням отриманої карти до карти покрівлі пачки А розраховується проміжна поверхня В.

У сучасних пакетах геологічного моделювання є можливість будувати поверхні, одночасно конформні вище і нижчезалеглим поверхням, автоматично. Вона реалізована таким чином, що користувачеві слід вказати ряд параметрів, таких, як: вище і нижчезалегли «опорні» поверхні, кількість проміжних поверхонь у заданому інтервалі, метод коригування товщин (не обов'язково пропорційний). При необхідності частину проміжних інтервалів можна задати фіксованою картою товщин (наприклад, у випадку, коли необхідно зберегти змодельовані товщини глинистої перемички, яка локально виклинюється). Карта пропорцій і карта стратиграфічних товщин будується «віртуально» на основі заданих налаштувань і користувач отримує необхідні проміжні поверхні.

Крім основних поверхонь, у структурний каркас іноді включають і допоміжні поверхні, що дозволяє вирішити будь-які прикладні завдання. Наприклад, при адаптації тривимірної геологічної моделі до матеріалів підрахунку запасів у ситуації, коли зони стратиграфічного виклинювання пласта, які фіксуються сейсморозвідкою, в матеріалах підрахунку запасу були показані як зони виклинювання колекторів. У тривимірній геологічній моделі поверхні структурного стратиграфічного каркаса доводиться виклинити далі за кордон лінії при підрахунку запасів, а виклинювання колекторів забезпечити введенням допоміжних поверхонь.

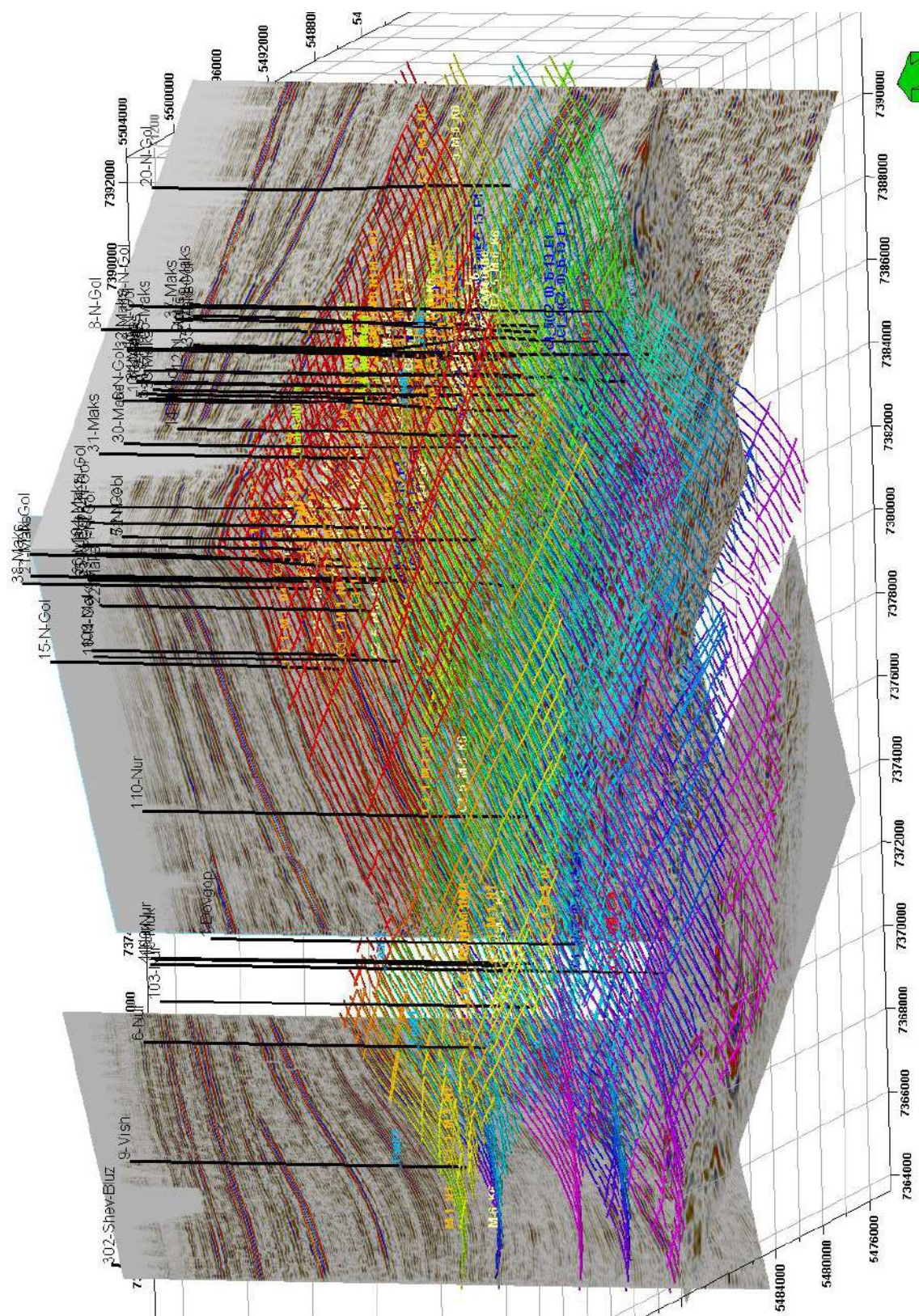


Рисунок П6 – Результати інтерпретації горизонтів відбиття

Наступним за створенням структурного каркаса етапом побудови моделі є побудова тривимірної сітки, або 3D-гріду. Тривимірна сітка – це комірковий каркас, усередині якого відбуваються всі основні етапи геологічного моделювання. Головна відмінність тривимірної сітки від двовимірного гріду (тобто поверхні) в тому, що кожна клітинка тривимірної сітки займає певний об'єм у просторі, тоді як осередок двовимірного гріду характеризується лише площею. Правильно побудована тривимірна сітка – це основа побудови коректної геологічної моделі (рис. П7).

Розміри елементарної комірки моделей визначаються з урахуванням особливостей геологічної будови нафтогазових площ, розподілу фільтраційно-ємнісних властивостей вздовж стовбуру свердловини, розташування пробурених свердловин, можливостей обчислювальної техніки.

Літолого-фаціальне моделювання

Побудова дискретного кубу літофацій є наступним етапом побудови тривимірної геологічної моделі за побудовою структурно-тектонічного каркасу. Однак, існує спрощений підхід до геологічної моделі, коли побудова кубу літофацій не проводиться. У цьому випадку виконується інтерполяція (крігінг) значень пористості по свердловинах, якщо криві пористості є у наявності по всьому інтервалу пласта, який моделюється. Далі по залежності K_p - $K_{пр}$ розраховується куб проникності, що потім дозволяє за визначеним значенням $K_{пр}$ зробити частину комірок неактивними та провести фільтраційні розрахунки.

Такий спрощений підхід має наступні недоліки. По-перше, він застосовується тільки для покладів з простою геологічною будовою – простим літологічним складом, структурною та стратиграфічною будовою, які мають слабку мінливість властивостей по площі та по розрізу.

По-друге, без врахування розподілу літофацій спотворюється розподіл фільтраційно-ємнісних властивостей (ФЄВ) в об'ємі резервуару, які коректно відновлюються тільки при використанні літолого-фаціальної моделі. При правильному підході до створення геологічної моделі літолого-фаціальна модель є тією основою, яка дозволяє використовувати розроблену геологом концептуальну модель та забезпечить геологічно та статистично достовірний розподіл ФЄВ у резервуарі. При використанні терміну «літологічна модель» розуміється проста літологічна модель, коли моделюється розподіл «колектор-неколектор».

Створення літолого-фаціальної моделі виконується на основі розрахованих кривих фацій по свердловинах. При цьому розподіл розрізу за ознакою «колектор» або «не колектор» проводиться на підставі геолого-геофізичної характеристики пластів, яка обґрунтована за даними ГДС. За допомогою вбудованого у програмному комплексі Petrel калькулятора створюється дискретний каротаж фацій у якому «колекторам» присвоювалось значення «0», а «неколекторам» значення «1». У подальшому з використанням модуля *Scale up well logs* проводиться осереднення значень розподілу ознаки «колектор-

неколектор» на комірки 3D-гріду. На підставі осереднених значень комірок з використанням модуля *Facies modeling* виконується фаціальне моделювання у міжсвердловинному просторі (рис. П8).

Петрофізичне моделювання

Петрофізичне моделювання фільтраційно-ємнісних властивостей колектора є наступним етапом роботи після створення літолого-фаціальної моделі. Воно виконується з метою розподілу безперервних властивостей у тривимірній моделі для подальшої оцінки запасів вуглеводнів та гідродинамічного моделювання. До них належать пористість, проникність, нафтовазонасиченість та інші. У рамках даного етапу виконується моделювання пористості (*porosity*), газонасиченості (*saturation*), визначається відношення ефективної товщини до загальної (Net/Gross).

Перед тим, як розпочати моделювання пористості у міжсвердловинному просторі проводиться осереднення значень кривих пористості на комірки 3D-гріду. Потім за допомогою модуля *Petrophysical modeling* виконується моделювання пористості в міжсвердловинному просторі (рис. П9). Моделювання газонасиченості та Net/Gross виконується за тією ж методикою.

Для визначення параметра Net/Gross створюються криві дискретного каротажу загальних товщин пластів за результатами інтерпретації ГДС. Потім за допомогою вбудованого калькулятора розраховується параметр Net/Gross як відношення ефективної товщини пластів до загальної.

У тих інтервалах, де ефективні товщини не визначені згідно висновків за результатами інтерпретації ГДС, параметр Net/Gross приймається рівним 0,5 (тобто половина загальної товщини інтервалу).

Таким чином, моделювання петрофізичних властивостей колекторів уможливлює оцінку запасів газу.

Оцінка запасів

Перед оцінкою запасів необхідно виконати моделювання поверхонь газоводяних контактів за допомогою модуля *Make contacts* та розрахувати параметр *Bg* (*Gas formation volume factor*), який характеризує відношення об'єму газу при пластових умовах до об'єму пластового газу при нормальних умовах (температура – 20°C, тиск – 1 атм.).

Параметр *Bg* у програмному комплексі Petrel є аналогом поправок на відхилення від закону Бойля-Маріотта та на температуру згідно прийнятої Державним Комітетом Запасів України для проведення підрахунку запасів газу. Розрахунок *Bg* виконується згідно залежності:

$$Bg = 1 / (f \times (P_{пл} \times 9,86923 \times \alpha - 1)) \quad (1)$$

де, *f* – поправка на температуру; *P_{пл}* – пластовий тиск розрахований на середину вертикального інтервалу покладу; *α* – поправка на відхилення від закону Бойля-Маріотта. Далі для кожного покладу газу за допомогою вбудованого калькулятора призначається розрахований параметр *Bg*.

Після цього можна розпочинати розрахунок запасів газу.

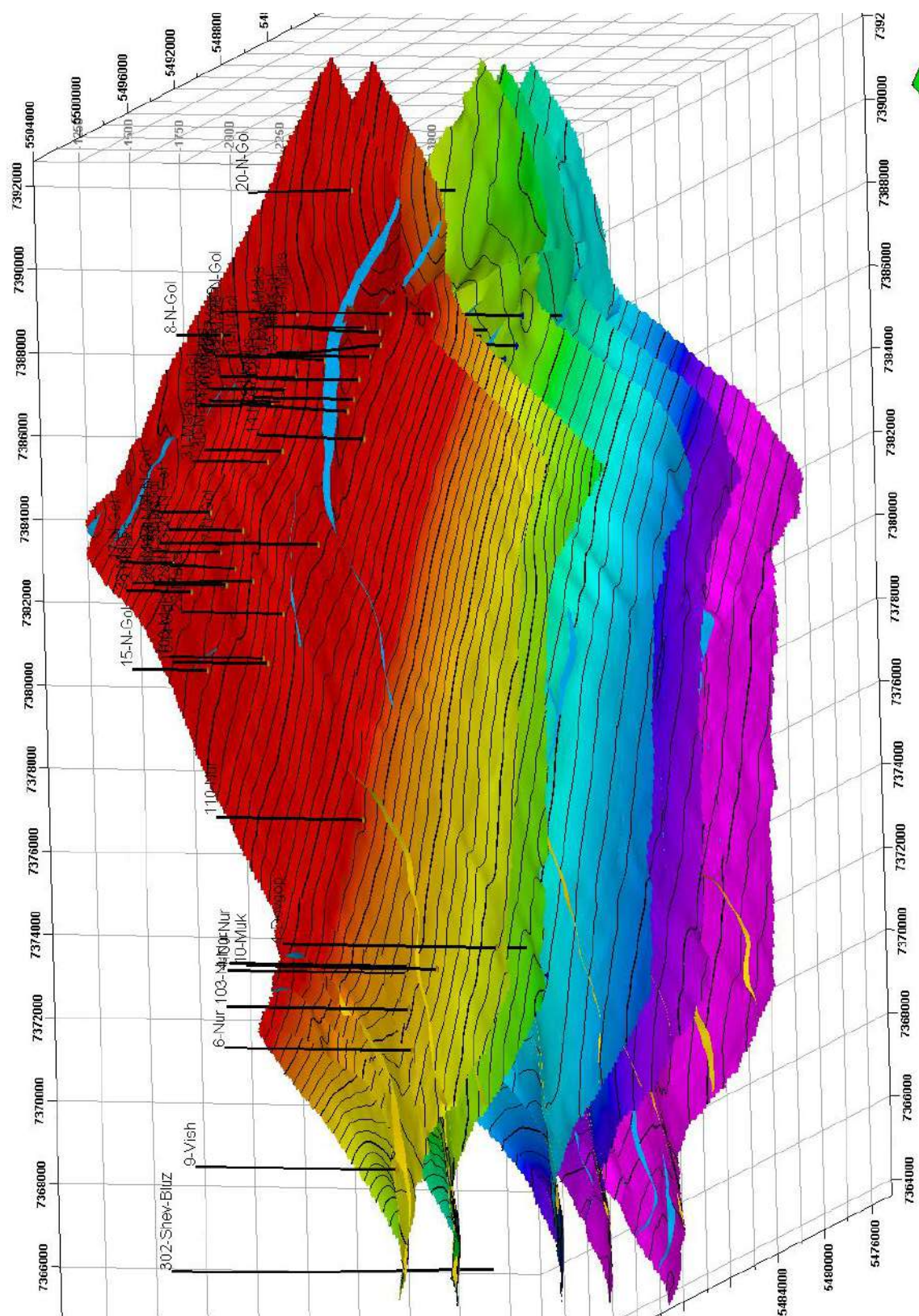


Рисунок П7 – Тривимірна геологічна модель

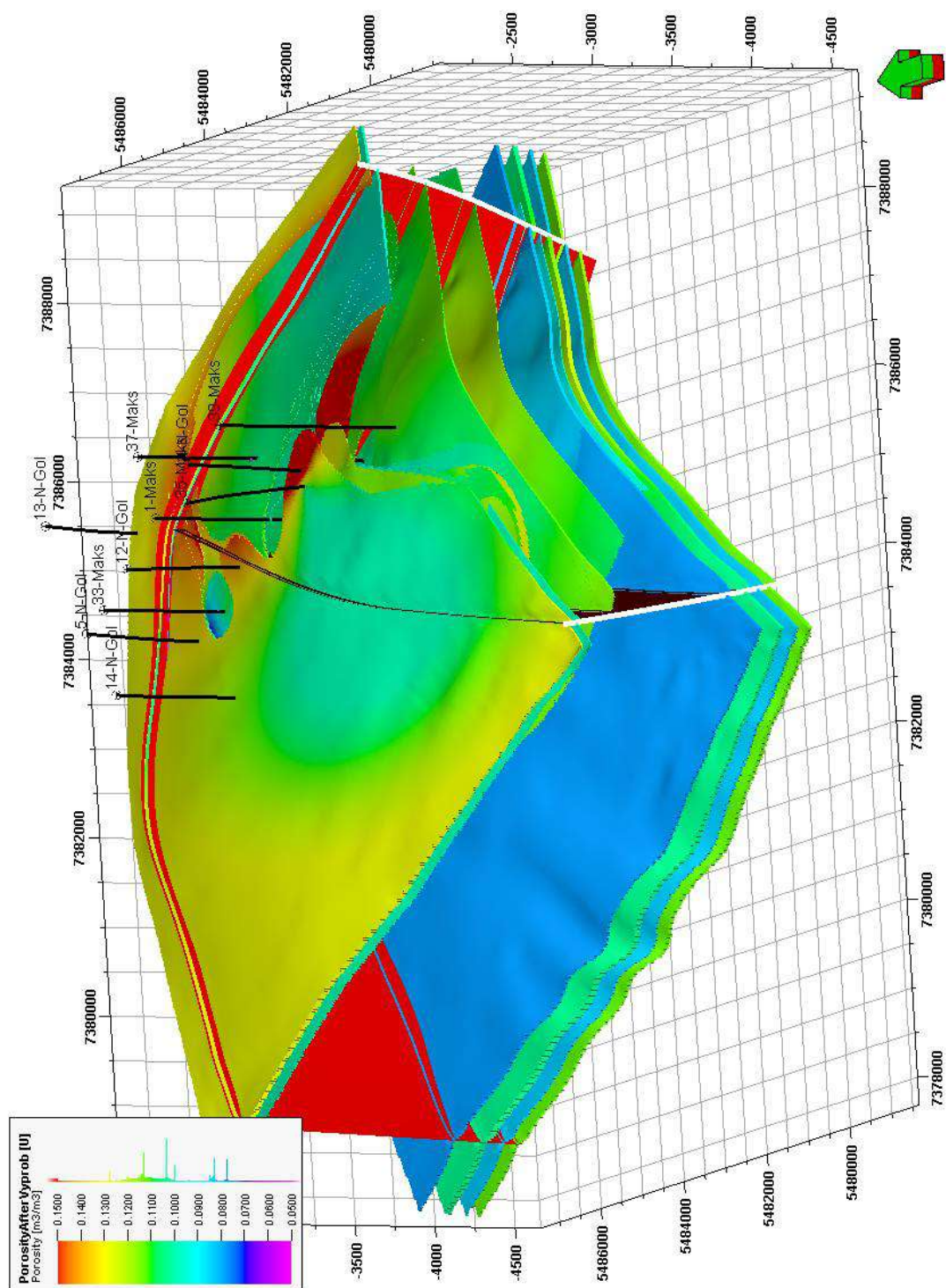


Рисунок П9 – Тривимірна модель пористості

5. 2. Класичне (типове) моделювання технологічних процесів і пристроїв

5.2.1. Моделювання процесу буріння свердловин⁴

Попередні зауваги (вступ).

Моделі буріння розвиваються історично в залежності від фізико-механічних властивостей гірських порід, механізмів і способів руйнування породи і ступеня очищення вибою. Необхідно враховувати взаємодію бурильного інструменту зі свердловиною, як єдиного механізму. Саме це є причиною істотної відмінності ефективності промислового буріння від лабораторного і буріння дрібних свердловин.

Науково-практична задача, яка вирішується моделюванням процесу буріння полягає в розробці математичної моделі процесу обертального, турбінного та ін.. буріння свердловин, основними елементами якої є залежності механічної швидкості буріння незатупленим породоруйнуючим інструментом (іноді і функції зносу) від технологічних параметрів, властивостей пари «породоруйнуючий інструмент – порода вибою» і часу чистого буріння. Ця залежність (модель) використовується для опису процесу буріння і його оптимізації.

Основні моделі та їх особливості.

У вітчизняній практиці моделі процесу буріння сформувалися після встановлення В.С. Федоровим залежності механічної швидкості буріння V від навантаження на долото G і частоти його обертання n . В.С. Федоровим отримана емпірична залежність (модель) виду:

$$V = a n^x G^y, \quad (5.1)$$

де x , a , y – коефіцієнти, які враховують характеристики гірського масиву і спосіб буріння; наприклад, за даними Л.І. Штурмана при турбінному бурінні в породах Каширської світи $x = 0,7$; $y = 1,1$; $a = 0,0024$.

З аналізу відомих даних можна констатувати, що **загальноновизнаної моделі процесу буріння немає взагалі**. Відомі понад шістнадцять

⁴ Додаткова література і джерела: 1. Модели процесса бурения. Синева С.В. Нефтегазовое дело, 2009 http://ogbus.ru/authors/Sinev/Sinev_1.pdf 2. Моделирование и оптимизация процесса бурения геологоразведочных скважин. Ситников Н.Б. 2007. <http://www.dissercat.com/content/modelirovanie-i-optimizatsiya-protsesta-bureniya-geologorazvedochnykh-skvazhin> 3. Ситников Н.Б. (2000) Моделирование и оптимизация процесса бурения геологоразведочных скважин. Авт. докт. дис.. / URL: <http://www.dissercat.com/content/modelirovanie-i-optimizatsiya-protsesta-bureniya-geologorazvedochnykh-skvazhin#ixzz3ks200z9X> Ситников Н.Б., Макаров Л.В. Исследование математической модели колонкового бурения разведочных скважин // Изв. вузов. Горный журнал, - 1989, - №3, - С.71-76.

формул залежно від швидкості буріння від навантаження на долото і частоти його обертання, включаючи формулу В.С. Федорова (за даними Л.І. Штурмана і версії Р.А. Бадалова) і формулу буріння Ю.Ф. Потапова і В.В. Симонова. Версію моделі розробили В.К. Маурер, Ван-Лінген, А. Вудс, спільно Еккель, Кеннон і Бінгстейн, також Вардрок і Кеннон. Свої версії запропонували Кетлін, Мюррей, Каннінгхем, Брентлі і Я.А. Гельфгат зі співавторами. Д.С. Роулі, Р.Дж. Хоу і Ф.Х. Діллі розробили спільну модель, самостійно Симон і А.А. Погарський. Р.М. Ейгелес розробив п'ятнадцять моделей.

Найбільш привабливою за доступністю вимірювання параметрів і управління ними може бути модель $V = f(G, n)$.

А. Залежність $V = f(G)$ показано на рис. 5.5. і рис. 5.6.

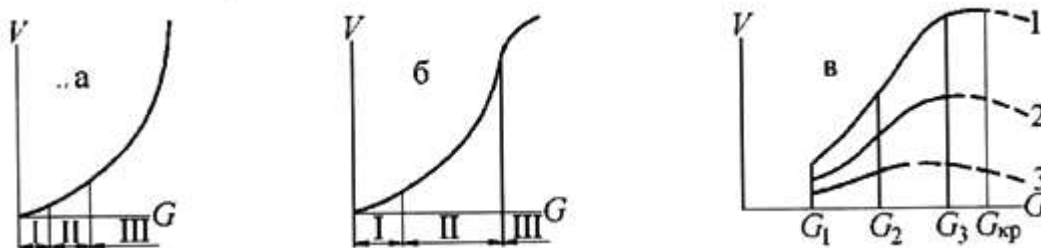


Рисунок 5.5. – Узагальнені моделі $V = f(G)$: а – за Л.А.Шрейнером; б – за Б.А.Жлобінським; в – за В.С.Федоровим. 1 – досконала і 2,3 – недосконала очистка вибою свердловини

Прокоментуємо деякі особливості моделей буріння виду $V = f(G)$.

1) Розбивка степеневого графіка залежностей $V = f(G)$ на інтервали за способами взаємодії долота з породою і механізмами її руйнування залишається домінуючою точкою зору в середовищі дослідників процесу буріння.

2) Загальним для промислового і стендового буріння є те, що просування вибою (буріння) починається з деякої «стартової» швидкості на відповідному «стартовому» навантаженні, необхідному для створення напруженого стану в породі на поверхні вибою. Необхідно відзначити, що продовження графіка $V = f(G)$ в область нульового навантаження частіше не приводить в початок координат і прийняття його (початку координат) за початок процесу помилкове.

3) Ступінчастість процесів у фізиці досить відомий ефект, обумовлений їх якісною зміною. Буріння свердловин – один з проявів цього ефекту. Послідовність критичних глибин, критичні швидкості

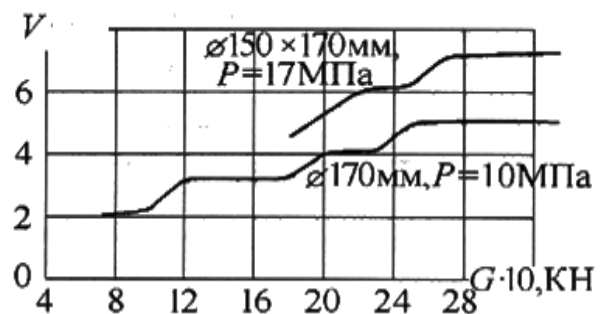


Рисунок 5.6. – Експериментальна модель $V = f(G)$ на одній зі свердловин. $[V] = \text{м/год.}$; $[G] = \text{КН}$

буріння ще недостатньо вивчені, пов'язані зі швидкістю фільтрації флюїдів і швидкістю кольматації приповерхневого шару породи на вибої. Сюди ж відноситься ступінчастий характер впливу витрати промивної рідини на швидкість буріння. Сам процес буріння унікальний тим, що при навантаженні долота робота бурильного інструменту може тричі зазнавати якісних змін, які визначаються в трьох ступенях кривої $V(G)$ (рис. 5.6.).

Всі три ступені графіка залежності $V(G)$ характеризуються наявністю інтервалів навантажень інтенсивного росту швидкості буріння та інтервалів навантажень постійної швидкості буріння або навіть деякого її спаду.

Часто, при грубому підході у встановленні залежності $V(G)$, одержувані значення замірів параметрів апроксимують в монотонну криву, приймаючи експеси вимірювань, обумовлених зміною якості процесу роботи бурильного інструменту, за статистичний розкид даних. При більш ретельному дослідженні з мінімальним кроком G інтервали навантажень інтенсивного зростання швидкості буріння і її стабілізації яскраво виражені у координатах $V(G)$.

Починаючи зі «старту», в інтервалі навантаження незначного зростання швидкості буріння, долото взаємодіє з вибоєм свердловини без активної взаємодії з її стінками. Перший етап за умовами співвідносності долота і свердловини відповідає бурінню на стенді.

Другий ступінь відображає зміна взаємодії важкого низу зі стінками свердловини, повний перехід на кочення інструменту по стінці свердловини з порушенням співвідносності долота і свердловини, створенням додаткового ковзання по вибою і відповідного зростання швидкості буріння.

Третій ступінь характерний інтенсивним зростанням швидкості за рахунок поздовжніх коливань важкого низу, порушуваних підйомною силою, що досягає свого максимального значення. Величина підйомної сили обмежується силами тертя інструменту об стінки свердловини, реакцією вибою, а також жорсткістю колони обважнених бурильних труб (ОБТ). Останній, найбільш тривалий інтервал навантажень стабілізованої або навіть падаючої швидкості, лімітований довжиною застосовуваної колони ОБТ і відображає повне зависання компоновки низу бурильної колони (КНБК). Падіння швидкості можливе внаслідок зниження навантаження на долото і зміни частоти коливань підйомної сили.

У турбінному способі моделі буріння, в силу відсутності жорсткого зв'язку долота з усім інструментом, визначається однією сходинкою графіка залежності $V(G)$ – одноступінчаста модель.

Б. Емпірична залежність $V = f(n)$ показана на рис. 5.7.

Модель залежності механічної швидкості буріння $[V] = \text{м/год.}$ від частоти обертання долота має монотонний, навіть лінійний характер. Але експериментально встановлено, що при певних частотах швидкість буріння падає в силу зашламлення міжзубцевого простору – це добре простежується на рис. 5.7.

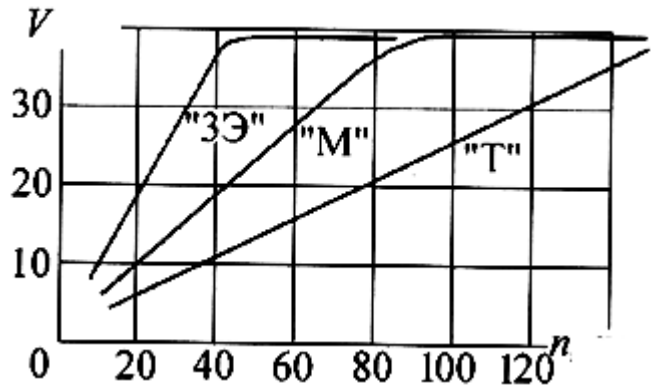


Рисунок 5.7. – Експериментальна модель $V = f(n)$ на одній зі свердловин. 3Э, М, Т – типи доліт. $[V] = \text{м/год.}$; $[n] = \text{хв.}^{-1}$

У наведеному прикладі рис. 5.7. не враховується наявність критичних частот і стан стовбура, які спотворюють загальну картину моделей буріння. У промислових умовах залежності $V = f(n)$ приймають химерну форму. Тому частоту обертання необхідно вводити в модель буріння і для вибору параметрів режиму буріння використовувати залежність $V = f(G, n)$.

ЗАУВАГА. Для обертового буріння параметри G і n незалежні, а у випадку турбобура – залежні (рис.), що суттєво ускладнює моделювання.

ПРИКЛАДИ МОДЕЛЮВАННЯ БУРІННЯ СВЕРДЛОВИН

Аналізуючи велику кількість наявних моделей буріння можна відзначити, що у своїй більшості вони зберігають характер взаємозв'язків параметрів зі зміною лише кількісних характеристик в залежності від фізико-механічних властивостей гірських порід, вибійних умов, властивостей промивної рідини і її витрат. Проте окремі чинники, наприклад, такі як кавернозність стовбура докорінно спотворюють цей характер.

На рис. 5.8. наведені класичні триступінчаті моделі буріння у вигляді об'ємних графіків залежності $V = f(G, n)$. На рис. 5.8. а графік залежності $V = f(G, n)$ з повними першими двома ступенями і започаткованим третім ступенем при яскраво виражених інтервалах інтенсивного росту швидкості буріння. На рис. 5.8. б графік з повною першою сходинкою та інтервалом інтенсивного росту швидкості буріння другого ступеня.

У практиці буріння встановлені лише деякі причини спотворення залежностей $V = f(G, n)$, наприклад, недостатня кількість ОБТ у компонуванні інструменту.

Кавернозність стовбура істотно впливає на роботу інструменту, напр., вібраційну складову, різко змінюючи залежність $V = f(G, n)$.

Модель буріння змінює форму і при зношуванні долота.

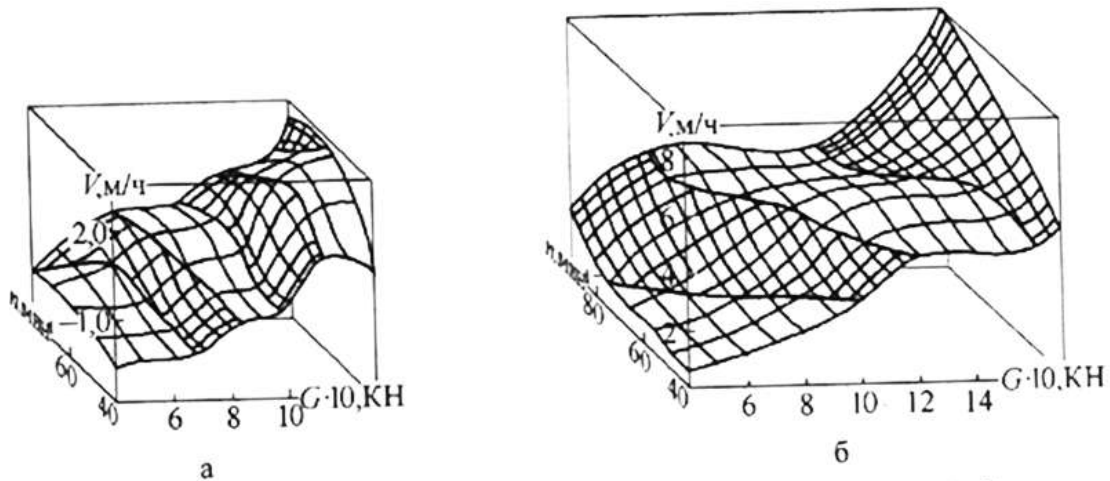


Рисунок 5.8. – Експериментальні моделі $V = f(G, n)$ для двох свердловин при бурінні роторним способом.

Глибина буріння 2000-2100 м. $[V] = \text{м/год.}$; $[n] = \text{хв.}^{-1}$; $[G] = \text{кН}$

Основні висновки з досвіду моделювання процесу буріння.

1. Найбільш продуктивними по доступності вимірювання параметрів і управління ними є моделі $V = f(G, n)$ і $V = f(G)$. Просування вибою (буріння) починається з деякої «стартової» швидкості на відповідному «стартовому» навантаженні, необхідному для створення напруженого стану в породі на поверхні вибою.

2. Відмінність моделей реального буріння глибоких свердловин від моделей експериментального стендового буріння визначається інтенсифікацією процесу роботи бурильного інструменту після втрати стійкості важким низом і початком його взаємодії зі стінками свердловини.

3. Моделі сучасного буріння у вигляді залежностей $V = f(G, n)$ і $V = f(G)$ мають триступеневу форму. У роторному бурінні використовується друга «сходінка». Перша застосовується вкрай рідко в силу малої ефективності. Третя – в силу високої аварійності шарошечних доліт.

4. У турбінному бурінні використовується єдина перша ступінь залежності $V = f(G)$. Залежність швидкості буріння від частоти обертання долота в межах використовуваних частот лінійна або м'яка крива – зі значенням степеня близьким до одиниці.

5. Триступінчаті залежності $V = f(G, n)$ в роторному бурінні зазнають змін з різних причин, в тому числі: кавернозності стовбура свердловини; зміни характеристик гірської породи, насиченості її флюїдом і з не встановлених причин. Найбільше спотворення залежності $V = f(G, n)$ і аварійну ситуацію створює кавернозність.

6. В окремих випадках функцією відгуку може бути знос породоруйного інструмента.

5.2.2. Моделювання трубопровідного транспорту флюїдів та технологічних гідросумішей (бурового і тампонажного розчину)

Об'єкт моделювання

Об'єктом моделювання є процес або самі установки трубопровідного транспорту флюїдів (нафта, природний газ, їх суміш, нафта з водою тощо) та бурового або тампонажного розчину. При цьому установки трубопровідного транспорту – промислові або магістральні. Найпростішим об'єктом для моделювання є процес транспортування гомогенного середовища (нафта, природний газ) – тому тут можна і треба застосовувати теоретичний гідравлічний розрахунок. Найскладніший об'єкт – процес гідравлічного транспортування гідросумішей, нафтогазових (газонафтових), водонафтових (нафтоводних) сумішей. Для таких об'єктів стратегія моделювання їх транспорту інша – тут треба ставити задачу одержання емпіричних моделей.

Можливі *функції відгуку* – питомий гідравлічний опір при транспортуванні, втрати напору по трубопроводу, а також показники економічного характеру.

5.2.2.1. Вибір моделі – аналітична, емпірична (фізична) чи змішана аналітично-емпірична.

Протягом другої половини ХХ ст. зусилля наукової громадськості різних країн були спрямовані на створення теоретичних основ руху напірних та самопливних потоків, які переносять у завислому стані частинки твердих матеріалів. Проте, не дивлячись на певний прогрес у цьому питанні, проблему до сьогодні не можна вважати повністю вирішеною.

Певну роль у плані методичного підходу до вирішення деяких практичних інженерних завдань гідравлічного транспортування відіграють такі широко відомі фахівцям теорії як дифузійна та гравітаційна. Дифузійна теорія розглядає середовище, яке утворює рухомий потік, як певну умовну рідину – дисперсоїд з розподіленням фази, яку він переносить, у живому перерізі за імовірнісним законом. Згідно з гравітаційною теорією механізм зависання тісно пов'язаний із властивостями твердої фази, розподіленням по живому перерізу в результаті взаємодії сил тяжіння (гравітаційних сил) та сил зависання, які визначають гідравлічні характеристики потоку. Відмінність цих теорій руху потоків, які переносять тверді частинки в завислому стані, і визначає сферу їх застосування.

Спираючись на дифузійну теорію можна побудувати залежності для визначення гідравлічного опору в тому випадку, коли, так звана, робота

зависання займає дуже незначну частку в енергетичному балансі потоку, що характерно для:

- малої насиченості твердим матеріалом простору труби, яку заповнює гідросуміш;
- дрібного матеріалу, крупність якого не перевищує 0,5 – 1,0 мм;
- гідросумішей при незначній різниці густини твердої та рідкої фаз;
- для відносно великої насиченості потоку гідросуміші твердими дрібними частинками твердого матеріалу та значному рівні підведеної енергії; при цьому співвідношення між крупністю, концентрацією та швидкістю транспортування не має спричиняти перетворення режиму течії у структурований, в'язкопластичний.

За цих обставин гідравлічний опір можна визначити без урахування додаткової величини гідравлічного похилу, обумовленого переліченими характерними особливостями потоку, та має вигляд функціональної залежності

$$i_{cm} = k_1 \cdot i_0 \cdot \frac{\rho_{cm}}{\rho_0}, \quad (5.2)$$

де k_1 – коефіцієнт пропорційності, який враховує особливості даного умовно однорідного потоку; i_0 – питомий гідравлічний опір при транспортуванні чистої води.

Гравітаційна теорія може бути тією чи іншою мірою прийнятна для потоків, де необхідним та обов'язковим є врахування роботи зависання, тобто для потоків, які переміщують матеріали порівняно великої крупності та густини.

Структура формули для розрахунку гідравлічного опору, виходячи з гравітаційної теорії, має включати значення додаткового гідравлічного похилу, яке додають до результату вимірювань похилу при русі умовно однорідної рідини підвищеної густини або води.

$$i_{cm} = i_0 \cdot \frac{\rho_{cm}}{\rho_0} + \Delta i; \quad (5.3)$$
$$i_{cm} = i_0 + \Delta i,$$

де Δi – додатковий гідравлічний похил, обумовлений взаємодією сили тяжіння та сил зависання.

Таким чином, позитивна роль дифузійної та гравітаційної теорій полягає принаймні в тому, що дає можливість обґрунтувати структуру формул для визначення гідравлічного опору (одночленну, двочленну, багаточленну) та критичних швидкостей при транспортуванні незв'язних (сипких) матеріалів різної крупності та густини в потоці рідини.

Проте, методи гідравлічних розрахунків, запропоновані на основі цих теорій, не мають (виходячи з вихідних засновок) універсального,

узагальнюючого характеру, тому можуть бути справедливими лише для окремих конкретних умов гідравлічного транспортування. Обмежена сфера застосування формул, які містять методики гідравлічних розрахунків, часто призводить до не зовсім точних результатів при проектуванні технологічних та промислових гідротранспортних систем.

Незавершеність теоретичних розробок у галузі гідродинаміки потоків, які переносять тверді частинки в завислому стані, з одного боку, та необхідність рішення практичних інженерних завдань при створенні гідротранспортних систем різного призначення – з іншого, визначили два напрямки вирішення цієї проблеми:

- розробки напівемпіричних теорій із виділенням певних ознак, які можуть бути базою для відповідних прикладів переносу твердих частинок потоком рідини, та створення на їх основі методів розрахунку параметрів гідротранспорту визначених груп твердих сипких матеріалів (у нафтогазовій інженерії – бутових та тампонажних розчинів і т. і.);

- подальшого розвитку теорії потоків, які переносять тверді частинки в завислому стані, та розробки на основі цього узагальненої (універсальної) методики інженерних розрахунків параметрів гідравлічного транспортування.

Виходячи з недостатньої розвиненості теоретичного підходу до моделювання гідротранспорту пульп як правило обирають шлях емпіричних (фізичних) чи змішаних моделей.

Для флюїдів, на перший погляд, питання простіше – бо це рідини, або гази. Разом з тим, закономірності (моделі) течії рідинно-газових потоків теж настільки складні, що для моделювання цього процесу обирають шлях емпіричних моделей. Для опису і розрахунку гідро(пнемо)транспорту гомогенних флюїдів застосовують раніше напрацьовані методики галузевих інститутів, які за своєю структурою є змішаними (емпірико-аналітичними чи аналітично-емпіричними – в залежності від переважання того чи іншого компонента) моделями.

5.2.2.2. Гідравлічний розрахунок як основа аналітичної моделі трубопровідного транспорту

Формули для гідравлічного розрахунку процесу трубопровідного транспорту гідросуміші (бурові і тампонажні розчини):

$$\text{Об'ємна концентрація гідросуміші } S = \frac{V_s}{V_s + V_0} = \frac{\frac{G_s}{\rho_s}}{\frac{G_s}{\rho_s} + q_0} = \frac{\rho_{cm} - \rho_0}{\rho_s - \rho_0} \quad (5.4)$$

$$\text{Масова концентрація гідросуміші } C = \frac{G_s}{G_s + G_0} = \frac{\rho_{cm} - \rho_0}{\rho_s - \rho_0} \cdot \frac{\rho_s}{\rho_{cm}} \quad (5.5)$$

$$\text{Густина гідросуміші } \rho_{cm} = \rho_0 + S(\rho_s - \rho_0)$$

Продуктивність гідротранспортної системи (ГТС):

$$Q_{cm} = V_s + V_0 \quad (5.6)$$

Гідравлічна крупність (для бурового і тампонажного розчинів) – кінцева швидкість вільного падіння окремої зернини під дією сили тяжіння у практично незбуреному (спокійному) середовищі.

При турбулентному падінні у рідині великих кулеподібних частинок діаметром більше 2,5 мм при $Re > 240$ гідравлічну крупність розраховують за формулою Ріттінгера:

$$w = \sqrt{\frac{2gd_p(\rho_s - \rho_0)}{1,75\rho_0}} = 0,105\sqrt{d_p(\rho_s - \rho_0)} \quad (5.7)$$

Для великих частинок будь-якої форми рекомендують формулу П.Е.Смолдирєва:

$$w = \sqrt{\frac{2gd_p(\rho_s - \rho_0)}{3\rho_0\psi}} \quad (5.8)$$

Ефективна в'язкість несучого середовища.

При $d < 0,15$ мм і $S = 0,1-0,2$ загальна ефективна в'язкість несучого середовища:

$$\mu_c = \mu_n + \mu_{ст}; \mu_n = \mu_0(1 + 2,5S) \quad (5.9)$$

$$\text{при } S > 0,1 \quad \mu_n = \mu_0(1 + 2,5S + 10,05S^2 + 0,0027e^{16,6S}) \quad e = 2,718$$

Нормальна в'язкість несучих середовищ, схильних до структуроутворення:

$$\mu_n = \mu_0 \frac{1}{(1 - 1,35S)^{2,5}} \quad (5.10)$$

Питомий гідравлічний опір при транспортуванні води, флюїду, пульпи:

$$i_o = \lambda_0 \frac{u^2}{2gD} \quad (5.11)$$

Коефіцієнт опору для гідравлічно гладких труб:

$$\lambda_0 = \frac{1,1}{(1,8 \lg Re - 1,5)^2} \cdot \quad (5.12)$$

Коефіцієнт опору для шорстких труб:

$$\lambda_0 = 0,24 \left(\frac{1,9 \cdot 10^6}{D} + \frac{1}{Re} \right)^{0,226} \quad (5.13)$$

При наявності зазорів у стиках та недостатній відшліфованості (експлуатація менше 100-150 годин):

$$\lambda_0 = \frac{1}{\left(1,8 \lg \frac{Re}{10}\right)^2} = \frac{0,309}{(\lg Re - 1)^2} \cdot \quad (5.14)$$

Згідно узагальнених експериментальних даних поверхня труб після транспортування гідросумішей протягом 100-150 годин набуває гідравлічно гладкого стану.

Для нових шорстких та дуже кородованих труб (формула Ф.А. Шевельова):

$$\lambda_0 = \frac{0,0159}{D^{0,226}} \left(1 + \frac{0,684}{u} \right)^{0,226} \quad (5.15)$$

У транспортних трубопроводах, армованих базальтовими вкладками, гідравлічні опори приймають як мінімум на 50 % вище ніж у гідравлічно гладких трубах того ж діаметра.

Коефіцієнт гідравлічного опору для будь-якого стану внутрішньої поверхні труб можна визначити за допомогою формули А.Д. Альтшуля:

$$\lambda_0 = 0,11 \left(\frac{K_e}{D} + \frac{68}{Re} \right)^{0,28} \quad (5.16)$$

де K_e – еквівалентна рівнозначна шорсткість – висота виступів шорсткості складена з піщинок однакового розміру, яка відповідає однаковому з завданою шорсткістю значенню коефіцієнта гідравлічного опору тертя λ_0 (табл.16 у Додатках).

Число Рейнольдса – міра відношення сили інерції до сили внутрішнього в'язкого тертя в потоці (сили в'язкості):

$$Re = \frac{\rho l^2 u^2}{\mu \nu l} = \frac{\rho l u}{\mu} \text{ або } Re = \frac{uD}{\nu} \quad (5.17)$$

де ρ – густина рідини, кг/м³; l – характерний лінійний розмір впоперек потоку, м; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості рідини (газу), Па·с; u – середня швидкість потоку, м/с; d – внутрішній діаметр труби, м; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини (газу), м²/с. Кінематична в'язкість води при температурі $t = 20$ °С: $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Для в'язко-пластичних рідин число Рейнольдса є мірою відношення сил інерції до сил пластичності:

$$Re' = \frac{\rho l^2 v^2}{\tau_0 l^2} = \frac{\rho v^2}{\tau_0} \quad \text{або} \quad Re = \frac{Re}{1 + \frac{\tau_0 d}{6\mu v}} \quad (5.18)$$

де τ_0 – динамічна напруга зсуву, Н/м².

Критичне число Рейнольдса – границя стійких режимів руху ньютонівських рідин, абсолютне визначення якої залежить від ступеня деформації русла, а саме: а) для круглих циліндричних труб $Re_{кр} = 2300-2320$; б) чим більший ступінь деформації русла, тим менша абсолютна значина критичного числа Рейнольдса $Re_{кр}$.

*Теоретичні викладки для гідравлічного розрахунку процесу трубопровідного транспорту нафти, газу та комплексних сумішей, які складають основу відповідних **аналітичних моделей** подані в спеціальній літературі⁵*

5.2.2.3. Вітчизняна науково-технічна база для фізичного моделювання трубопровідного транспорту

Спеціалізовану науково-технічну базу для фізичного моделювання трубопровідного транспорту складають ресурси профільних вишів галузі, в першу чергу Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, а також експериментальні станції гідравлічного транспорту. Одна з найбільших таких станцій збудована в Донецьку в останній третині ХХ ст. Її обладнання давало можливість проведення цілого комплексу досліджень з приготування, транспортування по трубах промислових діаметрів гідросумішей на основі різних твердих матеріалів, а також проведення дослідження транспортування чистих рідин (рис. 5.9).

Головною частиною науково-технічного комплексу був стенд гідравлічних досліджень (рис. 5.10), галерея трубопроводів внутрішнім діаметром від 100 до 350 та 500 мм, похила секція 200-міліметрового трубопроводу зі змінним кутом похилу, трубопроводом довжиною 4 км, внутрішнім діаметром 200 мм, відцентрові та поршневі насоси, дробарки, а також обладнання для твердої фази пульп: грохоти, центрифуги, згущувач гідросуміші, зневоднювальний та ковшовий елеватори, транспортери, бункери, резервуари для води тощо.



Рис. 5.9. Експериментальний стенд Донецького науково-дослідного центру з 4-х км трубопроводом

Окремо на промисловому майданчику споруджено експериментальний стенд із трубопроводами внутрішнім діаметром 400 та 600 мм.

Енергетичне живлення комплексу здійснювалося через електростанцію потужністю 6000 кВт з перетворювачем постійного струму, на якому працювали майже всі відцентрові насоси, що давало можливість регулювання їх подачі.

⁵ 1. Світлий Ю. Г., Білецький В. С. Гідравлічний транспорт (монографія). — Донецьк: Східний видавничий дім, Донецьке відділення НТШ, «Редакція гірничої енциклопедії», 2009. — 436 с.

2. Білецький В. С., Фик М. І. /За редак. І. М. Фика. Основи транспорту природних вуглеводнів (підручник). — Харків: НТУ ХПІ, Львів: «Новий Світ – 2000», 2019—274 с.

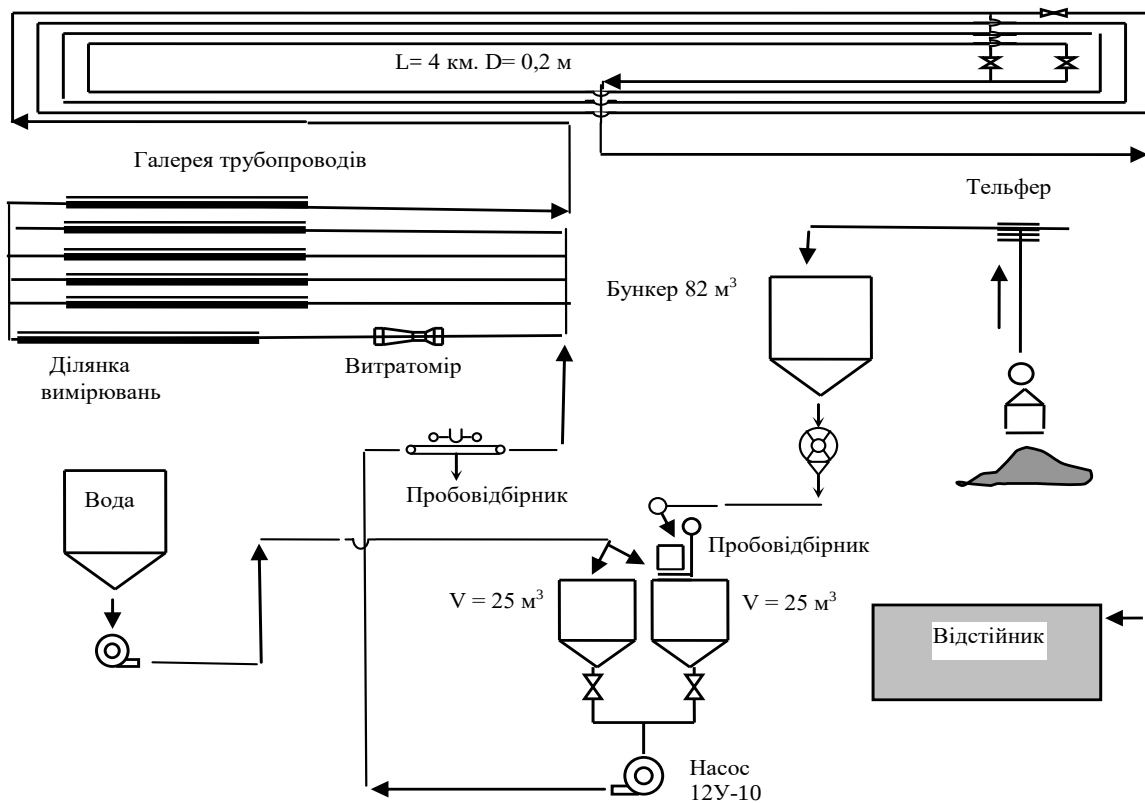


Рис. 5.10. Стенд гідралічних досліджень

Комплекс допоміжного обладнання давав змогу здійснювати такі операції: прийом, складування, подрібнення та класифікацію твердого матеріалу, дозоване завантаження його в систему трубопроводів із утворенням гідросумішей заданої концентрації, відбір проб гідросуміші з потоку, що рухається по трубопроводу, з визначенням якісно-кількісних характеристик, вимірювання параметрів гідротранспорту та промивку трубопроводів після завершення експерименту.

Типовий стенд моделювання гідротранспорту включає (рис. 5.11): 1 — шламовий насос з двигуном постійного струму; 2 — дифманометри; 3 — завантажувальну воронку; 4 — підпорну ємкість; 5 — мірно-вагову ємкість з динамометром; 6 — перекидний пристрій; 7 — засувки; 8 — зливну воронку; 9 — щит приладів та керування; 10 — трубу Вентурі; 11 — трубопровід; 12 — вимірювальну ділянку труби.

Трубопровід інколи виконують скляним, що дозволяє спостерігати за процесом гідралічного транспортування, процесами підйому твердої фази при пуску тощо.

Результати фізичного моделювання процесу гідралічного транспортування найчастіше представлені у вигляді таблиці або кривих $i = f(l, t, \rho, C, \dots)$

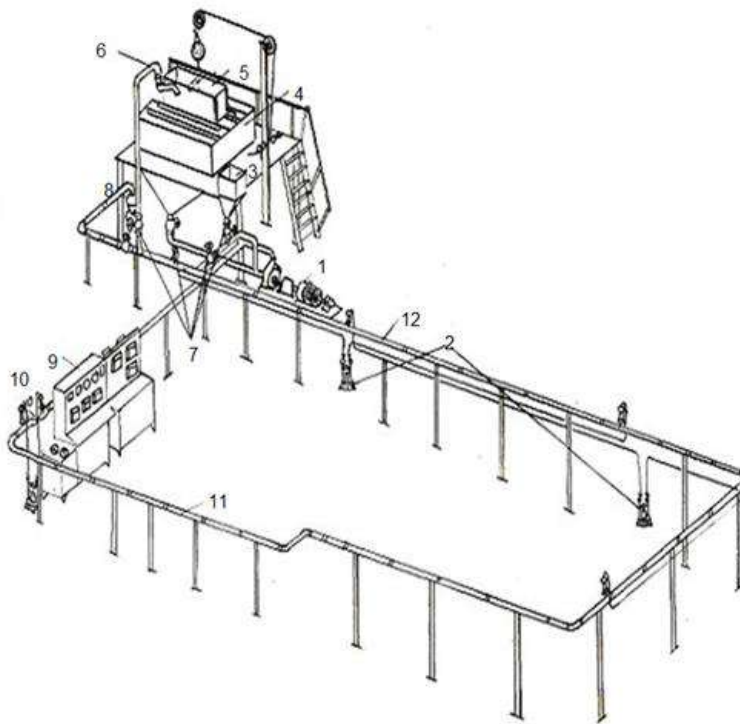
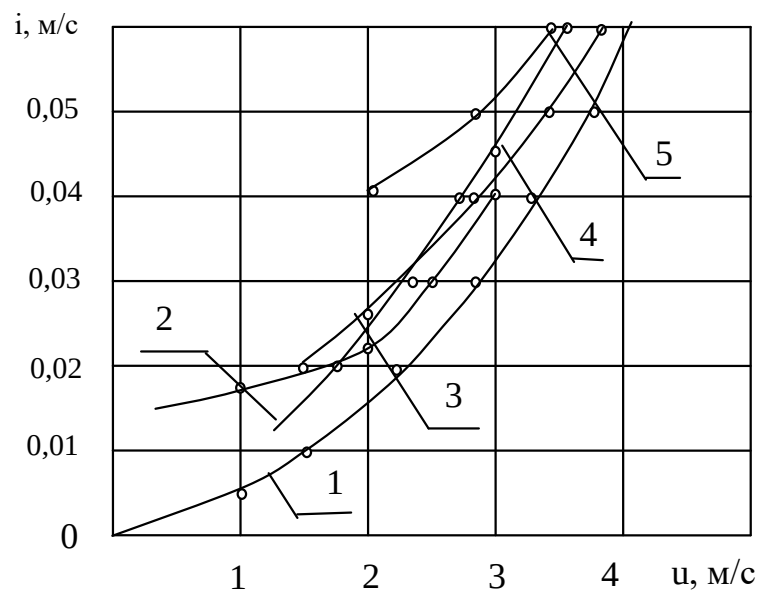


Рисунок 5.11. – Типовий стенд моделювання гідротранспорту.
Праворуч – світлина ділянки скляного трубопроводу



Р

Рис. 5.12. – Залежність втрат напору i від швидкості u в трубопроводі $D = 202$ мм.
1 – вода; 2, 3, 4, 5 – гідросуміші з дрібно-, середньо-, крупнозернистого та тонкоподрібненого твердого матеріалу.

Приклад аналітичного моделювання нафтопроводу.

Мета: Розробка моделі визначення пропускної здатності ділянки нафтопроводу.

Умови: Для реалізації заданого режиму роботи потрібно знайти різницю між загальними втрати напору в трубопроводі та напору, що розвивають насоси нафтоперекачувальної станції (НПС). Якщо загальні втрати напору в трубопроводі перевищують напір, що розвивається насосами НПС, то реалізація заданого режиму перекачування є неможливою. Якщо загальні втрати напору в трубопроводі перевищують максимально припустимий напір, то реалізувати заданий режим перекачування також неможливо. Якщо різниця напору НПС і загальних втрат напору перевищує напір одного насоса H_0 , то зменшуємо необхідне число послідовно працюючих насосів і повторюємо розрахунки.

Моделювання: Надлишок напору НПС, що підлягає регулюванню дорівнює:

$$H_{\text{peri}} = H_{\text{HCSi}} - H_{\text{obi}} \quad (\text{П1})$$

де, H_{HCSi} - напір нафти на виході останнього насосу, м (в групі послідовно працюючих);

H_{obi} - загальні втрати напору на досліджуваній ділянці нафтопроводу, м.

Знаходимо напір нафти на виході останнього, в групі послідовно працюючих, насосів НПВ 3600-90 по формулі⁶ $H_n = 129 - 40 Q^2$:

$$H_{\text{HCSi}} = (129 + 3 \times 310) - (40 + 3 \times 78) \times 0,58333^2 = 965 \text{ м.}$$

Визначаємо загальні втрати напору на досліджуваній ділянці нафтопроводу:

$$H_{\text{obi}} = 1,02 H_{\text{Ti}} + \Delta z + H_{\text{K}}, \quad (\text{П2})$$

де, Δz - різниця геодезичних оцінок кінця і початку трубопроводу, 111м;

H_{K} - прийнятий напір наприкінці ділянки трубопроводу, 40м;

H_{Ti} - формула Дарсі-Вейсбаха, втрати напору на тертя, м.

За формулою Дарсі-Вейсбаха знаходимо втрати напору на тертя:

$$H_{\text{Ti}} = \lambda_i \frac{L}{D} \frac{W^2}{2g}, \quad (\text{П3})$$

де, λ_i - коефіцієнт гідравлічного опору;

L – довжина ділянки нафтопроводу, 70000м;

D – внутрішній діаметр ділянки нафтопроводу, 0,759м;

W – середня швидкість руху нафти в трубопроводі, м/с;

g – прискорення вільного падіння, 9,81м/с².

Коефіцієнт гідравлічного опору розраховують за формулою Блазіуса:

$$\lambda_i = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (\text{П4})$$

де, Re – число Рейнольдса.

Значення числа Рейнольдса в нафтопроводі дорівнює:

$$Re = \frac{WD}{\nu_i}. \quad (\text{П5})$$

де, ν_i – розрахункова в'язкість, 13,9 сСм.

Розрахункову в'язкість визначаємо за формулою Рейнольдса – Філонова:

$$\nu_i = \nu_1 e^{-u(t_2 - t_1)}, \quad (\text{П6})$$

⁶ На основі рівняння напірної характеристики насоса

де, t_1, t_2 – температура нафти в точці; U – коефіцієнт крутості віскограми, 1/град.
Обчислимо коефіцієнт крутості віскограми за формулою:

$$U = \frac{1}{t_1 - t_2} \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (\text{П7})$$

де, t_1, t_2 - значення температур, при яких відома в'язкість нафти;
 v_1, v_2 - відповідні значення кінематичної в'язкості нафти, 13,9 сСт; 40,9 сСт.
Визначаємо середню швидкість руху нафти в трубопроводі:

$$W = \frac{4Q}{\pi D^2}, \quad (\text{П8})$$

де, Q - секундна продуктивність ділянки нафтопроводу, 0,58333 м³/с.

Розрахунок по розробленій моделі визначення пропускної здатності ділянки нафтопроводу

Для реалізації наведеного вище алгоритму розроблена стандартизована програма мовою **BASIC**. Це циклічна розгалужена програма, що забезпечує виконання всіх необхідних обчислень.

Отже, можемо розрахувати надлишок напору НПС.

Обчислимо коефіцієнт крутості віскограми за формулою П7:

$$U = \frac{1}{20 - 5,8} \ln \frac{40,9}{13,9} = 0,07600 \frac{1}{\text{град}}$$

Визначимо середню швидкість руху нафти в трубопроводі за формулою П8:

$$W = \frac{4 \times 0,58333}{\pi \times 0,759^2} = 1,28993 \text{ м / с.}$$

Розрахункову в'язкість визначаємо по формулі Рейнольдса-Філонова (П6):

$$\nu_i = 13,9 e^{-0,076(2,2 - 20)} = 53,76856 \text{ сСт}$$

Знаходимо значення числа Рейнольдса в нафтопроводі за формулою П5:

$$Re_i = \frac{1,28993 \times 0,759}{53,76856 \times 10^{-6}} = 18218.$$

Коефіцієнт гідравлічного опору визначений за формулою Блазіуса (П4):

$$\lambda_i = \frac{0,3164}{18218^{0,25}} = 0,02724$$

За формулою Дарсі-Вейсбаха знаходимо втрати напору на тертя (П3):

За формулою (П2) $H_{\tau i} = 0,02724 \times \frac{70000 \times 1,28993^2}{0,759 \times 2 \times 9,81} = 213 \text{ м.}$ визначаємо загальні втрати на досліджуваній ділянці нафтопроводу:

$$H_{\text{обі}} = 1,02 \times 213 + 111 + 40 = 368 \text{ м.}$$

У нашому випадку різниця напору НПС $H_{\text{НСі}} = 965 \text{ м}$ і загальних втрат напору $H_{\text{обі}} = 368 \text{ м}$ перевищує напір одного насоса $H_0 = 283 \text{ м}$, тому зменшуємо необхідне число послідовно працюючих насосів: $r_1 = 3 - 1 = 2$

Знаходимо напір нафти на виході останнього з групи послідовно працюючих насосів:

$$H_{HCi} = (129 + 2 \times 310) - (40 + 2 \times 78) \times 0,583332 = 682 \text{ м.}$$

У нашому випадку різниця напору НПС $H_{HCi} = 682 \text{ м}$ і загальних втрат напору $H_{обі} = 368 \text{ м}$ перевищує напір одного насоса $H_0 = 283 \text{ м}$, тому ще раз зменшуємо необхідне число послідовно працюючих насосів: $r_i = 2 - 1 = 1$

Знаходимо напір нафти на виході останнього в групі послідовно працюючих насосів:

$$H_{HCi} = (129 + 1 \times 310) - (40 + 1 \times 78) \times 0,583332 = 399 \text{ м.}$$

Після визначення необхідного числа послідовно працюючих насосів знаходимо надлишок напору НПС, що підлягає регулюванню (формула П1):

$$H_{пері} = 399 - 368 = 31 \text{ м.}$$

Аналіз результатів розрахунку пропускної здатності ділянки нафтопроводу з урахуванням сезонних змін параметрів перекачки нафти

У результаті розрахунків з'ясувалося, що загальні втрати напору в трубопроводі не перевищують напір, що розвивають насоси НПС, тобто

$H_{обі} < H_{HCi}$ ($368 \text{ м} < 399 \text{ м}$), і реалізація заданого режиму перекачування є можливою, також загальні втрати напору в трубопроводі не перевищують максимально припустимий напір, тобто $H_{обі} < H_{допi}$ ($368 \text{ м} < 591 \text{ м}$).

Оскільки розрахунок вівся в найгірших умовах перекачування з найнижчою температурою для січня, то в результаті розрахунків з'ясовано, що для перекачування заданої витрати $Q_2 = 2100 \text{ м}^3/\text{г}$ досить тільки одного магістрального насосу і для всіх наступних місяців.

Використовуючи програму **fpons11**, виконуємо гідравлічні розрахунки ділянки нафтопроводу „Кременчук-Пролетарська” при витраті нафти $Q_2 = 2100 \text{ м}^3/\text{г}$. Отримані результати оформляємо у вигляді технологічних карт режимів роботи досліджуваної ділянки нафтопроводу (Таблиця П1).

Таблиця П1. Технологічні карти режимів роботи досліджуваної ділянки нафтопроводу

Місяць	Розрахунков а в'язкість нафти, ν , сСт	Число послідовно працюючи х насосів, r	Напір на виході насосів НПС, H_{HC} , м	Загальн і втрати напору $H_{об}$, м	Тиск після регулято ра $P_{пр}$, МПа	Надлишо к напору насосів НПС, $H_{рег}$, м
Січень	53,77	1	399	368	3,17	31
Лютий	49,08	1	399	363	3,12	36
Березень	37,90	1	399	350	3,00	49
Квітень	36,21	1	399	348	2,98	51
Травень	34,08	1	399	345	2,95	54
Червень	26,72	1	399	333	2,85	66
Липень	23,30	1	399	327	2,79	72
Серпень	21,93	1	399	325	2,77	74
Вересень	35,67	1	399	347	2,97	52
Жовтень	40,90	1	399	354	3,04	45
Листопад	46,18	1	399	360	3,10	39
Грудень	52,16	1	399	366	3,15	32

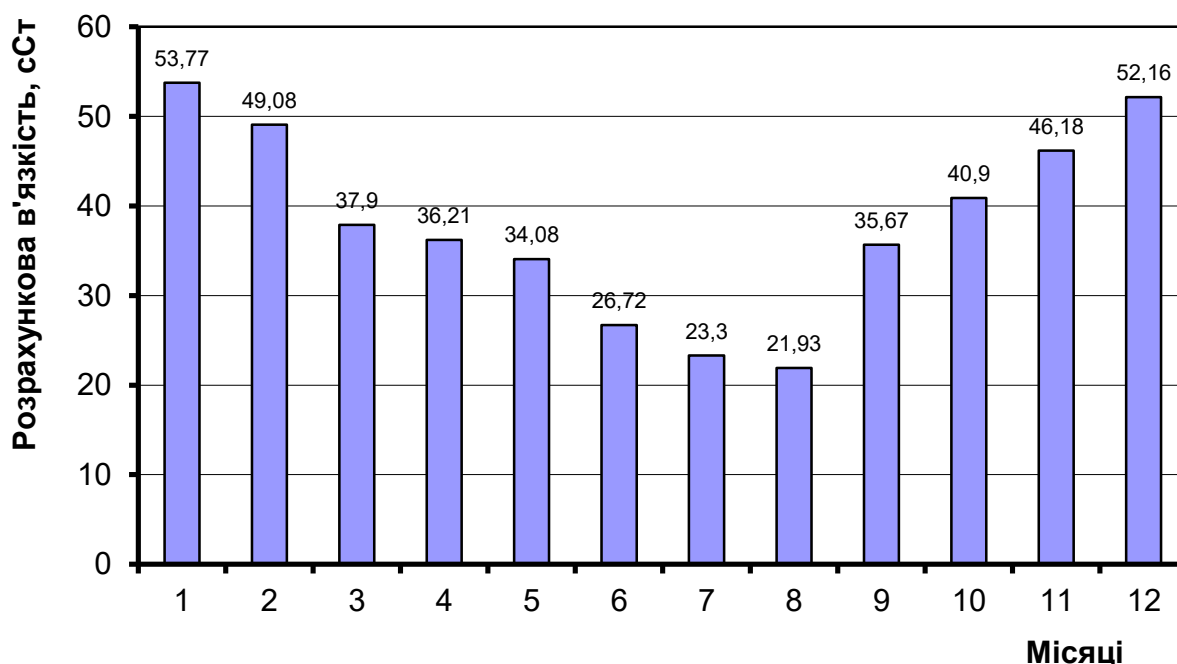


Рисунок П1 - Зміна розрахункової в'язкості нафти протягом року

5.2.3. Моделювання свердловинних пакерів⁷

Об'єкт моделювання

Об'єкт моделювання – свердловинний пакер. Для розділення окремих ділянок стовбура нафтових і газових свердловин під час здійснення ремонтних робіт або експлуатації, перевірці герметизаційної здатності противикидного та устьового обладнання використовують спеціальні пристрої – пакери, в конструкції яких основним є ущільнюючий гумовий елемент. Перевагу віддають пакерам на базі самоущільнювальних манжет, які спрацьовують автоматично при появі надлишкового тиску випробувальної рідини в надпакерному просторі, відрізняються простотою експлуатації та високою герметизаційною здатністю.

Сучасний світовий ринок обладнання для спорудження чи експлуатації нафтових і газових свердловин характеризується різноманітністю конструкції пакерів на базі самоущільнювальних манжет. Серед українських найбільш вдалою є конструкція пакера типу УВЧ виробництва спеціальної аварійно-рятувальної служби ДП «ЛІКВО» (Україна, м. Харків (рис. 1, а, б).

⁷ На основі досліджень: Dorohov M., Kostyba I, Biletskyi V. Experimental research on the sealing ability of borehole packers // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 4/8 (82) 2016. С. 56-68. <http://journals.uran.ua/eejet/article/view/74831/71882>

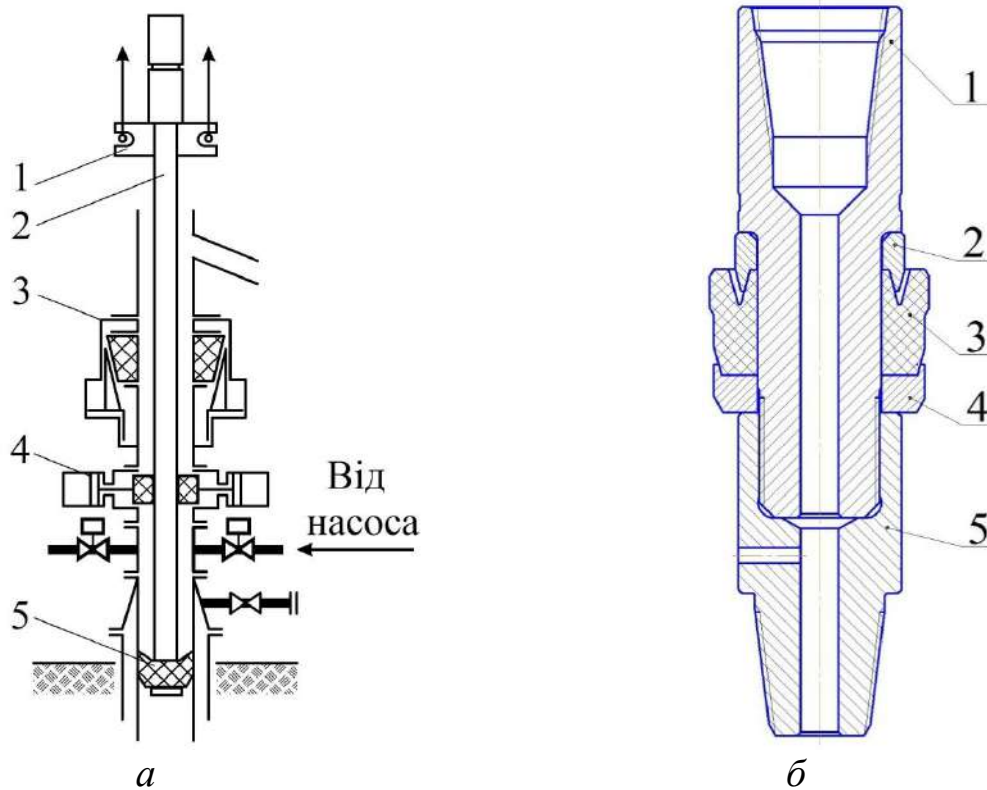


Рисунок 5.13. Пакер устьовий типу УВЧ: *а* – схема випробування плашкового превентора з використанням пакера (1 – елеватор, 2 – труба, 3 – універсальний превентор, 4 – плашковий превентор, 5 – пакер); *б* – конструктивне оформлення пакера (1 – корпус, 2 – втулка опорна, 3 – самоущільнювальна манжета, 4 – упор, 5 – перевідник)

Герметизаційна здатність свердловинних пакерів є комплексним цільовим показником пристрою. Тому при його дослідженні ставиться мета одержання і аналізу залежностей герметизаційної здатності самоущільнювальних манжет свердловинних випробувальних пакерів від силових факторів процесу випробування, геометричних характеристик ущільнення та фізико-механічних властивостей матеріалу манжети.

Для досягнення мети, як правило, вирішуються наступні задачі:

- одержати статистичну математичну модель впливу діаметрального натягу Δ , мм; тиску випробування P , МПа; радіального зазору δ між опорною втулкою та обсадною трубою, мм, та модуля зсуву матеріалу $\sigma_{зс}$, МПа, на величину контактного тиску, МПа;

- встановити закономірності розподілу контактних тисків по довжині спряженої поверхні.

Вирішення цих задач необхідне, зокрема, для подальшого вдосконалення конструкції самоущільнювальної манжети устьового випробувального пакера.

5.2.3.1. Матеріали та методи дослідження контактних тисків на спряжених поверхнях самоущільнювальної манжети пакера

Для одержання статистичної математичної моделі пакера виконується планований експеримент, наприклад, на лабораторному стенді⁸ (рис. 5.14).

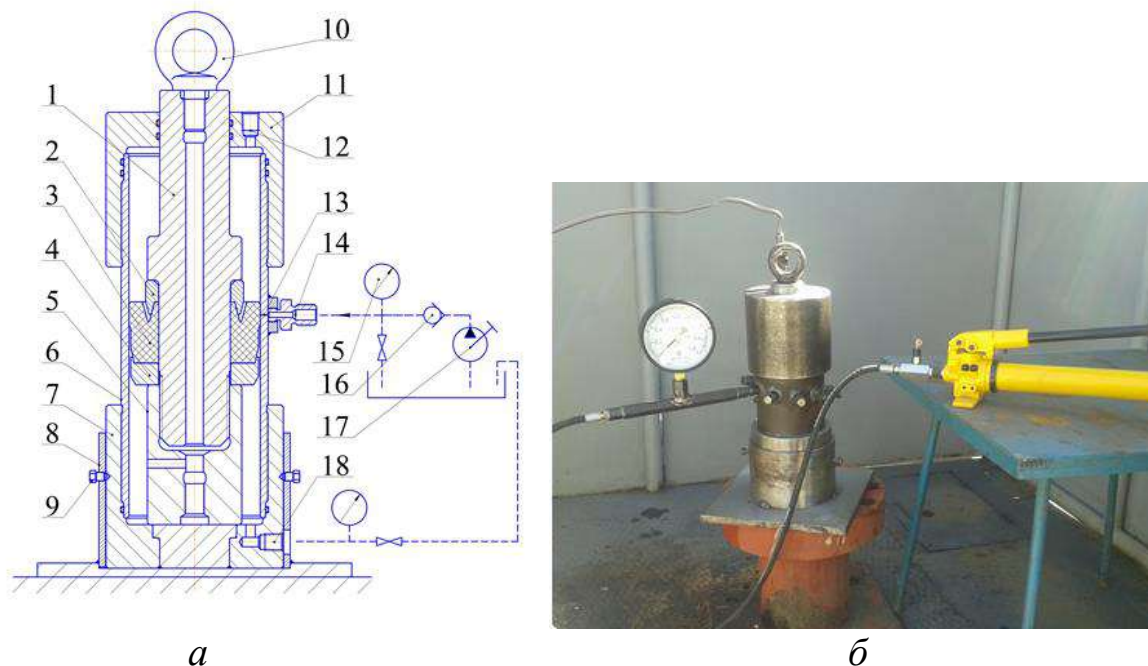


Рисунок 5.14. Лабораторний стенд для дослідження контактних тисків: *а* – принципова схема лабораторного стенду: 1 – ствол пакера; 2 – упорна втулка; 3 – самоущільнювальна манжета; 4 – упор; 5 – упорна гайка; 6 – патрубок; 7 – нижня кришка; 8 – упорний стакан; 9 – стопорні гвинти; 10 – рим-болт; 11 – верхня кришка; 12 – вхідний отвір для підводу випробувальної рідини; 13 – радіальний випробувальний отвір; 14 – запобіжний штуцер; 15 – контрольний манометр; 16 – зворотний клапан; 17 – ручний гідравлічний насос; 18 – зливний отвір; *б* – загальний вигляд лабораторного стенду

Лабораторний стенд, перед дослідженням, передбачає встановлення попередньо зібраного випробувального пакера натурних розмірів, на корпусі 1 якого розміщені упорна втулка 2, самоущільнювальна манжета 3 та упор 4, що складають разом вузол ущільнення пакера та фіксуються упорною гайкою 5. Зібраний пакер з попереднім натягом вставляють у патрубок 6 (виконаний у вигляді відрізка обсадної труби), яка попередньо згвинчена з нижньою кришкою 7, остання, в свою чергу, зафіксована від можливого обертання при збиранні установки відносно упорного стакану 8 стопорними гвинтами 9. Виконавши зазначені операції, вся компоновка герметично загвинчується верхньою кришкою 11.

Контактний тиск на спряженій поверхні визначався за тиском

⁸ проведення експерименту з визначення контактних тисків в цьому прикладі виконано на базі підприємства ПАТ «Укрнафта» (Україна, м. Полтава)

зовнішньої вимірювальної гідравлічної системи, яка з'єднана з радіальним отвором малого діаметру 13, вихід із якого закритий зовнішньою поверхнею самоущільнювальної манжети (рис. 5.14.). Остання під час випробування знаходиться у внутрішньому просторі лабораторного стенду під дією тиску випробування P . Коли тиск у зовнішній гідравлічній системі, до якої входять контрольний манометр 15, зворотний клапан 16, ручний гідравлічний насос 17, стане рівним контактному тиску в місці

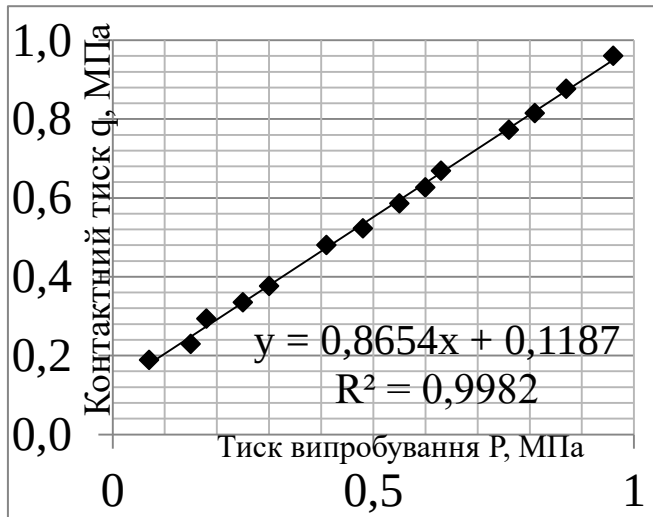


Рис. 5.15. Тарувальна залежність контактної тиску від тиску випробування

контакту манжети з виходом радіального отвору, між зовнішньою поверхнею манжети та внутрішньою поверхнею обсадної труби з'являється щілина, по якій рідина із вимірювальної зовнішньої гідравлічної системи надходить у порожнину зливу до зливного отвору 18. Тиск в момент відкриття щілини приймаємо рівним контактному тиску.

Перед дослідженнями на стенді (рис. 5.14.) виконано тарування контрольної манометра для

фіксації контактної тиску. Тарувальна залежність контактної тиску від тиску випробування показана на рис. 5.15.

Для одержання статистичної математичної моделі впливу силових факторів, геометричних характеристик ущільнення та фізико-механічних властивостей матеріалу манжети на її герметизаційну здатність, яка оцінювалася за величиною контактної тиску, застосоване повне факторне планування експерименту на основі центрального композиційного ротатбельного плану другого порядку Бокса-Хантера. Ці плани дають можливість передбачати значення функції відгуку з дисперсією, однаковою по всьому факторному простору. У процесі дослідження використовувалися манжети із зовнішніми діаметрами 148,1...153,1 мм та висотою 75 мм, що вулканізовані з гумової суміші ІРП-1293.

5.2.3.2. Постановка планованого експерименту і статистична математична модель свердловинного пакера

При плануванні експерименту на основі апріорної інформації за незалежні фактори прийнято: діаметральний натяг Δ , мм; тиск випробування P , МПа; радіальний зазор δ між опорною втулкою та

обсадною трубою, мм, та модуль зсуву матеріалу $\sigma_{зс}$, МПа. В якості **цільової функції** q було прийнято величину контактного тиску. Ядро плану другого порядку Бокса-Хантера було представлено напівреплікою 2^{4-1} ($1=X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$). Реалізовано 28 дослідів: 16 дослідів на основних рівнях доповнені ще 8 дослідів на зіркових точках (величина зіркового плеча дорівнює 2) та чотирма дослідів в центрі плану. Основні межі варіювання факторів вибрані за результатами попередніх експериментів і на основі апріорної інформації (табл. 5.1)

Таблиця 5.1 Основні рівні, інтервали варіювання факторів та межі області дослідження

Фактор	Позначення	Код	Одиниця виміру	Інтервал виміру	Основні рівні				
					-2	-1	0	+1	+2
Діаметральний натяг	Δ	X_1	мм	1	1	2	3	4	5
Тиск випробування	P	X_2	МПа	5	10	15	20	25	30
Радіальний зазор	δ	X_3	мм	1	1	2	3	4	5
Модуль зсуву матеріалу ущільнення	$\sigma_{зс}$	X_4	МПа	10%	2,93	2,75	2,47	1,94	1,72

Функція відгуку апроксимована поліномом другого порядку виду:

$$Y = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq k} b_i X_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} b_{ij} X_i X_j + \sum_{1 \leq i \leq k} b_{ii} X_i^2, \quad (5.19)$$

де k – число незалежних змінних.

Обробка результатів експерименту та аналіз регресійної моделі виконано за допомогою модуля «Планування експерименту» статистичної програми Statgraphics Plus (розробник Statpoint Technologies, Inc., США). Рівняння регресії (2) з урахуванням значення коефіцієнтів має вигляд:

$$\begin{aligned} q = & 30,475 + 1,28975 \cdot X_1 + 1,99608 \cdot X_2 - \\ & - 1,62917 \cdot X_3 + 1,19583 \cdot X_4 - 0,031875 \cdot X_1^2 + \\ & + 0,10625 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,11875 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,00625 \cdot X_1 \cdot X_4 - \\ & - 0,045375 \cdot X_2^2 - 0,11875 \cdot X_2 \cdot X_3 - 0,00625 \cdot X_2 \cdot X_4 + \\ & + 0,27875 \cdot X_3^2 + 0,00625 \cdot X_3 \cdot X_4 - 0,04625 \cdot X_4^2. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Адекватність отриманої регресійної моделі підтверджується значенням коефіцієнта детермінації R^2 , який склав 99,55 %. Значимість коефіцієнтів

моделі визначалася за допомогою Р-рівня і наведена на стандартизованому Парето-графіку (рис. 5.16.). Вертикальна лінія на Парето-графіку відповідає 95 %-ій статистичній значущості коефіцієнтів.

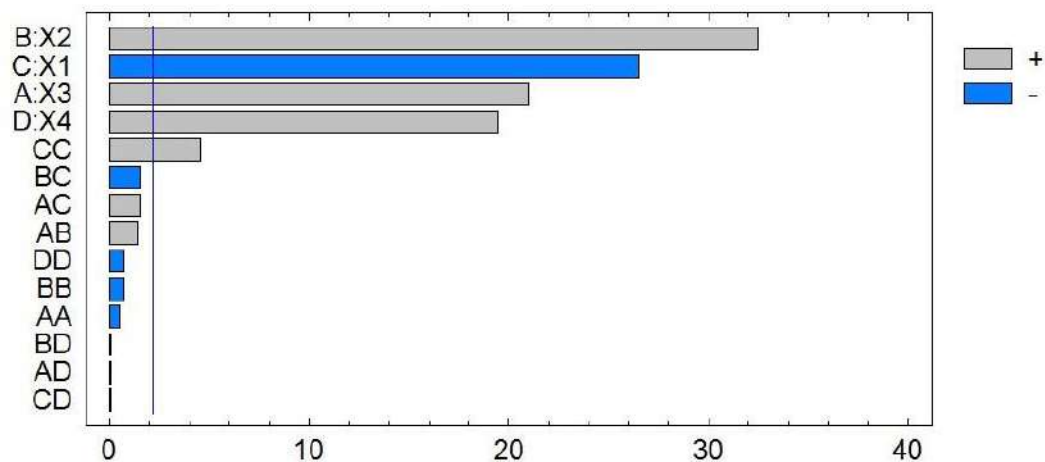


Рисунок 5.16. – Парето-графік

Як видно з Паретто-графіка, найбільш значимим є фактор X_2 – тиск випробування, наступні за значимістю: X_1 – діаметральний натяг, X_3 – радіальний зазор та X_4 – модуль зсуву матеріалу ущільнення.

Порівняння експериментальних (observed) та розрахункових (predicted) значень цільової функції контактних тисків показує їх практичну збіжність (рис. 5.17).

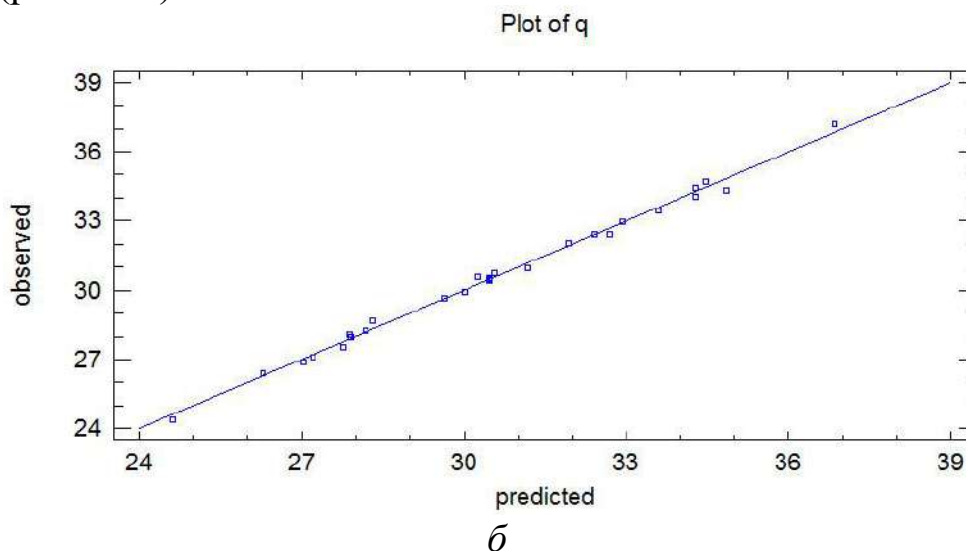


Рис. 5.17. – Графік порівняння експериментальних (observed) та розрахункових (predicted) значень цільової функції

З урахуванням значущості коефіцієнтів рівняння регресії (5.20) може бути скорочене до вигляду:

$$q = 30,475 + 1,28975 \cdot X_1 + 1,99608 \cdot X_2 - 1,62917 \cdot X_3 + 1,19583 \cdot X_4 - 0,031875 \cdot X_1^2. \quad (5.21)$$

На рис. 5.18 і 5.19 показано часткові тривимірні перетини цільової функції та контурні криві цих поверхонь, які показують залежності контактних тисків від факторів впливу.

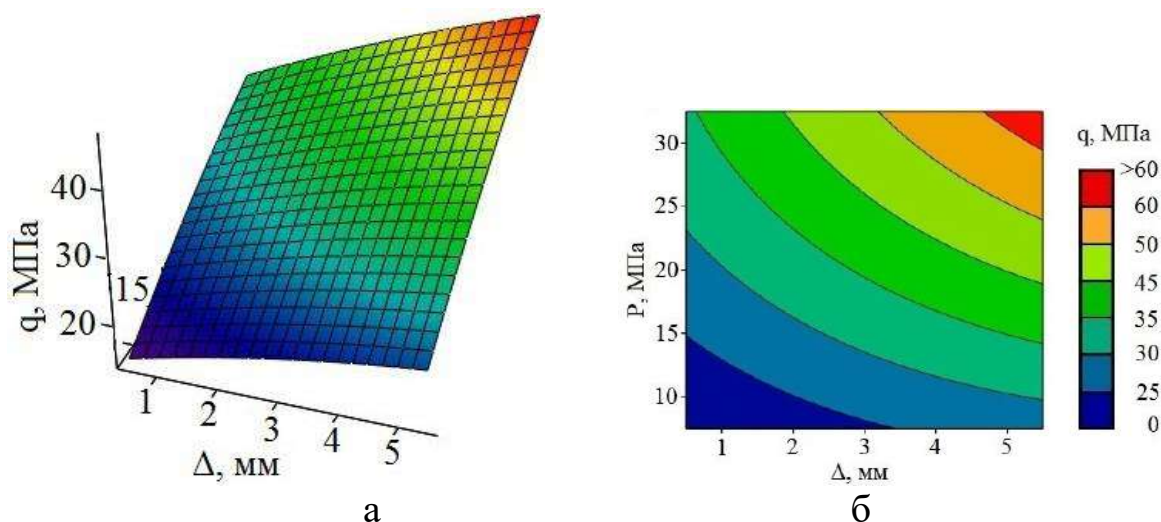


Рисунок 5.18. – Гіперповерхня (а) цільової функції $q(\Delta, P)$ та контурні криві (б)

Аналіз тривимірного перетину гіперповерхні $q(P, \Delta)$ залежності контактного тиску від тиску випробування та натягу показує, що при збільшенні діаметрального натягу та величини випробувального тиску контактний тиск зростає. Як бачимо, залежність $q(\Delta, P)$ в межах факторного простору близька до лінійної (рис. 5.18).

На рис. 5.19. подано тривимірний графік залежності контактного тиску від тиску випробування та радіального зазору. Характер цієї гіперповерхні суттєво відрізняється від попередньої нелінійністю з тенденцією до екстремуму–мінімуму в межах факторного простору.

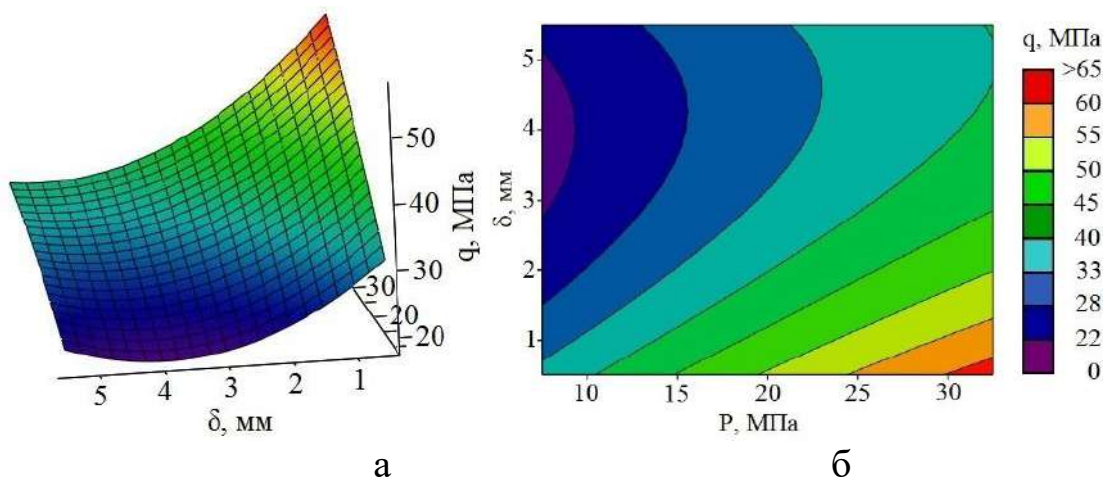


Рисунок 5.19. – Гіперповерхня (а) цільової функції $q(\delta, P)$ та контурні криві (б)

Цікавим є тривимірний графік $q(P, \delta)$ залежності контактного тиску

від тиску випробування та радіального зазору. Радіальний зазор виступає в процесі роботи манжети просторовою зоною куди, внаслідок нестисливості гуми, відбувається її часткове витискання під дією робочого навантаження (випробувальних тисків P). Крім того, як показують дослідження, зазор є основним концентратором напружень в тілі манжети. Саме в цій області спостерігається утворення тріщин. Частина матеріалу, що витискується в зазор, знаходиться під дією розтягуючи сил, а в перетині, що знаходиться поблизу зазору, відбувається різке зниження контактних напружень до нульового значення.

З графіка $q(P, \delta)$ (рис. 5.19) видно, що контактні тиски мають мінімальне значення при радіальному зазорі вже більше 3 мм. При збільшенні тиску випробування, при тих же значення радіального зазору, контактні тиски зростають, але виходячи з нормативних вимог до величини тиску випробування, цей фактор, хоч і напряму впливає на герметизаційну здатність, не може коригуватися і має залишатися незмінними.

Зазор δ величиною ≥ 3 мм спричиняє витискання опорної частини манжети в просторову зону, як показано на рис. 5.20.

Витискання гуми призводить, внаслідок дії розтягуючи сил, і перерозподілу робочих контактних тисків по спряженій поверхні, до втрати герметичності. Критичним наслідком екструзії є руйнування опорної частини манжети.



Рисунок 5.20. – Результати витискання опорної частини манжети в зазор 3 мм при вилученні пакера після дослідження із лабораторного стенду

Основні висновки по моделюванню свердловинного пакера.

Із застосуванням повного факторного планування експерименту на основі центрального композиційного ротатбельного плану другого порядку Бокса-Хантера одержано статистичну математичну модель впливу діаметрального натягу Δ , мм; тиску випробування P , МПа; радіального зазору δ між опорною втулкою та обсадною трубою, мм та модуля зсуву матеріалу σ_{zc} , МПа на величину контактного тиску, МПа, яка представлена поліномом другого порядку. При цьому, на основі Паретто-графіка встановлено, що найбільш значимим фактором є тиск випробування, наступні за значимістю: діаметральний натяг, радіальний зазор та модуль зсуву матеріалу ущільнення. Тривимірний графік

залежності контактного тиску від тиску випробування та натягу показує яскраво виражену прямо пропорційну і близьку до лінійної залежність. Тривимірний графік залежності контактного тиску від тиску випробування та радіального зазору характеризується нелінійністю з тенденцією до екстремуму-мінімуму в межах факторного простору.

Таким чином, проведені дослідження контактних тисків самоущільнювальної манжети устьового випробувального пакера з допомогою планованого експерименту та програми *Statgraphics Plus* дозволили виявити вплив на якісні і кількісні показники герметизаційної здатності самоущільнювальних манжет свердловинних випробувальних пакерів силових факторів, геометричних характеристик ущільнення та фізико-механічних властивостей матеріалу манжети.

5.2.4. Моделювання гвинтового вибійного двигуна⁹

Об'єкт моделювання

Гвинтовий вибійний двигун — гідравлічний вибійний двигун об'ємного типу, робочі органи якого виконані за схемою планетарного механізму, що приводиться в дію за рахунок енергії промивної рідини.

Основними елементами робочих органів таких машин є (рис. 5.21.):

- 1) статор-корпус з порожнинами, що прилягають кінцями до камер високого і низького тисків;
- 2) ведучий ротор-гвинт, крутний момент якого передається виконавчому механізму;
- 3) замикачі гвинтової поверхні, що призначені для герметизування робочих органів і запобігання перетікання рідини із камери високого тиску в камеру низького тиску.

Ротор розташований всередині статора. Під тиском промивної рідини ротор, обкатуючись по внутрішній поверхні статора, здійснює планетарний рух, який через універсальні шарніри передається валу шпинделя, що обертає породоруйнуючий інструмент. Діаметр гвинтового вибійного двигуна 54-195 мм, частота обертання близько $2-6 \text{ с}^{-1}$, крутний момент 80-5000 Нм, перепад тиску 4-6 МПа, витрата промивальної рідини 0,0015-0,036 м³/с і більше. Західність силової секції: 1:2; 3:4; 4:5; 5:6; 7:8; 9:10.

⁹ На основі досліджень: 1. MODELING OF THE POWER SECTION OF DOWNHOLE SCREW MOTORS Author(s): Biletskyi, V (Biletskyi, V.); Landar, S (Landar, S.); Mishchuk, Y (Mishchuk, Yu) Source: MINING OF MINERAL DEPOSITS Volume: 11 Issue: 3 Pages: 15-22.

2. Examining the current of drilling mud in a power section of the screw down-hole motor / V. Biletsky, V. Vitryk, Y. Mishchuk, M. Fyk, A. Dzhus, Yu. Kovalchuk, T. Romanyshyn, A. Yurych // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. 2018. – № 2/5 (92). – 41–48.

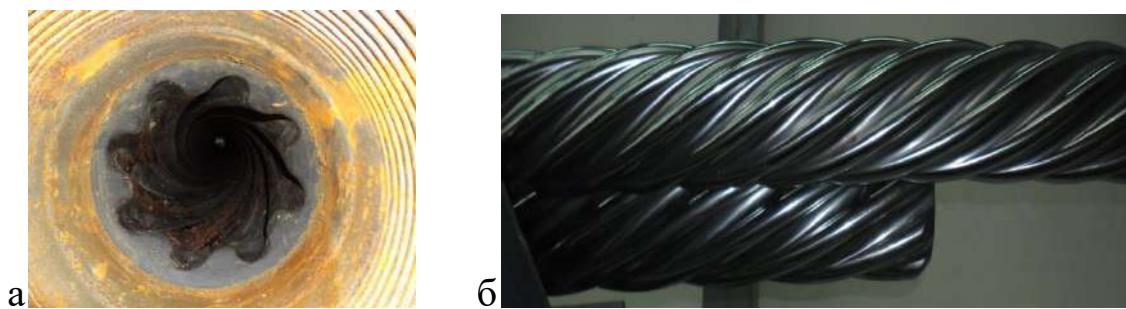


Рисунок 5.21. – Фото основних елементів силової секції гвинтового вибійного двигуна: а – статор; б – ротор

Галузі застосування – буріння горизонтальних, похило-скерованих і вертикальних нафтових і газових свердловин, а також дегазаційних свердловин в комплексах видобутку метану вугільних родовищ, дорозвідці шахтних полів каустобіолітів. Найбільш ефективні гвинтові вибійні двигуни при проходці глибинних інтервалів.

Для оцінки напружено-деформованого стану статора в процесі експлуатації ГВД використовують програмні комплекси **SolidWorks** і **ANSYS**¹⁰.

5.2.4.1. Приклад моделювання гвинтового вибійного двигуна із застосуванням модуля Flow Simulation ресурсу SolidWorks

У розглядуваному прикладі для моделювання взято вибійний гвинтовий двигун виробництва компанії Wenzel Downhole Tools (Канада) діаметром 171 мм, який застосований, зокрема, при бурінні Гнідинцівського нафтового родовища (Глинсько-Солохівське газонафтоносний район Східного нафтогазоносного регіону України).

При дослідженні ГВД прийняті такі характеристики бурового розчину: густина – 1100 кг/м³, динамічна в'язкість – 0,02 Па·с., питома теплоємність 4,2 Дж/(кг·К), теплопровідність суспензії 0,6 Вт/(м·К). Режимні параметри роботи гвинтового двигуна: початкова температура бурового розчину 30°C, тиск на вході у робочу пару ГВД 24 МПа, об'ємна витрата бурового розчину 27 л/с.

Одержані результати.

Для отримання моделей параметричних полів швидкостей робочої рідини, поля тисків, дотичних напружень і температури вздовж поверхні ротора ГВД використано модуль Flow Simulation програмного середовища SolidWorks.

¹⁰ Исмаков Р.А., Закиров Н.Н., Аль-Сухили М.Х., Торопов Е.С. Исследование работы пары «эластомер-металл» силовой секции винтового забойного двигателя // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2. <https://www.science-education.ru/ru/article/view?id=23472>

Одержані модельні *поля швидкостей робочої рідини в силовій секції ГВД* показані на рис. 5.22. і 5.23. На рис. 5.22.а показано одержані моделі поля швидкості в площині осьового перерізу робочої пари «ротор-статор», на рис. 5.22.б і 5.22.в – в площинах паралельних осьовому перерізу робочої пари, які проходять через характерні точки максимуму і мінімуму швидкості суспензії.

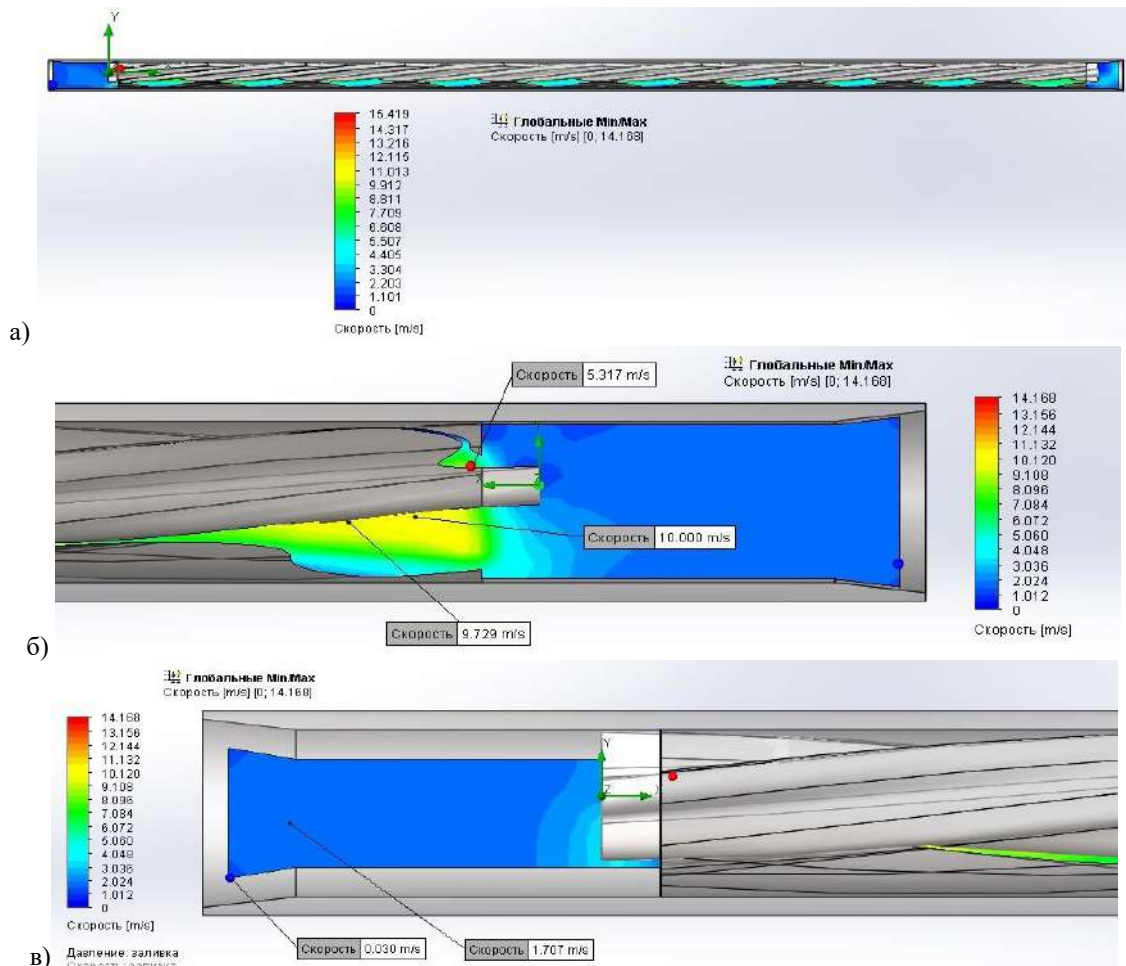


Рисунок 5.22. Модель поля швидкостей бурового розчину в площинах перерізу робочої пари «ротор – статор»: а – переріз в осьовій площині ГВД; б і в – перерізи в площинах паралельних осьовому перерізу робочої пари, які проходять через характерні точки максимуму і мінімуму швидкості суспензії

На рис. 5.23 показано локалізацію характерних точок мінімуму та максимуму швидкості руху бурового розчину та епюри швидкостей в площинах перпендикулярних осьовому перерізу робочої пари, які проходять через точки максимуму і мінімуму швидкості суспензії. Під тиском промивної рідини ротор обкочується по внутрішній поверхні

При цьому, як видно з епюр рис. 5.22. і 5.23., в порожнинах між ротором та статором спостерігається зміна швидкості робочої рідини від максимуму (14, 16 м/с) до мінімуму (2, 431 м/с). Найменша швидкість бурового розчину спостерігається в області входу в робочу секцію – по центру потоку 1,621 м/с, в пристінній зоні корпусу 0,405 м/с.

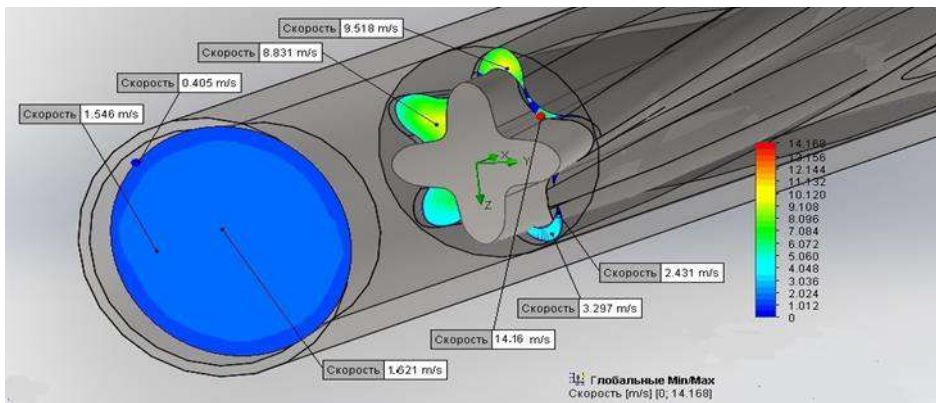


Рисунок 5.23. Модель поля швидкостей в площинах перерізу робочої пари «ротор – статор» в характерних точках максимуму та мінімуму швидкості. статора, здійснює планетарний рух, який через універсальні шарніри передається валу шпинделя, що обертає породоруйнуючий інструмент

Таким чином, найбільший знос робочих поверхонь статора і ротора ГВД від твердих частинок слід очікувати в зонах максимальної швидкості потоку, яка визначає кінетичну енергію твердих зерен.

Поля тисків робочої рідини в силовій секції

ГВД. На рис. 5.24. показано одержані моделі поля тисків бурового розчину на поверхні ротора – на верхньому рисунку по довжині силової секції ГВД, Рис. 5.24. а, б – в зонах максимального (24 МПа) та мінімального тиску (23,6 МПа). Різниця обумовлена втратою напору рідини по довжині силової секції.

На рис. 5.25. подано одержані моделі поля тисків бурового розчину в поперечних площинах перерізу робочої пари «ротор – статор». Як і слід було очікувати, поля тисків корелюють з полями швидкостей (Рис. 5.22). Чітко простежуються порожнини високого і низького тиску, які утворюються між зубцями ротора і статора. При цьому максимальний тиск (24 МПа) спостерігається в зоні протилежній напрямку обертання ротора. Тобто, за рахунок градієнту тиску на тилу і фронтальну частину зуба ротора останній здійснює планетарний рух щодо осі статора, обкочуючись по зубах гумової обкладки. Зафіксована різниця тисків створює на роторі і статорі моменти сили, рівні за величиною і протилежні за напрямом – активний і реактивний моменти. Активний момент використовується на обертання долота, реактивний момент сприймається колоною бурильних труб і гаситься на стінках свердловин і в приводних механізмах, розміщених на поверхні.

Поля температури бурового розчину в силовій секції ГВД.

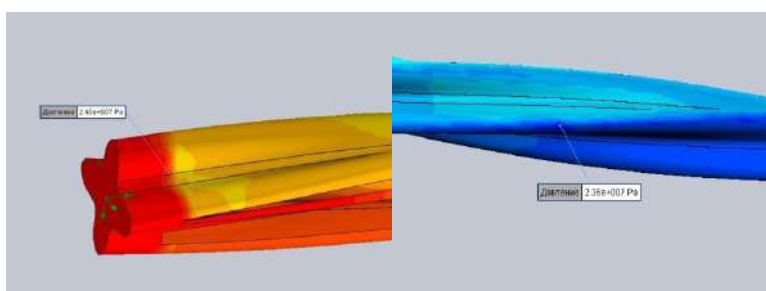
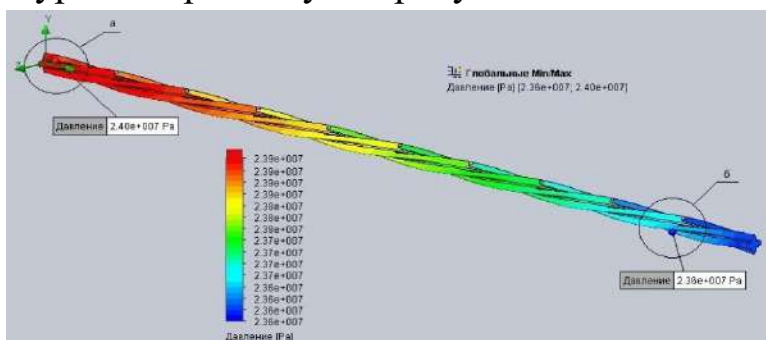
На рис. 5.26.а показано одержані моделі поля температури бурового розчину на поверхні ротора ГВД. На рис. 5.26б і 5.26в – температури бурового розчину в площинах паралельних осьовому перерізу робочої пари, які проходять відповідно через характерні точки максимуму і мінімуму температури суспензії. Як бачимо, діапазон температур бурового розчину в силовій секції ГВД досить великий – від 30°C до

144,58°C. Причини нагрівання бурового розчину потребують додаткового вивчення, але свою роль відіграє зафіксоване у дослідженнях (Андоскин В.Н. та ін., 2014) явище гістерезису, в результаті якого при кожному циклі відбувається виділення

тепла і саморозігрів гумової обкладки, а також нагрівання бурового робочого елемента і, очевидно, перетворення частини тиску в тепло в парі «ротор – статор».

Максимальна температура нагрівання бурового розчину спостерігається на виході з силової секції (Рис. 5.26.б), мінімальна – на її вході (Рис. 5.26.в).

На рис. 5.27. показано графік зміни температури бурового розчину вичислений SolidWorks на ребрі зуба ротора по довжині силової секції. Ці дані дають уявлення про кількісну оцінку температури бурового



а)

б)

Рисунок 5.24. – Модель поля тиску на поверхні ротора ГВД: а – зона максимальних значень тиску; б – зона мінімальних значень тиску

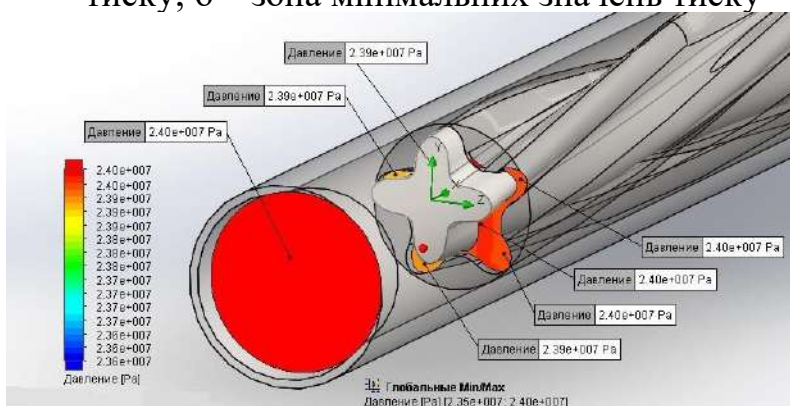
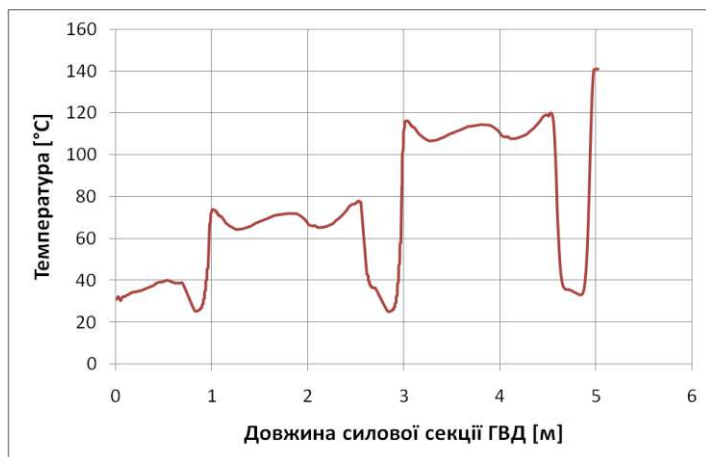


Рисунок 5.25. – Моделі поля тисків бурового розчину в поперечних площинах перерізу робочої пари «ротор – статор»



розчину. «Піки» – «провали» співпадають з точками дотику ребра ротора до статора.

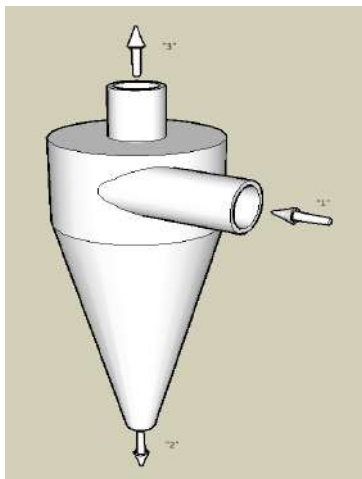
Рисунок 5.27. – Графік зміни температури бурового розчину вичислений на ребрі зуба ротора по довжині силової секції

Висновки по моделюванню ГВД.

Одержаний матеріал моделей ГВД може бути використаний при гідравлічних і термодинамічних розрахунках вибійного гвинтового двигуна, вибору раціонального режиму його експлуатації.

5.2.5. Моделювання гідроциклона системи очищення бурового розчину¹¹

Об'єкт моделювання



Гідроциклон — апарат для розділення суспензій, емульсій, аерозолей, зерен мінералів, що відрізняються масою у полі відцентрових сил. Застосовується в ряді галузей промисловості: як збагачувальні апарати і класифікатори — у вугільній і рудній промисловості, в хімічній, паперово-целюлозній, цукровій, скляно-керамічній промисловості тощо. Гідроциклони широко використовують при бурінні свердловин у циркуляційній системі бурового розчину для його очищення від піску і частинок вибуреної породи,

Рисунок 5.28. — Принципова схема гідроциклонування: «1» — введення в апарат суспензії; «2» — вихід твердої фази; «3» — вихід проясненої рідини. що виносяться на денну поверхню. Гідроциклон (рис. 5.28) складається з короткої циліндричної (верхньої) частини з патрубком для тангенціального введення пульпи (по дотичній до поверхні циліндра) і конічної (нижньої) частини з отвором біля вершини конуса для розвантаження пісків (грубозернистої, згущеної або важкої фракції пульпи). Кут конусності для класифікації і згущення 10-20°, прояснення — 10-20°, збагачення у важких суспензіях — 30—45°, збагачення у воді — 90—120°. Верхня частина циліндра закривається кришкою, в центрі якої встановлено зливний патрубок, що слугує для розвантаження тонкозернистої, розрідженої пульпи.

5.2.5.1. Приклад моделювання гідроциклона із застосуванням модуля Flow Simulation ресурсу SolidWorks

На рисунках 5.29.-5.34. наведено результати моделювання гідроциклона-аналога і модернізованого гідроциклона у модулі Flow Simulation програмного середовища SolidWorks.

¹¹ На основі досліджень: Застосування гідроциклонів у циркуляційній системі бурового розчину / В. С. Білецький, П. О. Молчанов, В. М. Савик // Збагачення корисних копалин. — 2017. — Вип. 66 (107). — С. 96–100.

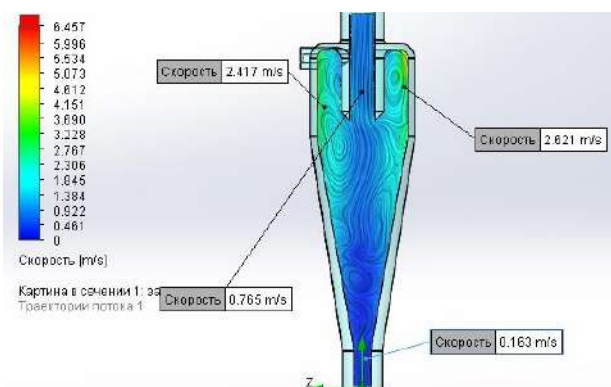


Рисунок 5.29. – Моделювання поля швидкостей гідроциклона-аналога (м/с), при витраті 1 л/с.

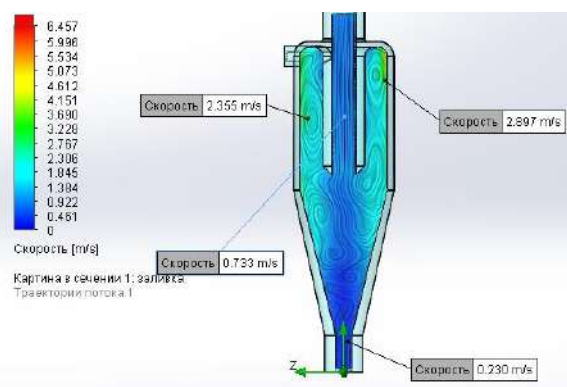


Рисунок 5.30. – Моделювання поля швидкостей гідроциклона-модернізованого (м/с), при витраті 1 л/с.

В аналізі одержаних результатів та визначення раціональних або оптимальних конструктивних та експлуатаційних рішень наведено моделювання гідроциклона по різним полям значень, а саме: поля швидкостей гідроциклона-аналога і модернізованого (м/с), при витраті 1 л/с та поля завихрення гідроциклона-аналога і модернізованого (1/с), при витраті 1 та 2 л/с.

Дослідження показало, що поле швидкостей гідроциклона-аналога і модернізованого практично ідентичні (рис. 5.29. – 5.30.).

При дослідженні полів швидкостей спостерігається збільшення швидкості пульпи в пристінній циліндричній зоні модернізованого циклона з 0,163 до 0,230 м/с. Відповідно збільшується і відцентрова сила, що позитивно впливає на технічні характеристики гідроциклона.

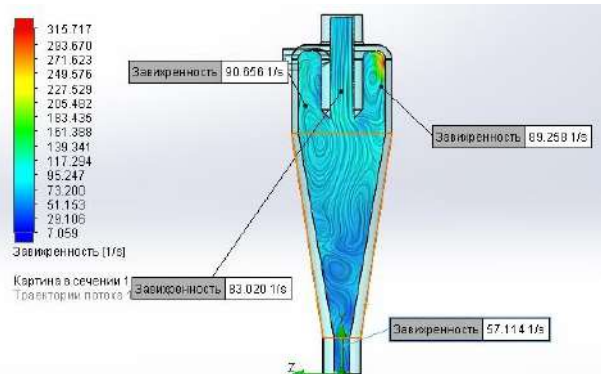


Рисунок 5-31. – Моделювання поля завихрення гідроциклона-аналога (1/с), при витраті 1 л/с.

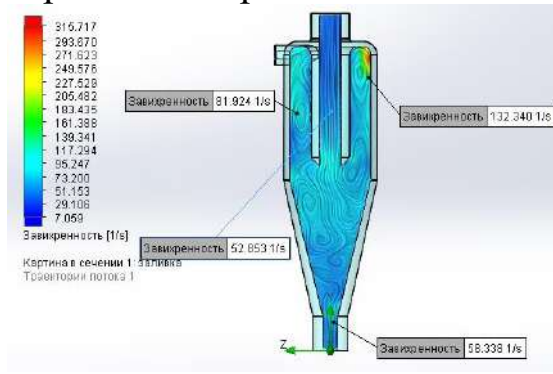


Рисунок 5.32. – Моделювання поля завихрення гідроциклона-модернізованого (1/с), при витраті 1 л/с.

При дослідженні на завихрення спостерігаються різні тенденції в залежності від витрат вихідної пульпи. При витратах 1 л/с завихреність в робочій зоні модернізованого гідроциклона менше ніж у гідроциклона-аналога. При витратах 2 л/с спостерігається зворотня картина, а саме – завихрення 89,225 зростає до 160,996 (1/с), що дає змогу стверджувати про негативну динаміку при дослідженні при витраті рідини при витратах 2 л/с.

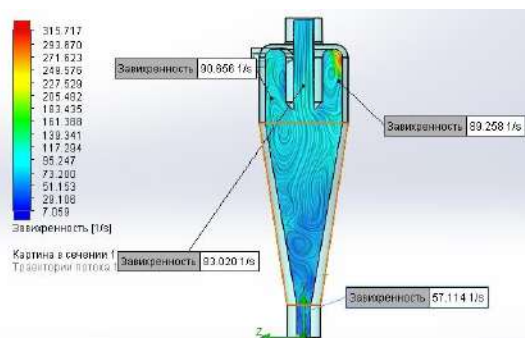


Рисунок 5.33. – Моделювання поля завихрення гідроциклона-аналога (1/с), при витраті 2 л/с.

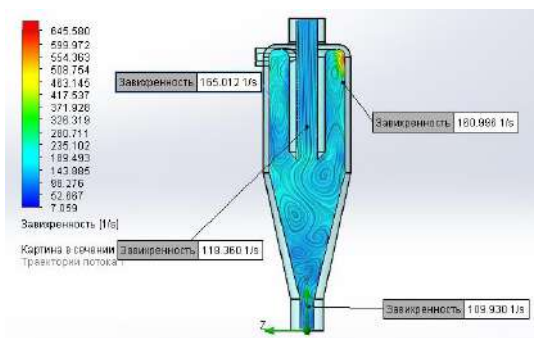


Рисунок 5.34. – Моделювання поля завихрення гідроциклона-модернізованого (1/с), при витраті 2 л/с.

Висновки по моделюванню гідроциклона

Моделювання гідроциклона із застосуванням модуля Flow Simulation ресурсу SolidWorks дає можливість отримати параметричні поля робочої зони апарата, зокрема, поле швидкостей і завихреностей пульпи бурового розчину в апараті. Отримана інформація є основою для вибору раціонального режиму роботи, а також модернізації конструкції гідроциклона.

5.2.6. Моделювання знакозмінних навантажень у бурильних трубах під час спуско-підймальних операцій¹²

Об'єкт моделювання

На сьогодні в Україні і в світовій практиці при бурінні свердловин на нафту і природний газ застосовуються бурильні труби із звичайними бурильними муфтами під елеватор, що не дозволяють виключити знакозмінні навантаження, які часто виникають у верхній частині труб при проведенні спуско-підймальних операцій (СПО). Такі знакозмінні навантаження виникають у бурильних трубах навіть при незначних перекосах в стропах елеватора або в столі ротора під час спуско-підймальних операцій і нарощуванні бурильної колони і є причиною утворення мікротріщин та зрештою обриву бурильної колони і значно обмежують термін експлуатації бурильних труб.

Моделювання в системі Simulation програмного середовища SolidWorks дозволяє виконати порівняльне дослідження різних конструкцій муфти замків бурильних труб і елеватора для зменшення

¹² На основі досліджень: Хорошун Д. А. Дослідження знакозмінних навантажень у бурильних трубах під час спуско-підймальних операцій / Д. А. Хорошун, В. М. Орловський, В. С. Білецький // Збірник факультету нафти і газу та природокористування Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. – Полтава : ПНТУ, 2016. – Вип. 9. – С. 4–7.

(уникнення) знакозмінних навантажень на бурильні труби під час спуско-піднімальних операцій і нароснування інструменту.

Традиційно застосовуваний елеватор для спуско-піднімальних операцій під час буріння свердловин складається з (рис. 5.35.): корпусу 1, в якому встановлені замок 2 з рукояткою 3, замком штропа 4 і заціпки 5. На верхньому торці корпусу виконаний упор 6, який забезпечує раціональний розподіл навантаження по поверхні корпусу елеватора.

У верхній частині корпус має запобіжне розточування, що виключає можливість виходу труби з елеватора, який знаходиться під навантаженням при спуско-підйомних операціях.

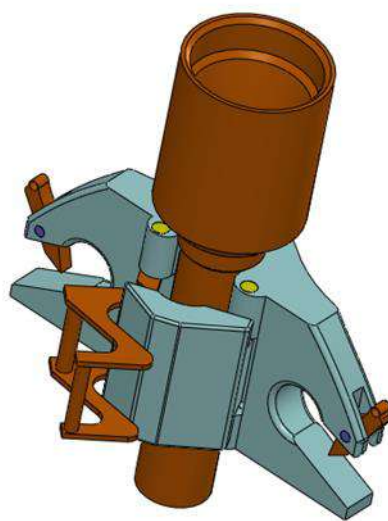
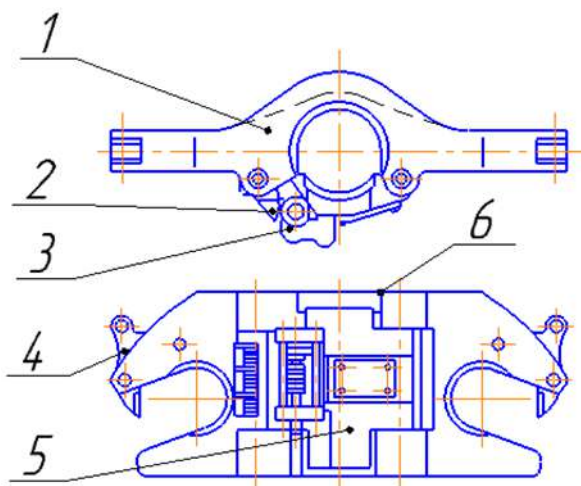


Рисунок 5.35. – Базова конструкція елеватора:

1 – корпус; 2 – замок; 3 – рукоятка; 4 – замок штропа; 5 – заціпка, 6 – упор для бурової труби

3D модель компоновки дослідного зразка елеватора, бурильної колони і муфти

5.2.6.1. Приклад моделювання елеватора і бурильної колони із застосуванням програми КОМПАС та модуля Simulation ресурсу SolidWorks

Етап 1. Отримання 3D-моделі елеватора та бурильної колони з муфтою із застосуванням програми КОМПАС (згідно п. 4.3.1.).

На рис. 5.36. показано 3D модель компоновки дослідного зразка елеватора, бурильної колони і муфти.

Етап 2. Отримання 3D-моделі елеватора та бурильної колони з муфтою із застосуванням програми КОМПАС у 2-х варіантах: а) до модернізації; б) після модернізації (рис. 5.36.). Запропонована модернізація полягає у зміні поверхонь упору елеватора та муфти які мають пологі краї що, як очікується, забезпечить зниження знакозмінних навантажень і, отже, збільшить термін експлуатації бурильних труб.

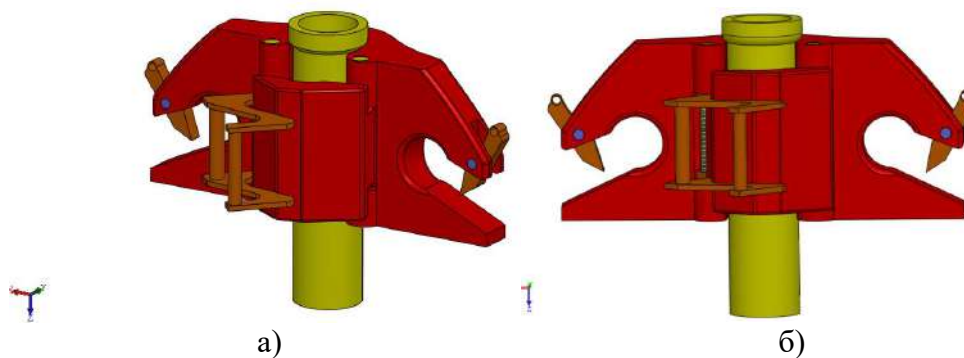


Рисунок 5.36. – 3D модель дослідного зразка елеватора без муфти:
а) до модернізації; б) після модернізації

Моделювання виконано за допомогою комп'ютерної системи Simulation програмного середовища SolidWorks. При дослідженні елеватора до бурильної колони прикладено навантаження 2500 кН, 3000 кН.

Отримані в результаті проведених досліджень значення напружень показані на рис. 5.37. і 5.38.

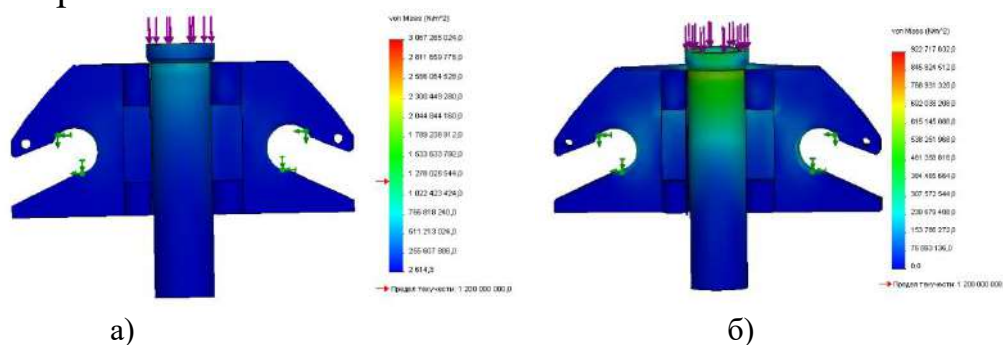


Рисунок 5.37. – Параметричне поле напружень елеватора бурильної колони при навантаженні 2500 кН = 250 т: а) до модернізації; б) після модернізації.

На рисунках показано шкалу напружень які виникають у обладнанні під дією навантаження.

При навантаженні 2500 кН = 250 т у варіанті елеватора до модернізації (прототип) у сполученні «елеватор-бурильна труба» (на рис. 5.37.а) виникають максимальні напруження 3 067 Н/мм², що суттєво перевищує границю плинності 1200 Н/мм² і, отже, викликає руйнування обладнання.

При навантаженні 2500 кН = 250 т у варіанті елеватора після модернізації картина напружень у сполученні «елеватор-бурильна труба» (на рис. 5.37.б) зовсім інша – максимальні напруження не перевищують 922,717 Н/мм², що нижче за границю плинності 1 200 Н/мм².

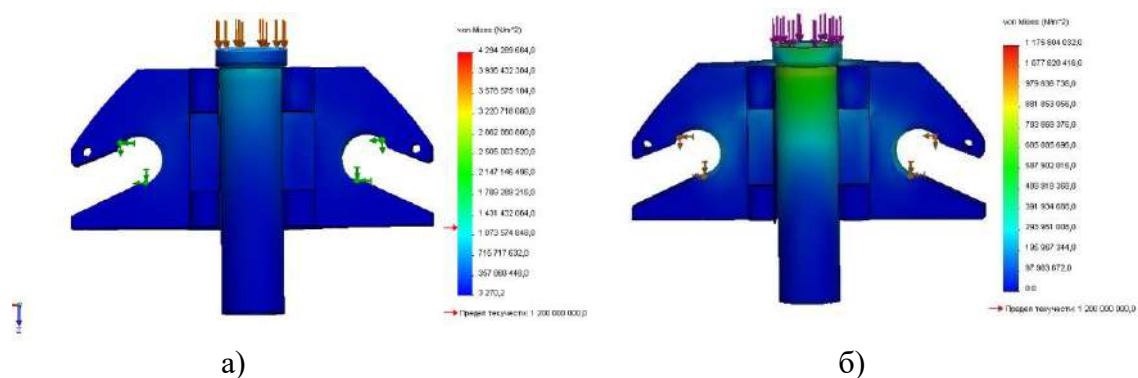


Рисунок 5.38 – Параметричне поле напружень елеватора бурильної колони при навантаженні 3000 кН = 300т: а) до модернізації; б) після модернізації.

При навантаженні 3000 кН = 300 т у варіанті елеватора до модернізації (прототип) у сполученні «елеватор-бурильна труба» (на рис. 5.38.а) виникають максимальні напруження 4 294 Н/мм², що суттєво перевищує границю плинності 1 200 Н/мм² і, отже, викликає руйнування обладнання.

При навантаженні 3000 кН = 300 т у варіанті елеватора після модернізації картина напружень у сполученні «елеватор-бурильна труба» (на рис. 5.38.б) інша – максимальні напруження не перевищують 1 175 Н/мм², що дещо нижче за границю плинності 1 200 Н/мм².

Висновки по моделюванню сполучення «елеватор-бурильна труба»

Таким чином, як показують модельні дослідження зразка елеватора, бурильної колони і муфти, проблема зменшення (уникнення) знакозмінних навантажень на бурильні труби під час спуско-піднімальних операцій може бути вирішена шляхом зміни геометрії упору корпусу елеватора та муфти.

Результати моделювання з використанням комп'ютерної прикладної програми Simulation, що є прикладним модулем SolidWorks, показують, що до модернізації елеватора у пристрої виникають напруження які перевищують границю плинності тим самим показуючи, що обладнання буде деформуватися і руйнуватися. Модернізація обладнання забезпечує суттєве зменшення максимальних напружень у сполученні «елеватор-бурильна труба», які не перевищують границю плинності.

Отже, моделювання знакозмінних навантажень у бурильних трубах під час спуско-піднімальних операцій з використанням комп'ютерної прикладної програми Simulation, що є прикладним модулем SolidWorks дає раціональний розв'язок технічної задачі модернізації геометрії сполучення «елеватор-бурильна труба».

5.2.7. Моделювання статичного змішувача системи приготування бурового розчину¹³

Об'єкт моделювання

Статичний міксер (змішувач) — статичний (нерухомий) змішувач середовищ, який конструктивно являє собою вставку різної конструкції у трубі, по якій подається середовище (рідина, газ, пульпа).

Міксери відрізняються один від одного за конфігурацією, довжиною, діаметром і набором інших показників, і в цілому дозволяють змішувати великий спектр дво- і багатокомпонентних матеріалів різної в'язкості, густини, хімічної природи і практичного призначення.

Задача статичного міксера — гомогенізувати матеріал, вирівняти градієнт в'язкості і складу, суттєво підвищити турбулентність потоку.

В останній час статичні змішувачі все ширше використовуються в ряді галузей промисловості, що обумовлено їх перевагами, зокрема, великою кількістю можливих варіантів конструктивного рішення, відсутністю рухомих елементів, привода, енергоспоживання, можливістю суміщення з гідро- та пневмо-транспортними мережами, а також різноманітністю технологічних функцій, які вони здатні виконувати: змішування газоподібних, рідких і сипучих твердофазних компонентів, диспергування твердофазних компонентів в рідких і незмішуваних рідинах, флокуляція твердої фази в рідинних потоках, інтенсифікація розчинення реагентів у рідинах тощо. Перспектива застосування статичного змішувача у нафтогазовій галузі – гомогенізація бурових та тампонажних розчинів, кондиціонування рідин реагентами тощо.

5.2.7.1. Приклад моделювання статичного змішувача із застосуванням програми КОМПАС та модуля Simulation ресурсу SolidWorks

У даному прикладі показане моделювання трьох конструкцій статичного змішувача враховуючи параметри бурового розчину (табл. 5.2). Мета – отримати параметричні поля гідросуміші у робочій зоні труби (поле швидкостей, поле завихреності, поле інтенсивності турбулентності, поле масштабу турбулентностей по довжині шляху перемішування) і виконати їх порівняльний аналіз.

Характеристики бурового розчину: густина – 1250 кг/м³, динамічна в'язкість – 0.02 Па·с.

¹³ На основі досліджень: Дослідження роботи статичного змішувача в циркуляційних системах промивальної рідини бурових установок. / В. С. Білецький, Ю. С. Мішук, Ю. І. Кузнєцова // Збірник наукових праць ПолтНТУ. Серія: Галузеве машинобудування, будівництво. – 2018. – Вип. 1 (50). – С. 197–207.

Розташування статичного змішувача в трубі показано на 3D моделі (рис. 5.39.), одержаний в програмі КОМПАС.

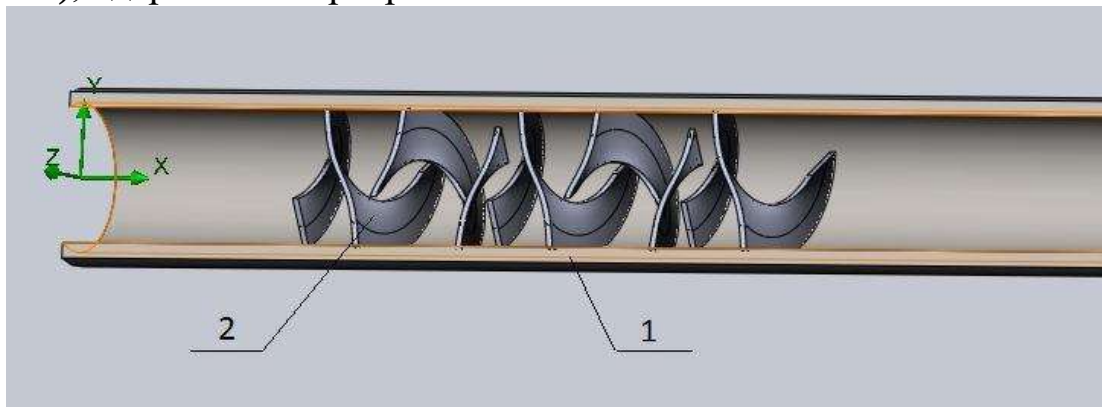


Рисунок 5.39. – 3D-модель конструкції статичного змішувача:
1 – труба; 2 – статичний змішувач.

Розрахуємо такі параметричні поля гідросуміші у робочій зоні труби, яка охоплює власне змішувач і відтинок труби за ним довжиною до 20 діаметрів труби:

- поле швидкостей гідросуміші v (м/с);
- поле завихреності n (c^{-1}) (середня колова швидкість рідини у вихорі потоку);
- поле інтенсивності турбулентності I (%):

$$I \equiv \frac{u'}{U}, \quad (5.22)$$

де середньоквадратична швидкість турбулентних пульсацій u' :

$$u' \equiv \sqrt{\frac{1}{3}(u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2)} = \sqrt{\frac{2}{3}k} \quad (5.23)$$

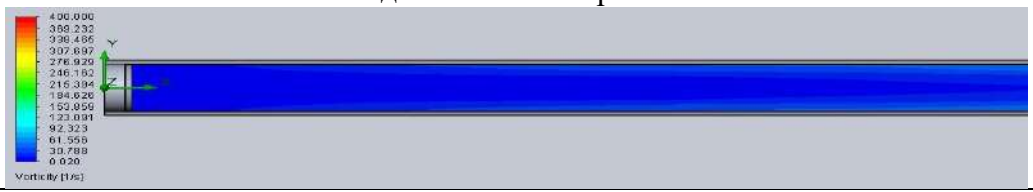
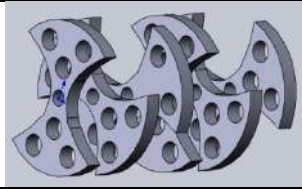
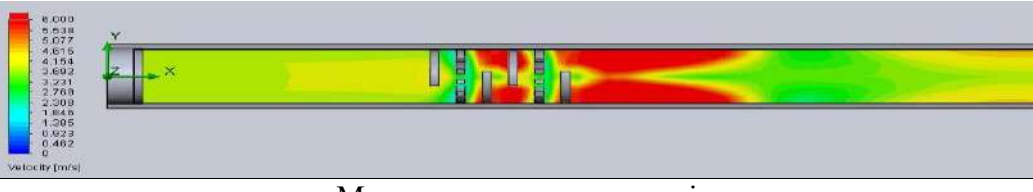
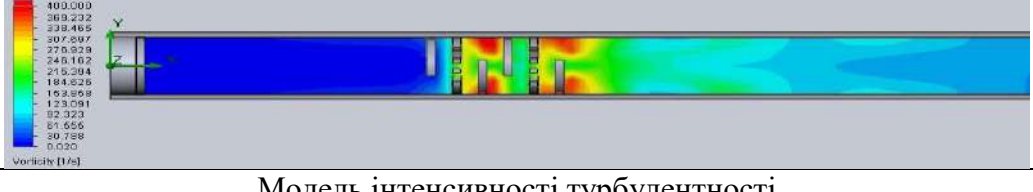
Середня швидкість турбулентного потоку:

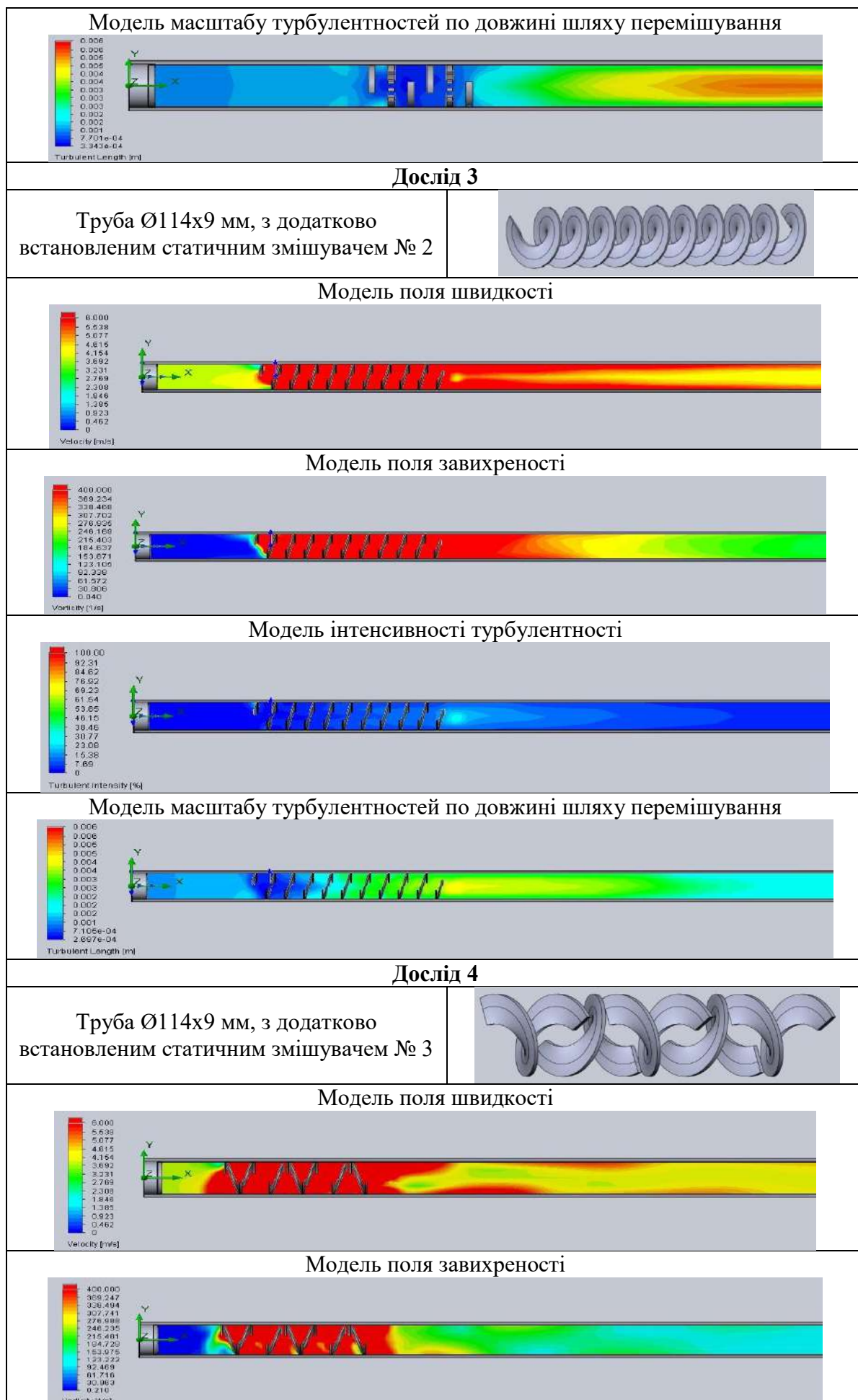
$$U \equiv \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2} \quad (5.24)$$

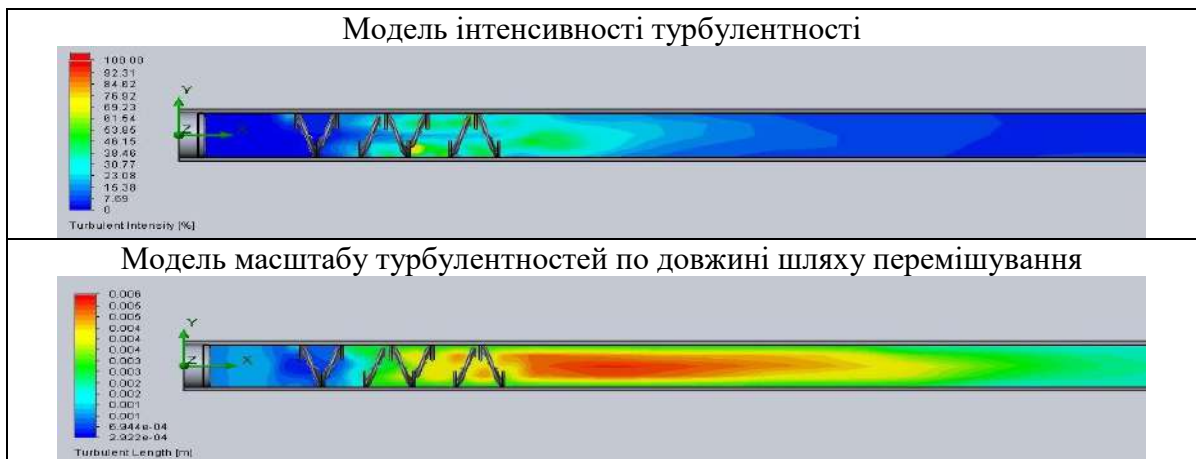
- поле масштабу турбулентностей по довжині шляху перемішування l_m (м).

Для отримання моделей зазначених параметричних полів вико ристано модуль Flow Simulation програмного середовища SolidWorks. Результати досліджень представлені в табл.5.2. Графіки зміни швидкості потоку бурового розчину по довжині трубопроводу (криві $v(L)$) представлені на рис. 5.40. Графіки зміни завихреності n (c^{-1}) відносно осі труби L (м), (криві $n(L)$) представлені на рис. 5.41. Графіки зміни інтенсивності турбулентності I (%) відносно осі труби L (м), (криві $I(L)$) представлені на рис. 5.42. Графіки зміни масштабу турбулентностей l_m (м) відносно осі труби L (м), (криві $l_m(L)$) представлені на рис. 5.43.

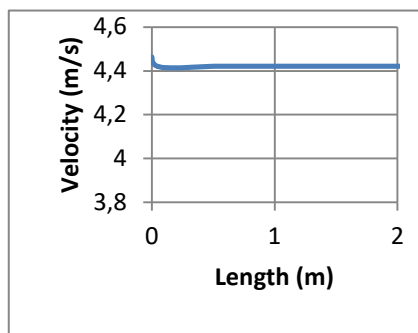
Таблиця 5.2 – Результати моделювання статичного змішувача за допомогою модуля Flow Simulation ресурсу SolidWorks

Номер дослідження та опис конструкції	
Дослід 1 – Труба Ø114x9 мм, без додатково встановленого статичного змішувача	
Модель поля швидкості	
	
Модель поля завихреності	
	
Модель інтенсивності турбулентності	
	
Модель масштабу турбулентностей по довжині шляху перемішування	
	
Дослід 2	
Труба Ø114x9 мм, з додатково встановленим статичним змішувачем №1	
Модель поля швидкості	
	
Модель поля завихреності	
	
Модель інтенсивності турбулентності	
	

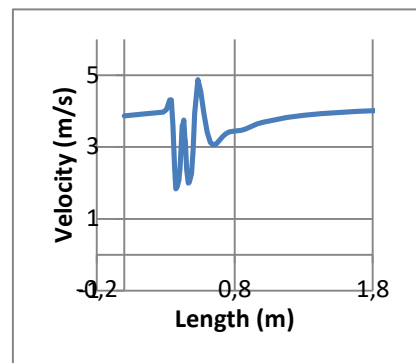




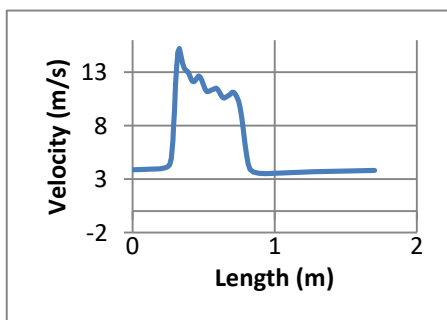
Одержані результати характеризують картину зміни турбулентності бурового розчину вздовж трубопроводу в місці установки статичного змішувача і в зоні трубопроводу за ним. Як бачимо, оцінки турбулентності, представлені кривими $n(L)$, $I(L)$ та $l_m(L)$ кореспондуються між собою (рис. 5.40-5.45). Середня колова швидкість рідини у вихорі потоку n , інтенсивність турбулентності I та масштаб турбулентностей l_m набувають максимальних значень в місці установки статичного змішувача, а далі зменшуються по довжині труби на відстані до 10 діаметрів труби (10D). Разом з тим, кожен з досліджених різновидів статичного змішувача по-різному впливає на окремі характеристики турбулентності.



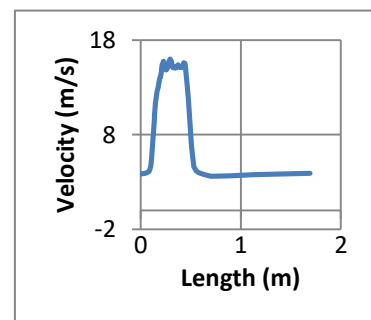
Дослід 1 (труба без статичного змішувача)



Дослід 2 (змішувач №1)



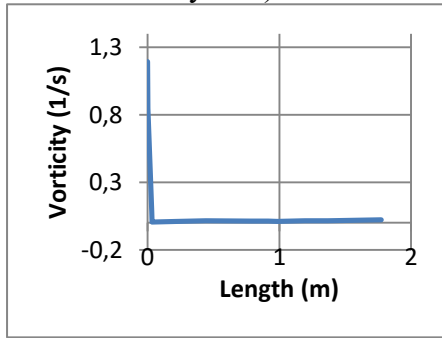
Дослід 3 (змішувач №2)



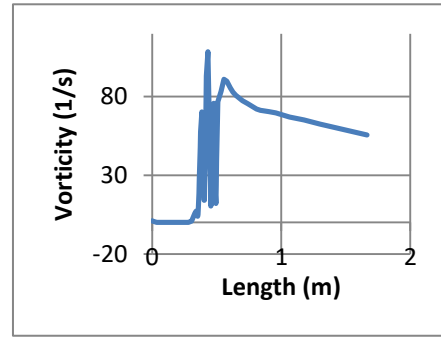
Дослід 4 (змішувач №3)

Рисунок 5.40. – Графіки зміни швидкостей v (м/с) відносно осі труби L (м), (криві $v(L)$)

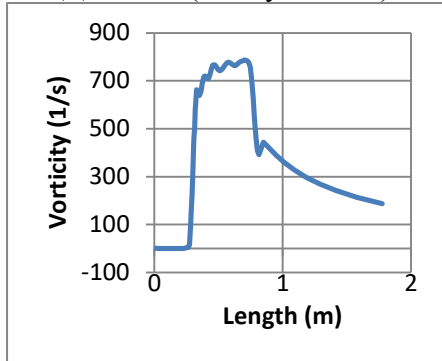
Дослід 1 (труба без статичного змішувача)



Дослід 2 (змішувач №1)



Дослід 3 (змішувач №2)



Дослід 4 (змішувач №3)

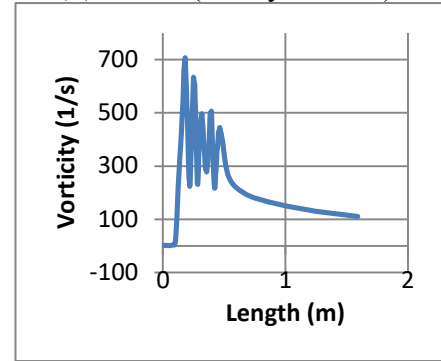
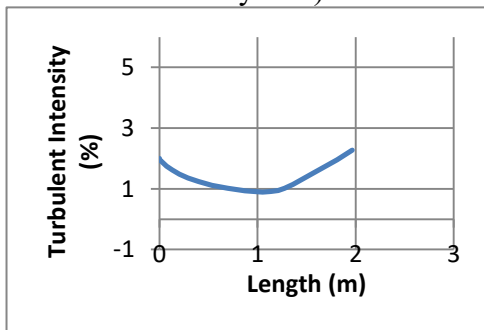
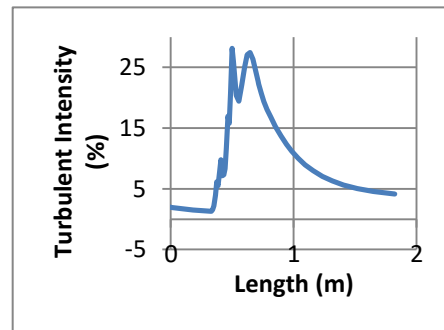


Рисунок 5.41. – Графіки зміни завихреності n (с^{-1}) відносно осі труби L (м), (криві $n(L)$)

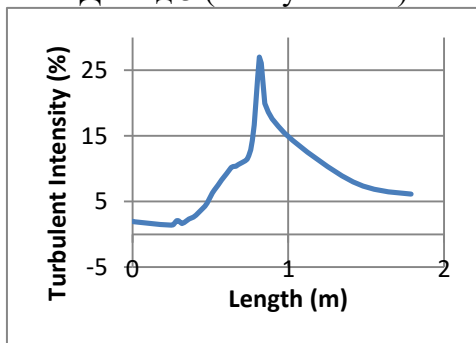
Дослід 1 (труба без статичного змішувача)



Дослід 2 (змішувач №1)



Дослід 3 (змішувач №2)



Дослід 4 (змішувач №3)

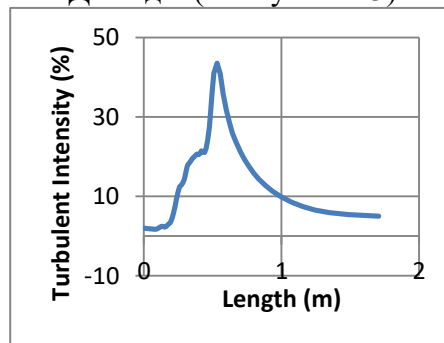
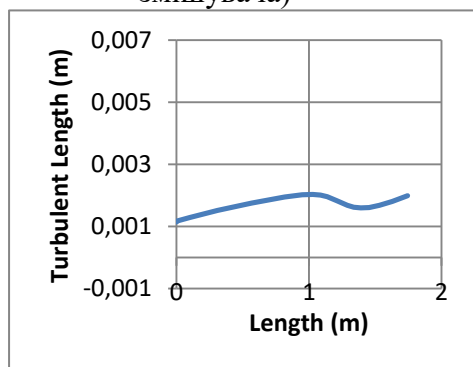
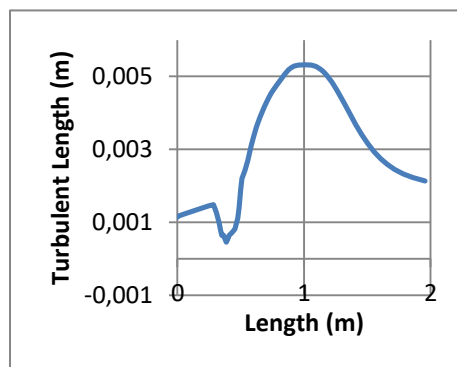


Рисунок 5.42 – Графіки зміни інтенсивності турбулентності I (%) відносно осі труби L (м), (криві $I(L)$)

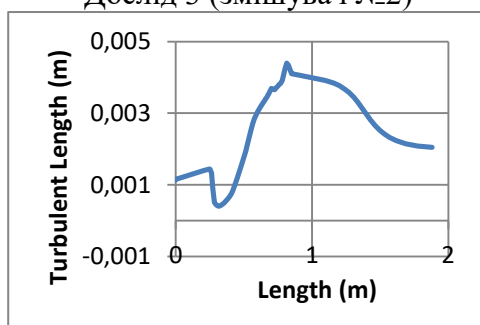
Дослід 1 (труба без статичного змішувача)



Дослід 2 (змішувач №1)



Дослід 3 (змішувач №2)



Дослід 4 (змішувач №3)

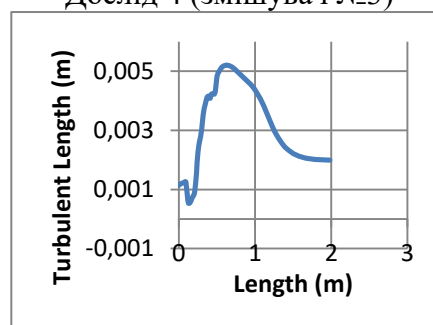


Рисунок 5.43. – Графіки зміни масштабу турбулентностей l_m (м) відносно осі труби L (м), (криві $l_m(L)$)

Максимальні та мінімальні значення параметрів швидкості v , завихреності n , інтенсивності турбулентності I та масштабу турбулентності l_m наведені в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3. – Максимальні та мінімальні значення параметрів

Параметр	№ досліду	Опис конструкції	Мах значення	Мін значення
Швидкість, v (м/с)	1	Труба, без статичного змішувача	4,43	4,41
	2	Зі змішувачем №1	4,88	1,83
	3	Зі змішувачем №2	15,19	3,53
	4	Зі змішувачем №3	15,99	3,59
Завихреність, n , c^{-1}	1	Труба, без статичного змішувача	1,19	0,01
	2	Зі змішувачем №1	108,5	0,01
	3	Зі змішувачем №2	786,5	0,01
	4	Зі змішувачем №3	706,4	0,97
Інтенсивність турбулентності I (%)	1	Труба, без статичного змішувача	2,27	0,89
	2	Зі змішувачем №1	28,13	1,28
	3	Зі змішувачем №2	27,01	1,41
	4	Зі змішувачем №3	43,53	1,73
Масштаб турбулентностей l_m , м	1	Труба, без статичного змішувача	0,0020	0,0011
	2	Зі змішувачем №1	0,0053	0,0005
	3	Зі змішувачем №2	0,0044	0,0004
	4	Зі змішувачем №3	0,0052	0,0005

Порівняльний аналіз кривих швидкості $v(L)$ показує, що змішувачі №2 і №3 вигідно відрізняються від змішувача №1, дають близькі значення характеристик поля швидкості потоку в трубі. Максимальна швидкість потоку для них знаходиться на рівні 15-16 м/с, мінімальна 3,5-3,6 м/с, що суттєво більше показників для змішувача №1 (відповідно 4,9 м/с та 1,8 м/с), а також у 3,5 рази переважає максимальну швидкість потоку без змішувача.

Аналіз кривих завихреності $n(L)$ показує, що найкращі дані демонструє змішувач №2 (максимально 786,5 с^{-1}), дещо гірші – змішувач №3 (706,4), на порядок нижчі характеристики маємо для змішувача №1 (108,5). При цьому змішувач №2 забезпечує стабільно високу завихреність у трубопроводі на ділянці довжиною 0,5 м. Для інших змішувачів крива $n(L)$ має нестабільний пульсуючий характер.

Порівняльний аналіз кривих зміни інтенсивності турбулентності $I(L)$ показує суттєву перевагу змішувача №3 (максимально 43,53%) і практичну паритетність результатів для змішувачів №1 і №2 (відповідно 28,13% і 27,01%).

Аналіз кривих зміни масштабів турбулентних завихрень вздовж трубопровода $l_m(L)$ показує практично однакову картину для всіх трьох змішувачів – діаметр вихорів у турбулентних потоках закономірно зменшується на ділянці після змішувача. Темп цих змін масштабу турбулентності ідентичний для конструкцій №1, №2 і №3.

Висновки по моделюванню статичних змішувачів

1. Статичні змішувачі є ефективними пристроями, які дозволяють збільшити турбулентність гідросуміші і при цьому мають ряд переваг: зокрема, велику кількість можливих варіантів конструктивного рішення, відсутність рухомих елементів, привода, енергоспоживання, можливість суміщення з гідро- та пневмо-транспортними мережами.

2. Виконані дослідження роботи трьох конструкцій статичного змішувача ньютонівської рідини з параметрами бурового розчину: густина – 1250 кг/м^3 , динамічна в'язкість – 0.02 $\text{Па}\cdot\text{с}$. із застосуванням модуля Flow Simulation програмного середовища SolidWorks дозволили одержати параметричні поля гідросуміші у робочій зоні труби, яка охоплює власне змішувач і відтинок труби за ним довжиною до 20 діаметрів труби: поле швидкостей гідросуміші v (м/с); поле завихреності n (с^{-1}); поле інтенсивності турбулентності I (%), поле масштабу турбулентностей по довжині шляху перемішування l_m (м).

3. За одержаними даними кращі технологічні характеристики перемішування бурового розчину забезпечують змішувачі №2 і №3, які рекомендовані для впровадження в системі приготування бурового розчину на ділянці змішування його з реагентами. Для них максимальна

швидкість пульпи складає 15,2-16 м/с, завихреність 786-706 с⁻¹, інтенсивність турбулентності 27-43,5%, масштаб турбулентностей $(4,4-5,2) \cdot 10^{-3}$ м.

5.2.8. Моделювання імпелерного перемішувача системи приготування бурового розчину¹⁴

Об'єкт моделювання

Перемішувач механічний бурового розчину ПБР-7,5 призначений для гомогенізації бурового розчину в ємності з метою запобігання відстою. Технічна характеристика перемішувача: діаметр лопаті 900 мм, редуктор черв'ячний універсальний, передавальне число 25, електродвигун потужністю 7,5 кВт, напруга 380 В, частота обертання вала двигуна 1500 хв⁻¹, частота обертання лопаті 60 ± 5 хв⁻¹. Передбачалася можливість регулювання частоти обертання імпелера мішалки.

Проблема зашламування резервуарів бурового розчину, що пов'язано з недостатньо ефективною його гомогенізацією – типова для сучасних циркуляційних систем при бурінні. Шламкові осади в практиці регенерації бурового розчину ліквідують розмивом гідромоніторами, застосуванням байпасів та іноді вручну – механічним руйнуванням спресованого осаду в застійних зонах

5.2.8.1. Приклад моделювання імпелерного перемішувача із застосуванням програми SolidWorks

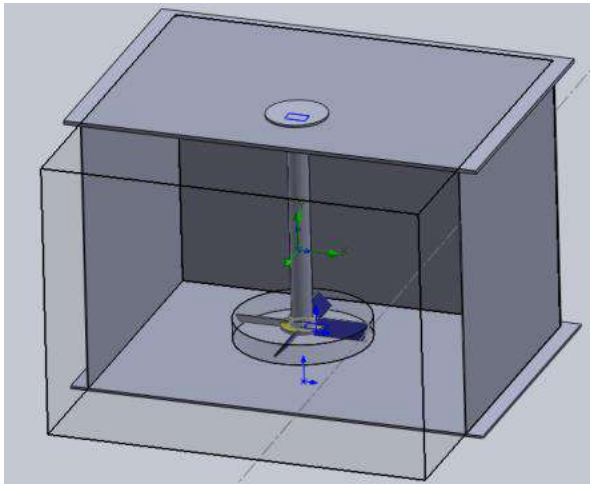
Мета моделювання одноімпелерної мішалки – її модернізація шляхом підбору імпелера, який забезпечує найбільш рівномірне поле швидкостей пульпи по всьому робочому простору резервуара.

Моделювання традиційної¹⁵ для циркуляційної системи бурового розчину конструкції одноімпелерної мішалки виконувалося за допомогою комп'ютерної системи Flow Simulation програмного середовища SolidWorks, що дає можливість моделювання процесів ламінарного та турбулентного протікання рідин. Моделювання виконувалося в два етапи

¹⁴ На основі досліджень: Модернізація змішувача ПБР-7,5 циркуляційної системи бурового розчину / В. С. Білецький, І. В. Олефір // Збірник факультету нафти і газу та природокористування Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. – Полтава : ПНТУ, 2016. – Вип. 9. – С. 50–55.

¹⁵ Моделювання «нетрадиційних» - багатоімпелерних мішалок виконано в нашій роботі: Білецький В.С., Міщук Ю.С. Застосування модуля Flow Simulation програмного середовища SolidWorks для дослідження і проектування гідро- та аеромеханічних пристроїв (на прикладі перемішувача «Турботрон») // Збагачення корисних копалин : Наук.-техн. зб. – 2016. – Вип. № 65 (105).

– спершу одержання статичної 3D моделі мішалки з турбінним імпелером з використанням для досліду різних конструкцій лопатей, а потім одержання динамічної картини поля швидкостей пульпи для різних конструкцій мішалок.



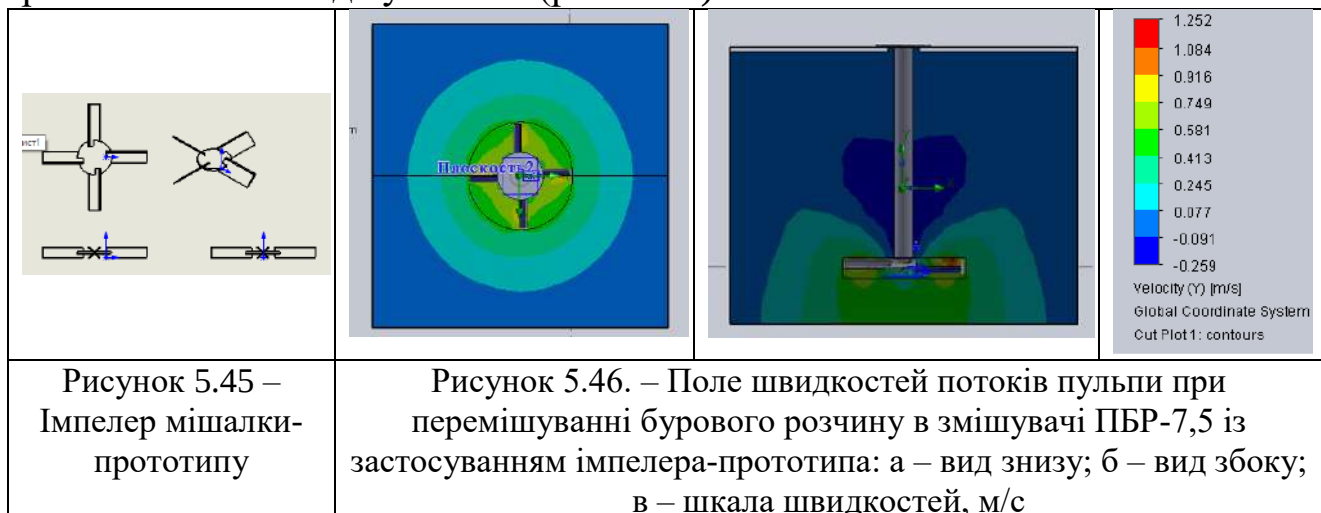
Задаємо розрахункову область по всьому об'єму резервуара, який дорівнює 20 м^3 . Вихідними фізичними характеристиками вказуємо типи потоку – ламінарний і турбулентний, адіабатичний процес.

Для лопатей вказуємо область обертання з кутовою швидкістю 75 хв^{-1} . Робоче середовище в резервуарі – буровий розчин густиною 1250 кг/м^3 . На рис. 1 показана одержана статична 3D-модель змішувача ПБР-7,5.

Рисунок 5.44.– Статична 3D-модель змішувача ПБР-7,5 в резервуарі 20 м^3

Для отримання об'єктивних результатів всі досліди проводилися в однакових термодинамічних умовах, габаритні розміри крильчатки і вала дорівнюють 900 мм і 1740 мм відповідно. Розміри перетину робочої ємності резервуара $3000 \times 3000 \text{ мм}$. Для дослідів було обрано напівзакриті турбіни, які зарекомендували себе в нафтохімічній промисловості.

Дослід 1. Об'єкт досліджень – пристрій-прототип. Обладнаний, стандартним відкритим чотирилопатевим імпелером з лопатями розташованими під кутом 45° (рис. 5.45).



Найбільша швидкість потоку бурового розчину спостерігається безпосередньо в зоні робочих лопатей імпелера – 1 м/с . Але об'єм цієї зони обмежений розмірами самого імпелера. Обширна зона підвищеної турбулентності зі швидкостями потоку пульпи $0,4\text{--}0,7 \text{ м/с}$ спостерігається між імпелером і дном резервуара. Але вона не досягає стінок резервуара.

Безпосередньо біля стінок резервуара швидкість пульпи відносно мала – від 0,077 м/с до 0, що свідчить про підвищену імовірність накопичення в цій зоні осадів твердої фази бурового розчину.

На рис. 5.46 показано поле швидкостей потоків пульпи при перемішуванні бурового розчину в змішувачі ПБР-7,5 і застосуванні імпелера-прототипа.

Дослід 2. Об'єкт досліджень – перший варіант модернізації. Напівзакритий турбінний імпелер з заокругленими лопатями розміщеними дугою до основи (рис. 5.47., 5.48.).



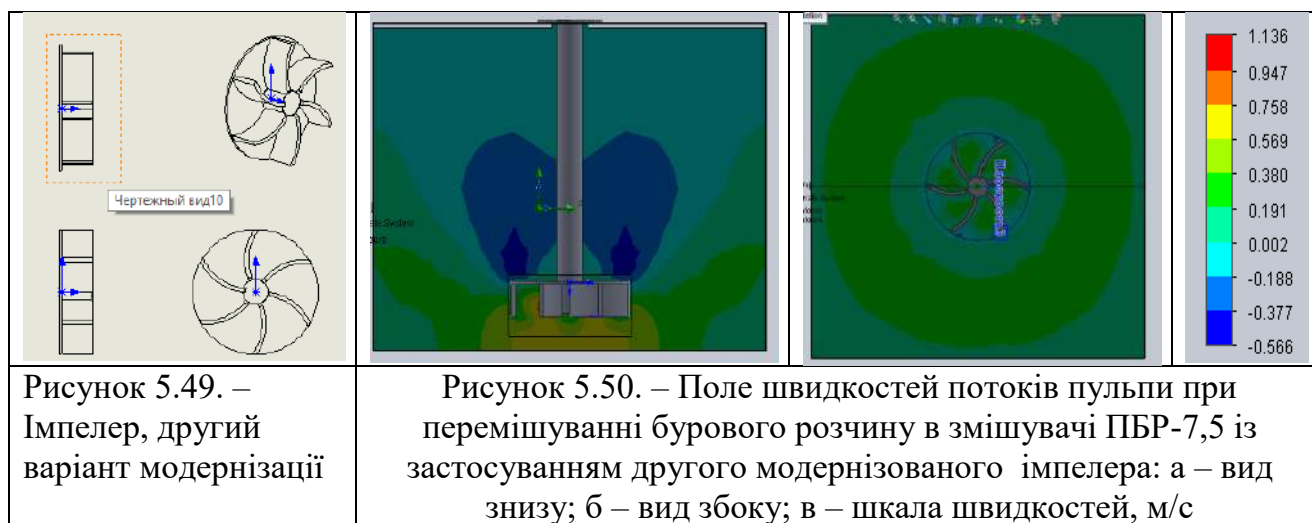
Найбільша швидкість потоку бурового розчину спостерігається робочій зоні імпелера і під ним –0,563 м/с до 0,736 м/с. Обширна зона підвищеної турбулентності зі швидкостями потоку пульпи 0,396-0,563 м/с спостерігається між імпелером і стінками резервуара, яка розширяється до стінок. При цьому швидкість падає в кутах резервуару до 0,044 м/с, що створює можливість осадів твердої фази бурового розчину в цій області.

Ці показники значно кращі ніж у прототипу, хоча не є оптимальними. На рисунку 5.48. показано поле швидкостей потоків пульпи при перемішуванні бурового розчину в змішувачі ПБР-7,5 і застосуванні першого модернізованого імпелера.

Дослід 3. Другий варіант модернізації. Напівзакритий турбінний імпелер з прямими лопатями розміщеними дугою до основи (рис. 5.49., 5.50.).

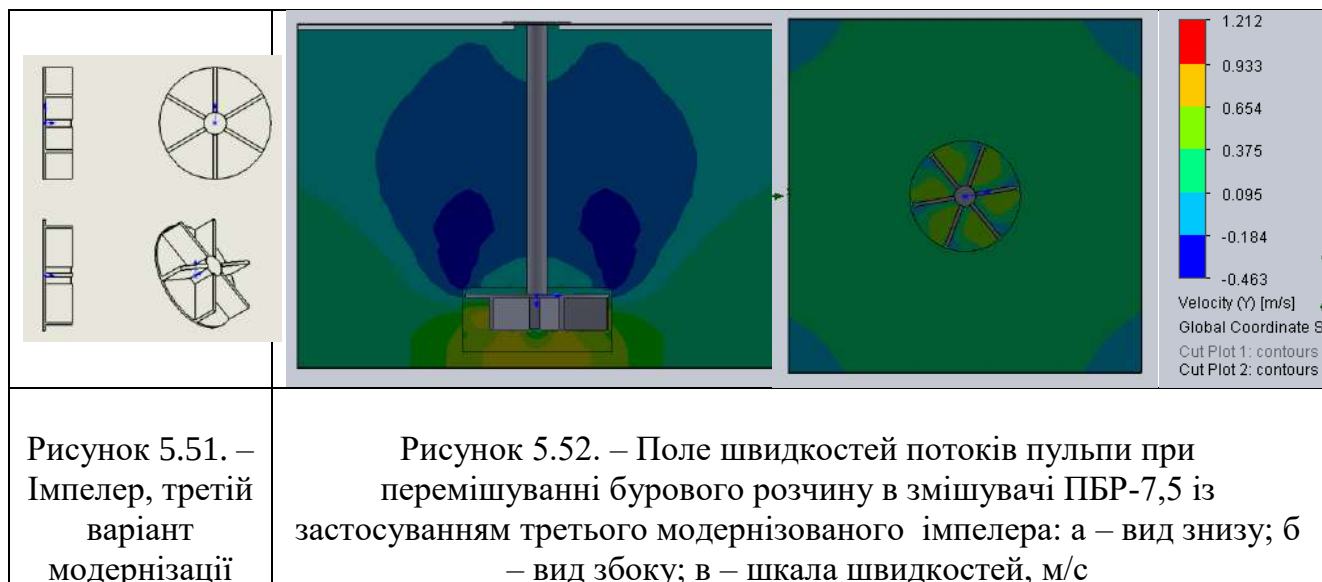
Найбільша швидкість потоку бурового розчину спостерігається робочій зоні імпелера і під ним – 0,569 м/с до 0,758 м/с. Значно більша зона турбулентності спостерігається, ніж у перших дослідях. В цій зоні швидкості потоку пульпи досягають 0,380-0,569 м/с. Швидкість біля стінок резервуару становить від 0,191 м/с до 0,380 м/с, при цьому в кутах

зменшиться можливість осаду. Одержані модельні дані показують, що заокруглення на вершині лопаті турбіни зменшує швидкість, що призводить до збільшення осадження крупних класів твердої фази пульпи.



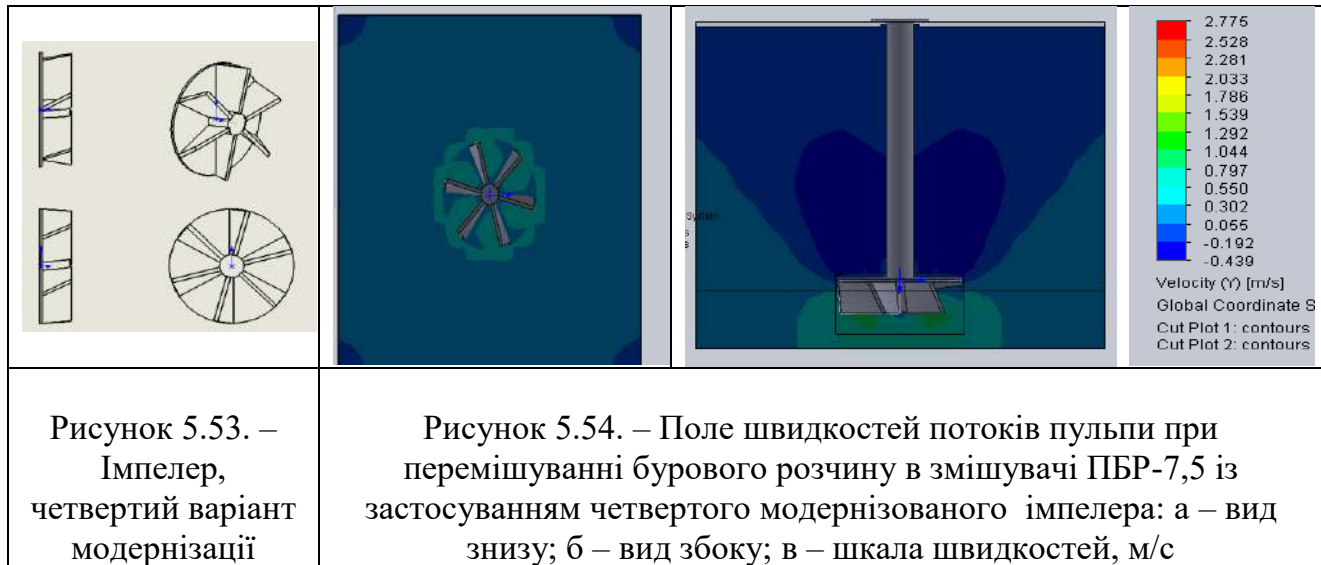
Дослід 4. Третій варіант модернізації. Напівзакрита турбіна з прямими лопатями розміщеними перпендикулярно до осі вала (рис. 5.51., 5.52.).

Найбільша швидкість потоку пульпи варіює від 0,654 м/с до 0,933 м/с, вона спостерігається в робочій зоні імпелера, і довкола неї на відстані від центру 1,6 м, і під ними. Хоча поле турбулентності значно більше ніж в попередніх дослідях і швидкість потоків пульпи в робочій зоні мішалки досягає 0,375 м/с, з'являються застійні зони в кутах резервуара.



Дослід 5. Четвертий варіант модернізації. Напівзакрита турбіна з прямими лопатями вершини яких відносно одна одної розташовані під кутом 15°. (рис. 5.53., 5.54.).

Найбільша швидкість потоку в робочій зоні імпелера і довкола неї 0,550 м/с до 0,797 м/с. Спостерігається велика зона підвищеної турбулентності, яка простягається до стінок резервуару. Швидкість в ній становить до 0,302 м/с, але з'являються застійні зони в кутах резервуару, хоча і менші ніж в досліді 4.



Аналіз одержаних результатів та раціональних конструктивних та експлуатаційних рішень.

Для аналізу одержаних результатів розрахуємо критичну швидкість бурового розчину, при якій втрачається його седиментаційна стійкість і зерна твердої фази починають осідати на дно резервуара. Ця швидкість є важливим критеріальним параметром мішалок, так як саме вона детермінує утворення зон можливого зашламування. У нашому випадку, так як крупність твердої фази бурового розчину після його очистки на віброситах, у циклонах і осадовій центрифугі складає не більше перших десятків мкм, критична швидкість пульпи дорівнює швидкості седиментації часток у дисперсійному середовищі¹⁶:

$$V_c = \frac{2r^2}{9\delta} (\rho - \rho_o)g. \quad (5.25)$$

Підставляючи відповідні значення маємо:

$$V_c = \frac{2 \cdot (40 \cdot 10^{-6})^2}{9 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} \cdot (2600 - 1250) \cdot 9,8 = 1,568 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}.$$

Після одержання і аналізу результатів було проведено порівняння прототипу і можливих модернізацій (табл. 5.4.).

¹⁶ Ходаков Г.С., Юдкин Ю.П., Седиментационный анализ высокодисперсных систем, М., 1981. – 192 с.

Таблиця 5.4.. Порівняльна характеристика досліджених варіантів конструкції мішалки

Варіант конструкції	Швидкість в робочій зоні імелера, м/с	Швидкість в пристінній зоні, м/с	Імовірність виникнення «мертвих зон»	Критична швидкість осадження твердої фази, м/с
Базовий	0,502- 0,749	0,070- 0	Висока	,568 · 10 ⁻³ м/с
Перший варіант модернізації	0,563- 0,736	0,217- 0	Мала	
Друга модернізація	0,569- 0,758	0,191- 0,380	Мінімальна	
Третя модернізація	0,468- 0,654	0,095- 0	Середня	
Четверта модернізація	0,550- 0,797	0,055- 0	Висока	

Базова конструкція і всі варіанти модернізації, як це витікає зі значень швидкості пульпи в робочій зоні імелера, що лежить в межах 0,468-797 м/с, забезпечують ефективне перемішування бурового розчину у робочій зоні.

Швидкість пульпи в пристінній зоні для базової конструкції і четвертого варіанта модернізації найменша і складає, відповідно, 0,07- 0 м/с і 0,055- 0 м/с. В результаті, імовірність виникнення в пристінній зоні і особливо в кутках резервуара «мертвих зон» велика. Другий варіант модернізації забезпечує суттєво більшу ніж критична швидкість пульпи по всьому робочому простору мішалки, зокрема, у пристінних зонах - 0,191- 0,380 м/с. Перший і третій варіант модернізації, хоч і кращі від базового, але не виключають випадіння твердої фази бурового розчину в кутках і пристінній зоні резервуара (швидкість пульпи в цих зонах відповідно по варіантах: 0,217- 0 м/с і 0,095-0 м/с).

Висновки по моделюванню імелерного перемішувача

Виконані дослідження методом комп'ютерного моделювання, а саме SolidWorks з модулем FlowSimulation, показали, що найкращим є другий варіант модернізації одноімелерної мішалки з прямокутним профілем резервуара, - турбіна з прямими лопатями розміщеними дугою до основи, - оскільки при її експлуатації відсутні застійні зони. Водночас, цей варіант забезпечує інтенсивне перемішування бурового розчину робочій зоні при швидкостях 0,569- 0,758 м/с.

5.2.9. Моделювання бурового ротора¹⁷

Об'єкт моделювання

Буровий ротор — механізм, який є багатофункціональним обладнанням бурової установки, що призначений для обертання бурильних труб і підтримки колони бурильних або обсадних труб при згвинчуванні й розгвинчуванні в процесі спуско-підймальних операцій у свердловині. Ротори бурових установок призначені для обертання вертикально підвішеної бурильної колони з частотою 30 — 300 хв⁻¹ при роторному бурінні та сприйняття реактивного крутного моменту при бурінні вибійними двигунами. Вони служать і для утримання маси колон бурильних або обсадних труб, які встановлюються на столі ротора на клинах або на елеваторі. Ротори також використовуються для відгвинчування та згвинчування труб у процесі спуско-підймальних, ловильних, ремонтних і аварійних робіт. Ротор являє собою конічний зубчастий редуктор, ведене конічне колесо якого насаджено на втулку, з'єднану зі столом. Вертикальна вісь стола ротора розташована по осі свердловини.

Існуюча на сьогодні конструкція бурового ротора не передбачає застосування у складі приводу *механізму реверса*.

5.2.9.1. Приклад моделювання бурового ротора із застосуванням програми SolidWorks

Моделювання застосовано при модернізації конструкції бурового ротора, шляхом встановлення механізму реверса. Модернізований ротор відрізняється тим, що у нього в приводній частині міститься механізм реверса, який виконується у вигляді вертикального вала з закріпленими на його кінцях конічними шестернями, встановленими з можливістю зачеплення з конічною ведучою шестернею приводу, що дає можливість здійснювати реверс напрямку обертання ротора (рис. 5.55).

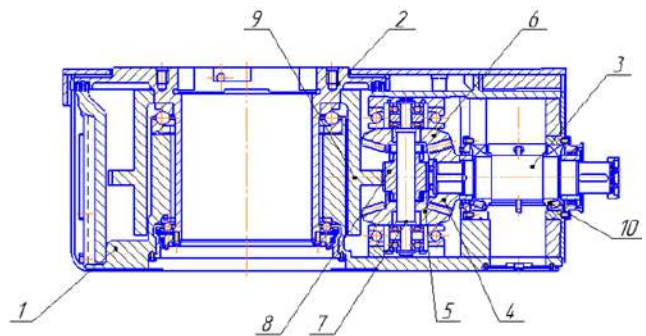


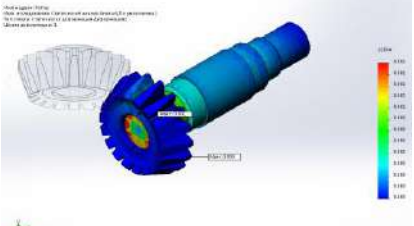
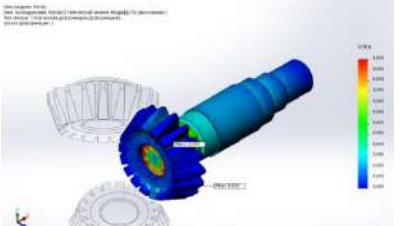
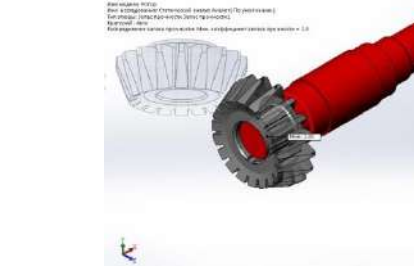
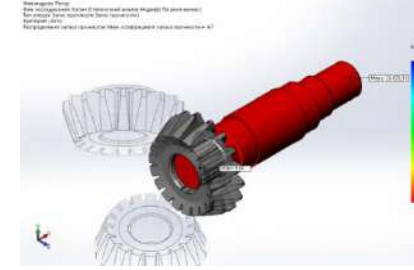
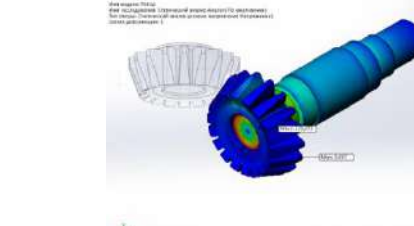
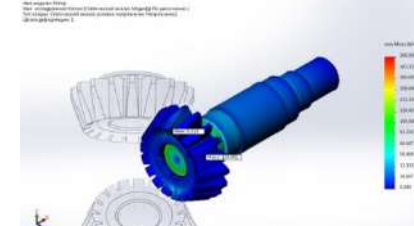
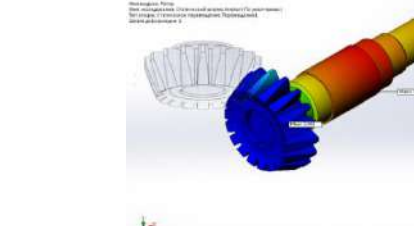
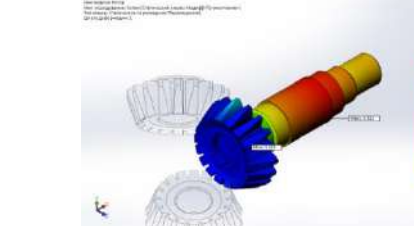
Рисунок 5.55. – Буровий ротор з механізмом реверсу (загальний вигляд):
1 – корпус; 2 – стіл; 3 – ведучий вал; 4 – конічна ведуча шестерня; 5, 6 – конічна шестерня; 7 – вал; 8 – зубчаста муфта; 9 – циліндрична шестерня; 10 – вилка

¹⁷ На основі досліджень: В.І. Дмитренко, М.І. Книш. Технологічний комплекс для буріння свердловин з розробленням та дослідженням бурового ротора / Збірник наукових праць студентів і викладачів. Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка. – Вип. 9. – Полтава: ПолтНТУ, 2016. – 174 с.

Для дослідження зусиль, які діють на вал бурового ротора обрано модуль SolidWorks Simulation з одержанням результатів аналога і модернізованого вала бурового ротора.

Порядок операцій при моделюванні: 1. Побудова 3D-моделі бурового ротора (наприклад, у КОМПАСІ чи SolidWorks); 2. Вибір матеріалу бурового ротора; 3. Вибір типу аналізу: статичний аналіз; 4. Фіксація бурового ротора; 5. Прикладення навантаження; 6. Задання параметрів сітки; 7. Створення сітки та запуск розрахунку. 8. Аналіз результатів.

На рис. 5.56-5.63 подані епюри навантажень аналога і модернізованої конструкції бурового ротора, по дії зусиль на вал бурового ротора.

	
Рисунок 5.56. – Статичний аналіз аналога, дослідження за деформацією	Рисунок 5.57. – Статичний аналіз модернізації, дослідження за деформацією
	
Рисунок 5.58. – Статичний аналіз аналога, дослідження за запасом міцності	Рисунок 5.59. – Статичний аналіз модернізації, дослідження за запасом міцності
	
Рисунок 5.60. – Статичний аналіз аналога, дослідження за напруженням	Рисунок 5.61. – Статичний аналіз модернізації, дослідження за напруженням
	
Рисунок 5.62. – Статичний аналіз аналога, дослідження за переміщенням	Рисунок 5.63. – Статичний аналіз модернізації, дослідження за переміщенням

Аналіз одержаних епюр рис. 5.56-5.63 показує:

- запас міцності модернізованої конструкції збільшився майже в 2 рази;
- напруження на валу бурового ротора зменшилися в 1.5 рази;
- зменшилася чутливість до деформації по переміщенню.

Таким чином, аналіз модельних епюр навантажень аналога і модернізованої конструкції бурового ротора дозволяє констатувати, що модернізація дозволяє збільшити строк служби бурового ротора за рахунок зменшення навантаження на робочі частини ротора, а звідси – збільшення міжремонтного періоду.

5.3. Моделювання процесів видобування вуглеводневих флюїдів. Серія програм Petex IPM.

Загальна характеристика

Станом на 2020-ті роки лідируючим пакетом програмного забезпечення в нафтогазовій галузі, який дозволяє моделювати весь технологічний ланцюг процесів видобутку від продуктивного пласта до систем поверхневого облаштування, є серія програм Petex IPM (Petroleum Experts Integrated Production Modelling – Інтегроване Моделювання Розробки від Petroleum Experts)^{18 19}. Назва «Petex» від назви компанії-розробника Petroleum Experts.

Серія програм **Petex IPM** поєднує програми **GAP, PROSPER, MBAL, REVEAL і PVTP** і постійно доповнюється та вдосконалюється. Використовуючи Petex IPM інженер, за наявними геолого-промисловими даними, може створювати комплексні моделі родовищ, виконувати попередню адаптацію моделей пласта, свердловин і системи трубопроводів. Petex IPM дозволяє оптимізувати всю систему і використовувати модель для прогнозу видобутку. Ресурс RESOLVE²⁰ розширює інтеграцію, контроль і оптимізацію для родовищ які включають моделі пласта-колектора і системи промислової підготовки, виконані в програмних пакетах сторонніх розробників.

Програми, що входять до складу IPM дозволяють отримати швидкі надійні результати і прийняті в якості галузевого стандарту найбільшими операторами по всьому світу. Понад 320 нафто- і газодобувних, а також сервісних компаній, використовують IPM у усьому світі.

¹⁸ Petex створений у 1990 р. з метою забезпечення найкращого у своєму класі програмного забезпечення, яке дозволило б різним дисциплінам проводити дослідження поведінки параметричних полів, а також проектувати та оптимізувати системи видобутку флюїдів.

¹⁹ INTEGRATED PRODUCTION MODELLING. URL:

<http://itps.com/uploads/files/Petex%20IPM%20Brochure%20RUS.pdf>

²⁰ RESOLVE IPM – Контролер IPM. Сполучна ланка між IPM і програмами сторонніх розробників

Використання OpenServer дозволяє безпосередньо підключати додатки IPM до технологічних процесів компанії, що дозволяє більш ефективно організувати схему роботи.

Petex IPM забезпечує:

- Швидку і надійну оптимізацію та прогноз видобутку вуглеводневих флюїдів
- Моделювання одно- або багатоколекторних покладів з гідродинамічної зв'язком
- Моделювання багатовибійних і горизонтальних свердловин з урахуванням втрат тиску в горизонтальній секції стовбура, а також з урахуванням взаємовпливу перфорованих інтервалів свердловини
- Проектування і діагностика свердловин з механізованим видобутком, включаючи свердловини з електро-відцентровими, гідропоршневими, гвинтовими, струминними і штанговими насосами, а також свердловини з постійним і періодичним газліфтом.
- Детальне проектування і розрахунок технічних показників роботи трубопроводів: режим течії, розміри і частота водяних або газових пробок, аналіз стійкості течії.
- Моделювання систем поверхневого облаштування: мережі трубопроводів, насосних і компресорних станцій, багатотрубних і замкнутих нафтозбиральних систем.
- Моделювання свердловин, оснащених пристроями управління припливом (ICD, ICV)

Кореляції розроблені Petroleum Experts визнані кращими в своєму класі і дозволяють отримати стійкі рішення для найбільш складних випадків експлуатації нафтогазовидобувних підприємств.

RESOLVE.

IPM – Контролер IPM. Сполучна ланка між IPM і програмами сторонніх розробників

RESOLVE дає можливість з'єднувати і здійснювати централізований контроль декількох додатків, аналізувати і оцінювати вплив на прогноз видобутку всіх заходів на родовищі, від свердловин до систем переробки і економіки проекту. Дозволяє оптимізувати всю систему – системи видобутку і нагнітання – одночасно з вивченням маршрутизації. Кожна програма працює автономно, в той час як RESOLVE відповідає за синхронізацію, передачу даних, черговість завдань, представлення результатів, збір даних і глобальну оптимізацію (рис. 5.64).

Моделі можуть бути розподілені по мережі і використовувати різні операційні системи, Windows, Linux, Unix або кластерні системи.

Розрахунок індивідуальних компонентів (моделей) системи може проводитися на віддалених комп'ютерах. Це створює додаткову зручність

при використанні чисельних симуляторів, які можуть вести розрахунок паралельно на декількох комп'ютерах або на 64х розрядних системах.

RESOLVE може використовуватися як інтерфейс для з'єднання додатків різних розробників або програм пакета IPM. Взаємодія з клієнтськими додатками будується на основі драйверів, які представляють собою бібліотеки (.dll), запрограмовані для з'єднання з RESOLVE.

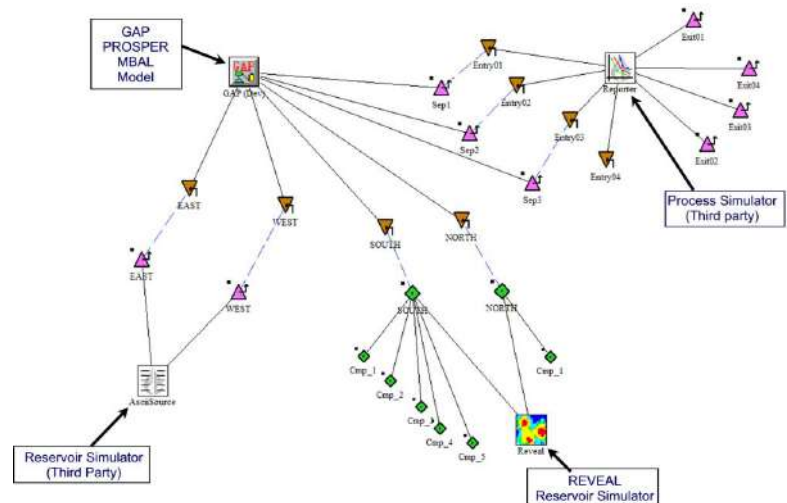


Рисунок 5.64. – Фрагмент поєднань RESOLVE

GAP IPM – багатофазний оптимізатор системи видобутку. Оптимізація системи видобутку та прогноз.

GAP – програма, призначена для оптимізації нафто- і газозбиральних мереж, яка дозволяє об'єднати PROSPER і MBAL для створення повної моделі родовища від пласта до системи видобутку. GAP дозволяє моделювати системи видобутку для нафтових, газових і газоконденсатних родовищ, а також системи нагнітання газу і води.

GAP дає можливість інженеру створювати моделі родовищ, що включають продуктивні пласти, свердловини і наземні трубопроводи, а також системи нагнітання рідини в пласт. Добувна та нагнітальна системи можуть бути оптимізовані з метою максимального збільшення припливу або економічної вигоди з урахуванням накладених проектних обмежень. Крім того, існує можливість прогнозу видобутку з урахуванням зміни параметрів покладу і умов експлуатації.

ОБЛАСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ

- Проектування мережі поверхневих трубопроводів
- Можливість включити моделі фонтануючих свердловин і свердловин з механізованим видобутком – газліфтом, відцентровими, кавітаційними, гідравлічними, струминними і штанговими насосами в єдину систему
- Вивчення оптимізації родовищ зі змішаним типом свердловин
- Оптимізація замкнутих нафтозбиральних систем
- Швидкий і надійний нелінійний алгоритм оптимізації
- Розрахунок параметрів гирлових штуцерів свердловин для

забезпечення плану контролю за розробкою родовища

➤ GAP забезпечує зв'язок між PROSPER і MBAL що дозволяє моделювати і оптимізувати всю систему видобутку протягом життя родовища

➤ Вивчення стійкості течії, включаючи гідратоутворення і випадання солей

➤ Моделювання відцентрових і поршневих компресорних і насосних станцій

➤ Моделювання СПГ

➤ Прогноз видобутку

➤ Використання програмованих елементів

➤ Використання компонентної моделі флюїду від пласта колектора до систем промислової підготовки

➤ Моделювання CO₂

➤ Легкий у використанні графічний інтерфейс для створення моделі родовища (використання символічних піктограм для сепараторів, компресорів, трубопроводів, маніфольдів і свердловин, лінійних штуцерів і покладів)

GAP був розроблений для усунення штучних граничних умов у пластових, свердловинних і поверхневих мережевих моделях шляхом створення інтегрованих моделей з використанням інструментів Petex. Він здатний розглянути багатофазну мережеву реакцію кількох свердловин (з різними PVT), де реакція однієї свердловини могла б вплинути на видобуток іншої (тобто реакція протитиску). Сьогодні GAP – це найскладніший стаціонарний багатофазний оптимізатор мережі, який існує в галузі, з багатьма запатентованими функціями, які дозволяють інженерам максимізувати видобуток з нафтових і газових родовищ у всьому світі. GAP став інструментом вибору для понад 420 нафтових компаній у більш ніж 80 країнах світу та корпоративним стандартом для всіх суперсервісів у галузі інтегрованого моделювання.

GAP враховує всю фізику, яка присутня в системі, і працює, отримуючи інформацію з усіх частин системи, виконуючи динамічні розрахунки на фізичних моделях (для трубопроводів, дроселів, свердловин, компресорів тощо), або використовуючи попередньо розраховані відповіді (наприклад, криві підйому).

PROSPER.

IPM – свердловини. Системний аналіз видобутку.

PROSPER – програма для розрахунку, проектування і оптимізації свердловин, яка є частиною пакета IPM. Програма є галузевим стандартом для моделювання свердловин серед найбільших компаній по всьому світу (рис. 5.65.).

PROSPER включає опис властивостей пластової рідини (PVT), розрахунок робочих характеристик НКТ та індикаторних діаграм.

PROSPER дає унікальні можливості з калібрування властивостей пластового флюїду, багатозначних кореляцій та індикаторних діаграм за наявними

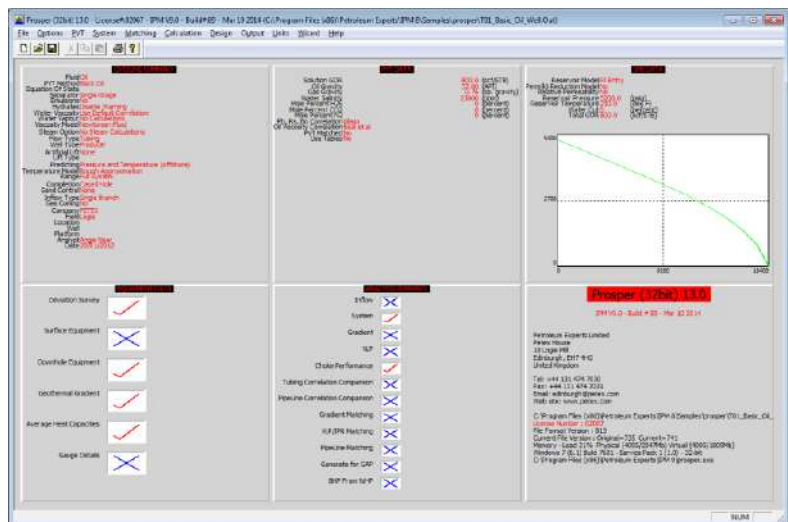


Рисунок 5.65. – Вікно програми PROSPER

дозволяє отримати узгоджену модель свердловини, яка може бути використана для прогнозу видобутку.

PROSPER дозволяє проводити детальний розрахунок і проектування трубопроводів: режими течії, індикатор гідратоутворення, вивчення стабільності, розрахунок розмірів і частоти пробок.

ОБЛАСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ

- Проектування та оптимізація завершення свердловини включно багатовибійні, багатопластові і горизонтальні свердловини
- Проектування та оптимізація тюбінгу і трубопроводів
- Проектування, діагностика та оптимізація газліфтних свердловин, свердловин обладнаних гідравлічними, кавітаційними, струминними і відцентровими насосами
- Вивчення безперервності припливу – свердловини і поверхневі трубопроводи
- Розрахунок робочих характеристик НКТ для використання в програмах чисельного моделювання покладів
- Розрахунок падіння тиску в свердловинах, трубопроводах і штуцерах
- Розрахунок температури флюїду (свердловини і трубопроводи)
- Контроль роботи свердловин для виявлення свердловин, що потребують ремонту
- Розрахунок параметрів перфорації – SPOT
- Розрахунок сумарного скін-фактора та індивідуальних значень (скін в зв'язку з погіршенням фільтраційних властивостей, скін викликаний нахилом свердловини, неповним розкриттям пласта)
- Унікальна модель "нелеткої" нафти для газоконденсату, що враховує випадання конденсату в стовбурі свердловини
- Розподіл видобутку між свердловинами

МОДЕЛІ ІНДИКАТОРНИХ ДІАГРАМ (IPR)

- Багатовибірної свердловини
- Прості свердловини з єдиним стовбуром
- Кілька спеціальних моделей припливу для різних типів флюїду
- Модуль для розрахунку швидкості течії рідини крізь гравійний фільтр
- Врахування зниження проникності при ущільненні колектора
- Врахування турбулентної багатофазної течії крізь гравійний фільтр

MBAL.

IPM - Пласт-колектор. Програмний пакет аналізу динаміки пласта.

Програма MBAL містить класичні інженерні інструменти розробки родовищ, які використовують аналітичні методи для аналізу динаміки флюїду в пласті.

MBAL використовує методи матеріального балансу, включає велику кількість інновацій компанії Petroleum Experts, які недоступні в інших програмах подібного роду.

Ефективна розробка родовища передбачає знання фізики пласта і системи видобутку. MBAL допомагає інженеру визначити механізм видобутку і обсяг запасів нафти і газу. Це необхідні умови для успішного моделювання родовища.

Для родовищ, що знаходяться на стадії розробки, MBAL надає широкий набір методів адаптації моделі за геолого-промисловими даними.

ОБЛАСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ

- Адаптація моделі покладу за наявними промисловими даними для визначення запасів вуглеводнів і механізму витіснення
- Побудова багатоколекторних моделей родовища
- Прогноз динаміки видобутку
- Аналіз сценаріїв розробки родовища
- Визначення щоденної контрактної кількості газу
- Моделювання динаміки експлуатації газоконденсатних родовищ в режимі виснаження і рециркуляції
- Аналіз кривої падіння видобутку
- Моделювання методом Монте-Карло
- Моделювання процесу лінійного заводнення
- Моделювання видобутку газу в щільних породах
- Видобуток метану з вугільних пластів
- Калібрування відносної проникності за даними видобутку
- Контроль змішування компонент
- Контроль рециркуляції газу
- Використання композиційної моделі флюїду

MBAL володіє логічним і покроковим інтерфейсом, який поступово направляє інженера від процесу адаптації моделі до прогнозу видобутку. Програма проста у використанні і легка в навчанні. MBAL дає можливість інженеру калібрувати PVT кореляції для отримання відповідності з промисловими даними. Це дозволяє уникнути помилок в розрахунках між різними етапами моделювання.

REVEAL.

IPM – Симулятор. Спеціалізований чисельний симулятор пласта.

REVEAL – спеціалізована система чисельного моделювання пласта-колектора, що моделює процеси у привибійній зоні свердловини, включаючи зміни рухливості і приймальності. Точно моделюються температурні і хімічні процеси, ефекти, які можуть виникнути при нагнітанні флюїду відмінного за властивостями і температурі від пластового.

Закачування хімічних речовин або флюїдів при температурі відмінної від пластової може суттєво впливати на рухливість пластового флюїду і, отже, на приймальність і обсяги видобутку. Приймальність також буде залежати від перфорації, включаючи можливість гідророзриву пласта.

ОБЛАСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ

- Термальне чисельне моделювання пласта-колектора
- Термальний розрив пласта
- Запомповування пари – гравітаційне дренавання із застосуванням пари (SAGD)
- В'язка нафту
- Хімічний розрахунок
- Хімічний склад води
- Окиснення нафти в пласті
- Полімерне заводнення
- Заводнення з використання ПАР
- Геомеханічне моделювання
- Гідророзрив пласта
- Винесення піску
- Утворення глинистого фільтра
- Моделювання складних свердловин
- Пристрої контролю припливу (ICD, ICV)
- Гравійна набивка
- Нагнітання пари і розрахунок зміни паровмісту
- Подвійні паралельні НКТ

Модель закачування пари може бути використана для моделювання циклічної обробки свердловини парою при гравітаційному дренаванні (рис. 5.66.).

КОНТРОЛЬ РУХЛИВОСТІ

Зміна температури і в'язкості флюїду з температурою також позначається на приймальності свердловини і відносних фазових проникностях нафти і води. Ці зміни враховуються REVEAL при моделюванні.

REVEAL також враховується зміна рухливості гелів, полімерів, піни, що нагнітаються в пласт для поліпшення заводнення або уникнення прориву води.

Програма REVEAL дозволяє моделювати аномально в'язкі (неньютонівські) нафти, де динамічна в'язкість зменшується при збільшенні напруження зсуву.

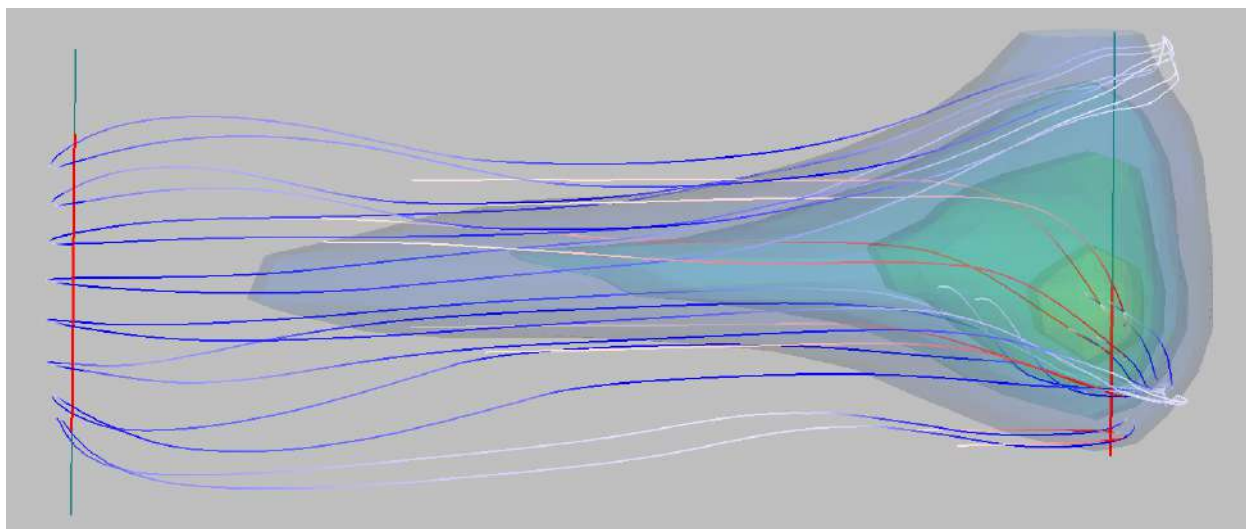


Рисунок 5.66. – Модель витіснення нафти парою з лініями течії води і пари.

Капілярне витіснення, пов'язане зі зміною поверхневого натягу, може бути враховано REVEAL як функція числа капілярності²¹ при додаванні ПАР, а також при зміні поверхневого натягу з температурою, тиском або газовим фактором²².

REVEAL може врахувати гістерезис кривих фазової проникності при циклічному заводненні. Для REVEAL доступні моделі дисперсії і дифузії для відстеження трасуючих компонентів. Програма також включає опції підігріву стовбура свердловини для моделювання зменшення в'язкості навколосвердловинного флюїду. Зокрема, програма моделює мікрохвильові і електричні нагрівачі.

²¹ Число капілярності (C_r або C_a) — критерій подібності у гідродинаміці, що ґрунтується на співвідношенні між в'язким тертям і поверхневим натягом.

²² Газовий фактор — вміст газу в продукції нафтовидобувних свердловин. Вимірюється в $\text{м}^3/\text{м}^3$, $\text{м}^3/\text{т}$.

PVTP

ІРМ – Флюїди. Термодинаміка пластового флюїду.

Знання властивостей флюїду є основною вимогою для всіх аспектів розробки родовища, видобування і переробки вуглеводнів.

PVTP дозволяє уточнювати рівняння фазового стану (РС) для отримання відповідності з лабораторними даними (рис. 5.67). Відкалібровані РС може бути використано для моделювання процесів у покладі, а також процесів видобутку, які впливають на вибір обладнання й ефективність вилучення вуглеводнів.

Результати досліджень пластових флюїдів об'єднуються в єдиний проект, що дозволяє користувачеві створювати повну картину пластової системи.

Логічна структура PVTP допомагає інженеру в процесі характеристики флюїду, який включає калібрування РС для отримання відповідності з лабораторними даними як в пластових умовах так і в умовах промислової підготовки.

PVTP може бути використаний для розрахунку таблиць властивостей флюїду, флюїду з меншим числом компонентів або параметрів калібрування (T_c , P_c і коефіцієнтів бінарної взаємодії) для використання при моделюванні пласта-колектора або вузловому аналізі.

PVTP був вдосконалений для врахування твердого осаду, гідратів і асфальтенів, а також розрахунку тиску гідратоутворення, пригнічення гідратів, температури початку кристалізації парафінів і температури випадання парафінів.

При розробці інтегрованої моделі родовища від пласта-колектора до систем промислової підготовки, дуже важливо мати узгоджену модель флюїду.

ОБЛАСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ

- Характеризація флюїдів
- Рекомбінація проб флюїду взятих з сепаратора
- Визначення положення газонафтового контакту
- Оптимізація стадій сепарації
- Прогноз фазового стану
- Дослідження здатності нафти розчиняти газ при тиску вище тиску насичення
- Моделювання твердої фази (гідратів і парафінів)
- Моделювання процесу витіснення нафти на моделі у вигляді тонкої трубки, заповненої піском
- Структурний підхід до процесу очищення проби від домішок, полегшує проблему аналізу проб забруднених домішками

- Рекombінація і перевірка коректності даних PVT
- Моделювання лабораторних тестів
- Підбір відповідності з пластовим властивостям і результатами диференціального розгазування одночасно
- Калібрування рівнянь стану (PC) для прямого використання в програмі моделювання свердловин PROSPER
- Розрахунок даних калібрування моделі "нелеткої" нафти для газоконденсату, яка використовується в програмі матеріального балансу MBAL
- Створення стислої і розгорнутої композиційних моделей флюїду

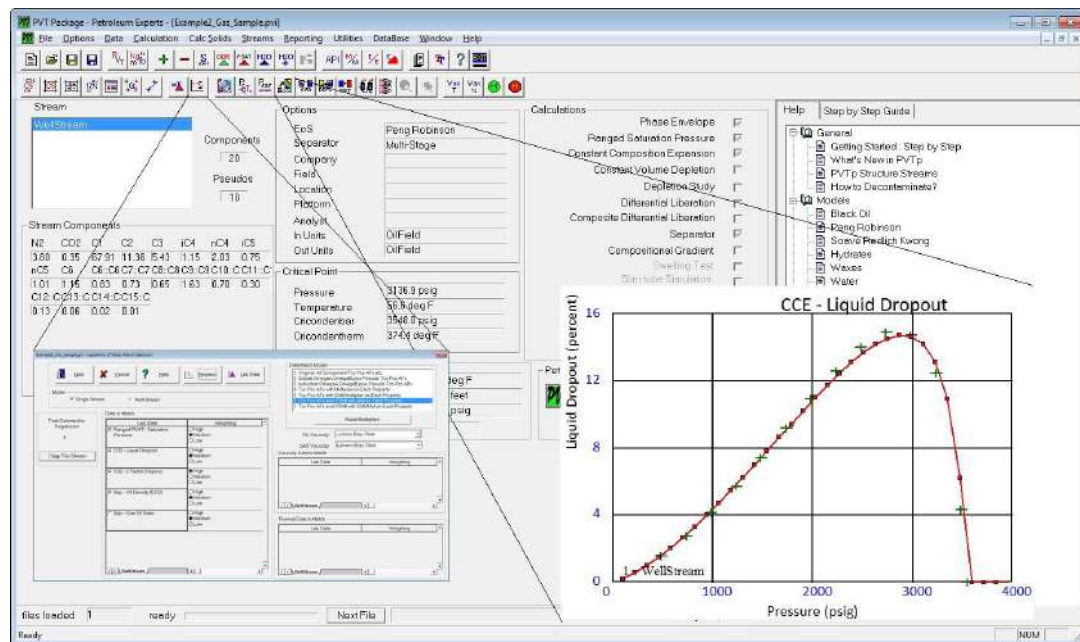


Рисунок 5.67. – Вікно програми **PVTP**

(Lumping / Delumping) з можливістю переходу від однієї моделі до іншої. Подібна подвійна модель флюїду далі може використовуватися в інтегрованій моделі від пласта (стисла композиція) до переробки (розгорнута композиція).

OpenServer

З'єднання з програмами сторонніх розробників

OpenServer дозволяє використовувати відкриту архітектуру серед всіх додатків Petroleum Experts. Це дає можливість безпосереднього доступу і контролю програм за допомогою сторонніх додатків.

Додатки доступні для OpenServer включають:

- Електронні таблиці, що використовують сценарії і макроси для розрахунків на основі результатів IPM
- Економічні програми

- Бази даних
- Системи контролю розробки родовища
- Внутрішні і приватні додатки компаній

Зокрема, OpenServer дозволяє використовувати інші програми (такі як Excel або програми написані на VisualBasic) для доступу до відкритих функцій програм Petroleum Experts. Стороння програма в автоматичному режимі може використовувати програми Petroleum Experts для розрахунків.

OpenServer може бути використаний для запуску програми Petroleum Experts спільно з іншими додатками і обміну даних між ними.

Запитання для контролю знань студентів

1. *Описати геологічні та гідродинамічні моделі нафтогазового родовища. Назвати основні програмні продукти, які забезпечують це моделювання. Описати порядок і результати моделювання.*
2. *Описати застосування програми Petrel для геологічного моделювання.*
3. *Описати і охарактеризувати моделювання процесу буріння свердловин.*
4. *Описати і охарактеризувати моделювання трубопровідного транспорту.*
5. *Описати і охарактеризувати моделювання свердловинних пакерів.*
6. *Описати і охарактеризувати моделювання гвинтового вибійного двигуна.*
7. *Описати і охарактеризувати моделювання гідроциклона системи очищення бурового розчину.*
8. *Описати і охарактеризувати моделювання знакозмінних навантажень у бурильних трубах під час спуско-підіймальних операцій.*
9. *Описати і охарактеризувати моделювання статичного змішувача системи приготування бурового розчину.*
10. *Описати і охарактеризувати моделювання імперного перемішувача системи приготування бурового розчину.*
11. *Описати і охарактеризувати моделювання бурового ротора.*
12. *Описати моделювання процесів видобування вуглеводневих флюїдів із використанням пакету програм Petex IPM.*

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А Густина і твердість мінералів

Мінерал	Хімічний склад		Густина кг/м ³	Твердість (по Моосу)
	формула	вміст, %		
1	2	3	4	5
<u>Алмаз</u>	C	100,0 C	3500	10,0
<u>Алюміній</u>	Al	100,0 Al	2600	2,9
Андалузит	Al ₂ O ₃ ·SiO ₂	63,2 Al ₂ O ₃	3200	7,0
Каолін	Al ₂ O ₃ ·2SiO ₂ ·2H ₂ O	39,5 Al ₂ O ₃	2600	2,3
Корунд	Al ₂ O ₃	100,0 Al ₂ O ₃	4000	9,0
Шпінель	MgO·Al ₂ O ₃	71,8 Al ₂ O ₃	3800	8,0
<u>Барій</u>	Ba	100,0 Ba	3600	3,5
Барит	BaSO ₄	65,7 BaO	4500	3,7
Вітерит	BaCO ₃	82,7 BaO	3750	4,2
<u>Вольфрам</u>	W	100,0 W	19000	7,5
Вольфраміт	(Fe, Mn) WO ₄	74,0 WO ₃	7000	6,0
Гюбнерит	MnWO ₄	75,0 WO ₃	7400	4,5
Ферберит	FeWO ₄	76,3 WO ₃	7000	4,5
Шеєліт	CaWO ₄	80,6 WO ₃	6000	5,0
<u>Залізо</u>	Fe	100,0 Fe	7800	4,5
Гематит	Fe ₂ O ₃	70,0 Fe	5100	6,0
Гетит	Fe ₂ O ₃ ·H ₂ O	63,0 Fe	3800	5,0
Лімоніт	2Fe ₂ O ₃ ·3H ₂ O	66,5 Fe	3800	5,4
Магнетит	Fe ₃ O ₄	72,4 Fe	5100	6,0
Пірит	FeS ₂	46,6 Fe	5100	6,3
Сидерит	FeCO ₃	48,3 Fe	3800	4,0
<u>Золото(самородне)</u>	Au	до 99,7 Au	19000	2,5
Калаверит	(Au, Ag) Te ₂	39,5 Au; 3,1 Ag	9000	2,5
Кренерит	(Au, Ag) Te ₂	39,5 Au; 3,1 Ag	8350	2,0
Петцит	(Au, Ag) ₂ Te	25,4 Au; 41,8 Ag	9000	3,0
Сильваніт	(Au, Ag) Te ₄	24,2 Au; 13,3 Ag	8100	2,5
<u>Магній</u>	Mg	100,0 Mg	1700	2,5
Доломіт	CaCO ₃ ·MgCO ₃	21,9 MgO; 30,4 CaO	2800	3,8
Змійовик	Mg ₆ [Si ₄ O ₁₀](OH) ₈	43,5 MgO; 43,5 SiO ₂	2800	4,0
Магнезит	MgCO ₃	47,8 MgO	3100	4,0
<u>Марганець</u>	Mn	100,0 Mn	7400	6,0
Манганіт	Mn ₂ O ₃ ·H ₂ O	62,5 Mn	4300	3,8
Піролюзит	MnO ₂	63,0 Mn	5000	2,3
Псиломелан	Mn ₂ O ₃	63,0 Mn	4150	5,5
Родоніт	MnSiO ₃	42,0 Mn	3500	6,2
Родохрозит	MnCO ₃	62,0 Mn	3500	4,2
<u>Мідь(самородна)</u>	Cu	до 100,0 Cu	8800	2,8
Азурит	2CuCO ₃ ·Cu(OH) ₂	55,2 Cu	3700	3,8
Ковелін	CuS	66,4 Cu	4600	2,0
Малахіт	CuCO ₃ ·Cu(OH) ₂	57,4 Cu	3900	3,8
Халькозин	Cu ₂ S	79,8 Cu	5600	3,0
Халькопірит	CuFeS ₂	34,5 Cu	4200	3,7
Хризосола	CuSiO ₃ ·2H ₂ O	36,1 Cu	2100	3,5

Продовження табл.

1	2	3	4	5
<u>Молибден</u>	Mo	100,0 Mo	10200	5,5
Вульфеніт	PbMoO ₄	26,0 Mo	6800	3,0
Молибденіт	MoS ₂	до 60,0 Mo	4700	1,3
Молибдит	Fe ₂ O ₃ ·MoO ₃ ·7H ₂ O	66,7 Mo	4500	1,5
Повеліт	CaMoO ₄	48,0 Mo	4500	3,5
<u>Нікель</u>	Ni	100,0 Ni	8900	4,0
Герсдорфіт	NiAsS	35,4 Ni	5800	5,5
Нікелін	NiAs	44,0 Ni	7500	5,5
Пентландит	(Fe, Ni) ₉ S ₈	до 44,0 Ni	4600	3,5
<u>Олово</u>	Sn	100,0 Sn	7300	2,0
Каситерит	SnO ₂	79,0 Sn	6900	6,5
Станін	Cu ₂ FeSnS ₄	27,6 Sn; 29,6 Cu	4400	4,0
<u>Платина (самородна)</u>	Pt	до 96,0 Pt	21400	4,5
Поліксен	(Pt, Fe)	88,0 Pt; 11,0 Fe	17400	4,5
Спериліт	PtAs ₂	56,5 Pt; 43,5 As	10600	6,5
<u>Свинець</u>	Pb	100,0 Pb	11300	1,5
Англезит	PbSO ₄	68,3 Pb	6200	2,5
Вульфеніт	PbMoO ₄	60,0 Pb	6700	3,5
Галеніт	PbS	86,6 Pb	7450	2,5
Церусит	PbCO ₃	83,5 Pb	6550	3,3
Піроморфіт	Pb ₅ (PO ₄) ₃ Cl	76,0 Pb	7000	4,0
<u>Срібло (самородне)</u>	Ag	До 99,9 Ag	10500	2,8
Аргентит	Ag ₂ S	87,1 Ag	7300	2,5
Піраргірит	AgSbS ₃	59,8 Ag	5830	2,3
Полібазит	(Ag, Cu) ₁₆ Sb ₂ S ₁₁	84,9 Ag	6100	3,0
Прустит	Ag ₃ AsS ₃	65,4 Ag	5600	2,5
Стефаніт	Ag ₅ SbS ₄	68,3 Ag	6200	2,5
<u>Титан</u>	Ti	100,0 Ti	4500	4,0
Анараз	TiO ₂	до 99,5 Ti	3900	6,0
Брукіт	TiO ₂	до 99,5 Ti	4000	6,3
Ільменіт	FeTiO ₃	до 52,8 Ti	4600	5,5
Лейкоксен	(TiO ₂) ₁₈ ·Fe ₂ O ₃	до 97,6 Ti	4000	5,0
Лопарит	(Ce, Na, Ca)(Ti, Nb)O ₃	до 99,5 Ti	4800	5,8
Перовськіт	CaTiO ₃	до 57,8 Ti	4000	5,8
Рутил	TiO ₂	до 99,5 Ti	4200	6,0
Сфен	CaSiTiO ₅	до 40,8 Ti	3500	5,5
<u>Хром</u>	Cr	100,0 Cr	7100	9,0
Хроміт	FeCr ₂ O ₄	65,0 Cr ₂ O ₃	4700	6,5
Хромшпінеліди	(Mg, Fe)(Cr, Al, Fe) ₂ O ₄	до 75,0 Cr ₂ O ₃	4700	6,5
<u>Цинк</u>	Zn	100,0 Zn	7100	2,5
Вілеміт	Zn ₂ [SiO ₄]	59,0 Zn	5600	4,3
Вюртцит	ZnS	до 63,0 Zn	4300	4,0
Каламін	Zn ₄ [(OH) ₂ Si ₂ O ₇]·H ₂ O	54,0 Zn	3450	4,7
Смітсоніт	ZnCO ₃	52,0 Zn	5100	6,3
Сфалерит	ZnS	67,0 Zn	4100	4,0
Франклініт	ZnFe ₂ O ₄	до 25,0 Zn	6500	5,3

Закінчення табл.

1	2	3	4	5
<u>Цирконій</u>	Zr	100,0 Zr	-	-
Баделейт	ZrO ₂	до 99,0 Zr	5800	6,5
Циркон	ZrSiO ₄	67,2 Zr	4700	7,5
<u>Інші мінерали</u>				
Дистен	Al ₂ O ₃ [SiO ₄]	63,2 Al ₂ O ₃	3600	6,0
Монацит	(Ce, La){PO ₄ }	до 70,0 TR ₂ O ₃	5200	5,8
Ставроліт	Fe ₂ Al ₉ [SiO ₄] ₄ (OH)O ₇	48,1 Al ₂ O ₃	3700	7,2
Флюорит	CaF ₂	51,3 Ca; 48,7 F	3150	4,0
<u>Породні мінерали</u>				
Галуазит	Al ₄ (OH) ₈ [Si ₄ O ₁₀]·nH ₂ O	-	2600	2,0
Глина	Al ₂ O ₃ ·2SiO ₂ ·2H ₂ O	-	2600	2,3
Кальцит	CaCO ₃	-	2710	3,2
Кварц	SiO ₂	-	2650	7,0
Мусковіт	KAl ₂ [AlSi ₃ O ₁₀](OH) ₂	-	2830	2,5
Польові шпати	(K, Na, Ca)[AlSi ₃ O ₈]	-	2700	6,2
Флогопіт	KMg ₃ [AlSi ₃ O ₁₀](F, OH) ₂	-	2900	2,5
Хлорити	(Mg, Fe) _{6-n} (Al, Fe) _n Al _n Si _{4-n} O ₁₀	-	3000	2,5

ДОДАТОК Б
Питома магнітна сприйнятливість деяких мінералів

Мінерал	Хімічна формула	Питома магнітна сприйнятливість, $\text{м}^3/\text{кг} \cdot 10^{-6}$
Амфібол	Мінерал класу силікатів	0,080 – 0,115
Апатит	$\text{Ca}_5[\text{CO}_3][\text{PO}_4]_3(\text{Fe}, \text{Cl}, \text{OH})$	0,001 – 0,004
Берил	$\text{Al}_2\text{Be}_3[\text{Si}_6\text{O}_{18}]$	0,001
Біотит	$\text{KFe}_3(\text{OH}, \text{F})_2[\text{Al}, \text{Si}_3\text{O}_{10}]$	0,040 – 0,120
Брауніт	$\text{MnO} \cdot 3\text{Mn}_2\text{O}_3 \cdot \text{SiO}_2$	0,150
Бурий залізняк	$n\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot m\text{H}_2\text{O}$	0,025 – 0,250
Вернадіт	$\text{MnO}_2 \cdot m\text{H}_2\text{O}$	0,050
Вольфраміт	$(\text{Fe}, \text{Mn}) \text{WO}_4$	0,025 – 0,150
Гаусманіт	Mn_2O_4	0,070
Гематит	Fe_2O_3	0,050 – 0,250
Гетит	$\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$	0,200 – 0,300
Гіпс	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	0,010
Глауконіт	Силікат групи слюд	0,080
Гранат	Ортосилікат	0,100 – 0,200
Гюбнерит	MnWO_4	0,100
Дистен	$\text{Al}_2\text{O}_3[\text{SiO}_4]$	0,002 – 0,012
Егірін	Силікат групи піроксенів	0,110
Ільменіт	FeTiO_3	0,3 – 1,2
Каситерит	SnO_2	0,001 – 0,010
Колумбіт	$(\text{Fe}, \text{Mg})(\text{Nb}, \text{Ta})_2\text{O}_6$	0,025
Магнетит	Fe_3O_4	25 – 50
Маггеміт	$\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$	10 – 25
Манганіт	MnOOH	0,035 – 0,150
Мартит	Fe_2O_3	0,2 – 10
Монацит	$(\text{Ce}, \text{La})\{\text{PO}_4\}$	0,010 – 0,025
Пірит	FeS_2	0,005 – 0,040
Піроксен	Мінерал класу силікатів	0,080
Піролюзит	MnO_2	0,025 – 0,100
Псиломелан	Mn_2O_3	0,060 – 0,120
Родохрозит	MnCO_3	0,170
Рутил	TiO_2	0,002 – 0,015
Сидерит	FeCO_3	0,035 – 0,150
Спекулярит	Fe_2O_3	0,250 – 0,370
Ставроліт	$\text{Fe}_2\text{Al}_9[\text{SiO}_4]_4(\text{OH})\text{O}_7$	0,040 – 0,50
Тальк	$\text{Mg}_3[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_2$	0,030

ДОДАТОК В
Електричні властивості деяких мінералів

Мінерал	Хімічна формула	Електричні властивості	
		Питомий опір, Ом·м	Діелектрична проникність
1	2	3	4
Алмаз	C	10^{14}	16,5
Альбіт	Na[AlSi ₃ O ₈]	10^{14}	4,0
Ангідрит	CaSO ₄	10^{11}	5,7 – 7,0
Антрацит	C	10^{10}	7,4 – 9,5
Апатит	Ca ₅ [CO ₃][PO ₄] ₃ (Fe,Cl,OH)	10^{16}	7,4 – 10,5
Арсенопірит	FeAsS	10^8	81,0
Барит	BaSO ₄	10^{14}	5,0 – 12,0
Берил	Al ₂ Be ₃ [Si ₆ O ₁₈]	10^{10}	3,9 – 7,7
Біотит	KFe ₃ (OH,F) ₂ [Al,Si ₃ O ₁₀]	10^{14}	6,0 – 9,3
Боксит	Al ₂ O ₃	10^{12}	8,0 – 10,0
Брауніт	MnO·3Mn ₂ O ₃ ·SiO ₂	10^8	81,0
Бурий залізняк	nFe ₂ O ₃ ·mH ₂ O	10^{12}	10,0
Вольфраміт	(Fe, Mn) WO ₄	10^9	15,0
Галеніт	PbS	10^8	81,0
Галіт	NaCl	10^8	5,6 – 7,3
Гематит	Fe ₂ O ₃	10^8	25,0
Гетит	Fe ₂ O ₃ ·H ₂ O	10^{14}	25,0
Гіпс	CaSO ₄ ·2H ₂ O	10^8	8,0 – 11,6
Графіт	C	–	81,0
Дистен	Al ₂ O ₃ [SiO ₄]	10^8	5,7 – 7,2
Золото	Au	10^8	81,0
Ільменіт	FeTiO ₃	$10^{11} – 10^{16}$	33,7 – 81,0
Кальцит	CaCO ₃	10^{11}	7,8 – 8,5
Каолініт	Al ₄ [Si ₄ O ₁₀](OH) ₈	10^{11}	12,0
Каситерит	SnO ₂	10^{14}	24,0
Кварц	SiO ₂	10^{11}	4,2 – 5,0
Кіновар	HgS	10^9	33,7 – 81,0
Корунд	Al ₂ O ₃	10^8	5,6 – 6,3
Куприт	Cu ₂ O	10^8	6,0
Магнетит	Fe ₃ O ₄	10^8	33,7 – 81,0
Манганіт	MnOOH	10^8	81,0
Марказит	Fe ₂ S	10^{14}	33,7 – 81,0
Мікроклін	K[AlSi ₃ O ₈]	10^8	5,0 – 6,9
Молібденіт	MoS ₂	10^{15}	81,0
Монацит	(Ce, La){PO ₄ }	10^{14}	12,0
Мусковіт	KAl ₂ [AlSi ₃ O ₁₀](OH) ₂	10^{14}	6,0 – 8,0
Олігоклаз	nNa[AlSi ₃ O ₈]·mCa[Al ₂ Si ₂ O ₈]	10^{14}	6,8
Ортоклаз	K[AlSi ₃ O ₈]	10^8	5,0 – 6,2
Пірит	FeS ₂	10^8	33,7 – 81,0
Піролюзит	MnO ₂	10^8	81,0
Піротин	Fe ₂ S	10^{13}	81,0

Закінчення табл.

1	2	3	4
Пірохлор	$\text{NaCa}[\text{N}_2\text{O}_6](\text{OH}, \text{F})$	10^8	4,1 – 4,5
Платина природна	Pt	10^{14}	81,0
Польові шпати	Алюмосилікати Na, K, Ca, Ba	10^8	6,8
Псиломелан	Mn_2O_3	10^{13}	49,0 – 58,0
Рогова обманка	Гідросилікат Ca, Mg, Fe	10^8	7,0 – 8,0
Рутил	TiO_2	10^{14}	89,0 – 173,0
Сірка самородна	S	10^8	3,0 – 3,6
Срібло самородне	Ag	–	81,0
Сидерит	FeCO_3	10^8	7,0
Силіманіт	$\text{AlAlO}[\text{SiO}_4]$	–	9,3
Сильвін	KCl	10^{14}	4,8
Смітсоніт	ZnCO_3	10^{14}	8,0 – 9,3
Сподумен	$\text{LiAl}[\text{Si}_2\text{O}_6]$	10^{12}	8,4
Ставроліт	$\text{Fe}_2\text{Al}_9[\text{SiO}_4]_4(\text{OH})\text{O}_7$	–	6,8
Сфалерит	ZnS	–	7,8
Сфен	CaSiTiO_5	–	4,0 – 6,6
Танталіт	$(\text{Fe}, \text{Mn})\text{Ta}_2\text{O}_6$	10^6	–
Титаномagnetит	$(\text{Fe}, \text{Ti})\text{Fe}_2\text{O}_4$	10^8	–
Фаяліт	$\text{Fe}_2[\text{SiO}_4]$	10^{11}	81,0
Флюорит	CaF_2	10^{14}	62,0 – 85,0
Халькозин	Cu_2S	10^8	81,0
Халькопірит	CuFeS_2	10^8	–
Церусит	PbCO_3	10^9	2,3
Циркон	ZrSiO_4	10^{12}	8,6 – 15,0
Шеєліт	CaWO_4	10^{14}	8,0

ДОДАТОК Г
Критерій Ст'юдента t

Число ступенів свободи f	Рівень значимості α			
	0,10	0,05	0,01	0,001
1	6,31	12,70	63,70	637,00
2	2,92	4,30	9,92	31,60
3	2,35	3,18	5,84	12,90
4	2,13	2,78	4,60	8,61
5	2,01	2,57	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,71	5,96
7	1,89	2,36	3,50	5,40
8	1,86	2,31	3,36	5,04
9	1,83	2,26	3,25	4,78
10	1,81	2,23	3,17	4,59
11	1,80	2,20	3,11	4,44
12	1,78	2,18	3,05	4,32
13	1,77	2,16	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,92	4,01
17	1,74	2,11	2,90	3,96
18	1,73	2,10	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,86	3,88
20	1,73	2,09	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,80	3,74
25	1,71	2,06	2,79	3,72
26	1,71	2,06	2,78	3,71
27	1,71	2,05	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,76	3,66
29	1,70	2,05	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,75	3,65
40	1,68	2,02	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,66	3,46
120	1,66	1,98	2,62	3,37
∞	1,64	1,96	2,58	3,29

ДОДАТОК Д
Критерій Фішера F

Рівень значимості $\alpha = 0,01$								
$\backslash f_1$ $f_2 \backslash$	4	7	10	16	24	40	100	∞
1	5625,0	5928,0	6056,0	6169,0	6234,0	6286,0	6334,0	6366,0
2	99,25	99,34	99,40	99,44	99,46	99,48	99,49	99,50
3	28,71	27,67	27,23	26,83	26,60	26,41	26,23	26,12
4	15,98	14,98	14,54	14,15	13,93	13,74	13,57	13,46
5	11,39	10,45	10,05	9,68	9,47	9,29	9,13	9,02
6	9,15	8,26	7,87	7,52	7,31	7,14	6,99	6,88
7	7,85	7,00	6,62	6,27	6,07	5,90	5,75	5,65
8	7,01	6,19	5,82	5,48	5,28	5,11	4,96	4,86
9	6,42	5,62	5,26	4,92	4,73	4,56	4,41	4,31
10	5,99	5,21	4,85	4,52	4,33	4,17	4,01	3,91
12	5,41	4,65	4,30	3,98	3,78	3,61	3,46	3,36
14	5,03	4,28	3,94	3,62	3,43	3,26	3,11	3,00
16	4,77	4,03	3,69	3,37	3,18	3,01	2,86	2,75
18	4,58	3,85	3,51	3,19	3,00	2,83	2,68	2,57
Рівень значимості $\alpha = 0,05$								
$\backslash f_1$ $f_2 \backslash$	4	7	10	16	24	40	100	∞
1	225,0	237,0	242,0	246,0	249,0	251,0	253,0	254,0
2	19,25	19,36	19,39	19,43	19,45	19,47	19,49	19,50
3	9,12	8,88	8,78	8,69	8,64	8,60	8,56	8,53
4	6,39	6,09	5,96	5,84	5,77	5,71	5,66	5,63
5	5,19	4,88	4,74	4,60	4,53	4,46	4,40	4,36
6	4,53	4,21	4,06	3,92	3,84	3,77	3,71	3,67
7	4,12	3,79	3,63	3,49	3,41	3,34	3,28	3,23
8	3,84	3,50	3,34	3,20	3,12	3,05	2,98	2,93
9	3,63	3,29	3,13	2,98	2,90	2,82	2,76	2,71
10	3,48	3,14	2,97	2,82	2,74	2,67	2,59	2,54
12	3,26	2,92	2,76	2,60	2,50	2,42	2,35	2,30
14	3,11	2,77	2,60	2,44	2,35	2,27	2,19	2,13
16	3,01	2,66	2,49	2,33	2,24	2,16	2,07	2,01
18	2,93	2,58	2,41	2,25	2,15	2,07	1,98	1,92

Примітка: f_1 – відноситься до більшої дисперсії, f_2 – до меншої.

ДОДАТОК Е
Критерій Кохрена G

Рівень значимості $\alpha = 0,01$								
$\backslash f$ $k \backslash$	1	3	6	10	16	36	144	∞
2	0,9999	0,9794	0,9172	0,8539	0,7949	0,7067	0,6062	0,5000
3	0,9933	0,8831	0,7606	0,6743	0,6059	0,5153	0,4230	0,3333
4	0,9676	0,7814	0,6410	0,5536	0,4884	0,4057	0,3251	0,2500
5	0,9279	0,6957	0,5531	0,4697	0,4094	0,3351	0,2644	0,2000
6	0,8828	0,6258	0,4866	0,4084	0,3529	0,2858	0,2229	0,1667
7	0,8376	0,5685	0,4347	0,3616	0,3105	0,2494	0,1929	0,1429
8	0,7945	0,5209	0,3932	0,3248	0,2779	0,2214	0,1700	0,1250
9	0,7544	0,4810	0,3592	0,2950	0,2514	0,1992	0,1521	0,1111
10	0,7175	0,4469	0,3308	0,2704	0,2297	0,1811	0,1376	0,1000
15	0,5747	0,3317	0,2386	0,1918	0,1612	0,1251	0,0934	0,0667
20	0,4799	0,2654	0,1877	0,1501	0,1248	0,0960	0,0709	0,0500
30	0,3632	0,1913	0,1327	0,1054	0,0867	0,0658	0,0480	0,0333
40	0,2940	0,1508	0,1033	0,0816	0,0668	0,0503	0,0363	0,0250
60	0,2151	0,1069	0,0722	0,0567	0,0461	0,0344	0,0245	0,0167
120	0,1225	0,0585	0,0387	0,0302	0,0242	0,0178	0,0125	0,0083
∞	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Рівень значимості $\alpha = 0,05$								
$\backslash f$ $k \backslash$	1	3	6	10	16	36	144	∞
2	0,9985	0,9392	0,8534	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,7977	0,6771	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,6841	0,5598	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,5981	0,4783	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,5321	0,4184	0,3568	0,3135	0,2612	0,2129	0,1667
7	0,7271	0,4800	0,3726	0,3154	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,4377	0,3362	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4027	0,3067	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,3733	0,2823	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
15	0,4709	0,2758	0,2034	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894	0,2205	0,1602	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
30	0,2929	0,1593	0,1137	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1259	0,0887	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737	0,0895	0,0623	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0495	0,0337	0,0260	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083
∞	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

ДОДАТОК Ж
Критерій Пірсона χ^2

Число ступенів свободи f	Рівень значимості					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,6	5,0	3,8	0,0039	0,00098	0,00016
2	9,2	7,4	6,0	0,103	0,051	0,020
3	11,3	9,4	7,8	0,352	0,216	0,115
4	13,3	11,1	9,5	0,711	0,484	0,297
5	15,1	12,8	11,1	1,15	0,831	0,554
6	16,8	14,4	12,6	1,64	1,24	0,872
7	18,5	16,0	14,1	2,17	1,69	1,24
8	20,1	17,5	15,5	2,73	2,18	1,65
9	21,7	19,0	16,9	3,33	2,70	2,09
10	23,2	20,5	18,3	3,94	3,25	2,56
11	24,7	21,9	19,7	4,57	3,82	3,05
12	26,2	23,3	21,0	5,23	4,40	3,57
13	27,7	24,7	22,4	5,89	5,01	4,11
14	29,1	26,1	23,7	6,57	5,63	4,66
15	30,6	27,5	25,0	7,26	6,26	5,23
16	32,0	28,8	26,3	7,96	6,91	5,81
17	33,4	30,2	27,6	8,67	7,56	6,41
18	34,8	31,5	28,9	9,39	8,23	7,01
19	36,2	32,9	30,1	10,1	8,91	7,63
20	37,6	34,2	31,4	10,9	9,59	8,26
21	38,9	35,5	32,7	11,6	10,3	8,90
22	40,3	36,8	33,9	12,3	11,0	9,54
23	41,6	38,1	35,2	13,1	11,7	10,2
24	43,0	39,4	36,4	13,8	12,4	10,9
25	44,3	40,6	37,7	14,6	13,1	11,5
26	45,6	41,9	38,9	15,4	13,8	12,2
27	47,0	43,2	40,1	16,2	14,6	12,9
28	48,3	44,5	41,3	16,9	15,3	13,6
29	49,6	45,7	42,6	17,7	16,0	14,3
30	50,9	47,0	43,8	18,5	16,8	15,0

Література

1. Стеценко, І.В. Моделювання систем: навч. посіб. / І.В. Стеценко ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2010. – 399 с.
2. Мислюк М. А. Моделювання явищ і процесів у нафтогазопромисловій справі : Підручник / М. А. Мислюк, Ю. О. Зарубін. - Івано-Франківськ : Екор, 1999. – 494 с.
3. Мулявин С.Ф. Основы проектирования разработки нефтяных и газовых месторождений. Учебное пособие. Тюмень: ТюмГНГУ, 2012. – 215 с.
4. Гладков Е.А. Геологическое и гидродинамическое моделирование место-рождений нефти и газа: учебное пособие / Е.А. Гладков; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского поли-технического университета, 2012. – 99 с.
5. Білецький В. С., Смирнов В. О., Сергєєв П. В. Моделювання процесів переробки корисних копалин: Посібник / За ред. І. М. Фика. НТУ «Харківський політехнічний інститут», Львів: «Новий Світ-2000», 2020. — 399 с.
6. Modeling of Oil Product and Gas Pipeline Transportation / by Mikhail V. Lurie (Author), Emmanuil Sinaiski (Translator). 2008.
7. Holstein, E. (Editor), Petroleum Engineering Handbook, Volume V(b), Chapt 17, Reservoir Engineering, 2007.
8. Warner, H. (Editor), Petroleum Engineering Handbook, Volume VI, Chapter 6, Coalbed Methane, 2007.

Інтернет-ресурси

Білецький Володимир Стефанович

МОДЕЛЮВАННЯ У НАФТОГАЗОВІЙ ІНЖЕНЕРІЇ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Редакція авторська

Обкладинка і верстка К.Караснощоків

Підписано до друку 19.07.2021 р.
Формат 60x84/16. Папір друк. №2.
Гарнітура Times New Roman
Умовн. друк. арк.32,25.
Замовлення № 2021-46

Видавництво ПП «Новий Світ - 2000»
а/с 5026, м. Львів-53, 79053, Україна
e-mail: novyisvit@lviv.farlep.net

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції: серія ДК № 59 від 25.05.2000 року,
видане Державним комітетом інформаційної політики,
телебачення та радіомовлення України